

Marian PASKO

Instytut Elektrotechniki

Teoretycznej i Przemysłowej

Politechniki Śląskiej

DOBÓR KOMPENSATORÓW OPTIMALIZUJĄCYCH PRACĘ RZECZYWISTEGO ŹRÓDŁA NAPIĘĆ ODKSZTAŁCONYCH I LINII PRZESYŁOWEJ

Streszczenie. W artykule przeprowadzono minimalizację funkcjonu kwadratowego obejmującego wartość skuteczną prądu i wartość skuteczną napięcia w danym przekroju. Minimalizację przeprowadzono dla różnych wariantów dotyczących strumienia mocy czynnej P , wykorzystując metodę mnożnika Lagrange'a.

SELECTION OF COMPENSATORS OPTIMIZING THE WORK OF REAL SOURCE OF DEFORMED VOLTAGES AND TRANSMISSION LINE

Summary. In the paper a minimization of the quadratic functional including RMS current and RMS voltage in a given section has been carried out for various variants on the stream of active power P applying the method of Lagrange multipliers.

ПОДБОР КОМПЛЕКСАТОРОВ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ РАБОТЫ РЕАЛЬНОГО НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА НАПРЯЖЕНИЯ И ПЕРЕДАТОЧНОЙ ЛИНИИ

Резюме. В статье проанализирована минимизация квадратного функционала содержащего эффективное значение тока и эффективное значение напряжения в данном разрезе. Минимизация проведена для различных вариантов по отношению к потоку активной мощности с использованием метода Лагранжа.

1. WSTĘP

Rozważania dotyczące minimalizacji wartości skutecznej prądu lub zadanego kompromisu pomiędzy minimum wartości skutecznej prądu a jego zniekształceniami dla rzeczywistych źródeł napięć odkształconych przedstawiono w pracach [7], [8], [9], [10]. W pracach tych podano również warunki konieczne i wystarczające na minimum zaproponowanych funkcjonałów kwadratowych przy zadanych warunkach równościowych na moc czynną P . Problemowi kompensacji niepożądanego reszty prądu (różnicy pomiędzy prądem źródła a prądem optymalnym) dla kryterium minimum strat mocy czynnej P na impedancji wewnętrznej źródła oraz linii przesyłowej, które były reprezentowane przez impedancję wzdluzną, był poświęcony artykuł [2]. Głównym celem niniejszego artykułu jest dobór kompensatorów, które minimalizują całkowite straty mocy czynnej na impedancji wewnętrznej źródła i linii przesyłowej. Linie reprezentuje czwórnik opisany macierzą impedancyjną Z_h , $h \in \{1, 2, \dots, n\}$. W tym celu zaproponowano funkcjonał kwadratowy obejmujący wartość skuteczną prądu i wartość skuteczną napięcia w danym przekroju z odpowiednimi wagami α i β . Minimalizację funkcjonału przeprowadza się przy zachowaniu następujących wariantów dotyczących mocy czynnej P :

- stałości mocy czynnej w danym przekroju przed i po kompensacji,
- stałości mocy czynnej odbiornika przed i po kompensacji,
- stałości mocy czynnej przed kompensatorem i za kompensatorem (kompensator reaktancyjny).

Dla wszystkich rozważanych wariantów przedstawiono wartości admitancji kompensatorów, które spełniają powyższe warunki.

W pracy zasygnalizowano możliwości doboru kompensatorów w przykładowych klasach realizacji.

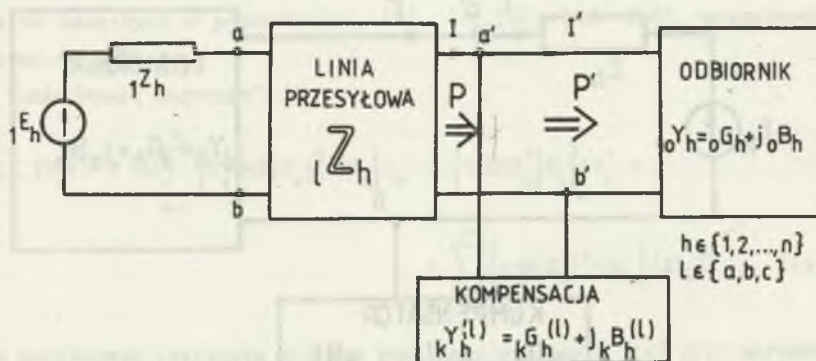
2. MODEL UKŁADU

Do rozważań przyjęto układ liniowy (rys.1), w którym napięcie źródłowe dane jest w postaci:

$$e_1(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_{1h} \exp jh\omega t \quad (1)$$

a jego impedancja wewnętrzna wynosi:

$$Z_h = R_h + jX_h, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (2)$$



Rys. 1.

Linie przesyłową reprezentuje czwórnik opisany macierzą impedancyjną dla każdej rozpatrywanej harmonicznej:

$${}_1Z_h = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{12} & z_{22} \end{bmatrix}_h \quad (3)$$

Odbiornik opisany jest dla każdej harmonicznej admitancją:

$$Y_{oh} = G_{oh} + jB_{oh}, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (4)$$

Włączony na zaciski a'-b' kompensator służący do minimalizacji zadanego funkcjonału posiada admitancję dla każdej rozpatrywanej harmonicznej i dla każdego wariantu $l \in \{a, b, c\}$:

$$Y_{kh}^{(l)} = G_{kh}^{(l)} + jB_{kh}^{(l)}, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad l \in \{a, b, c\} \quad (5)$$

Przed przystąpieniem do sformułowania zagadnień optymalizujących układ przedstawiony na lewo od zacisków a'-b' (rys.1) można dla każdej rozpatrywanej harmonicznej zastąpić równoważnym dwójnikiem Thévenina.

Otrzymujemy wówczas zmodyfikowany układ przedstawiony na rys.2, gdzie:

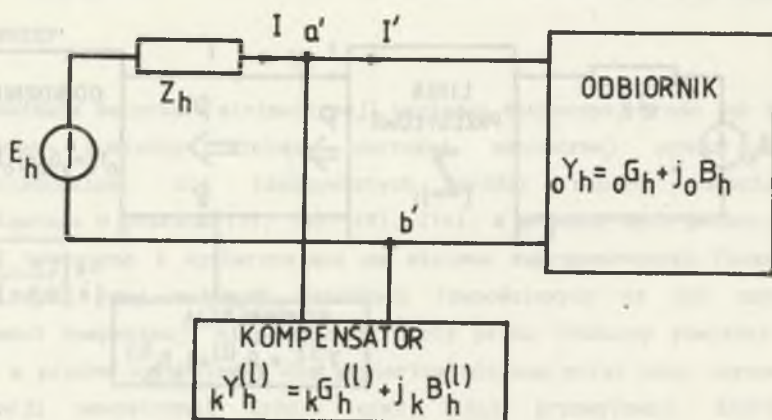
$$E_h = \frac{z_{12h}}{z_{11h} + Z_h} {}_1E_h, \quad (6)$$

$$Z_h = R_h + jX_h = z_{22h} - \frac{z_{12h}^2}{z_{11h} + Z_h} \quad (7)$$

Dla układu przedstawionego na rys.2 zaproponowano następujące zagadnienia optymalizujące:

$$\min \left(\alpha \sum_{h=1}^n I_h I_h^* + \beta \sum_{h=1}^n U_h U_h^* \right) \quad (8)$$

dla wariantów a, b, c dotyczących strumienia mocy czynnej P.



Rys. 2.

Wariant a:

$$P = \operatorname{Re} \left(\sum_{h=1}^n E_h I_h^* - \sum_{h=1}^n Z_h I_h I_h^* \right) \quad (9)$$

Wariant b:

$$P = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n U_h Y_h^* U_h \quad (10)$$

Wariant c:

$$\operatorname{Re} \left(\sum_{h=1}^n E_h I_h^* - \sum_{h=1}^n Z_h I_h I_h^* \right) = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n U_h Y_h^* U_h \quad (11)$$

gdzie E_h , (E_h^*) , I_h , (I_h^*) - wartości skuteczne zespolone (sprzężone) napięcia, prądu dla h -tej harmonicznej

$$U_h = E_h - Z_h I_h \quad (12)$$

Funkcjonał Lagrange'a utworzony na podstawie równania (8) i wariantu a (9) ma postać:

$$\begin{aligned} \Phi(\lambda, \{I_h\}) = & \alpha \sum_{h=1}^n I_h I_h^* + \beta \sum_{h=1}^n (E_h - Z_h I_h) (E_h^* - Z_h^* I_h^*) \\ & + \lambda \left(P - \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h I_h^* + \sum_{h=1}^n R_h I_h I_h^* \right) \end{aligned} \quad (13)$$

Korzystając z dowodów matematycznych na istnienie minimum dla tego typu funkcjonałów zawartych w pracach [1], [6], [7], [8], [9], [10], wyznaczono prądy optymalne I_h^{opt} .

Przyrost funkcjonału Lagrange'a:

$$\Delta\Phi(\lambda, \{I_h\}) = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n \left[2(\alpha + \beta |Z_h|^2 + \lambda R_h) I_h - (\lambda + 2\beta Z_h^*) E_h \right] \Delta I_h^* + \sum_{h=1}^n (\alpha + \beta |Z_h|^2 + \lambda R_h) |\Delta I_h|^2. \quad (14)$$

Warunkiem koniecznym istnienia minimum lokalnego wyrażenia (14) przy warunku (9) jest znikanie gradientu [7]

$$\left[2(\alpha + \beta |Z_h|^2 + \lambda R_h) I_h - (\lambda + 2\beta Z_h^*) E_h \right] = 0. \quad (15)$$

Warunek wystarczający jest spełniony, gdy:

$$\alpha + \beta |Z_h|^2 + \lambda R_h > 0. \quad (16)$$

Z warunku (15) otrzymuje się:

$$I_h = \frac{\alpha + 2\beta Z_h^*}{2(\alpha + \beta |Z_h|^2 + \lambda R_h)} E_h, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (17)$$

Podstawiając wyrażenie (17) do bilansu mocy (9), otrzymuje się równanie do wyznaczenia mnożnika Lagrange'a λ , (który winien być rzeczywisty i dodatni):

$$P = \sum_{h=1}^n \left[\frac{\alpha + 2\beta Z_h^*}{M} - R_h \frac{(2\beta R_h + \lambda)^2 + (2\beta X_h)^2}{M^2} \right] |E_h|^2 \quad (18)$$

gdzie $M = 2(\alpha + \beta |Z_h|^2 + \lambda R_h)$. (19)

Po rozwiązaniu równania (18) ze względu na λ otrzymujemy parę prądu optymalnego i napięcia optymalnego w danym przekroju a'-b', dla wariantu a:

$$I_h^{opt(a)} = \frac{\lambda + 2\beta Z_h^*}{2(\alpha + \beta |Z_h|^2 + \lambda R_h)} E_h, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (20)$$

$$U_h^{\text{opt}(a)} = E_h - Z_h I_h^{\text{opt}(a)} = \frac{2\lambda + Z_h^* \lambda_*}{2(\alpha + \beta |Z_h|^2 + \lambda_* R_h)} E_h, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (21)$$

Ze wzorów (20) i (21) oraz znajomości Y_{0h} można wyznaczyć admitancję potrzebnego kompensatora dla poszczególnych harmoniczych:

$$\frac{I_h^{\text{opt}(a)}}{U_h^{\text{opt}(a)}} = Y_{kh}^a + Y_{0h}. \quad (22)$$

Po podstawieniu otrzymuje się:

$$G_{kh}^{(a)} = \frac{(\lambda_* + 2\beta R_h)(2\alpha + \lambda_* R_h) + 2\beta \lambda_* X_h^2}{(2\alpha + \lambda_* R_h)^2 + (\lambda_* X_h)^2} - G_{0h}, \quad (23)$$

$$B_{kh}^{(a)} = \frac{\lambda_* X_h (\lambda_* + 2\beta R_h) - 2\beta X_h (2\alpha + \lambda_* R_h)}{(2\alpha + \lambda_* R_h)^2 + (\lambda_* X_h)^2} - B_{0h}, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (24)$$

Postępując analogicznie dla pozostałych wariantów, otrzymujemy:

Wariant b:

$$I_h^{\text{opt}(b)} = \frac{(\beta + G_{0h} \lambda_*) Z_h^*}{\alpha + (\beta + G_{0h} \lambda_*) |Z_h|^2} E_h, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (25)$$

$$U_h^{\text{opt}(b)} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta |Z_h|^2 + \lambda_* R_h} E_h, \quad (26)$$

gdzie λ_* wyznaczone z warunku bilansu mocy dla wariantu b.

$$P = \sum_{h=1}^n G_{0h} \left(\frac{\alpha |E_h|}{\alpha + (\beta + G_{0h} \lambda_*) |Z_h|^2} \right)^2, \quad (27)$$

$$Y_h^{\text{opt}(b)} = \frac{I_h^{\text{opt}(b)}}{U_h^{\text{opt}(b)}} = \frac{\beta + G_{0h} \lambda_*}{\alpha} Z_h^*. \quad (28)$$

Stąd

$$G_h^{(b)} = \frac{\beta + G_h \lambda_*}{\alpha} R_h - G_h, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (29)$$

$$B_h^{(b)} = \frac{\beta + G_h \lambda_*}{\alpha} X_h - B_h, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (30)$$

Wariant c:

$$I_h^{\text{opt}(c)} = \frac{2(\beta + G_h \lambda_*) Z_h + \lambda}{2[\alpha + R_h \lambda_* + (\beta + G_h \lambda_*) |Z_h|^2]} E_h, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (31)$$

$$U_h^{\text{opt}(c)} = \frac{2\alpha + Z_h \lambda_*}{2[\alpha + R_h \lambda_* + (\beta + G_h \lambda_*) |Z_h|^2]} E_h, \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (32)$$

Stąd

$$G_h^{(c)} = \frac{[2(\beta + G_h \lambda_*) R_h + \lambda_*] [2\alpha + R_h \lambda_*] + 2(\beta + G_h \lambda_*) X_h^2}{2(\alpha + R_h \lambda_*)^2 + (\lambda_* X_h)^2} - G_h, \quad (33)$$

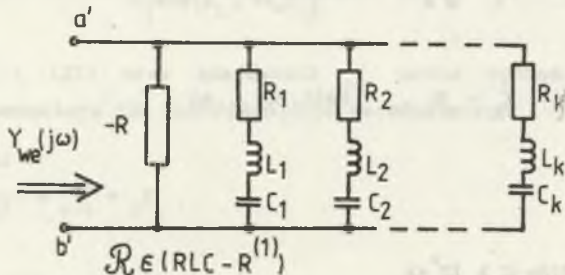
$$B_h^{(c)} = \frac{\lambda_* X_h - 4\alpha X_h (\beta + G_h \lambda_*)}{2(\alpha + R_h \lambda_*)^2 + (\lambda_* X_h)^2} - B_h. \quad (34)$$

Współczynnik Lagrangea λ_* wyznaczamy z bilansu mocy (11) dla wariantu C, wstawiając za prąd I_h wyrażenie (31), a za napięcie U_h wyrażenie (32). Wyznaczanie λ_* we wszystkich wariantach odbywa się za pomocą metody iteracyjnej Newtona.

3. PROBLEM SYNTEZY

Zapewnienie prądu optymalnego i napięcia optymalnego dla skończonej liczby harmonicznych wymaga włączenia na zaciski a'-b' (rys.1) kompensatorów, których konduktancje i susceptancje dla rozpatrywanych harmonicznych winny spełniać zależności określone wzorami (23) i (24) dla wariantu a, (29) i (30) dla wariantu b, i wzorami (33) i (34) dla wariantu c. Analizując

powyższe wzory można zauważyć, że $G_h^{(1)}$ może być zarówno dodatnie, jak i ujemne, stąd do realizacji należy użyć np. dwójników aktywnych zawierających - R lub przekształtnik energoelektroniczny DC/AC.



Rys. 3.

W rozpatrywanym artykule zaproponowano klasę $\mathcal{R} \in (\text{RLC-R}^{(1)})$ lub podklasy $(\text{RC-R}^{(1)})$, $(\text{RL-R}^{(1)})$ o strukturze Fostera przedstawionej na rys. 3, dla której:

$$Y(j\omega) = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{2\sigma_i \omega^2 k_i}{\omega^4 + 2\omega^2 |s_i|^2 + |s_i|^4} + j \sum_{h=1}^n \frac{k_h \omega (|s_h|^2 - \omega^2)}{\omega^4 + 2\omega^2 |s_h|^2 + |s_h|^4} \quad (35)$$

$$\text{gdzie: } k_0 = -\frac{1}{R}; \quad k_i = \frac{1}{L_i}; \quad R_i = \frac{2\sigma_i}{k_i}; \quad C_i = \frac{k_i}{|s_i|^2};$$

$$s_i = \sigma_i + j\sigma_i; \quad s_i^* = \sigma_i - j\sigma_i - \text{bieguny gałęzi RLC.}$$

Ogólnie dla rozpatrywanego wariantu musi być spełniony warunek kompensacji

$$\bigwedge_h \sum_{i=1}^n \frac{2\sigma_i \omega_h k_i}{\omega_h^2 + 2\omega_h^2 |s_i|^2 + |s_i|^4} = G_h^{(1)} - k_0 \quad 1 \in (a, b, c), \quad (36)$$

gdzie $\omega_h = \omega \cdot h$.

Należy wyznaczyć współczynniki k_i , $1 \in \{1, 2, \dots, n\}$, gdy zadane są bieguny s_i . Wyznaczenie współczynników k_i sprowadza się do rozwiązania układu równań liniowych względem wektora k o postaci:

$$Wk = g \quad (37)$$

gdzie:

W - uogólniona macierz Vandermonde'a o elementach,

$$V_{ij} = 2\omega^2 \sigma_j (\omega_i^4 + \omega_i^2 |s_j|^2 + |s_j|^4)^{-1} \quad 1, j \in \{1, 2, \dots, n\},$$

$$k = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T, \quad g = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T, \quad g_n = G_n^{(1)} - k_0.$$

Warunkiem koniecznym i wystarczającym poprawnego rozwiązania jest modyfikacja współrzędnych g_n wektora g poprzez dobór k_0 tak, aby $\bigwedge_h g_h > 0$,

a ponadto aby wektor k będący rozwiązaniem równania:

$$k = V^{-1}g \quad (38)$$

miał współrzędne ściśle dodatnie.

Wyznaczony w ten sposób dwójnik (PLC-R⁽¹⁾) realizujący założone $G_h^{(1)}$ wprowadza część urojoną zgodnie ze wzorem (35).

Po uwzględnieniu tego faktu wartość susceptancji dwójnika kompensacyjnego ulegnie zmodyfikowaniu do wartości:

$$B_{k1h}^{(1)} = B_{kh}^{(1)} - \text{Im} \{ Y_{we} (j\omega_h) \} \quad h \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (39)$$

$$l \in \{a, b, c\}$$

Problem syntezy należy sformułować następująco:

Wyznaczyć funkcję reaktancyjną o postaci:

$$B_r(\omega) = \frac{A \prod_{i=1}^n (\omega^2 - \omega_{2i\pm 1}^{*2})}{\omega \prod_{i=1}^n (\omega^2 - \omega_{2i}^{*2})} \quad (40)$$

gdzie $A \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$

$$\omega_i^* = \begin{cases} \text{dla } i = 2k \pm 1, k \in \mathbb{N} & - \text{zera funkcji reaktancyjnej,} \\ \text{dla } i = 2k, k \in \mathbb{N} & - \text{bieguny funkcji reaktancyjnej,} \end{cases}$$

a ponadto

$$0 < \omega_1^* < \omega_2^* < \omega_3^* < \dots < \omega_{2n}^*, \quad (41)$$

przy założeniu że dane są wartości tej funkcji

$$B_r(\omega) \Big|_{\omega=\omega_h} = B_r(\omega_h) = B_{k1h}^{(1)}, \quad (42)$$

w skończonej liczbie punktów ω_h , $h \in \{1, 2, \dots, n\}$, $l \in \{a, b, c\}$.

Syntezę dwójników reaktancyjnych LC spełniających warunek (39) dla każdego wariantu $l(a, b, c)$ przeprowadzamy według metody szczegółowo opisanej w pracach [3], [4], [5]. Ostateczna postać kompensatora składać się będzie z dwóch dwójników połączonych równolegle należących do klas LC (reaktancyjny) i (RLC-R⁽¹⁾).

4. ZAKOŃCZENIE

Zaproponowany w pracy funkcjonal kwadratowy minimalizowany dla różnych zadanych strumieni mocy czynnej P w danym przekroju łącznie z podanymi funkcjonalami w pracach [7], [8], [9] nie wyczerpuje wszystkich możliwości optymalizacyjnych. Pokazuje, że w zależności od przyjętego funkcjonału uzyskuje się różne efekty energetyczne, a do ich spełnienia należy użyć podobnej klasy układów kompensujących. W pracy zaproponowano przykładowo klasę układów pasywnych bezstratnych LC oraz klasę $\mathcal{R}\epsilon(\text{RLC-R}^{(1)})$.

LITERATURA

- [1] Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A.: Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji. PWN, Warszawa 1980.
- [2] Pasko M.: Dobór kompensatorów optymalizujących warunki energetyczne rzeczywistego źródła napięć odkształconych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka" z.122, Gliwice 1991.
- [3] Pasko M., Dybek M.: Komputerowe wyznaczanie struktur dwójników kompensujących składową reaktancyjną prądu źródła napięcia odkształconego zasilającego odbiornik liniowy. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka" z.122, Gliwice 1991.
- [4] Pasko M.: Dobór dwójników kompensujących składową reaktancyjną prądu źródła napięcia odkształconego zasilającego odbiornik liniowy. Archiwum Elektrotechniki z.4, 1990, Warszawa (w druku).
- [5] Pasko M., Walczak J.: A synthesis of compensation systems of current reactance component of two terminal receiver with deformed voltage supply. Math. Opt. Theory and Appl. Eisenach Dec.1989.
- [6] Seidler J., Badach A., Molisz W.: Metody rozwiązania zadań optymalizacji. WNT, Warszawa 1980.
- [7] Siwczyński M.: Optymalizacja warunków energetycznych rzeczywistego źródła napięcia metodami analizy funkcjonalnej. Materiały XIII SPETO, Gliwice 1990.
- [8] Siwczyński M., Kłosiński R.: Algorytm minimalizacji warunkowej kwadratowych funkcjonałów strat energii w rzeczywistym źródle napięcia. Materiały XIV SPETO, Gliwice 1991.

- [9] Walczak J.: Rozkład prądu odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym z rzeczywistego źródła napięcia. Materiały XIII SPETO, Gliwice 1990.
- [10] Walczak J.: O dekompozycji prądu rzeczywistego źródła napięcia odkształconego i możliwości jego ortogonalizacji. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka" z.122, Gliwice 1991.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Jan Chojcan

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 listopada 1991 r.

SELECTION OF COMPENSATORS OPTIMIZING THE WORK OF REAL SOURCE OF DEFORMED VOLTAGES AND TRANSMISSION LINE

A b s t r a c t

In the paper a minimization of the quadratic functional including RMS current and RMS voltage in a given section has been carried out for various variants on the stream of active power P applying the method of Lagrange multipliers. The receiver is supplied by the real source of periodic deformed voltages by means of a transmission line. The line is represented by a four-terminal network (fig.1) described by proper impedance matrices for the harmonics being considered. A pair "current-voltage" optimal in a given section has been received from these considerations. The pair is a basis for a synthesis of compensators connected in parallel to the receiver terminals (fig.2). The problem of synthesis of active two-terminal circuits (RLC, $-R^1$) and the problem of synthesis of two terminal reactive LC circuit enabling compensation of undesirable source current are described in the paper.