

Andrzej CIŃCIO

PRACA KONSTRUKCJI PRĘTOWYCH ZGINANYCH NA ANALOGOWYM PODŁOŻU WIELOPARAMETROWYM

Streszczenie. W pracy przedstawiono rezultaty badań numerycznych wieloparametrowego, analogowego modelu podłoża. Pokazano zastosowanie modelu do obliczeń belki na podłożu górniczym.

WORK OF BENDED BAR STRUCTURES ON ANALOG MULTIPARAMETRIC SUBSOIL

Summary. There was presented result of numerical investigations multiparametric analog subsoil's model. Application of model for computation on the mining subsoil was shown.

РАБОТА СТЕРЖНЕВУХ КОНСТРУКЦИИ ПОДВЕРГШИХСЯ ИЗГИБУ НА АНАЛОГОВЫМ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ОСНОВАНИИ

Резюме. В работе дано результаты численного анализа многопараметрической аналоговой модели основания. Проведено применение модели к расчету балки на горной территории.

1. WSTĘP

Obliczanie konstrukcji współpracującej z dobrze wymodelowanym podłożem, pomimo obecnych możliwości numerycznych, jest ciągle problemem złożonym. Wpływa na to zarówno zbyt mała dostępność odpowiednio rozbudowanych programów komputerowych, jak i nie w pełni uświadomiona przez inżynierów potrzeba przeprowadzania takiej analizy. Zwykle obliczenia konstrukcji prowadzone są przy założeniu uproszczonej pracy podłoża gruntowego. Wpływ właściwego ujęcia podłoża staje się szczególnie istotny, gdy spodziewamy się znacznych deformacji konstrukcji, jak to ma miejsce np. w przypadku budowy posadowionej

na deformującym się terenie górniczym. W praktyce inżynierskiej istnieje oczywiście możliwość skorzystania z programów modelujących podłoże w sposób bardziej zaawansowany, ale sprzęgnięcie takiego modelu z konstrukcją opisaną odrębnie, innym programem może zostać przeprowadzone jedynie poprzez proces iteracyjny. Dla typowych zadań inżynierskich wydaje się zatem optymalne bezpośrednie powiązanie modelu konstrukcji z wymodelowanym w sposób uproszczony, niepowiększający nadmiernie macierzy sztywności układu, podłożem analogowym.

W pracy rozpatruje się następujące analogowe modele podłoża: jednoparametrowy zarówno o stałej, jak i zmiennej wartości parametru sztywności k_i , na długości modelu, oraz wieloparametrowy model autorski [1,2], którego opis podano w punkcie 2. Sens tworzenia i stosowania modeli wieloparametrowych jest zdaniem autorów związany z faktem, że raz wyznaczone wartości jego parametrów (na podstawie pełniejszego modelu podłoża), dla określonej sztywności konstrukcji i podłoża, są niezależne od późniejszego rzeczywistego obciążenia. W badaniach numerycznych wykorzystano następujące programy komputerowe: autorski program KONPOD [1,2] rozwiązujący układy prętowe na modelach analogowych podłoża, za pomocą macierzowej wersji metody przemieszczeń, oraz dla celów weryfikacji program CRISP93 [3], wykorzystujący metodę elementów skończonych (MES).

2. WIELOPARAMETROWY MODEL ANALOGOWY PODŁOŻA GRUNTOWEGO I SPOSÓB WYZNACZANIA JEGO PARAMETRÓW

Proponowany model (rys.1) posiada n parametrów głównych k_i (n -liczba węzłów dyskretnych układu) odpowiadających sztywnościom sprężystym I-rzędu, o interpretacji analogicznej do modelu jednoparametrowego oraz $n(n-1)$ parametrów pobocznych: s_{ij} ($j=1..n-1, j \neq i$). Wartości powyższych parametrów wyznacza się dokonując wielokrotnego rozwiązania układu konstrukcja-podłoże z zastosowaniem dokładniejszego, nieanalogowego modelu podłoża, dla elementarnych przypadków obciążenia pojedynczą siłą skupioną w kolejnych węzłach układu i ($i=1..n$). Znając wartości sił kontaktowych oraz przemieszczenia węzłów dyskretnych parametry modelu można obliczyć następująco:

-parametr główny

$$k_i = \frac{R_{i,i}}{y_{i,i}}, \quad (1)$$

gdzie: $R_{i,i}, y_{i,i}$ - odpowiednio reakcja podłoża i przemieszczenie w miejscu węzła i ''
wywołane obciążeniem tego węzła siłą skupioną P_i ,

- j-ty parametr poboczny związany z węzłem 'i' ($j=1..n-1, j \neq i$) :

$$s_{i,j} = \frac{R_{i,j}}{y_{i,j}}, \quad (2)$$

gdzie: $R_{i,j}, y_{i,j}$ - odpowiednio reakcja podłoża i przemieszczenie w miejscu węzła 'i' wywołane obciążeniem węzła 'j' siłą skupioną P_j . Jeżeli $P_j = P_j$, to zgodnie z zasadą wzajemności przemieszczeń mamy: $y_{i,j} = y_{j,i}$.

W przypadku gdy ograniczymy się do rozwiązywania zadań symetrycznych, parametry omawianego modelu wygodniej jest wyznaczyć dla obciążeń elementarnych w postaci dwóch symetrycznie rozmieszczonych sił skupionych. Wartości parametrów głównych i pobocznych, wyznaczone dla kolejnych rozwiązań elementarnych sumują się. Przykładowo dla węzła 'i' parametr poboczny $s_{i,j}$, wynikający z obciążenia węzła 'j', dodaje się algebraicznie do wartości parametru głównego k_i w tym miejscu według zależności:

$$K_i = k_i + \sum_{j=1}^n \xi_j \cdot s_{i,j} \cdot (1 - \delta_{i,j}), \quad (3)$$

gdzie: K_i - sumaryczna sztywność węzła 'i',

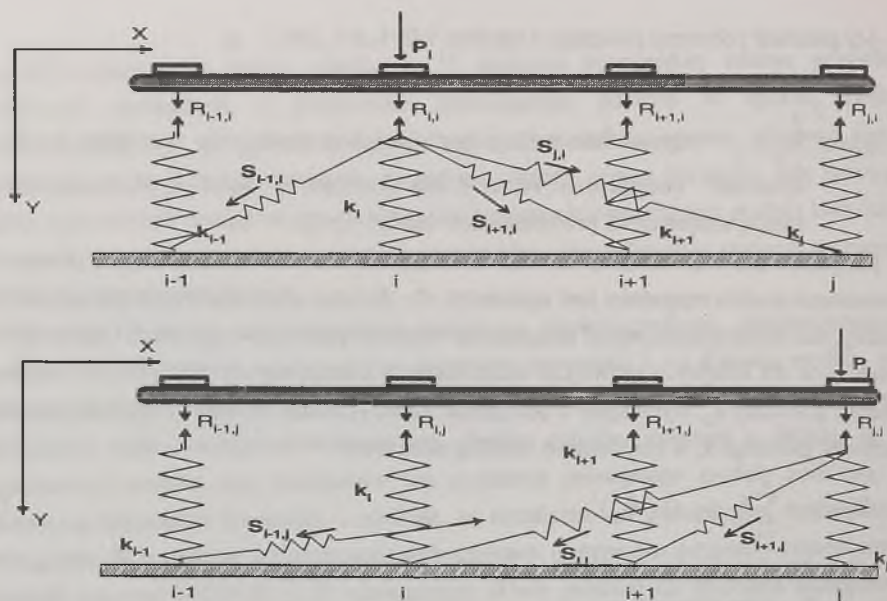
$\delta_{i,j}$ - delta Kroneckera ,

ξ_j - współczynnik zależny od obciążenia węzła 'j' przyjmujący wartości:

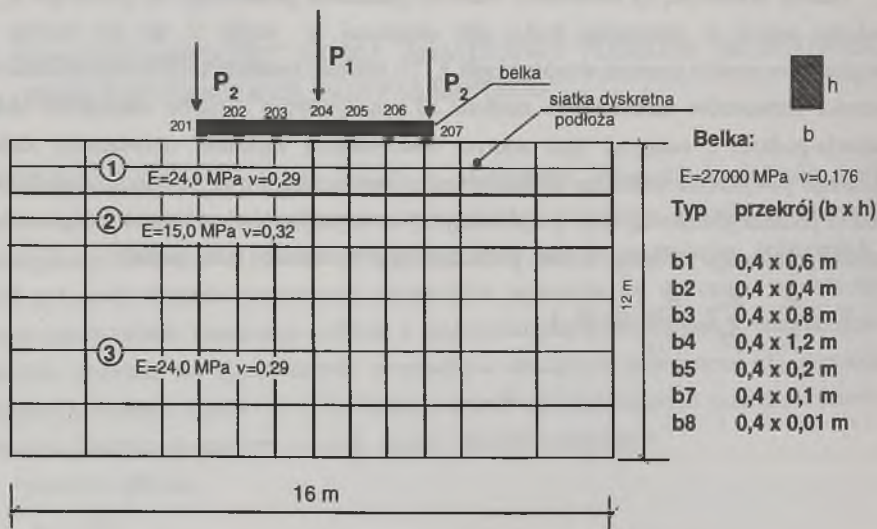
$\xi_j = 1$ dla $P_j \neq 0$, oraz $\xi_j = 0$ dla $P_j = 0$

Należy zaznaczyć, że dodawanie wartości parametru pobocznego do głównego $s_{i,j}$ nie zachodzi jednak w przypadku braku siły skupionej w węzle 'i', co we wzorze (3) uwzględnione zostało poprzez współczynnik ξ_j . To ostatnie zastrzeżenie pozwala uniezależnić wartości parametrów omawianego modelu od rzeczywistego sposobu obciążenia układu budowla-podłoże i osiągnąć tym samym zadowalającą zgodność rozwiązania zadania opisanego powyższym modelem analogowym, z rozwiązaniem przy użyciu dokładniejszego modelu podłoża gruntowego (np. półpłaszczyzny sprężystej). Równanie omawianego modelu podłoża gruntowego otrzymać można przekształcając wyrażenie (3) do postaci:

$$K_i = \frac{R_{i,i}}{y_{i,i}} + \sum_{j=1}^n \xi_j \cdot \frac{R_{i,j}}{y_{i,j}} \cdot (1 - \delta_{i,j}). \quad (4)$$



Rys.1.



Rys.2.

3. BADANIA NUMERYCZNE

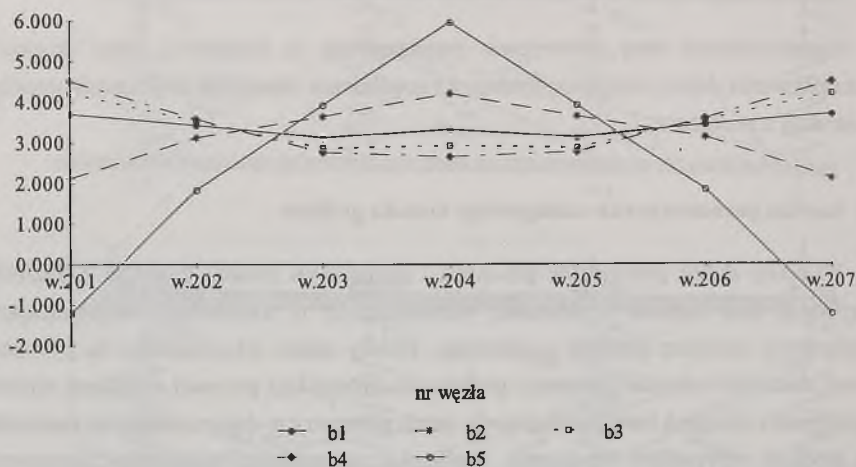
Przeprowadzone testy numeryczne przedstawiono w kolejności, która pozwala na uporządkowanie dokonywanych spostrzeżeń i uogólnienie wniosków dotyczących współpracy konstrukcji z podłożem.

3.1. Analiza parametryczna analogowego modelu podłoża

Właściwy dobór parametrów głównych i pobocznych modelu decyduje o dokładności otrzymanej linii ugięcia i wielkości wewnętrznych w konstrukcji współpracującej z analogowym modelem podłoża gruntowego. Należy zatem odpowiedzieć na pytanie: czy można skutecznie określić parametry podłoża dla konstrukcji prętowej o zadanej sztywności w przypadku obciążeń bardziej złożonych, jeżeli parametry te dają rozwiązania zadowalające dla prostych przypadków obciążenia. Posługując się pakietem programów numerycznych CRISP93 [3] wykonano obliczenia testowe (w stanie 2D w przedziale liniowo-sprężystym) pracy podłoża sprzęgniętego z konstrukcją w postaci belki o wielokrotnie zmienianej sztywności (rys.2), obciążonej elementarnymi siłami węzłowymi wyznaczając wartości parametrów modelu analogowego w sposób opisany w punkcie 2.

Na rys.3 pokazano przykładowy rozkład wyznaczonych sztywności podłoża wynikających z obciążenia węzła 204 (k_{204} - w miejscu węzła 204 i pobocznych $s_{1,204}$ - w pozostałych węzłach) dla belek $b1÷b5$ o sztywnościach opisanych na rys.2. Natomiast rys.4 przedstawia wpływ sztywności belki na zmianę wartości parametru głównego i parametrów pobocznych związanych z węzłem 204 (tj. dla obciążenia elementarną siłą w osi symetrii). Wykres ten pozwala na ocenę wartości tych parametrów dla belki o dowolnie zadanej sztywności. Dostrzegamy ponadto, że funkcje przedstawione na wykresie mają charakter asymptotyczny. Testy tej grupy zamyka wykres (rys. 5) rozkładu parametrów głównych k_i we wszystkich węzłach poszczególnych belek $b1÷b8$. Z wykresu tego wynika jednoznacznie, że przy określaniu sztywności zastępczej modelu podłoża współpracującego z budowlą nie można w żadnym przypadku pominąć rzeczywistej sztywności konstrukcji.

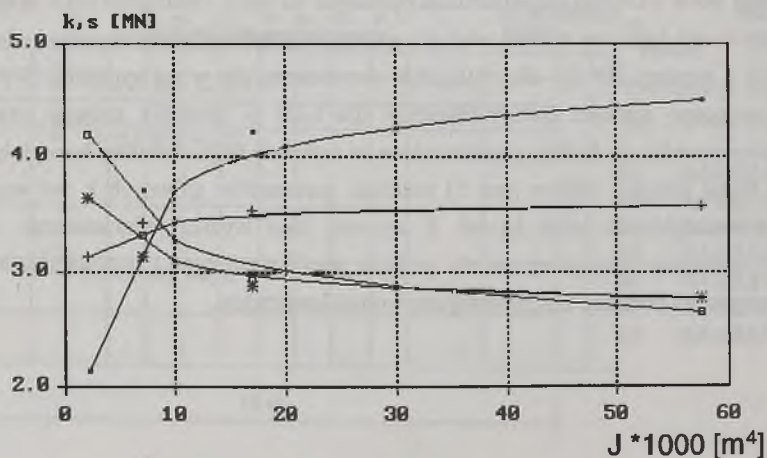
Parametry główne i poboczne w [MN/m]
związane z węzłem 204



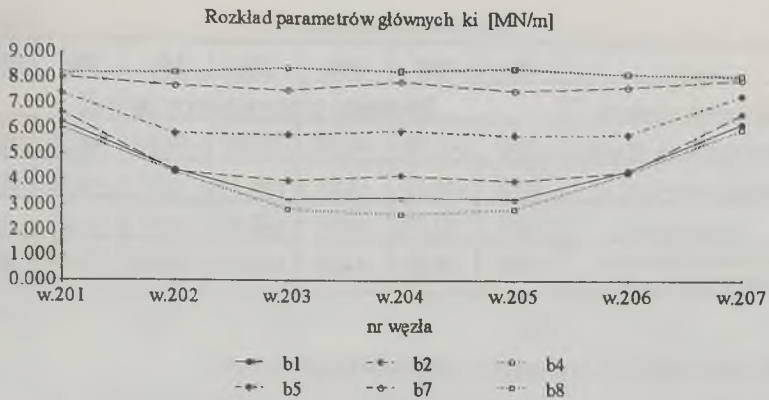
Rys.3.

Zmiana parametrów modelu w zależności od J belki

— $s(201, 204)$ — $s(202, 204)$ * $s(203, 204)$ — $k(204)$



Rys.4.



Rys. 5.

3.2. Weryfikacja modelu wieloparametrowego

Dla wybranej belki b3 o przekroju $0.4 \times 0.8 \text{ m}$ określono parametry modelu wieloparametrowego dla obciążenia w postaci dwóch symetrycznych sił węzłowych. Otrzymane wartości zestawiono w tabelicy 1, w której wartości parametrów głównych wyróżniono pogrubioną ramką. Belkę tę następnie rozwiązano przy obciążeniu trzema siłami skupionymi w węźle 201, 204 i 207 za pomocą programu KONPOD. Uzyskane wyniki porównano z rozwiązaniem uzyskanym przy wykorzystaniu programu CRISP93. Otrzymane wyniki zestawiono w tabelicy 2. W tabelicy tej podano również wyniki uzyskane przy zastosowaniu jednoparametrowego modelu analogowego w przypadku:

- stałej wartości parametru k_i na długości belki o wartości równej średniej z wartości parametrów głównych zestawionych w tabelicy 1 i wynoszącej $3,474 \text{ MN/m}$,
- zmiennej wartości tego parametru równej wartościom parametrów głównych w poszczególnych węzłach dyskretnych układu.

Tabelica 1

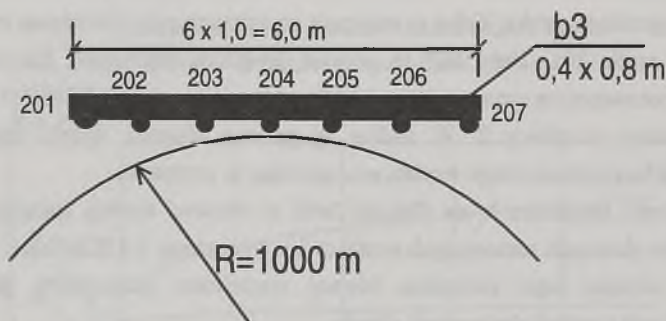
Nr węzła o sztywności...	201	202	203	204	205	206	207
nr obciążonego węzła	Wartości parametrów [MN/m]						
201 i 207	4,171	3,741	2,373	2,209	2,373	3,741	4,171
202 i 206	4,527	3,692	2,643	2,510	2,643	3,692	4,527
203 i 205	4,291	3,575	2,833	2,781	2,833	3,575	4,291
204	4,214	3,534	2,870	2,925	2,870	3,534	4,214

Tablica 2

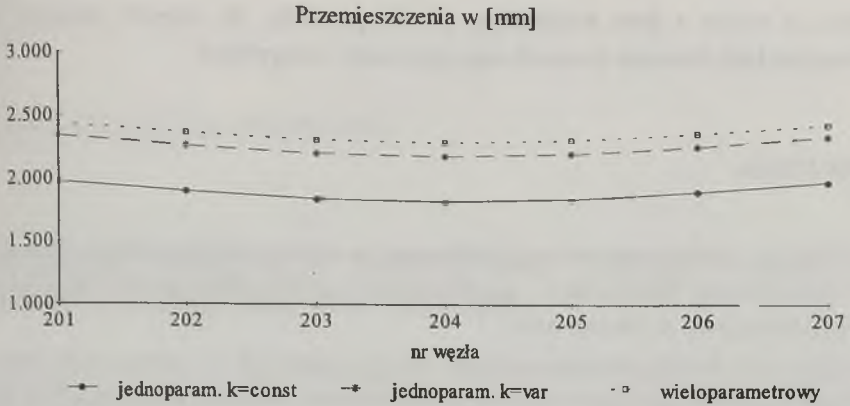
nr węzła	201	202	203	204	205	206	207
model podłoża gruntowego	Momenty przywęzłowe w [kNm]						
jednoparametrowy $k_i = \text{const}$	0,00	-61,79	-40,82	62,80	-40,82	-61,79	0,00
jednoparametrowy $k_i = \text{var}$	0,00	-45,76	-3,57	106,34	-3,57	-45,76	0,00
wieloparametrowy	0,00	-41,91	-5,96	118,90	-5,96	-41,91	0,00
półplaszczyna sprężysta- rozwiązanie programem CRISP93	0,00	-35,55	-14,63	128,30	-14,63	-35,55	0,00

3.3. Obliczenia belki na wyginającym się podłożu górniczym

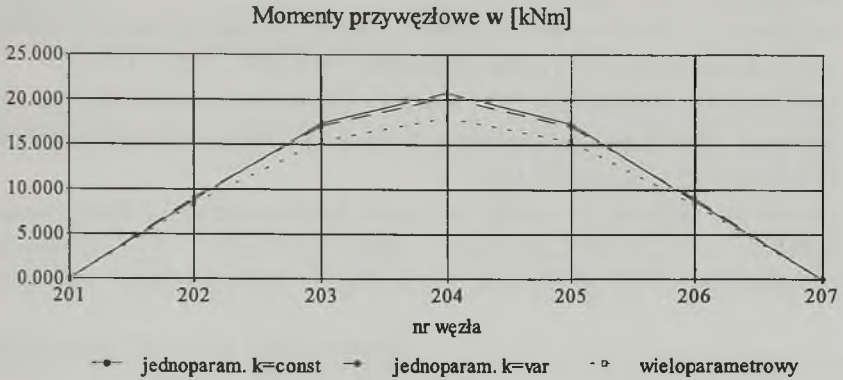
Belkę b3 analizowaną w punkcie 3.2, spoczywającą na zastępczym analogowym modelu podłoża o parametrach zestawionych w tablicy 1, poddano wpływowi deformacji terenu górniczego wymuszając przemieszczenia odpowiadające krzywiznie terenu o promieniu $R=1000\text{m}$ (rys.6). Otrzymane przemieszczenia w węzłach, jak również rozkład momentów przywęzłowych pokazano na rys.7 i 8 porównując je z wartościami uzyskanymi przy zastosowaniu jednoparametrowego modelu podłoża gruntowego.



Rys.6.



Rys. 7.



Rys. 8.

4. ZAKOŃCZENIE

Wieloparametrowy model podłoża gruntowego może aproksymować wielkości kontaktowe i siły wewnętrzne w fundamencie z dokładnością zależną od liczby parametrów. Kalibracja modelu wymaga rozwiązania zadania interakcyjnego na zaawansowanym modelu (w stanach 2D lub 3D) podłoża gruntowego. Dotychczasowe badania testowe wskazują

jednak, że można z dużą dokładnością określić przedziały, dla których parametry raz wyznaczone będą skuteczne dla określonego typu zadań rzeczywistych.

LITERATURA

- [1] Cińcio A.: Analiza statyczna ustroju belkowego na podłożu wieloparametrowym w ujęciu komputerowym. Sprawozdanie z pracy badawczej o symbolu BW-350/RB-2/92, archiwum IKB Politechniki Śl. Gliwice 1993.
- [2] Cińcio A.: Analiza statyczna płaskich ustrojów prętowych na analogowym podłożu wieloparametrowym. Sprawozdanie z pracy badawczej o symbolu BW-69/RB-2/93 zad.2 archiwum, IKB Politechniki Śl. Gliwice 1994.
- [3] Britto A.M, Gunn M.: *Critical State Soil Mechanics Via Finite Elements*, Ellis Horwood Series in Civil Engineering 1987.
- [4] Fedorowicz L.: Modelowanie numeryczne w analizie statycznej budynków o konstrukcji ścianowej posadowionych na podłożu górnym. OTG, nr 87, 1987, s. 13-21.
- [5] Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Wall structures affected by the static effects of mining operations. 4 th International Conference on Ground Movements and Structures. Sessions I-IV, paper No 23, Cardiff, VII 1991.
- [6] Lisowski A.: Obliczanie konstrukcji na ciągłym podłożu sprężystym. PWN, Warszawa 1974.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Stanisław Biela

Wpłynęło do Redakcji dnia 30.05.1995 r.

Abstract

There was presented a multiparametric analog model of subsoil and the way of evaluating its parameters was received. There was led comparison's test of this model with solution obtained with FEM and satisfying result was obtained. The solution with application of one parametric model was presented. An example of multiparametrical model application for solving a beam on deformed mining subsoil was presented.