ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1991

Seria: AUTOMATYKA z. 103 Nr kol. 1090

Franciszek MARECKI

Karol PTASZNIK

MODEL MATEMATYCZNY JEDNOWERSYJNEGO PROCESU MONTAŻU NA LINIACH Z ROBOTAMI PRZEMYSŁOWYMI

Streszczenie. W pracy wyprowadzono równania stanu jednowersyjnego procesu montażu na liniach z robotami przemysłowymi. Przedstawiono klasyfikację procesu i sterowania. Przedyskutowano symulację deterministycznego i probabilistycznego procesu montażu.

1. WPROWADZENIE

Rozważmy linię montażową, na której operacje są wykonywane przez roboty przemysłowe. Osią linii jest automatyczny transporter. Wzdłuż transportera rozlokowane są stacje montażowe. Operacje montażowe są wykonywane przez roboty przemysłowe. Na każdej stacji znajduje się jeden robot. Wyróżniamy stacje załadunkowe, wyładunkowe oraz montażowe. Na stacji załadunkowej instalowana jest baza montowanego obiektu. Na stacji wyładowczej prowadzona jest kontrola jakości montowanych obiektów.

Proces montażu przebiega w taktach. W trakcie każdego taktu roboty wykonują przypisane im operacje. Na zakończenie taktu każdy obiekt jest przesunięty na kolejną stację. W ten sposób obiekt ze stacji załadunkowej znajdzie się na pierwszej stacji, obiekt z pierwszej stacji znajdzie się na drugiej stacji itd. Natomiast obiekt ze stacji wyładowczej wyjdzie z linii. Zatem po każdym takcie obiekt znajdzie się nie na stacji, na której był montowany lecz na stacji następnej.

Załóżmy, że proces jest jednowersyjny. Oznacza to, że każdy obiekt składa się z tych samych elementów lub inaczej wymaga wykonania tych samych operacji. Chodzi głównie o założenie deterministycznych czasów wykonania operacji. Założenie to jest dopuszczalne dla robotów przemysłowych. Program pracy robota dla każdej operacji jest ustalony. Przyjmiemy, że chwytak robota startuje z położenia bazowego, przechodzi do punktu wykonania czynności technologicznych, a następnie wraca do położenia bazowego. Położeniem bazowym może być np. podajnik elementów. Załóżmy, że czas takiej operacji jest dany.

Obserwując wybrany obiekt na kolejnych stacjach po kolejnych taktach widzimy z pewnego sterowania robotem na tej stacji. Sterowanie to polega na wyborze sekwencji wykonywania operacji. W procesie montażu przyjmuje się, że każdy obiekt musi być zmontowany kompletnie. Wówczas kryterium optymalizacji sterowania robotami polega na maksymalizacji wydajności linii [1,2,3]. W dalszej części referatu został przedstawiony model matematyczny procesu montażu.

2. ZAŁOŻENIA

Oznaczmy przez:

l - numer stacji, $(l = 0,1,\ldots,L,L+1)$

m - numer robota, $(m = 1,\ldots M)$.

Ponieważ na każdej stacji może znajdować się najwyżej jeden robot, zatem

$$M \le L \tag{1}$$

Montaż obiektu polega na wykonaniu operacji ze zbioru

$$\Omega = \{\omega_n\}_{n=1,\ldots,N}$$

gdzie:

ω_n - n-ta operacja,

N - liczba operacji.

Czasy wykonania operacji dane są w wektorze

$$\Theta = [v_n]_{n=1,\ldots,N} \tag{2}$$

gdzie: v_n - czas wykonywania operacji ω_n.

Załóżmy, że relacja kolejności wykonania operacji jest dana w postaci macierzy:

$$\Gamma = [\gamma_{\nu,n}]_{\substack{\nu=1,\ldots,N \\ n=1,\ldots,N}} \tag{3}$$

Elementy tej macierzy są określone następująco

$$\gamma_{\nu,n} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli operacja } \omega_\nu \text{ jest bezpośrednim} \\ & \text{poprzednikiem operacji } \omega_n \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

Operacja ω_ν jest bezpośrednim poprzednikiem operacji ω_n jeśli musi być wykonana przed ω_n i może być wykonana bezpośrednio przed ω_n.

Bez utraty ogólności w dalszej analizie można przyjąć, że numeracja operacji spełnia warunek:

$$\forall_\nu \forall_n \; (\gamma_{\nu,n}=1) \Rightarrow (\nu < n) \tag{4}$$

Warunek ten będzie wykorzystany przy wyprowadzaniu równań stanu procesu montażu.

2.1. *Stan procesu montażu*

Rozważmy proces montażu po każdym takcie.

Oznaczymy przez:

K - NUMER TAKTU, (k = 1,...,K)

Def. 1a

Stan obiektu znajdującego się po k-tym takcie na l-tej stacji jest wektorem

$$X_l^k = [x_{l,n}^k]_{n=1,\dots,N} \tag{5}$$

Elementy tego wektora określamy następująco

$$x_{l,n}^k = \begin{cases} 1, & \text{jeśli n-ta operacja została wykonana} \\ & \text{w obiekcie znajdującym się na po k-tym} \\ & \text{takcie na l-tej stacji} \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases}$$

Def. 1b

Stan linii montażowej po k-tym takcie jest macierzą

$$X^k = [x^k_{l,n}] \quad \begin{matrix} l=1,\dots,L \\ n=1,\dots,N \end{matrix} \tag{6}$$

Na podstawie (6) można określić następujące warunki krańcowe:

- stan początkowy, dla $k = 0$

$$X^0 = [X^0_{l,n}] \quad \begin{matrix} l=1,\dots,L \\ n=1,\dots,N \end{matrix} \tag{7}$$

- warunek kopńcowy, dla $k = K+1$, (w odróżnieniu od stanu końcowego dla $k=K$)

$$X^{K+1} = [X^{K+1}_{l,n}] \tag{8}$$

Warunek końcowy określa jaki powinien być stan końcowy:

- lewostronny warunek brzegowy, dla $l = 0$

$$X^k_o = [x^k_{o,n}] \quad n=1,\dots,N \tag{9}$$

Najczęściej przyjmuje się, że na obiekcie wchodzącym do linii nie była wykonana żadna operacja.

$$\forall_{1 \le n \le N} \; x^k_{o,n} = 0 \tag{9a}$$

- prawostronny warunek brzegowy, dla $l = L+1$

$$X^k_{L+1} = [x^k_{L+1,n}] \quad n=1,\dots,N \tag{10}$$

Najczęściej przyjmuje się warunek montażu kompletnego

$$\forall_{1 \le n \le N} \; x^k_{L+1,n} = 1 \tag{10a}$$

Na podstawie (6) można również wprowadzić następującą klasyfikację procesu montażu:

- proces statyczny, jeżeli spełniony jest warunek

$$\forall_{1 \le k \le K} \; X^k = X^{k+1} \tag{11}$$

Zatem stan linii po każdym takcie musi być taki sam jak stan początkowy X^o
- proces dynamiczny, jeżeli spełniony jest warunek

$$\exists_{1\le k\le K} \quad X^k \ne X^{k-1} \tag{12}$$

Zatem stan linii przynajmniej po jednym takcie musi być inny niż pozostałe stany.

Wśród procesów dynamicznych wyróżniamy pewne procesy charakterystyczne:
- proces pseudostatyczny, jeśli spełniony jest warunek

$$\forall_{1\le k\le K} \quad (X^o \ne X^1) \wedge (X^k = X^{k-1}) \tag{12a}$$

Zatem stan początkowy jest różny od wszystkich późniejszych stanów, które są jednakowe. Oznacza to, że po pierwszym takcie proces jest statyczny
- proces przejściowy, jeżeli spełniony jest warunek

$$\exists_{1\le\lambda\le L} \quad \forall_{L<l\le K} \quad (X^\lambda \ne X^{\lambda-1}) \wedge (X^k = X^{k-1}) \tag{12b}$$

Zatem stan jest dynamiczny w początkowych L taktach, a statyczny w pozostałych
- proces quasi statyczny, jeśli spełnione są warunki

$$\left.\begin{array}{l} \forall_{1\le k\le L} \quad \forall_{k} \quad \forall_{\kappa\ne k} \quad [(X_l^k \ne 0) \wedge (X^\kappa \ne 0)] \Rightarrow (X_l^k = X_l^\kappa) \\ \text{oraz} \\ \forall_{1\le k\le K} \quad \exists_{1<l\le L} \quad (X_l^k = 0) \Rightarrow (X_{l+1}^{k+1} = 0) \end{array}\right\} \tag{12c}$$

Zatem stan obiektu na l-tej stacji jeśli nie jest zerowy, to musi być taki sam jak pozostałe nie zerowe stany obiektu na tej stacji. Proces quasi statyczny interpretuje przypadek nie wprowadzania obiektu do linii w pewnym takcie. Nie zależnie od klasy procesu zawsze spełniony jest warunek

$$\forall_{1\le k\le K} \quad X_1^k = 0 \tag{13}$$

jeśli jest spełniony lewostronny warunek brzegowy (9a).

2.2. Sterowanie procesem montażu

Sterowanie procesem montażu polega na wyznaczaniu sekwencji operacji, które powinny być wykonane przez odpowiedni robot w rozpatrywanym takcie. Ponieważ czasy operacji nie zależą od kolejności ich wykonania, zatem można przyjąć, że robot wykonuje przydzielone mu operacje wg rosnących numerów.

Def. 2a

Sterowanie m-tym robotem w k-tym takcie jest wektorem

$$R_m^k = [r_{m,n}^k]_{n=1,\dots,N} \tag{14}$$

Elementy tego wektora określamy następująco

$$r_{m,n}^k = \begin{cases} 1, & \text{jeśli m-ty robot ma wykonać n-tą operację w k-tym takcie} \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \tag{14a}$$

Ponieważ robotów może być mniej niż stacji, dlatego musi być dana ich lokalizacja. Załóżmy, że dany jest wektor alokacji robotów na linii montażowej

$$A = [a_m]_{m=1,\dots,M} \tag{15}$$

gdzie: a_m - numer stacji, na której znajduje się m-ty robot.

Def. 2b

Sterowanie linią montażową w k-tym takcie jest macierzą

$$U^k = [u_{l,n}^k]_{\substack{l=1,\dots,L \\ n=1,\dots,N}} \tag{16}$$

Elementy tej macierzy określamy następująco

$$u_{l,n}^k = \begin{cases} r_{l,n}^k, & \text{jeśli } \; l = a_m \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \tag{17}$$

Na podstawie (16) można wprowadzić następującą klasyfikację sterowania linią montażową:

- sterowanie statyczne, jeśli spełniony jest warunek

$$\forall_{1<k\le K} \quad U^{k} = U^{k-1} \tag{18}$$

- sterowanie dynamiczne, jeśli spełniony jest warunek

$$\exists_{1<k\le K} \quad U^{k} \ne U^{k-1} \tag{19}$$

Wśród sterowań dynamiczynych wyróżniamy pewne sterowania charakterystyczne:

- sterowanie pseudostatyczne, jeśli spełniony jest warunek

$$\forall_{2<k\le K} \quad (U^{1} \ne U^{2}) \wedge (U^{k} = U^{k-1}) \tag{19a}$$

Celem tego sterowania jest osiągnięcie procesu pseudostatycznego.

- sterowanie przejściowe, jeśli spełniony jest warunek

$$\exists_{1<\lambda\le L} \ \forall_{L<k\le K} \quad (U^{\lambda} \ne U^{\lambda-1}) \wedge (U^{k} = U^{k-1}) \tag{19b}$$

Celem tego sterowania jest osiągnięcie procesu przejściowego.

- sterowanie quasi statyczne, jeśli spełniony jest warunek

$$\forall_{1\le l\le L} \ \forall_{k} \ \forall_{\kappa} \ (U_{l}^{k}=0) \vee [(U_{l}^{k}\ne 0) \wedge (U_{l}^{\kappa}\ne 0) \Rightarrow (U_{l}^{k}=U_{l}^{\kappa})] \tag{19c}$$

Sterowanie to odpowiada procesowi quasi statystycznemu.

3. RÓWNANIA STANU

Zakładając, że proces montażu jest deterministyczny (czasy operacji są zdeterminowane) wyznaczamy równania stanu procesu montaże. Przyjmujemy, że dane są:

- stan początkowy: X^{o},
- lewostronny warunek brzegowy: (9a),
- wektor alokacji robotów: (15),
- sterowania: U^{k}, dla $k=1...K$.

Celem naszym jest podanie funkcji o postaci:

$$X^k = F(X^{k-1},\ U^k) \tag{20}$$

Funkcja ta przedstawia równania stanu procesu montażu. Na podstawie takiej funkcji można analizować wpływ różnych sterowań U^k na przebieg montażu.

Rozważmy montaż obiektu, który po k-1-szym takcie znalazł się na l-tej stacji. Dany jest stan tego obiektu

$$X_l^{k-1} \quad \begin{array}{l} l=1\ldots L \\ k=1\ldots K \end{array} \tag{21a}$$

Ponadto załóżmy, że dane sterowanie robotem na l-tej stacji, tzn.

$$(l=a_m)\wedge(R_m^k=U_l^k) \tag{21b}$$

Należy wyznaczyć stan tego obiektu po k-tym takcie, tzn.

$$X_{l+1}^k \quad \begin{array}{l} l=1\ldots L \\ k=1\ldots K \end{array} \tag{21c}$$

Aby wyznaczyć stan (21c) należy wyznaczyć jego współrzędne $X_{l+1,n}^k$, $n=1\ldots N$. Przy wyprowadzaniu równań stanu wykorzystywany jest warunek (4). Wynika z niego, że przed wykonaniem operacji ω_n wystarczy sprawdzić czy zostały uprzednio wykonane bezpośrednie poprzedniki ω_ν, dla $\nu<n$. Zatem sprawdzenia wymaga przedział od 1 do ν zamiast od 1 do N.

Rozważmy wszystkie możliwe przypadki określenia współrzędnych $X_{l+1,n}$.

A. Jeżeli operacja ω_n nie została wykonana przed l-ta stacją montażową, wówczas

$$\forall_n\ [X_{l,n}^{k-1}=1)]\Rightarrow(X_{l+1,n}^k=1) \tag{22}$$

B. Jeżeli operacja ω_n nie została wykonana przed l-tą stacją montażową i nie ma być wykorzystana na l-tej stacji, wówczas

$$\forall_n\ [(X_{l,n}^{k-1}=0)\wedge(U_{l,n}^k=0)]\Rightarrow(X_{l+1,n}^k=0) \tag{23}$$

C. Jeżeli operacja ω_n:

- nie została wykonana przed l-tą stacją,
- ma być wykonana na l-tej stacji,
- nie ma bezpośrednich poprzedników,

wówczas

$$\forall_n\ \forall_{\nu<n}\ [(X_{l,n}^{k-1}=0)\wedge(U_{l,n}^k=1)\wedge(\gamma_{\nu,n}=0)]\Rightarrow(X_{l+1,n}^k=1) \tag{24}$$

D. Jeżeli opracja ω_n:
- nie została wykonana przed l-tą stacją,
- ma być wykonana na l-tej stacji,
- wszystkie bezpośrednie poprzedniki są wykonane,

wówczas

$$\forall_{n} \ \forall_{\nu<n} \ \{(X^k_{l,n}=0)\wedge(U^k_{l,n}=0)\wedge[(\gamma_{\nu,n}=1)]\Rightarrow(X^k_{l+1,\nu}=1])\}\Rightarrow(X^k_{l+1,n}=1) \qquad (25)$$

Warto podkreślić, że czynnik

$$(\gamma_{\nu,n}=1)\Rightarrow(X^k_{l+1,\nu}=1) \qquad (25a)$$

musi być wprowadzony zamiast

$$(\gamma_{\nu,n}=1)\Rightarrow(X^{k-1}_{l,\nu}=1) \qquad (25b)$$

Jeżeli na l-tej stacji mają być wykonane operacje ω_i oraz ω_j takie, że $\gamma_{i,j}=1$, to:

$$X^{k-1}_{l,i}=0 \qquad (25c)$$

czyli z (25) otrzymamy $X^k_{l+1,j}=0$ (25d)

lecz $X^k_{l+1,i}=1$

Co dalej z (25) prawdziwy wynik $X^k_{l+1,j}=1$.

Reasumując, sprawdzenie wykonania poprzedników ω_ν trzeba przeprowadzić na l+1 stacji, ponieważ niektóre z nich mogły być wykonane uprzednio przez robota na l-tej stacji w k-tym takcie.

E. Jeżeli operacja ω_n:
- nie została wykonana przed l-tą stacją,
- ma być wykonana na l-tej stacji,
- ma bezpośrednie poprzedniki,
- pewien bezpośredni poprzednik nie został wykonany,

wówczas

$$\forall_{n} \ \exists_{\nu<n} \ \{(X^k_{l,n}=0)\wedge(U^k_{l,n}=1)\wedge[(\gamma_{\nu,n}=1)\Rightarrow(X^k_{l+1,\nu}=0)]\}\Rightarrow(X^k_{l+1,n}=0) \qquad (26)$$

Uwaga dotycząca sprawdzania poprzedników ω_ν na l+1 stacji jest analogiczna jak wyżej. Jeżeli operacja ω_ν nie jest wykonywana po l-tej stacji, to nie mogła być wykonana po wcześniejszych stacjach.

W ogólnym przypadku sterowanie musi spełniać następujący warunek

$$\forall_{1\le k\le K}\ \forall_{1\le l\le L}\ \forall_{n}\ \forall_{\nu<n}$$

$$\{(u^k_{l,n}=1)\Rightarrow(x^{k-1}_{l,n}=0)\wedge\{(\gamma_{\nu,n}=1)\Rightarrow[(x^{k-1}_{l,\nu}=1)\vee(u_{l,\nu}=1)]\}\} \tag{26a}$$

Na podstawie warunków: (22),(23),(24),(25) i (26) wnioskujemy, że współrzędne X^k_l wyznaczane są z następujących równań rekurencyjnych:

$$X^k_{l+1,1}=f(X^{k-1}_{l,1},\ U^k_{l,1})$$

$$X^k_{l+1,n}=f(X^{k-1}_{l,n},X^k_{l+1,1},\dots,X^k_{l+1,\nu},\dots,X^k_{l+1,n-1},U^k_{l,n}) \tag{27}$$

$$X^k_{l+1,N}=f(X^{k-1}_{l,N},X_{l+1,1},\dots,X_{l+1,\nu},\dots,X^k_{l+1,N-1},U^k_{l,N})$$

gdzie: f - funkcja zdefiniowana przez: (22),(23),(24),(25) i (26). Zauważmy, że wyznaczając współrzędne $x^k_{l+1,n}$ kolejno od n = 1 do n = N, możemy napisać:

$$X^k_{l+1,2}=f(X^{k-1}_{l,2},\ X_{l+1,1},U^k_{l,2})=f^{*}(X^{k-1}_{l,1},X^{k-1}_{l,2},U^k_{l,1},U^k_{l,2}) \tag{28a}$$

Uogólniając napiszemy, (dla n = 1,...,N):

$$X^k_{l+1,n}=f(X^{k-1}_{l,n},X^k_{l+1,1},\dots,X^k_{l+1,\nu},\dots,X^k_{l+1,n-1},U^k_{l,n}) = f^{*}(X^{k-1}_{l,1},\dots,X^{k-1}_{l,n},\ U^k_{l,1},\dots,U^k_{l,n}) \tag{28b}$$

Zatem na podstawie (28) otrzymujemy równanie

$$X^k_{l+1} = F_l(X^{k-1}_l,\ U^k_l)\quad l=1,\dots,L \tag{29}$$

gdzie: F_l - funkcja transformacji stanu dla l-tej stacji.

Ponieważ równanie (29) stosowane jest dla każdej stacji niezależnie, dlatego obliczenia te mogą być przeprowadzane równolegle. Uwaga ta ma istotne znaczenie, ponieważ sterowanie U^k_l może być wyznaczane dla każdego robota w czasie przesuwania obiektów na następne stacje, co ogranicza czas obliczeń.

Z formuły (29) otrzymujemy wprost poszukiwaną funkcję (20).

4. SYMULACJA PROCESU MONTAŻU

Na podstawie wyprowadzonych równań stanu procesu montażu można przeprowadzić symulację dla różnych sterowań [4,5].

Załóżmy, że proces montażu jest analizowany w przedziale czasu $[0,T]$.

Jeśli sterowanie u^k jest dane, to czas k-tego taktu wyznaczymy jako

$$C^k = \max_{1\le l\le L} \sum_{n=1}^{N} u^k_{l,n} \cdot \upsilon_n \tag{30}$$

Zatem liczbę K obiektów zmontowanych w rozpatrywanym przedziale czasu wyznaczamy z warunku

$$\sum_{k=1}^{K} C^k \le T < \sum_{k=1}^{K+1} C^k \tag{31}$$

Posługując się liczbą obiektów zmontowanych w rozpatrywanym przedziale czasu dla oceny sterowania jest uzasadnione, jeśli wymagamy spełnienia prawostronnego warunku brzegowego (10c). Wówczas sterowanie U^k_l musi spełniać warunek

$$u^k_{L,n} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli } x^{k-1}_{L,n} = 0 \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \tag{32}$$

W montażu zrobotyzowanym występują sytuacje, w których robot musi rozpoznać odpowiedni element w podajniku [6]. W takich przypadkach czasy operacji υ nie są zdeterminowane.

Zakładając losowe czasy operacji ξ_n respektując warunki (30), (31) i (32) otrzymujemy model symulacyjny probabilistycznego procesu montażu. Można zatem analizować wpływ czasów rozpoznawania elementów na wydajność linii montażowej.

5. ZAKOŃCZENIE

W artykule przedstawiono równania stanu jednowersyjnego procesu montażu. Z punktu widzenia czasów operacji równania te pozwalają symulować proces deterministyczny oraz probabilistyczny. W przedstawionej analizie przyjęto, że robot przekazuje informacje o wykonaniu każdej operacji. Stąd identyfikacja (ewidencja) stanu obiektów na linii może być prowadzona pośrednio (suma operacji wykonanych przez poszczególne roboty).

Przedstawiony model symulacyjny dobrze odzwierciedla montaż z rozpoznawaniem elementów. Próba symulacji montażu deterministycznego z przestrzenną lokalizacją operacji (np. montaż karoserii samochodowych) lub montażu wieloseryjnego wymaga pewnych uogólnień przedstawionych równań stanu.

LITERATURA

[1] Marecki F.: Modele matematyczne i algorytmy alokacji operacji i zasobów na linii montażowej. ZN Pol.Śl. Automatyka, nr 82, Gliwice 1986.

[2] Kowalowski H. i inni: Automatyzacja dyskretnych procesów przemysłowych. WNT, Warszawa 1984.

[3] Praca zbiorowa: Modele matematyczne i algorytmy sterowania procesami dyskretnymi. Raport z pracy naukowo-badawczej, Gliwice 1989.

[4] Praca zbiorowa: Metodyka i optymalizacja sterowania procesami montażu na liniach z uwzględnieniem diagnostyki i kontroli międzyoperacyjnej. Raport z pracy naukowo-badawczej, Gliwice 1989.

[5] Makselon P.: Modelowanie i symulacja linią montażową. Praca magisterska, Gliwice 1986.

[6] Niederliński A.: Roboty przemysłowe. WSzP, Warszawa 1981.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Stanisław Piasecki

Wpłynęło do Redakcji 28.02.90 r.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОДНОВЕРСИОННОГО ПРОЦЕССА МОНТАЖА НА ЛИНИЯХ С ПРОМЫШЛЕННЫМИ РОБОТАМИ

Р е з ю м е

В статье выведено уравнение состояния одноверсионного процесса монтажа на линиях с промышленными роботами. Представлена классификация процесса и управления. Исследована детерминистская и вероятностная модель процесса монтажа.

MATHEMATICAL MODEL OF THE SINGLE-VERSION ASSEMBLY PROCESS FOR THE LINES WITH INDUSTRIAL ROBOTS

S u m m a r y

This paper gives a state equation for the one version assembly lines with industrial robots. A classification of the process and the control is proposed. Deterministic and probabilistic assembly processes are simulated and the problem of simulation is discussed.