ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1991
Seria: AUTOMATYKA z.103 Nr kol. 1090

Piotr WALICHIEWICZ

WPŁYW ZMIAN W ISTOTNOŚCI CECH PRZY ICH SZEREGOWANIU METODĄ SAATY'EGO

Streszczenie. W artykule zostały przedstawione dwa sposoby rozszerzenia metody Saaty'ego. Metoda Saaty'ego pozwala na szeregowanie i ocenianie cech na podstawie opinii ekspertów. Pierwsze z proponowanych rozszerzeń to waga czasowa. Waga czasowa jest metodą zapisu sekwencji pojawiania się tych cech. Stosując tę wagę uściśla się wyniki oceniania i szeregowania cech ze szczególnym uwzględnieniem tych zjawisk, które oceniane są za pomocą tego samego zbioru cech, a o rozróżnianiu zjawisk decyduje sekwencja czasowa pojawiania się cech.

Drugim proponowanym rozszereniem jest waga heurystyczna. Ta waga jest zapisem pewności z jaką ekspert potwierdza zaistnienie konkretnej cechy. Waga ta może być stosowana tylko wobec cech niemierzalnych, a więc podlegających subiektywnej ocenie eksperta. Istnieje możliwość stosowania obu przedstawionych rozszerzeń równocześnie. W pracy przedstawiono przykłady z zakresu medycyny, ale proponowane rozszerzenia mogą być stosowane także w innych dziedzinach.

W algorytmach rozpoznawania obrazów, w których zadania wyboru cech dokonuje się na podstawie ocen subiektywnych, wiodącą rolę odgrywa metoda Saaty'ego i jej modyfikacje ([1], [3], [4], [8], [10]).

Algorytmy zbudowane na metodzie Saaty'ego nie uwzględniają przypadku zmienności w istotności cechy. Założenie, że istotności cech są niezmienne w czasie, lub też nie są funkcją pewnych zmiennych (np. heurystycznej) jest wyraźnym zubożeniem stosowanej metody.

W prezentowanej pracy zostanie przedstawiona zmiana współrzędnych wektora wag, które są funkcją obu zmiennych: czasu i heurystyki.

1. WAGA CZASOWA

Niech obserwowane cechy zjawisk występują w pewnym określonym ciągu czasowym. Oznacza to, że taka organizacja synchroniczna jest charakterystyczna dla tego typu zjawisk (np.: dla określonej choroby u wszystkich pacjentów sekwencja poojawiania się objawów jest taka sama). Z tego też powodu każde zaburzenie w interwale czasu między dowolnie wybranymi parami cech wymaga korekty. Taką korektę będzie stanowić współczynnik $w_{ij}(t)$ zwany wagą czasową.

$w_{ij}(t)$ występuje jako współczynnik przy ocenie istotności c_{ij} będącej współrzędną stojącą na j-tym miejscu wektora ocen jaką wystawił ekspert odpowiednio j-tej cesze w pierwszym uporządkowaniu (patrz [10]), zaś zaburzenie czasowe obserwowane jest w stosunku do cechy i-tej. Uważa się, że wystawienie ocen nastąpiło, gdy $w_{ij}t = 1$.

Same wagi czasowe ustala ekspert według następującej zasady:

$$w_{ij}(t) = 1 \quad \text{dla} \quad t_{1j} \le t \le t_{2j}$$

$$\frac{1}{2} \le w_{ij}(t) < 1 \quad \text{dla} \quad \begin{cases} t'_{1j} \le t \le t_{1j} \\ t_{2j} < t \le t'_{2j} \end{cases}$$

$$w_{ij}(t) = 0 \quad \text{dla} \quad t \notin \langle t'_{1j}, t'_{2j} \rangle$$

Przykład 1

$$w_{13}(t) = 1 \quad \text{dla} \quad -4 \le t \le -2$$

Ten zapis oznacza, że cecha ustawiona w pierwszym uporządkowaniu na pierwszym miejscu, prawidłowo powinna zaistnieć wcześniej o 2 do 4 dni (lub inne jednostki czasowe), w stosunku do cechy ustawionej na trzecim miejscu.

Przykład 2

$$\frac{1}{2} \le w_{13}(t) < 1 \quad \text{dla} \quad \begin{cases} -6 \le < -4 \\ -2 < t \le 0 \end{cases}$$

W tym przypadku mówimy, że czasowe odchylenia w zaistnieniu lub zaobserwowaniu cechy pierwszej w stosunku do cechy trzeciej może być wcześniejsze co najwyżej o sześć dni oraz nie później niż w tym samym dniu co cecha trzecia.

Przykład 3

$$w_{13}(t) = 0 \quad \text{dla} \quad t \notin \langle -6, 0 \rangle$$

Jest to stwierdzenie, że zaobserwowana zmiana cechy nie jest związana z analizowanym zjawiskiem.

Wpływ wagi czasowej na wartość liczbową przypisywaną cechom będącym współrzędnymi wektora wag, będziemy z definicji przyjmować jako:

$$\forall_{1 \le m \le n} \quad m = j \qquad w_m \in \underline{w}$$

$$w_j w_{ij}(t) \in \underline{w}$$

Stosując tę definicję dla zmieniającej się cechy j-tej w odniesieniu do nie zmieniającej się cechy i-tej w wektorze wag będziemy mieli zmianę we współrzędnej przez liczbę przypisaną wadze $w_{ij}(t)$.

Należy zauważyć. że sposób definiowania wagi czasowej w ostatnim przypadku nie pozwala na wprowadzenie współczynnika wagi czasowej w_i ponieważ cecha A_i jest zjawiskiem bazowym dla norm czasowych.

2. WAGA HEURYSTYCZNA

Wagę heurystyczną oznaczamy:

$$w_j(h) \in \langle 0,\ 1 \rangle$$

gdzie:

$$j = i \qquad \text{dla} \qquad A_i$$

Waga heurystyczna może zmienić ocenę istotności danej cechy podanej przez eksperta.

Przyjmuje się:

$w_j(h) = 1$	gdy	zjawisko zostało wyraźnie zaobserwowane,
$w_j(h) = 0{,}75$	gdy	zjawisko zostało prawie pewnie zaobserwowane,
$w_j(h) = 0{,}50$	gdy	zjawisko raczej zaobserwowano,

$w_j(h) = 0,25$ gdy zjawisko jest niezdecydowanie zaobserwowane

$w_j(h) = 0$ gdy oczekiwane zjawisko nie zostało zauważone

Uwaga: dla cech dających się metryzować nie wprowadza się współczynnika związanego z wagą heurystyczną.

3. WPŁYW WAGI HEURYSTYCZNEJ NA WARTOŚCI LICZBOWE PRZYPISYWANE CECHOM, KTÓRE SĄ WSPÓŁRZĘDNYMI WEKTORA WAG

Powołując się na Saaty'ego ([7], [8], [9]), który oznacza miarę istotności pary $\left[A_i, A_j\right]$ jako c_{ij}, a obie cechy A_i oraz A_j opisują zjawiska nie dające się zmetryzować, co w konsekwencji uzależnia je od wag heurystycznych, uważać będziemy, że ocena c_{ij} jaką wystawia ekspert spełnia również następujący związek:

$$c_{ij}w_{ij}(h) = \frac{w_i w_i(h)}{w_j w_j(h)}$$

gdzie:

$$w_{ij}(h) = \frac{w_i(h)}{w_j(h)}$$

Jak zatem widać wartość c_{ij} została podana przez eksperta przy założeniu, że:

$$w_i(h) = w_j(h) = 1$$

Z teorii rozpoznawania obrazów ([2], [5], [6]) wiemy, że wartości liczbowe macierzy $C = [c_{ij}]$ określają, po przetworzeniu, wartości liczbowe współrzędnych wektora wag, w którym w i-tej kolumnie jest waga i-tej, a w j-tej, waga cechy j-tej.

Wprowadzimy wagi heurystyczne tak, że $w_i(h) \neq 1$ oraz $w_j(h) \neq 1$. Pozwoli to nam na bezpośrednią zmianę wartości liczbowych będących współrzędnymi wektora $\underline{w}$ w i-tej oraz j-tej kolumnie poprzez wymnożenie ich odpowiednio przez $w_i(h)$ i $w_j(h)$. W przypadku gdy jedna z cech nie ma określonej wagi heurystycznej to z definicji przypisuje się jej wagę heurystyczną równą jeden.

Gdy cechy są zmetryzowane to jak uprzednio wspomniano nie przypisuje się im wag heurystycznych, lub formułując równoważną wypowiedź: z definicji przypisuje się im wagę heurystyczną równą jeden.

Gdy cechy są zsynchronizowane, tzn. $w_{ij}(h) = 1$ to cechom A_i oraz A_j przypisuje się wagę $w_i(h) = w_j(h) = 1$.

Jeżeli nastąpi poślizg w synchronizacji między dwiema cechami i cecha bazowa ma wagę heurystyczną $w_i(h) < 1$, to tym cechom przypisuje się tylko wagi heurystyczne bez wag czasowych.

4. PRZYKŁAD ILUSTRUJĄCY

Przykładem zastosowania wag czasowych jest próba uszeregowania informacji zbieranych w celu zdiagnozowania choroby zakaźnej - odry (morbilli).

Wyróżniono cztery grupy informacji:

1) informację o kontakcie z osobą chorą na odrę,
2) objawy nieżytowe (katar, zapalenie spojówek, zapalenie gardła),
3) powiększenie się węzłów chłonnych,
4) charakterystyczna wysypka.

Przyjmuje się, że okres wylęgania, tzn.: czas upływający od kontaktu z osobą chorą do wystąpienia objawów nieżytowych trwa od 3 do 11 dni. Objawy nieżytowe trwają 3-4 dni. Po ich ustąpieniu pojawia się charakterystyczna wysypka. Można zatem powiedzieć, że czas wystąpienia objawów nieżytowych do pojawienia się wysypki trwa 4 dni. Równocześnie z pojawieniem się wysypki następuje powiększenie węzłów chłonnych.

Korzystając z takiego opisu choroby (zjawiska) można określić objawy (cechy) następująco:

A_1 - kontakt z osobą chorą,
A_2 - objawy nieżytowe,
A_3 - powiększone węzły chłonne,
A_4 - wysypka.

Dla tych cech ekspert ustalił następujące wagi czasowe:

$$w_{1-2}(t) = \begin{cases} 1 & \text{gdy odstępy czasowe} \in \langle 9,\ 11 \rangle \\ 0,75 & \text{gdy odstępy czasowe} \in \langle 7,\ 13 \rangle \\ 0 & \text{gdy odstępy czasowe} \notin \langle 7,\ 13 \rangle \end{cases}$$

$$w_{1-3}(t) = w_{1-2}(t)$$

$$w_{1-4}(t) = \begin{cases} 1 & \text{gdy odstępy czasowe} \in \langle 13,\ 15 \rangle \\ 0{,}75 & \text{gdy odstępy czasowe} \in \langle 11,\ 17 \rangle \\ 0 & \text{gdy odstępy czasowe} \notin \langle 11,\ 17 \rangle \end{cases}$$

$$w_{3-4}(t) = \begin{cases} 1 & \text{gdy odstępy czasowe} \in \langle 0,\ 1 \rangle \\ 0 & \text{gdy odstępy czasowe} \notin \langle 0,\ 1 \rangle \end{cases}$$

$$w_{2-4}(t) = \begin{cases} 1 & \text{gdy odstępy czasowe} \in \langle 3,\ 4 \rangle \\ 0{,}75 & \text{gdy odstępy czasowe} \in \langle 2,\ 5 \rangle \\ 0 & \text{gdy odstępy czasowe} \notin \langle 2,\ 5 \rangle \end{cases}$$

W porównaniu parami ekspert ocenił zależności następująco:

	równie ważne	nieco ważniejsze	ważniejsze	znacznie ważniejsze	bezwzględnie ważniejsze
$A_1 \longrightarrow A_2$		X			
$A_1 \longrightarrow A_3$		X			
$A_1 \longrightarrow A_4$		X			
$A_3 \longrightarrow A_2$			X		
$A_4 \longrightarrow A_2$			X		
$A_4 \longrightarrow A_3$			X		

Na podstawie wypełnionej ankiety buduje się macierz uzupełniając ją według wzorów ([5], [6], [8]):

$$c_{ii} = 1, \qquad c_{ij} = \frac{1}{c_{ij}}$$

$$C = \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 5 & 1 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 5 & 5 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \end{matrix} & \end{array}$$

Z macierzy, korzystając z twierdzenia udowodnionego w pracy Graana [3], oblicza się wagi cech

$w_1 = 1{,}732$ $w_3 = 0{,}759$

$w_2 = 0{,}339$ $w_4 = 1{,}699$

Aby prześledzić zmiany wag w zależności od wag czasowych zostaną przeanalizowane 4 przykłady:

P 1 waga czasowa przy pierwszej cesze jest równa 0,75

P 2 waga czasowa przy drugiej cesze jest równa 0,50

P 3 waga czasowa przy trzeciej cesze jest równa 0,50

P 4 waga czasowa przy czwartej cesze jest równa 0,50

Przy nie wprowadzaniu wag czasowych jak powyżej wyliczono dopowiednie wagi [5], [6].

Dla przykładu P 1 zamiast macierzy C otrzymujemy macierz:

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}75 \cdot 3 & 3 & 3 \\ 0{,}75 \cdot \frac{1}{3} & 1 & 0{,}75 \cdot \frac{1}{5} & 0{,}75 \cdot \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 0{,}75 \cdot 5 & 1 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 0{,}75 \cdot 5 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$w_1 = 2.120$ $\qquad$ $w_3 = 0,707$

$w_2 = 0,273$ $\qquad$ $w_4 = 1,580$

Dla przykładu P 2 zamiast macierzy C otrzymamy macierz:

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0,50\cdot 3 & 3 & 3 \\ 0,50\cdot\frac{1}{3} & 1 & 0,50\cdot\frac{1}{5} & 0,50\cdot\frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 0,50\cdot 5 & 1 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 0,50\cdot 5 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$w_1 = 1,916$ $\qquad$ $w_3 = 0,638$

$w_2 = 0,202$ $\qquad$ $w_4 = 1,428$

Dla przykładu P 3 analogicznie macierz

$$C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0,50\cdot 3 & 3 \\ \frac{1}{3} & 1 & 0,50\cdot\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 0,50\cdot\frac{1}{3} & 0,50\cdot 5 & 1 & 0,50\cdot\frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 5 & 0,50\cdot 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$w_1 = 1,916$ $\qquad$ $w_3 = 0,452$

$w_2 = 0,286$ $\qquad$ $w_4 = 1,428$

Dla przykładu P 4 analogicznie macierz

$$C_4 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 0{,}50\cdot 3 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & 0{,}50\cdot\frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 5 & 1 & 0{,}50\cdot\frac{1}{5} \\ 0{,}50\cdot\frac{1}{3} & 0{,}50\cdot 5 & 0{,}50\cdot 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$w_1 = 1{,}917$ $\qquad$ $w_3 = 0{,}639$

$w_2 = 0{,}285$ $\qquad$ $w_4 = 1{,}010$

W celu zilustrowania zasady stosowania wag heurystycznych wykorzystano ten sam przykład co przy prezentacji wag czasowych. Waga heurystyczna mówi o pewności z jaką ekspert określa zaistnienie danej cechy (objawu). Taka waga dotyczy tylko cech niemierzalnych podlegających subiektywnej ocenie eksperta.

Jeżeli macierz **C** ma postać następującą:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 5 & 1 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 5 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

to odpowiadający jej wektor wag $\underline{w}$ przyjmuje postać:

$$\underline{w} = [\ 1{,}732 \quad 0{,}339 \quad 0{,}759 \quad 1{,}699\ ]$$

Jeżeli teraz przyjmiemy, że cecha A_4 została "niezdecydowanie zaobserwowana" to po wymnożeniu wartości 1,699 przez wagę 0,25, otrzymany nowy wektor $\underline{w}$ przedstawia się jak następuje:

$$\underline{w} = [\ 1{,}732 \quad 0{,}339 \quad 0{,}759 \quad 0{,}425\ ]$$

Stąd też hierarchia cech:

$A_1, \quad A_3, \quad A_4, \quad A_2$

5. WNIOSKI

Przedstawione wagi: czasowa i heurystyczna, mogą mieć istotny wpływ na uszeregowanie cech względem ich ważności. Założono, że informacje uzyskane od ekspertów służą do obliczania wag, które mogą być traktowane jako dane ogólne. Natomiast wagi czasowe i heurystyczne odpowiadają poszczególnym przypadkom i muszą być każdorazowo aktualizowane.

W przedstawionych przykładach widać, że dla nieznacznych odchyleń czasowych kolejność cech w hierarchii wartości nie zmienia się wcale lub zmienia się nieznacznie. Większy wpływ mają wagi heurystyczne. W przypadku wag czasowych wyłamanie się jednej cechy z sekwencji czasowej może oznaczać zmianę tylko wobec jednej cechy lub względem wszystkich innych pozostałych. Zaznacza się to odpowiednim zapisem wag. Przytoczony powyżej przykład dotyczy tego drugiego przypadku, w którym zachodzi modyfikacja wag końcowych wszystkich cech, a w konsekwencji różnica między wyróżnioną cechą a pozostałymi nie musi zaznaczyć się tak silnie jak przy wadze heurystycznej.

LITERATURA

[1] Gacek A.: Klasyfikacja sygnałów EKG w oparciu o metody obrazów, Praca doktorska, Pol.Śl., Wydz. AEiI, 1986.

[2] David H.A.: The Method of Paired Comparison, Griffin, London 1963.

[3] Graan I.G.: de, Extension to the Multiple Criteria Analysis Method of T.L.Saaty. National Institute for Water Supfly, Voorburg, Netherlands 1980.

[4] Laarhoven P.J.M.van, Pedrycz W.: A fuzzy extension of Saaty's priority theory, Fuzzy and System 11, 229-241, 1983.

[5] Lootsma F.A.: Ranking of Now Linear Optimization Codes According to Efficiency and Robustness Birkhauser, Basel, Switzerland 1980, 157-178.

[6] Lootsma F. A., Meisner J., Schellemans F.: Multi-criteria decision analysis as an aid to strategic of energy research and development. Reports of Mathematics and Informatics, No. 84-02, Delft, 1984.

[7] Saaty T.L.: A scaling method for priorites in hierarchical structures, J.Meth. Psychology, 1977, 15, 234-281.

[8] Saaty T.L.: The Analytic Hierarchy Process, Planning, Priority Setting, Resource Allocation, McGraw - Hill, New York 1980.

[9] Saaty T.L. and Vargas L.G.: Inconsistency and Rank Preservation, Journal of Math. Psychology 28, 1984, 205-214.

[10] Walichiewicz P.: Modyfikacja metody Saaty'ego, ZN. Pol.Śl., s.AUTOMATYKA z.93, 1989, 257-271.

Recenzent: Doc.dr hab.inż. Adam Mrożek

Wpłynęło do Redakcji 23.04.1990 r.

ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ СУЩЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ
ПРИ УПОРЯДОЧЕНИИ ИХ МЕТОДОМ СААТИ

Р е з ю м е

В статье представлены два способа расширения метода Саати. Метод Саати позволяет на упорядочение и оценку признаков на основании заключения экспертов. Первым из предложенных расширений является значение времени. Значение времени - это метод записи последовательности появления этих признаков. Применяя это значение времени, уточняются результаты оценки и упорядочения признаков при тщательном учете явлений, которые оцениваются этим же самым множеством признаков , а об идентификации явлений решает временная последовательность появления этих признаков.

Вторым предложенным расширением является эвристическое значение. Это значение является записью безошибочности,с которой эксперт подтверждает появление конкретного признака. Это значение может быть применено только относительно неизмеримых признаков, а следовательно, подлежащих субъективной оценке эксперта. Существует возможность применения двух представленных расширений одновременно. В работе приведены примеры из области медицины, но прлагаемые расширения могут быт использованы также в других отраслях.

THE INFLUENCE OF THE FEATURE EXACTNESS RANKED BY THE SAATY METHOD

S u m m a r y

In the paper two extentions of Saaty's are presented. With Saaty's method rating and raking features are done, by using expert's opinions. First of proposed extentions is the time weight. The time weight is a way of depicting the features appearing sequences. Using this weight the results of rating and ranking features are more precise, specially in the situation where several objects are characterized with the same class of features and only features appearing sequence allows to distinguish one object among others. The second extention presented in the paper is a heuristic weight. This weight depicts a degree of certainty which an expert recognizes concrete feature with. This weight may be used only with unmeasured features, so only with these which are estimated in subjective way. There is possibility of using these two extentions together. In the paper medical examples, are presented but proposed extentions may be used in other domains as well.