

Piotr WRÓBEL

ANALIZA I BADANIA MODELOWE WSZECHPRZEPUSTOWYCH FILTRÓW NA PASMO AKUSTYCZNE

Streszczenie. Celem artykułu jest przedstawienie prostych realizacji filtrów wszechprzepustowych pierwszego, drugiego i trzeciego rzędu opartych o wzmacniacze operacyjne. Zaprojektowane struktury filtrów poddano analizie za pomocą programu MICRO-CAP II. Wyniki pomiarów zrealizowanych filtrów porównano z wynikami analizy komputerowej.

1. WSTĘP

Filtry wszechprzepustowe stosuje się do korekcji fazy oraz do opóźniania sygnałów. Warunkiem niezniekształcającego przenoszenia sygnałów jest stałość wzmocnienia i stałość opóźnienia grupowego dla wszystkich częstotliwości występujących w sygnale. Z tego powodu w artykule przeanalizowano filtry wszechprzepustowe o maksymalnie płaskiej charakterystyce opóźnienia grupowego. W zależności od rzędu filtra i jego częstotliwości granicznej można uzyskiwać różne opóźnienia grupowe. Im wyższy jest rząd filtra oraz im niższa jest jego częstotliwość graniczna, tym większe można uzyskać opóźnienie grupowe sygnału. Aby uniezależnić się do częstotliwości, dla poszczególnych rzędów filtrów podaje się znormalizowane opóźnienie grupowe. Dla przykładu filtr pierwszego rzędu ma znormalizowane opóźnienie grupowe $T_{gro} = 0,2049$, co przy częstotliwości granicznej $f_g = 20$ kHz daje opóźnienie grupowe $t_{gro} = 10,245$ μ s, a przy częstotliwości granicznej $f_g = 5$ kHz, $t_{gro} = 40,98$ μ s. (por: punkt 2).

2. PODSTAWY TEORETYCZNE FILTRÓW WSZECHPRZEPUSTOWYCH O MAKSYMALNIE PŁASKIEJ CHARAKTERYSTYCE OPÓŹNIENIA GRUPOWEGO

Filtrem wszechprzepustowym nazywamy układ, który ma stałe wzmocnienie i przesunięcie fazowe zależne od częstotliwości.

Transmitancja napięciowa filtru wszechprzepustowego ma postać [5]:

$$K_u(S) = \frac{\prod_1 (1 - a_1 S + b_1 S^2)}{\prod_1 (1 - a_1 S + b_1 S^2)} \quad (1)$$

gdzie:

$$S = \frac{s}{\omega_g}$$

s - operator Laplace'a,

ω_g - pulsacja graniczna filtru wszechprzepustowego,

a_1, b_1 - współczynniki wielomianów Bessela.

Przedstawiając charakterystykę częstotliwości w postaci wykładniczej uzyskuje się:

$$K_u(\Omega) = \frac{\prod_1 \sqrt{(1 - b_1 \Omega^2)^2 + a_1^2 \Omega^2} \cdot e^{-j\alpha}}{\prod_1 \sqrt{(1 - b_1 \Omega^2)^2 + a_1^2 \Omega^2} \cdot e^{+j\alpha}} = 1 e^{-2j\alpha} = e^{-j\varphi} \quad (2)$$

gdzie:

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_g} \text{ (znormalizowana pulsacja),}$$

$$\varphi = -2\alpha = -2 \sum_1 \arctg \frac{a_1 \Omega}{1 - b_1 \Omega^2}$$

Opóźnienie grupowe definiujemy jako pochodną fazy transmitancji napięciowej względem pulsacji

$$t_{gr} = - \frac{d\varphi}{d\omega} \quad (3)$$

Natomiast znormalizowane opóźnienie grupowe oblicza się według zależności:

$$\begin{aligned} T_{gr} &= t_{gr} \cdot f_g = - \frac{1}{2} \frac{1}{\pi} \cdot \frac{d\varphi}{d\Omega} = \\ &= \frac{1}{\pi} \sum_1 \frac{a_1 (1 + b_1 \Omega^2)}{1 + (a_1^2 - 2b_1) \Omega^2 + b_1^2 \Omega^4} \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie:

f_g = częstotliwość graniczna filtru.

Dla małych częstotliwości znormalizowane opóźnienie grupowe można przedstawić wzorem:

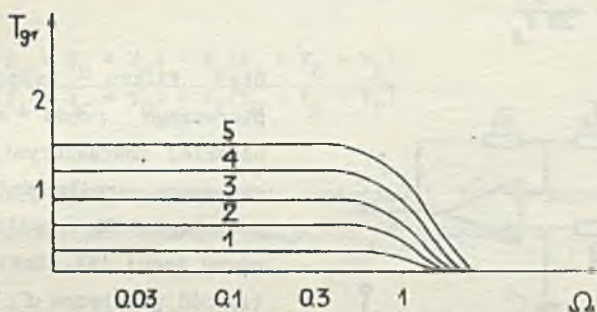
$$T_{gro} = \frac{1}{\pi} \sum_1 a_i \tag{5}$$

Dla $\Omega = 1$ znormalizowane opóźnienie grupowe maleje do wartości $\frac{1}{\sqrt{2}} T_{gro}$.

Częstotliwość dla której opóźnienie grupowe maleje do wartości $\frac{1}{\sqrt{2}} t_{gro}$

nazywamy częstotliwością graniczną filtra wszechprzepustowego, (t_{gro} - opóźnienie grupowe dla małych częstotliwości).

Charakterystyki częstotliwościowe opóźnienia grupowego filtrów wszechprzepustowych od pierwszego do piątego rzędu przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Znormalizowane opóźnienie grupowe w funkcji znormalizowanej pulsacji

Fig. 1. Normalized group delay as a function of the normalized pulsation

Aby uzyskać filtr wszechprzepustowy o maksymalnie płaskiej charakterystyce opóźnienia grupowego należy do aproksymacji zastosować wielomiany Bessela. Wielomiany Bessela są jedynymi, które dają funkcję przejścia z maksymalnie płaskim opóźnieniem grupowym. Współczynniki a_1 i b_1 wielomianu Bessela należy tak dobrać aby dla częstotliwości granicznej opóźnienie grupowe zmalało do wartości $\frac{1}{\sqrt{2}} t_{gro}$ [6].

3. MODELE SYNTEZY FILTRÓW WSZECHPRZEPUSTOWYCH O MAKSYMALNIE PŁASKIEJ CHARAKTERYSTYCE OPÓŹNIENIA GRUPOWEGO

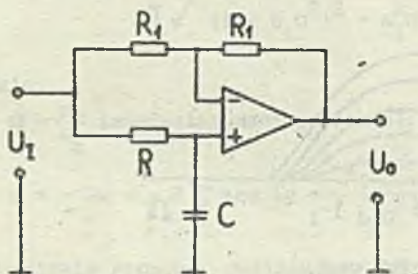
3.1. Filtr wszechprzepustowy pierwszego rzędu [5,6]

Transmitancja napięciowa układu z rys. 2 jest określona wzorem:

$$K_u = \frac{1 - sRC}{1 + sRC} + \frac{1 - RC\omega_g S}{1 + RC\omega_g S} \quad (6)$$

Porównując zależności (6) oraz (1) uzyskujemy wzór projektowy

$$RC = \frac{a_1}{\omega_g} = \frac{a_1}{2\pi f_g} \quad (7)$$



Rys. 2. Filtr wszechprzepustowy pierwszego rzędu

Fig. 2. All - pass first order filter

Dla filtru wszechprzepustowego pierwszego rzędu o maksymalnie płaskiej charakterystyce opóźnienia grupowego, współczynnik a_1 przyjmuje wartość 0,6436 (współczynnik b_1 jest równy zero) [5]. Zakładając częstotliwość graniczną $f_g = 20$ kHz oraz przyjmując $R_1 = R = 5,6$ k Ω obliczona wartość pojemności wynosi $C = 0,915$ nF (z szeregu E24 przyjmujemy $C = 0,91$ nF).

Opóźnienie grupowe filtru pierwszego rzędu wynosi:

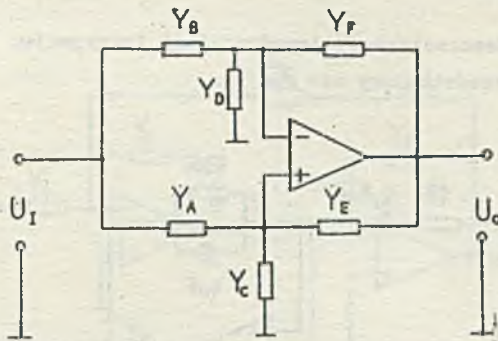
$$t_{gro} = \frac{T_{gro}}{f_g} = \frac{0,2049}{20 \cdot 10^3} = 10,245 \mu s$$

3.2. Filtr wszechprzepustowy drugiego rzędu

Filtr wszechprzepustowy drugiego rzędu zostanie zaprojektowany na podstawie modelu syntezy Bruglera [1,6].

Ze względu na postać transmitancji napięciowej, model ten zapewnia prostą syntezę filtru wszechprzepustowego.

Schemat układu jest przedstawiony na rys. 3.



Rys. 3. Model syntezy Bruglera
Fig. 3. Brugler's model of synthesis

Transmitancja napięciowa, układu z rys. 3 jest wyrażona wzorem:

$$K_u = \frac{Y_A(Y_B + Y_D + Y_F) - Y_B(Y_A + Y_C + Y_E)}{Y_F(Y_A + Y_C + Y_E) - Y_E(Y_B + Y_D + Y_F)} \quad (8)$$

Do zrealizowania danej transmitancji napięciowej K_u , o zespolonych zerach i biegunach, dogodnie jest wybranie dwójników Y_i takich, że

$$Y_B + Y_D + Y_F = Y_A + Y_C + Y_E \quad (9)$$

wtedy wzór (8) redukuje się do postaci:

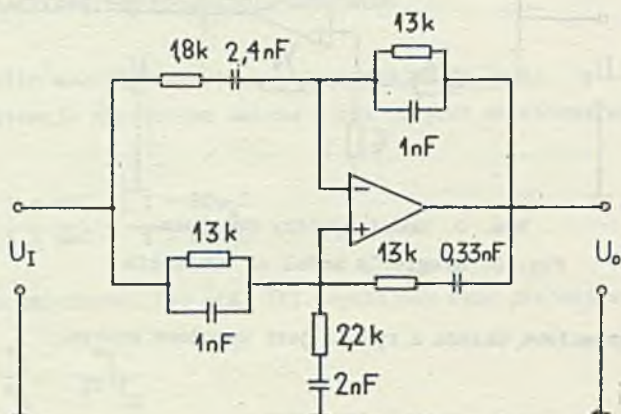
$$K_u = \frac{Y_A - Y_B}{Y_F - Y_E} \quad (10)$$

Na podstawie wzoru (1) i tablicy współczynników a_1 i b_1 [5] znormalizowaną transmitancją filtra wszechprzepustowego drugiego rzędu o maksymalnie płaskiej charakterystyce opóźnienia grupowego można przedstawić w postaci:

$$K_u(S) = \frac{1 - 1,6278 S + 0,8832 S^2}{1 + 1,6278 S + 0,8832 S^2} \quad (11)$$

Postępując zgodnie z metodą podaną przez Bruglera należy dokonać rozkładu różnicowego [2,4] licznika i mianownika funkcji transmitancji, przedstawionej wzorem (11):

Dokonując następnie denormalizacji impedancyjnej (przyjmując $f_g = 20$ kHz) otrzymujemy schemat przedstawiony na rys. 4.



Rys. 4. Filtr wszechprzepustowy drugiego rzędu

Fig. 4. All - pass second order filter

3.3. Filtr wszechprzepustowy trzeciego rzędu

Filtr wszechprzepustowy trzeciego rzędu zostanie zaprojektowany na podstawie modelu syntezy Loveringa [3].

Transmitancja napięciowa układu Loveringa, który przedstawiono na rys. 5, jest określona wzorem:

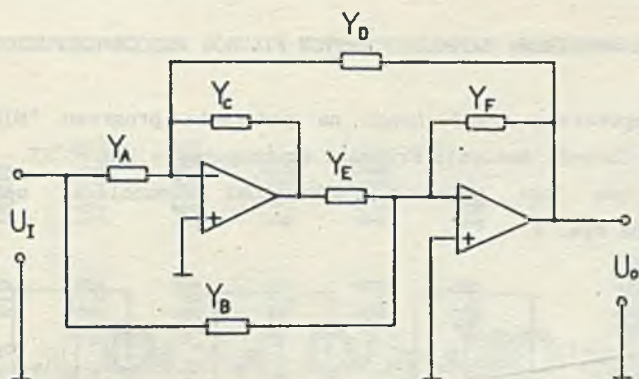
$$K_u = \frac{Y_A - Y_B}{Y_F - Y_D} \quad (12)$$

Taką postać transmitancji uzyskuje się przy założeniu, że $Y_C = Y_E$.

Model syntezy Loveringa podobnie jak model syntezy Bruglera zapewnia prostą realizację filtru wszechprzepustowego.

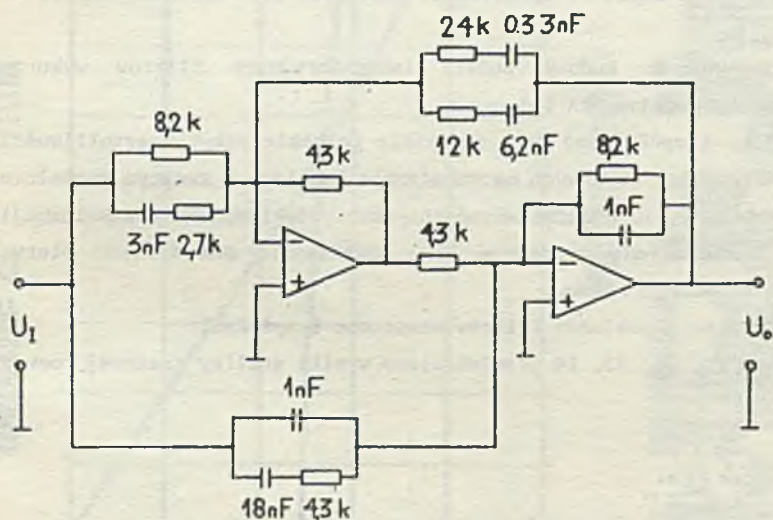
Na podstawie wzoru (1) i tablicy współczynników a_1 i b_1 , znormalizowaną transmitancję napięciową filtru wszechprzepustowego trzeciego rzędu o maksymalnie płaskiej charakterystyce opóźnienia grupowego można przedstawić w końcowej postaci:

$$K_u(S) = \frac{-1,2416 S^3 + 2,8105 S^2 - 2,6507 S + 1}{1,2416 S^3 + 2,8105 S^2 + 2,6507 S + 1} \quad (13)$$



Rys. 5. Model syntezy Loveringa

Fig. 5. Lovering's model of synthesis



Rys. 6. Filtr wszechprzepustowy trzeciego rzędu

Fig. 6. All - pass third order filter

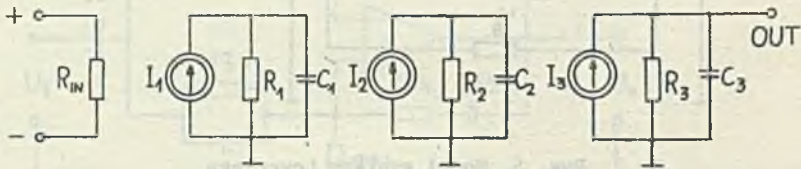
Postępując według metody opisanej przez Loveringa, należy dokonać rozkładu różnicowego licznika i mianownika transmitancji napięciowej, przedstawionej wzorem (13).

Dokonując następnie denormalizacji impedancyjnej (przyjmując $f_g = 10 \text{ kHz}$) otrzymujemy schemat przedstawiony na rys. 6.

4. ANALIZA KOMPURTROWA ZAPROJEKTOWANYCH FILTRÓW WSZECHPRZEPUSTOWYCH

Analizę komputerową zrealizowano na podstawie programu "MICRO-CAP II (Mikrocomputer Circuit Analysis Program) na komputerze IBM PC XT.

W programie tym jest stosowany makromodel wzmacniacza operacyjnego, przedstawiony na rys. 7.



Rys. 7. Model wzmacniacza operacyjnego stosowany w programie MICRO-CAP II

Fig. 7. A model of operational amplifier used in MICRO-CAP II

Do obliczeń i do budowy modeli laboratoryjnych filtrów wykorzystano wzmacniacze operacyjne μA 741.

Celem analizy komputerowej jest uzyskanie charakterystyk częstotliwościowych oraz charakterystyk czasowych na pobudzenie impulsem o zadanym kształcie.

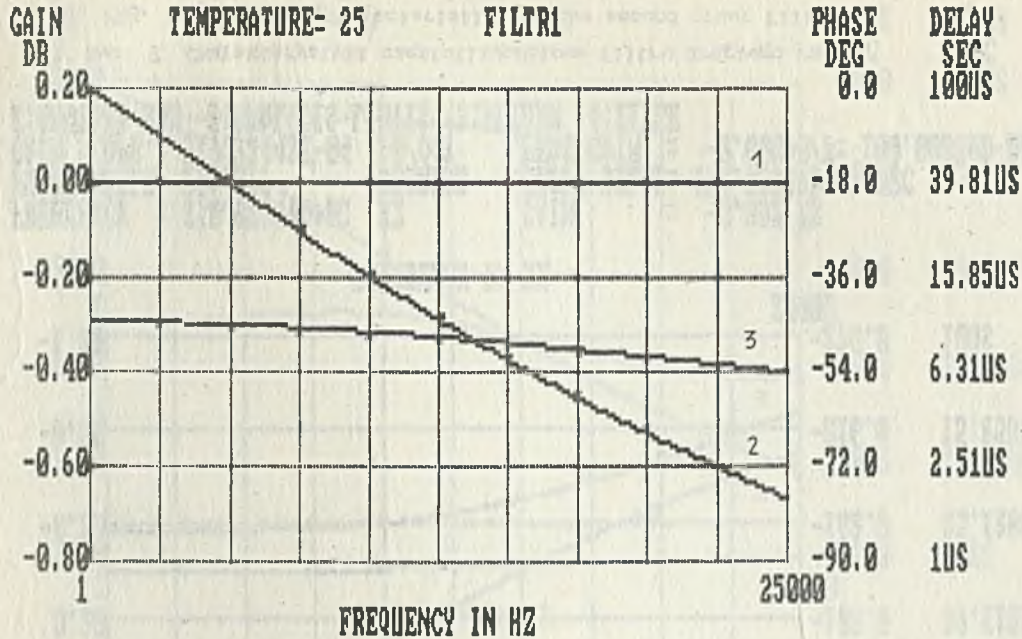
Na rysunkach 8, 9, 10 przedstawiono charakterystyki modułu transmitancji (1), fazy (2) i opóźnienia grupowego (3), odpowiednio dla filtrów pierwszego, drugiego i trzeciego rzędu.

Wyniki otrzymane z pomiarów filtrów oznaczono krzyżykami.

Na rysunkach 11, 12, 13, 14 przedstawiono wyniki analizy czasowej rozważanych filtrów.

5. PODSUMOWANIE

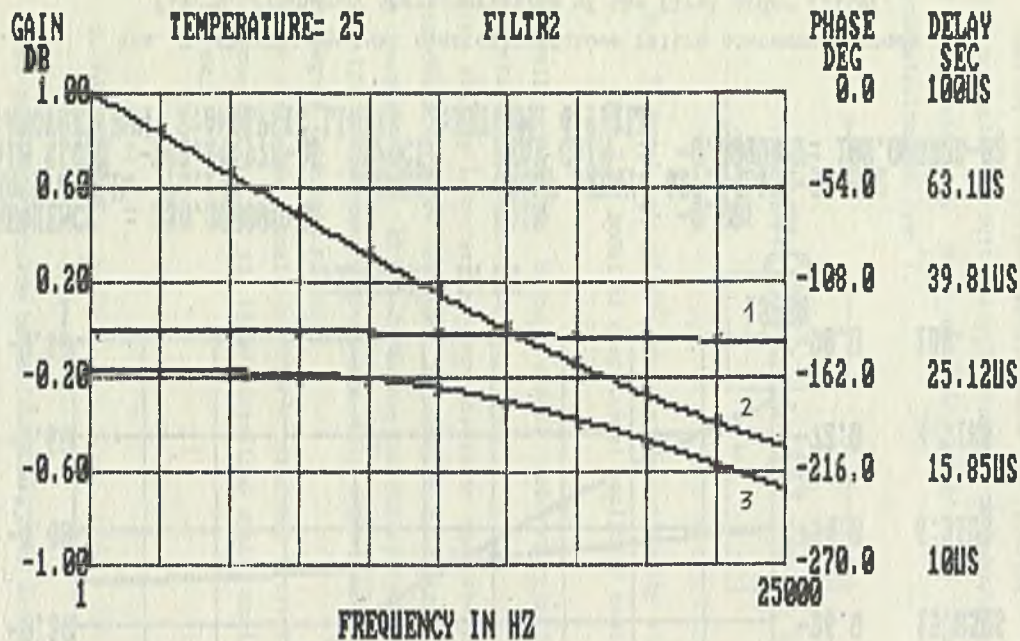
Na podstawie wyników badań laboratoryjnych można stwierdzić, że wykonane filtry wszechprzepustowe mają parametry zgodne z założonymi teoretycznie. Moduł wzmocnienia filtrów wszechprzepustowych powinien być stale równy jedności. Warunek ten jest spełniony dla filtru pierwszego i drugiego rzędu. Wyraźne odstępstwa od tego warunku występują dla filtru trzeciego rzędu. Z przeprowadzonej analizy komputerowej uzyskano praktycznie takie same wyniki.



FREQUENCY = 250.00000+02 HZ GAIN = -0.001 DB
 PHASE ANGLE = -78.143 DEGREES GROUP DELAY = 627.34283D-08 SEC
 GAIN SLOPE = -742.24197E-06 DB/OCT PEAK GAIN = -0.0000DB/F = 100.00000D-02
 1:ANOTHER RUN 2:ANALYSIS LIMITS 3:RETURN 4:TITLE

Rys. 8. Charakterystyki częstotliwościowe filtra pierwszego rzędu

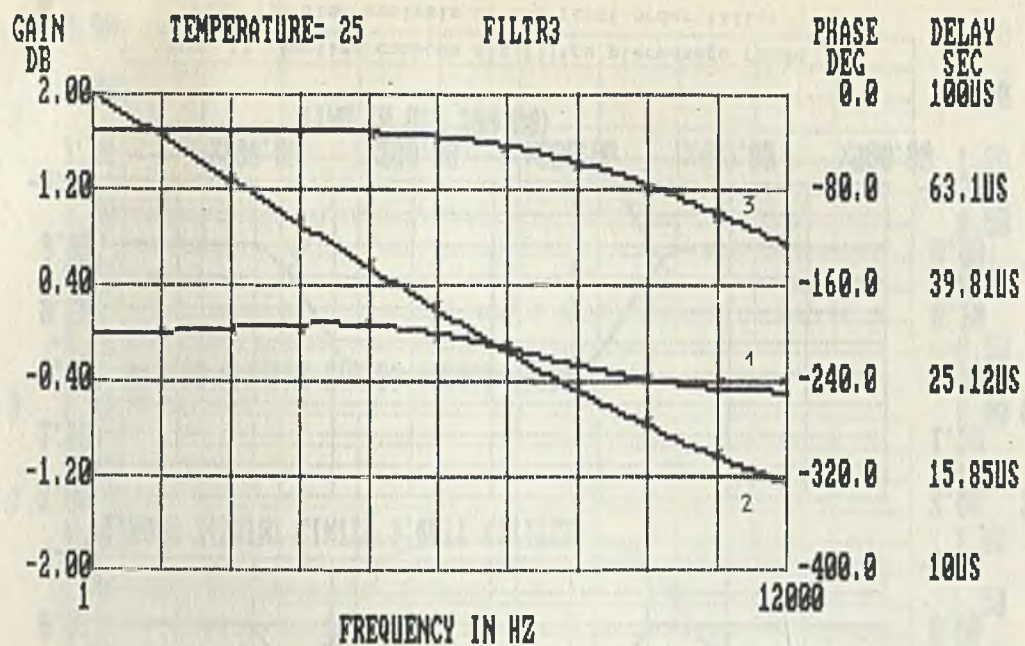
Fig. 8. Frequency characteristics of the first order filter



FREQUENCY = 250.000000+02 HZ GAIN = -0.052 DB
 PHASE ANGLE=-201.879 DEGREES GROUP DELAY= 144.583390-07 SEC
 GAIN SLOPE =-519.32443E-04 DB/OCT PEAK GAIN = -0.00000E+00
 1:ANOTHER RUN 2:ANALYSIS LIMITS 3:RETURN 4:TITLE

Rys. 9. Charakterystyki częstotliwościowe filtra drugiego rzędu

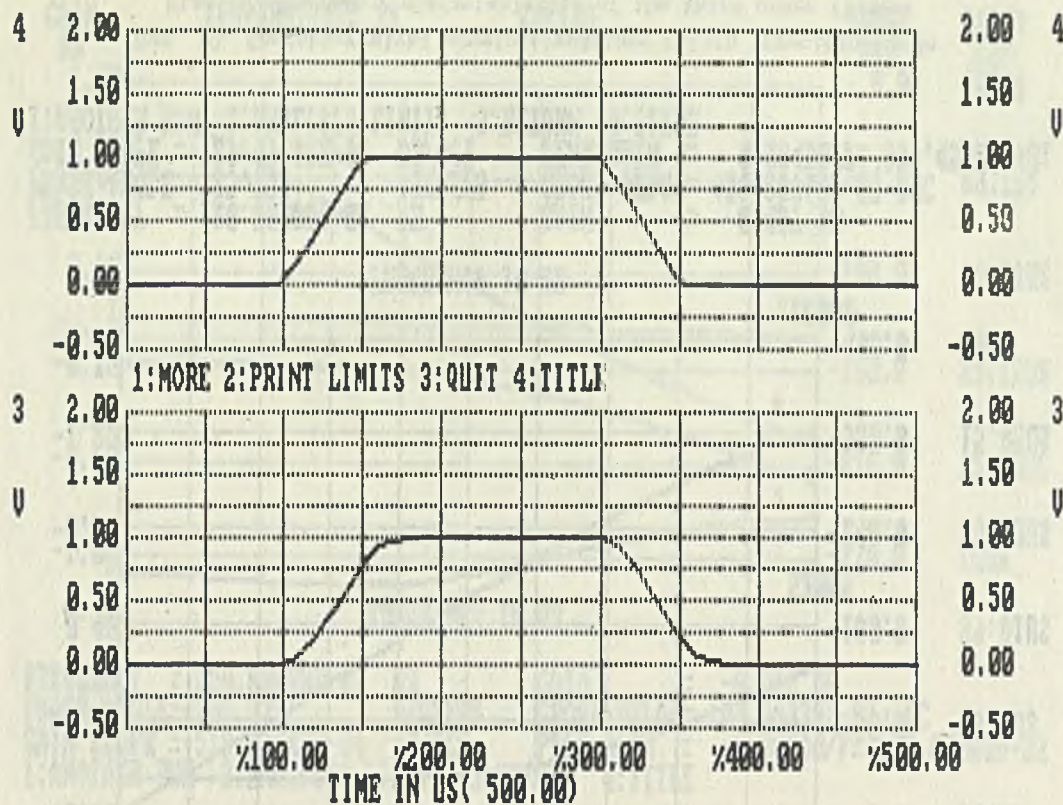
Fig. 9. Frequency characteristics of the second order filter



FREQUENCY = 120.000000+02 HZ GAIN = -0.487 DB
 PHASE ANGLE=-325.755 DEGREES GROUP DELAY= 480.257100-07 SEC
 GAIN SLOPE =-729.49462E-04 DB/OCT PEAK GAIN = 0.084DB/F= 399.455000+01
 1:ANOTHER RUN 2:ANALYSIS LIMITS 3:RETURN 4:TITLE

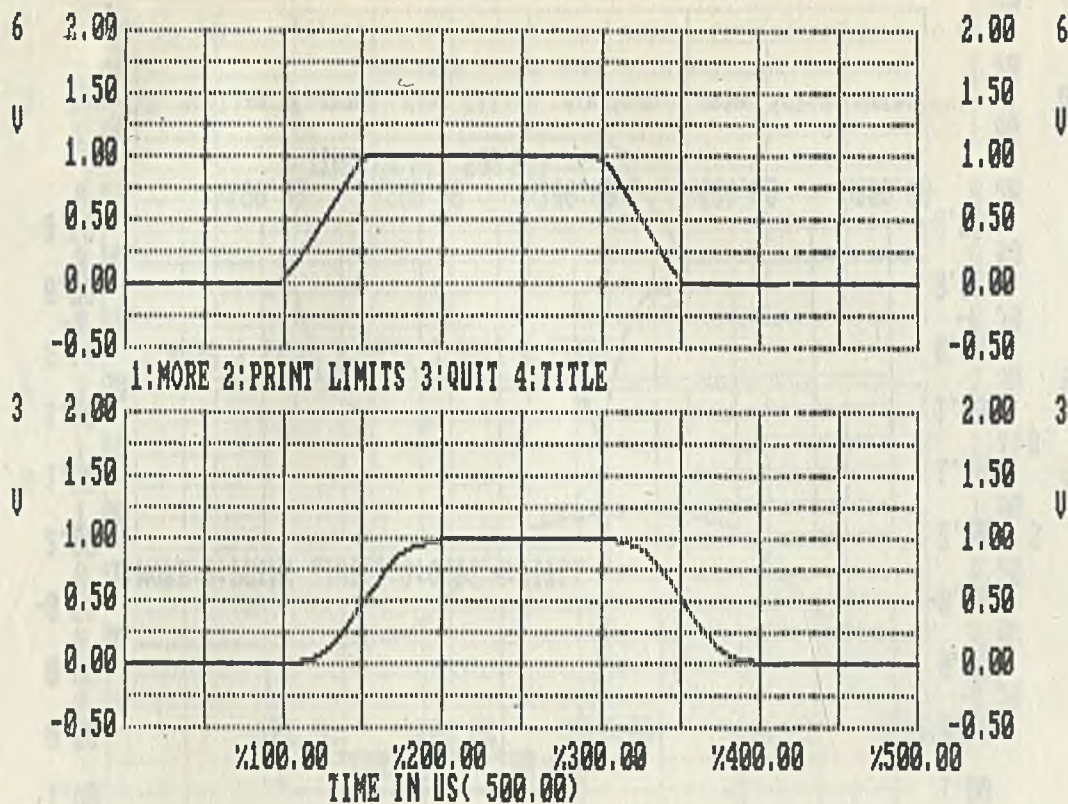
Rys. 10. Charakterystyki częstotliwościowe filtru trzeciego rzędu

Fig. 10. Frequency characteristics of the third order filter



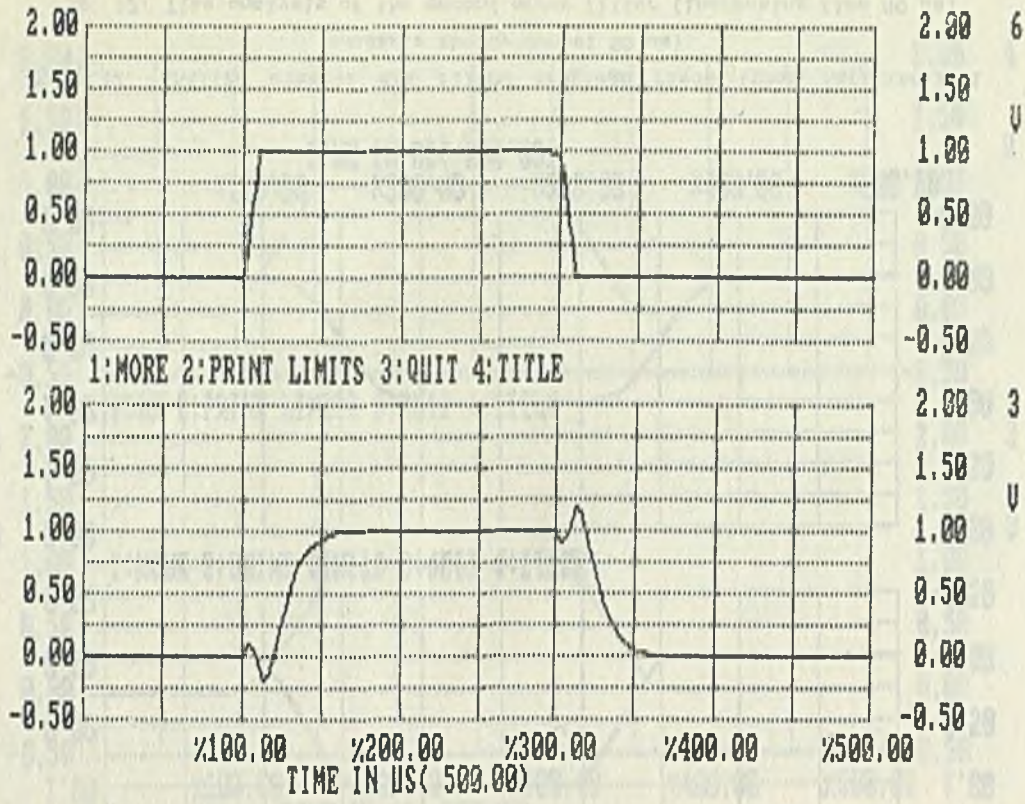
Rys. 11. Analiza czasowa dla filtru pierwszego rzędu

Fig. 11. Time analysis of the first order filter



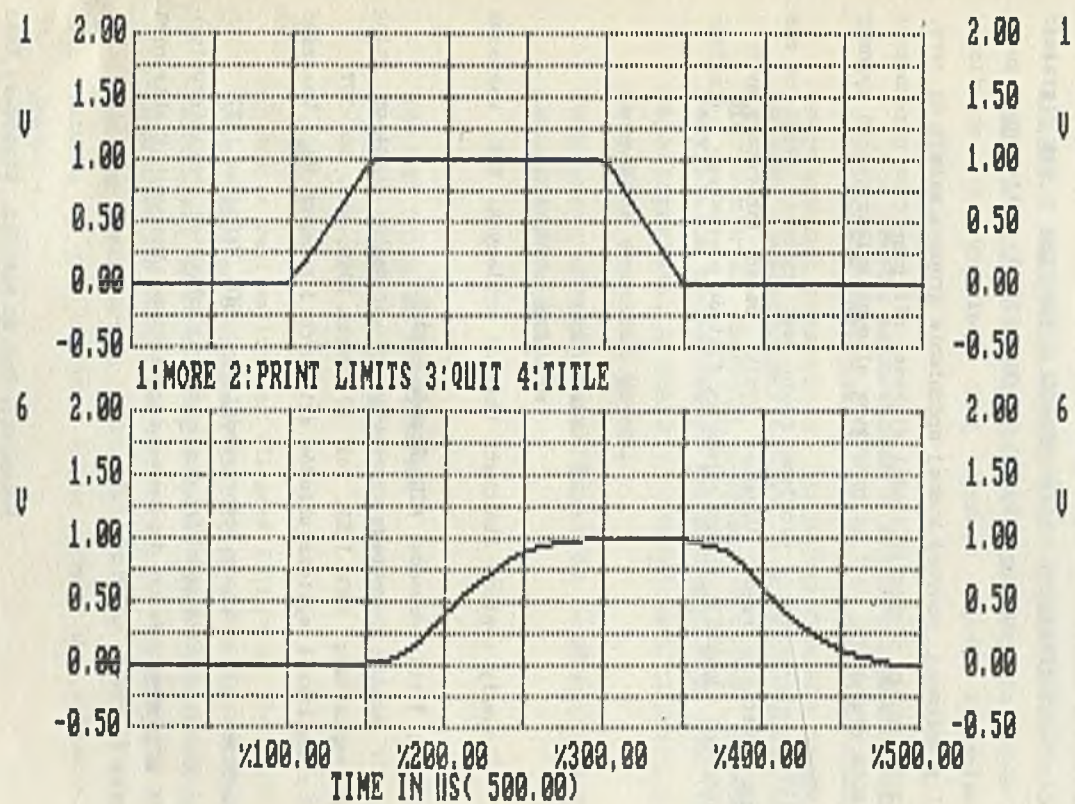
Rys. 12. Analiza czasowa dla filtru drugiego rzędu (czas narastania i opadania zboczy wynosi $50 \mu\text{s}$)

Fig. 12. Time analysis of the second order filter (increasing time $50 \mu\text{s}$)



Rys. 13. Analiza czasowa dla filtru drugiego rzędu (czas narastania i opadania zbroczy wynosi 10 μs)

Fig. 13. Time analysis of the second order filter (increasing time 10 μs)



Rys. 14. Analiza czasowa dla filtru trzeciego rzędu

Fig. 14. Time analysis of the third order filter

Porównując rysunki 12 i 13 można zauważyć, że filtry wszechprzepustowe silnie zniekształcają impulsy o małych czasach narastania i opadania zboczy. Warunkiem niezniekształcającego przenoszenia impulsów jest stałość wzmocnienia i opóźnienia grupowego. Pierwszy warunek jest praktycznie zawsze spełniony, natomiast drugi warunek jest spełniony do określonej częstotliwości granicznej, powyżej której opóźnienie grupowe maleje do zera, w związku z czym sygnały o częstotliwości większej niż graniczna przenoszone są bez opóźnienia grupowego. Jest to przyczyną silnych zniekształceń sygnału wyjściowego.

Synteza filtrów pierwszego i drugiego rzędu jest znacznie prostsza niż synteza filtra trzeciego rzędu. Uzyskane wyniki badań laboratoryjnych i analizy komputerowej ujawniają lepsze parametry filtrów pierwszego i drugiego rzędu.

LITERATURA

- [1] Białko M.: Elementy syntezy liniowych układów scalonych. WKŁ, Warszawa 1973.
- [2] Dąbrowski W.R.: Teorie obwodów. AGH, Kraków 1979.
- [3] Lovering J.: Analog computer simulation of transfer function using operational amplifiers. PROC IEEE, vol. 53, march 1965, str. 306-307.
- [4] Mitra S.K.: Analiza i synteza układów aktywnych liniowych WNT, Warszawa 1974.
- [5] Tietze U., Schenk Ch.: Układy półprzewodnikowe. WNT, Warszawa 1987.
- [6] Wróbel P.: Filtr wszechprzeustowy o maksymalnie płaskiej charakterystyce opóźnienia grupowego. Praca dyplomowa magisterska, Instytut Elektroniki Politechniki Śląskiej, Gliwice 1987.

Recenzent: Doc.dr hab.inż. Stanisław Kuta

Wpłynęło do Redakcji 15.12.1987 r.

АНАЛИЗ И МОДЕЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВСЕЧАСТОТНОГО ФИЛЬТРА С АККУСТИЧЕСКОЙ ПОЛОСОЙ

Р е з ю м е

Цель статьи заключается в представлении простых реализаций всечастотных фильтров I, II и III порядка, основанных на операционных усилителях. Запроектированные структуры фильтров поддано компьютерному анализу с использованием программы Microcomputer Circuit Analysis Program на компьютере IBM PC/. Результатом проведенного анализа является полученные частотные характеристика, а также временные характеристики для возбуждения импульсом заданной формы.

Результаты моделирования фильтров сопоставлены с результатами компьютерного анализа.

ANALYSIS AND MODEL INVESTIGATION OF ALL-PASS FILTERS FOR ACOUSTIC FREQUENCIES

S u m m a r y

Simple realizations of all-pass filters of the first, second and third orders based on operational amplifiers are presented. Designed structures of filters are analyzed using computer program Microcomputer Circuit Analysis Program on IBM PC/XT. The results of the analysis has the form of frequency and time characteristics when the system is affected by a given impulse. The results of the realized filter models are compared with the computer analysis.