

Piotr BĘTKOWSKI

PORÓWNYWANIE LICZB ROZMYTYCH I ROZMYTY OPIS NIEPEWNOŚCI W ANALIZIE WYTRZYMAŁOŚCIOWEJ

Streszczenie. W referacie sformułowano metodę uwzględniania niepewności typu rozmytego w obliczeniach wytrzymałościowych. Scharakteryzowano niepewność typu rozmytego i podano sposób uwzględniania niepewności tego typu za pomocą liczb rozmytych. Przedstawiono sposób obliczeń i interpretacji wyników. W tym celu podano definicję liczby rozmytej trapezowej typu (A, B, α, β) oraz sformułowano procedury porównywania liczb rozmytych reprezentujących ten sam typ i różne typy wielkości. Wskazano na zalety metody w przypadku jednostkowych konstrukcji: brak współczynników bezpieczeństwa, bezpośrednie powiązanie niepewności z parametrem, powiązanie zakresu niepewności parametrów wejściowych z zakresem niepewności wyniku, możliwość optymalizacji projektu. Metodę zilustrowano przykładami obliczeniowymi.

COMPARISON OF FUZZY NUMBERS AND FUZZY UNCERTAINTY DESCRIPTION IN RESISTANCE ANALYSIS

Summary. In this paper the way of consideration fuzzy uncertainty in resistance calculations is presented. Fuzzy uncertainty is characterised. The method of description such uncertainty is given. The paper presents the method of fuzzy resistance calculations and their results' interpretation. Definition of trapezoidal fuzzy numbers (A, B, α, β) and methods of comparison fuzzy numbers which description the same type and different types of parameters are presented. Point at advantages of presented method in the unitary building structures: lack of safety factors, direct association uncertainty of input parameters with the range of uncertainty of results, possibility of project's optimization. Calculation examples illustrate presented method.

1. Wstęp

Pojęcie rozmytości zostało sformułowane w 1965 roku przez prof. L.A. Zadeha [8] w postaci tzw. teorii zbiorów rozmytych. Teoria ta wynika z potrzeby opisu słabo zdefiniowanych pojęć, złożonych zjawisk, uwzględnienia niepewności i niedoskonałości przybliżonego sposobu postrzegania świata przez człowieka. Problemy te są trudne do określenia za pomocą konwencjonalnego aparatu matematycznego. Jednym z aspektów teorii zbiorów rozmytych, szczególnie istotnym z punktu widzenia budownictwa, są liczby rozmyte, np.: [1,2,3,4,5,14]. W artykule zwrócono uwagę na możliwość wykorzystania liczb rozmytych do projektowania konstrukcji budowlanych.

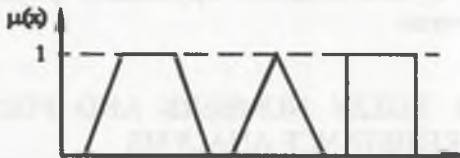
2. Główne założenia rozmytego systemu opisu niepewności

Kompletny system umożliwiający wykorzystanie liczb rozmytych do opisu niepewności powinien zawierać: definicję liczby rozmytej, aparat matematyczny pozwalający na dokonywanie obliczeń na takich liczbach, sposób określenia wielkości wejściowych za pomocą liczb rozmytych, sposób interpretacji wyników (tj. dla budownictwa sposób porównywania liczb, np. wytrzymałości i naprężeń).

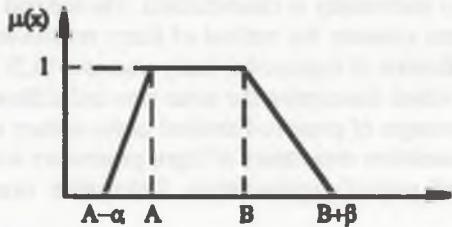
2.1. Liczby rozmyte

Liczby rozmyte są specjalnym rodzajem zbiorów rozmytych, które są ciągle i wypukłe.

Liczby rozmyte mogą mieć dowolne kształty, ale najczęściej używane są liczby trapezowe, trójkątne i prostokątne - (rys.1). Liczba trapezowa może być zapisana jako uporządkowana czwórka (A, B, α, β) - (rys.2), gdzie μ jest współczynnikiem pewności z przedziału $[0, 1]$.



Rys.1. Liczby rozmyte: trapezowa, trójkątna, prostokątna
Fig.1. Trapezoidal, triangular and interval fuzzy number



Rys.2. Liczba rozmyta trapezowa (A, B, α, β)
Fig.2. Trapezoidal fuzzy number (A, B, α, β)

Liczbę rozmytą trapezową przedstawioną na rys.2 opisuje funkcja dystrybucji $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < A - \alpha; \\ \frac{x - (A - \alpha)}{\alpha}, & A - \alpha \leq x < A; \\ 1, & A \leq x \leq B; \\ \frac{B + \beta - x}{\beta}, & B < x \leq B + \beta; \\ 0, & x > B + \beta. \end{cases} \quad (1)$$

2.2. Cele i zasady rozmytego opisu niepewności

Opisanie maksymalnego zakresu niepewności przez rozmycie powoduje uwzględnienie wszystkich niekorzystnych i niepewnych sytuacji, a więc stosowanie współczynników bezpieczeństwa jest zbędne. Uwzględnianie niepewności przez rozmycie może być wykorzystywane przy projektowaniu konstrukcji złożonych, nietypowych, gdzie obciążenia są ustalane indywidualnie, np. mosty podwieszane. Wielkość rozmycia parametrów nie może być ustalana dowolnie, wymaga wiedzy i doświadczenia eksperta. Jest to metoda alternatywna, gdy brak możliwości zebrania dostatecznie liczebnej próbki, zmniejsza wiarygodność metod opartych na statystyce. Związanie niepewności z parametrem pozwala oszacować wpływ niepewności poszczególnych parametrów na końcowy wynik. Dzięki temu możliwa jest optymalizacja projektu przez znalezienie tych parametrów, które najbardziej wpływają na wielkość rozmycia końcowego wyniku [12,13]. W obliczeniach opartych na liczbach rozmytych część parametrów, które są dobrze określone, może być stosowana jako liczby ostre z odpowiednimi współczynnikami bezpieczeństwa, np. wytrzymałość materiałów.

2.3. Sposoby definiowania parametrów

Za pomocą liczb rozmytych trapezowych można opisać dwa rodzaje niepewności. Jeden rodzaj opisuje górna podstawa trapezu, $\mu=1$. Drugi rodzaj opisują ramiona trapezu, $0\leq\mu\leq 1$. Autor proponuje następującą metodę definiowania parametrów za pomocą liczb trapezowych: długość górnej podstawy - to zakres wynikający z niedokładności zastosowanej metody pomiaru. Błędy tego typu nie da się kontrolować, zależy on np. od metody pomiaru. Ramiona trapezu ilustrują: błędy wynikające z niedokładności wykonania, błędy montażowe itp. Błędy tego typu mogą wystąpić, ale nie muszą. Ponadto im większy błąd, tym rzadziej on występuje.

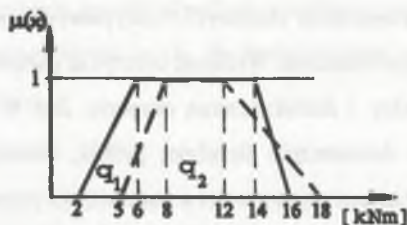
3. Porównywanie liczb rozmytych

Wybór procedury porównywania liczb rozmytych zależy od tego, czy liczby te opisują ten sam typ wielkości (np. obciążenia), czy też różne typy (np. obciążenia i wytrzymałości). Zastosowania opisanych poniżej metod to, np. analiza wytrzymałościowa, kombinatoryka obciążeń, znajdowanie ekstremalnych naprężeń, optymalizacja, procesy decyzyjne.

3.1. Porównywanie liczb rozmytych opisujących ten sam typ wielkości

Z dwóch liczb rozmytych większa jest ta, dla której prawe ramię sięga dalej przy danym poziomie ufności μ . Na rys. 3 pokazano liczby rozmyte, które przedstawiają obciążenia:

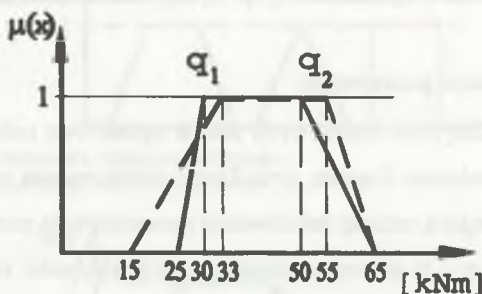
$q_1 = (6, 14, 4, 2)$ kNm; $q_2 = (8, 12, 3, 6)$ kNm. Dla $\mu = 0$ większe jest obciążenie q_2 .



Rys.3. Liczby rozmyte: $q_1 = (6, 14, 4, 2)$, $q_2 = (8, 12, 3, 6)$

Fig.3. Fuzzy numbers: $q_1 = (6, 14, 4, 2)$, $q_2 = (8, 12, 3, 6)$

Trudność polega na porównaniu dwóch liczb rozmytych, gdy maksymalne wartości liczb przy danym poziomie ufności μ są jednakowe, np. (rys.4) dla $\mu=0$.



Rys.4. Liczby rozmyte o jednakowych zakresach maksymalnych dla $\mu=0$

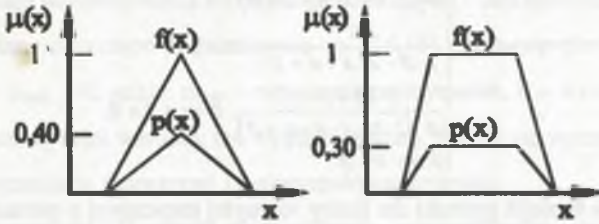
Fig.4. Fuzzy numbers with the same maximal range for $\mu=0$

Nieregularne liczby rozmyte mogą powstawać w wyniku operacji arytmetycznych na liczbach o regularnych kształtach, np. mnożenie dwóch trapezowych liczb rozmytych niekoniecznie daje liczbę rozmytą trapezową. W referacie podano metodę opartą na teorii prawdopodobieństwa wykorzystującą transformację Mellina [9]. Rodzina funkcji opisująca liczbę rozmytą jest najpierw konwertowana na probabilistyczną funkcję gęstości. Transformacja Mellina jest wykorzystywana do obliczania średniej i wariancji złożonej liczby rozmytej. Liczba rozmyta z większą średnią jest klasyfikowana wyżej. Jeżeli średnie są jednakowe, liczba z mniejszą wariancją jest klasyfikowana wyżej. Liczby o regularnych kształtach można porównywać prościej, np.: na podstawie metod geometrycznych [11].

Konwersja przez proporcjonalny rozkład probabilistyczny [9]: Prawdopodobieństwo pojawienia się zdarzenia A jest proporcjonalne do wartości funkcji dystrybucji $f_A(x)$.

$$p(x) = c_1 \cdot f_A(x), \tag{2}$$

gdzie c_1 jest stałym współczynnikiem proporcjonalności, żeby spełnić warunki, że powierzchnia pod ciągłą probabilistyczną funkcje gęstości jest równa 1 (rys. 5).



Rys.5. Konwersja przy użyciu proporcjonalnego rozkład probabilistycznego
 Fig.5. Conversion by using proportional probability distribution

Współczynnik c_1 określa stosunek wysokości obszaru probabilistycznej funkcji gęstości $p(x)$ do wysokości obszaru liczby rozmytej $f(x)$ - (rys.5), gdzie: $F_{f(x)}$, $F_{p(x)}$ - pola powierzchni liczby rozmytej i probabilistycznej funkcji gęstości.

$$c_1 \cdot F_{f(x)} = F_{p(x)} = 1 \tag{3}$$

Dla liczby trapezowej (A, B, α, β) można więc zapisać: $(B-A)c_1 + 0,5\alpha + 0,5\beta = 1$, stąd:

$$c_1 = 2 / (2B - 2A + \alpha + \beta) \tag{4}$$

Podobnie można wyznaczyć współczynniki c_1 dla innych postaci liczb rozmytych: dla liczby rozmytej trójkątnej (A, α, β) : $c_1 = 2 / (\alpha + \beta)$, dla liczby prostokątnej (A, B) : $c_1 = 1 / (B - A)$.

Transformacja Mellina [9]: Transformacja Mellina $M_x(s)$ probabilistycznej funkcji gęstości $p(x)$, gdzie x jest dodatnie, jest definiowana jako (5). Wartość oczekiwana dowolnej funkcji $g(x)$ zmiennej X , której rozkład jest $p(x)$, jest dana przez (6). Ze wzoru (6) wynika (7):

$$M_x(s) = E[X^{s-1}] = \int_0^{\infty} x^{s-1} p(x) dx \tag{5}$$

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) p(x) dx \tag{6}$$

$$E[X^s] = M_x(s+1) \tag{7}$$

Tak więc, dwa pierwsze momenty statystyczne (to jest średnia i wariancja) zmiennej X mogą być zdefiniowane za pomocą transformacji Mellina jako:

$$m = E[X^1] = M(2) \tag{8}$$

$$\sigma^2 = E[X^2] - [E[X]]^2 = M_x(3) - [M_x(2)]^2 \tag{9}$$

Poniżej jest transformacja Mellina dla trapezowej probabilistycznej funkcji gęstości $p(x)$:

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < A - \alpha; \\ \frac{2 \cdot (x - (A - \alpha))}{\alpha \cdot (2 \cdot B - 2 \cdot A + \alpha + \beta)}, & A - \alpha \leq x < A; \\ \frac{2}{2 \cdot B - 2 \cdot A + \alpha + \beta}, & A \leq x \leq B; \\ \frac{2 \cdot (B + \beta - x)}{\beta \cdot (2 \cdot B - 2 \cdot A + \alpha + \beta)}, & B < x \leq B + \beta; \\ 0, & x > B + \beta. \end{cases} \quad (10)$$

Probabilistyczna funkcja gęstości dla liczby rozmytej trapezowej o postaci (A, B, α, β) jest definiowana jako $p(x)$ - (10). Transformację Mellina z $p(x)$ (10) otrzymuje się przez:

$$M_x(s) = \int_0^{\infty} x^{s-1} p(x) dx = \int_0^{A-\alpha} x^{s-1} p_1(x) dx + \int_{A-\alpha}^A x^{s-1} p_2(x) dx + \int_A^B x^{s-1} p_3(x) dx + \int_B^{B+\beta} x^{s-1} p_4(x) dx + \int_{B+\beta}^{\infty} x^{s-1} p_5(x) dx = \frac{2}{(2 \cdot B - 2 \cdot A + \alpha + \beta) \cdot s \cdot (s+1)} \left[\frac{(A-\alpha)^{s+1} - A^{s+1}}{\alpha} + \frac{(B+\beta)^{s+1} - B^{s+1}}{\beta} \right] \quad (11)$$

Średnią m i wariancję σ^2 dla transformacji Mellina można zapisać jako:

$$m = M_x(2) \quad (12)$$

$$\sigma^2 = M_x(3) - [M_x(2)]^2 \quad (13)$$

Wadą tej metody jest, że rezultaty transformacji nie istnieją dla wszystkich wartości s , szczególnie wtedy gdy wymieniane w artykule zmienne są dzielone. Na przykład dla dowolnej zmiennej $Y: y=1/x$, gdzie x jest dowolną zmienną opisaną rozkładem $[0,1]$, transformacja Mellina dla funkcji $p(x)$ ma postać: $M_y(3)=M(2-s)=1/(2-s)$. Aby znaleźć $E[y]$, trzeba wyliczyć $M_y(2)$, ale ono nie istnieje. Gdy transformacja Mellina jest niewyznaczalna przy $s=2$ lub $s=3$ Park [6] oraz Young i Contreras [10] sugerują inną technikę, np. transformację Laplace'a.

Przykład 1

Dane są dwie liczby rozmyte przedstawione na rys.4: $q_1=(30,50,5,15)$, $q_2=(33,55,18,10)$. Która z tych liczb jest większa? Maksymalny zakres obu liczb dla $\mu = 0$ jest taki sam, tj. 65.

$$M_{q_1}(2) = 42,778, \quad M_{q_1}(3) = 1915,278 \Rightarrow M_{q_1} = 42,778, \quad \sigma_{q_1}^2 = 85,321,$$

$$M_{q_2}(2) = 41,741, \quad M_{q_2}(3) = 1867,889 \Rightarrow M_{q_2} = 41,741, \quad \sigma_{q_2}^2 = 125,578.$$

Zgodnie z podaną wcześniej zasadą, liczba rozmyta z większą średnią jest klasyfikowana wyżej. Jeżeli średnie są jednakowe, liczba z mniejszą wariancją jest klasyfikowana wyżej. Liczba rozmyta q_1 ma większą średnią i mniejszą wariancję. Większa jest więc liczba q_1 .

3.2. Porównywanie liczb rozmytych opisujących różne typy wielkości

Porównywanie liczb rozmytych reprezentujących różne typy wielkości zostało przedstawione na przykładzie porównywania wytrzymałości rozmytej i naprężeń rozmytych.

Normy budowlane dotyczące projektowania np. [15,16] wiążą naprężenia i obciążenia za pomocą warunku: $\sigma_{\max} \leq R$, gdzie: σ_{\max} – naprężenia maksymalne; R – wytrzymałość.

W przypadku rozmytości warunek ten wygląda inaczej. Nie da się wyznaczyć ostrej granicy pomiędzy naprężeniami rozmytymi i wytrzymałością rozmytą.

Wytrzymałość rozmyta [7] jest to zbiór rozmyty, reprezentowany przez liczbę rozmytą o współczynniku pewności μ pomiędzy zero i jeden. Do opisu wytrzymałości rozmytej można wybrać, w zależności od sytuacji, dowolną rodzinę funkcji. W artykule wykorzystano rodzinę funkcji trapezowych reprezentowaną przez zbiór składników: $m=(A,B,\alpha,\beta)$, gdzie $\alpha=0$.

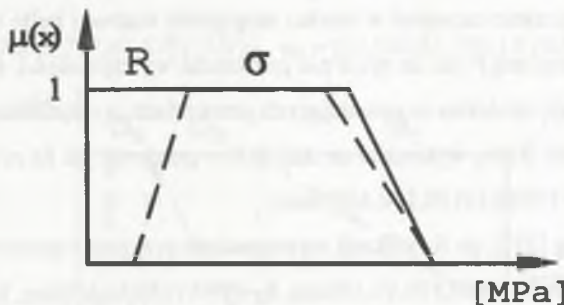
$$R_{\mu}(R) = \begin{cases} 1, R_A \leq R \leq R_B; \\ \frac{R_B + R_{\beta} - R}{R_{\beta}}, R_B \leq R \leq R_B + R_{\beta}; \\ 0, R > R_B + R_{\beta}. \end{cases} \quad (14)$$

Wytrzymałość rozmyta $R = (0, R_B, 0, R_{\beta})$ przybiera postać (rys.6. – linia ciągła). Podobnie można przedstawić naprężenia rozmyte $\sigma = (\sigma_A, \sigma_B, \sigma_{\alpha}, \sigma_{\beta})$, (rys.6. – linia przerywana).

Konstrukcja jest bezpieczna, jeżeli [7]:

$$\sigma_{\max, \mu}(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq R_{\max, \mu}(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (15)$$

gdzie: x_1, x_2, \dots, x_n oznacza zmienne rozmyte.



Rys.6. Graficzna ilustracja wzoru (15)

Fig.6. Graphical illustration formula (15)

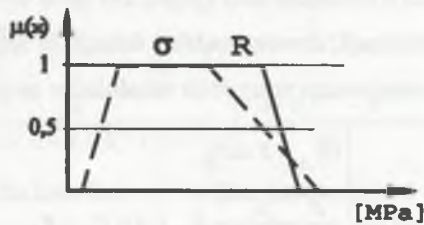
Można w uproszczeniu przyjąć wytrzymałość jako liczbę ostrą, przyjętą na podstawie określonej normy projektowej, natomiast naprężenia traktować jako wartości rozmyte.

$$\sigma_{\max, \mu}(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq R \quad (16)$$

Za słuszością takiego modelu przemawia fakt, że na ogół wytrzymałość jest dobrze określona i ma uzasadnienie probabilistyczne, natomiast na wielkość wyznaczonych naprężeń ma wpływ dokładność przyjętego modelu obliczeniowego, dokładność określenia obciążeń, dokładność wykonania konstrukcji. Zakładając wytrzymałość w postaci ostrej, można przyjmować większe naprężenia dopuszczalne, bo wytrzymałość jest większa. W pierwszym podejściu (15) nie ma bowiem pewności, czy wytrzymałość osiągnie wartość R (16).

Pewne oszczędności może przynieść wymiarowanie konstrukcji przy założeniu jakiegoś określonego poziomu ufności μ , np. dla $\mu=0,5$ wzór (15) przyjmie postać:

$$\sigma_{\max;\mu=0,5}(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq R_{\max;\mu=0,5}(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad (17)$$



Rys.7. Graficzna ilustracja wzoru (17)
Fig.7. Graphical illustration formula (17)

Warunek (17), jest spełniony (rys.7.), chociaż dla tych liczb na poziomie ufności $\mu = 0$ wytrzymałość jest przekroczone. Takie podejście jest jednak mocno przybliżone, ponieważ liczby rozmyte powstające w wyniku wykonywania operacji arytmetycznych na liczbach rozmytych trapezowych nie zawsze są liczbami rozmytymi trapezowymi.

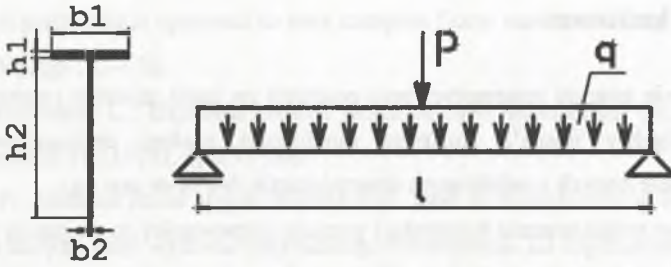
Przykład 2

Sprawdzić, czy poziom naprężeń w środku rozpiętości stalowej belki obciążonej ciężarem własnym q i siłą skupioną P jak na rys.8 nie przekracza wytrzymałości. Przyjęto, że parametry mogą zmieniać się skokowo w sąsiadujących przekrojach, a więc można je traktować jako parametry niezależne. Belkę wykonano za stali St3S o przekroju jak na rys.8.

$$P_k = 100 \text{ kN}, \quad l = (9900, 10100, 100, 100) \text{ mm},$$

$$R = 195 \text{ MPa (wg [15])}, \text{ po fuzyfikacji wytrzymałość przyjmuje postać: } R = (0, 195, 0, 0).$$

$$h_1 = (40, 40, 1, 1) \text{ mm}, \quad b_1 = (490, 510, 10, 10) \text{ mm}, \quad h_2 = (990, 1010, 10, 10) \text{ mm}, \quad b_2 = (20, 20, 1, 1) \text{ mm}$$



Rys.8. Belka dla przykładu nr 2
Fig.8. Beam for the example number 2

W przykładzie 2 występują zarówno parametry podane w sposób ostry i za pomocą liczb rozmytych. Ponieważ siła P podana jest jako wielkość charakterystyczna w sposób ostry i nie ma szczególnych przesłanek co do wartości, jakie może przyjąć w przyszłości, niepewność co do jej możliwej wielkości zostanie uwzględniona za pomocą współczynnika obciążenia [17].

$$\gamma_f = (\gamma_{f,\min}, \gamma_f, 0, 0), \text{ gdzie: } \gamma_{f,\min} = 0,9, \gamma_{f,\max} = 1,5, P_o = P_k \cdot \gamma_f, P = (90,150,0,0) \text{ [kN]},$$

$$F = (F_{\min}, F_{\max}, F_{\alpha}, F_{\beta}), F = (0.039400, 0.040600, 0.002060, 0.002140) \text{ [m}^2\text{]},$$

$$J_x = (0.003848082734, 0.004988870135, 0.001919567900, 0.002259296209) \text{ [m}^4\text{]},$$

$$x_g = (0.270, 0.290, 0.0320, 0.0380) \text{ [m]}, \quad x_d = (0.729, 0.792, 0.078, 0.094) \text{ [m]},$$

$$W_{x,g} = J_x/x_g = (0.013269251, 0.018409115, 0.007389635, 0.011917941) \text{ [m}^3\text{]},$$

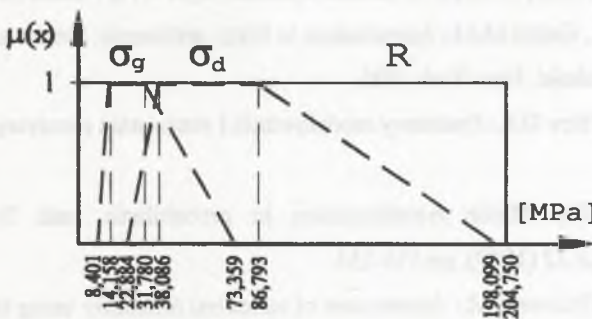
$$W_{x,d} = J_x/x_d = (0.004858690, 0.006843443, 0.002682037, 0.004290453) \text{ [m}^3\text{]},$$

$$q = (\gamma_{\min} \cdot F_{\min}, \gamma_{\max} \cdot F_{\max}, \gamma_{\min} \cdot F_{\alpha}, \gamma_{\max} \cdot F_{\beta}), \text{ gdzie: } \gamma = (\gamma_{\min}, \gamma_{\max}, 0, 0), \gamma = (78.5, 80.5, 2, 5),$$

$$q = \gamma \cdot F, \quad q = (3.092900, 3.268300, 0.236390, 0.385970) \text{ [kN/m]},$$

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} + \frac{P \cdot l}{4}, M = (260.641891131, 421.700035381, 5.849488575, 9.624245975) \text{ [kNm]},$$

$$\sigma_g = (14.158, 31.780, 5.757, 41.579) \text{ [MPa]}, \quad \sigma_d = (38.086, 86.793, 15.202, 111.306) \text{ [MPa]}.$$



Rys.9. Graficzna ilustracja wyników w przykładzie 2
Fig.9. Graphical illustration results for example 2

4. Wnioski końcowe

Zastosowanie aparatu matematycznego opartego na teorii zbiorów rozmytych w miejsce klasycznej algebry Boole'a rozszerza możliwości analizy obliczeniowej konstrukcji na przetwarzanie danych o osłabionym determinizmie. Możliwe jest np.:

- prawidłowe projektowanie konstrukcji pomimo niepewności co do rzeczywistej wielkości niektórych parametrów użytych w obliczeniach,
- wyciąganie trafnych wniosków w przypadku niepełnych danych (badanie konstrukcji),
- oszacowanie, jaki jest wpływ niepewności poszczególnych parametrów na wielkość niepewności końcowego wyniku.

Atrakcyjne jest to zwłaszcza w przypadku dużych, skomplikowanych obiektów inżynierskich, jak np. przekrycia stadionów piłkarskich, przestrzenne konstrukcje ciągnowe, mosty wiszące i podwieszane.

Udane zastosowania praktyczne teorii zbiorów rozmytych w innych dziedzinach techniki oraz przykładowe potencjalne korzyści zastosowania liczb rozmytych opisane w artykule wskazują na potrzebę badań nad wykorzystaniem w budownictwie zalet teorii zbiorów rozmytych.

LITERATURA

1. Czogała E., Pedrycz W.: Elementy i metody teorii zbiorów rozmytych. PWN, Warszawa 1985.
2. Driankow D., i.in.: Wprowadzenie do sterowania rozmytego. WNT, Warszawa 1996.
3. Kacprzyk J.: Zbiory rozmyte w analizie systemowej. PWN, Warszawa 1986.
4. Kaufmann A., Gupta M.M.: Introduction to fuzzy arithmetic: theory and applications. Van Nostrand Reinhold, New York 1985.
5. Yager R.R., Filev D.P.: Podstawy modelowania i sterowania rozmytego. WNT, Warszawa 1995.
6. Park C.S.: The Mellin transformation in probabilistic cash flow modeling. *Engrg. Economist* 32 (1987), pp.115-134.
7. Szeliga E., Witkowski M.: Assessment of structural reliability using the fuzzy sets theory. *Archives of Civil Engineering*. XLIII, 4, PWN, Warszawa 1997.
8. Zadeh L.A.: Fuzzy sets. *Inf. and Control*. 1965 vol. 8, pp.338-353.

9. Yoon K.P.: A probabilistic approach to rank complex fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems*. 80, 1996, pp.167-176.
10. Young D., Contreras L.: Expected present worth of cash flows under uncertain timing. *Engrg. Economist* 20 (1975), pp.257-268.
11. Bętkowski P.: Matematyczne ujęcie rozbieżności zdań w budownictwie w procesie podejmowania decyzji przy wyborze optymalnego rozwiązania. III Ogólnopolska Konferencja Mostowców, Referaty, s.29-36. Wisła 18-20 czerwiec 1997.
12. Praca zbiorowa: Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne, zbiory rozmyte. PTMKM, Studio BEL, Rzeszów 1999.
13. PN-82/S-10052. Obiekty mostowe. Konstrukcje stalowe. Projektowanie.
14. PN-85/S-10030. Obiekty mostowe. Obciążenia.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Tadeusz Burczyński

Abstract

This paper concerns the problem of resistance analysis in the conditions of fuzzy uncertainty. Author gives his own method of description such uncertainty by using trapezoidal fuzzy numbers. In the paper are presented methods for comparison of trapezoidal fuzzy numbers, interpretation of resistance analysis results and determination of fuzzy stress.