ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

JERZY RUTKOWSKI

DIAGNOSTYKA DUŻYCH ANALOGOWYCH UKŁADÓW ELEKTRONICZNYCH Z ZASTOSOWANIEM METOD TOPOLOGICZNYCH

AUTOMATYKA

Z. 105
GLIWICE
1991

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE
Nr 1121

JERZY RUTKOWSKI

DIAGNOSTYKA DUŻYCH ANALOGOWYCH UKŁADÓW ELEKTRONICZNYCH Z ZASTOSOWANIEM METOD TOPOLOGICZNYCH

GLIWICE 1991

Spis treści

CONTENTS

СОДЕРЖАНИЕ

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

$G=(N,B)$ graf obwodu S

N zbiór węzłów G, $|N|=n$

B zbiór gałęzi G, $|B|=b$

N_x zbiór węzłów podziału, $|N_x|=n_x$

T zbiór gałęzi drzewa grafu G, $|T|=t$

L zbiór gałęzi dopełnienia, $|L|=l$

B_c zbiór elementów (podobwodów) incydentnych z węzłem c

F zbiór elementów uszkodzonych

$\mathbb{C}=\{c_{ij}\}$ $(i=1,\ldots,l\ ,\ j=1,\ldots,t)$ macierz oczkowa

$\mathbb{B}=\mathbb{C}^T=\{c_{ji}\}$ macierz odcięć

S_i i-ty podobwód obwodu S

$i_i=[i_{i1},\ldots,i_{iq}]$ wektor prądów dopływających do podobwodu S_i

$u_i=[u_{i1},\ldots,u_{iq}]$ wektor napięć między węzłami zewnętrznymi podobwodu S_i a jego węzłem odniesienia

$p_i=[p_{i1},\ldots,p_{ip}]$ wektor parametrów podobwodu S_i

$v=[v_1,\ldots,v_n]$ wektor potencjałów węzłowych obwodu S

ε_{ij} tolerancja parametru p_{ij}

ε^i_{ij} tolerancja prądu i_{ij}

Y_i admitancja i-tego elementu

G_i konduktancja (przewodność) i-tego elementu

H_i susceptancja i-tego elementu

R_i rezystancja i-tego elementu

$\mathbb{G}_x=\mathrm{col}[G_{x1},\ldots,G_{xm}]$ macierz kolumnowa identyfikowanych

przewodności

$\mathbb{G}_y = col[G_{y1},...,G_{yl}]$ macierz przewodności elementów uznanych wstępnie za nie uszkodzone

S_x zbiór elementów identyfikowanych

S_y zbiór elementów uznanych wstępnie za nie uszkodzone

$diag[x_1,...,x_n]$ macierz diagonalna n×n

$col[x_1,...,x_n]$ macierz kolumnowa

sgn(x) znak liczby x

z^x część rzeczywista liczby zespolonej z

z^y część urojona liczby zespolonej z

$\mathbb{T}$ obszar tolerancji obwodu S

$\mathbb{S}$ obszar sprawności obwodu S

$\mathbb{T}_i$ podobszar obszaru $\mathbb{T}$ odpowiadający podobwodowi S_i

Ustalenia ogólne:

Litery małe pogrubione oznaczają wektory, np. i, v

Litery duże pogrubione oznaczają macierze lub obszary w przestrzeni wielowymiarowej, np. $\mathbb{C}$, $\mathbb{T}$

Litery duże niepogrubione oznaczają zbiory, np. B, T

Górny wskaźnik "n" oznacza wartość nominalną, np. Y^n_{ij}

Górny wskaźnik "-" oznacza dolną wartość graniczną przedziału tolerancji, np. Y^-_{ij}

Górny wskaźnik "+" oznacza górną wartość graniczna przedziału tolerancji, np. Y^+_{ij}

Górny wskaźnik "T" oznacza transpozycję, np. $\mathbb{C}^T$

1. WSTĘP

Burzliwy rozwój elektroniki spowodował pojawienie się nowych układów o coraz większej złożoności oraz zwiększenie wymagań związanych z ich niezawodnością, co zrodziło wiele nowych problemów związanych z ich projektowaniem, analizą i testowaniem. Większość z tych problemów można rozwiązać dzięki zastosowaniu metod topologicznych bazujących na grafie sieci, w szczególności dzięki zastosowaniu dekompozycji sieci na części. Ostatnio, atrakcyjność stosowania dekompozycji dodatkowo powiększa fakt pojawienia się sprzętu umożliwiającego prowadzenie obliczeń równolegle.
Wszystkie zastosowania teorii grafów podzielić można na trzy grupy [18]. Do pierwszej zaliczyć należy zastosowania związane z analizą obwodów. Wyróżnić tu można:
1) zastosowania związane z określaniem relacji między topologią a własnościami sieci i systemów w aspekcie istnienia i jednoznaczności rozwiązania [25],[26],[116], stabilności [14], [36] oraz tzw. topologicznych stopni swobody [33],[56],[68], [122],
2) zastosowania związane z analizą wspomaganą komputerowo w takich dziedzinach, jak: poszukiwanie rozwiązania rzadkich układów równań liniowych [7],[16],[102],[103], diakoptyka, czyli analiza przez podział na części [15],[21],[24], [41]-[43],[54],[80],[83],[101],[118],[131] oraz tzw. analiza topologiczna grafów przepływu sygnału [53],[108].
Do drugiej grupy należą zastosowania związane z projektowaniem rozmieszczenia elementów (layout design) oraz optymalizacją połączeń między nimi (shortest path problem) [17],[18],[35],[39],[47].
Ostatnia grupa zastosowań teorii grafów związana jest z testowaniem i naprawą układów elektronicznych. Do grupy tej

zaliczyć należy metody analizy uszkodzeń i ich diagnozowalności (fault analysis and diagnosis) [5],[29],[73], [134] oraz metody wyznaczania obszaru sprawności i obszaru tolerancji [1],[2],[28],[66],[67],[114].

Celem pracy nie jest szczegółowe omówienie wszystkich wymienionych zastosowań, lecz zaprezentowanie jedynie tych, które związane są z testowaniem i naprawą układów elektronicznych i pozwalają na diagnostykę obwodów o dużej wymiarowości, uwzględniając jednocześnie tolerancje projektowe elementów.

Wykraczająca poza tę tematykę, opracowana przez autora, oryginalna metoda stosująca teorię grafów do analizy nieliniowych obwodów rezystorowych przez podział na części, nie została w pracy przedstawiona. Dokładny opis metody wykorzystującej ideę wielopoziomowego algorytmu Newtona-Raphsona [76] znaleźć można w pracy [89], a wyniki kilkuletnich badań nad efektywnością obliczeniową i skutecznością metody znaleźć można w pracy [90]. Na podstawie przeprowadzonych badań wysnuć można generalny wniosek, że powodzenie wszystkich zastosowań teorii grafów związanych z dekompozycyjną analizą dużych układów elektronicznych zależy od możliwości sprzętowych, a konkretnie od możliwości wykorzystania systemów mikroprocesorowych umożliwiających prowadzenie obliczeń równolegle. W związku z tym wydaje się, że przyszłość tego typu zastosowań teorii grafów leży nie w rękach specjalistów z dziedziny teorii obwodów i systemów, ale w rękach programistów dysponujących odpowiednim sprzętem. W przypadku metod stosujących teorię grafów do automatycznego testowania układów elektronicznych, implementacja na sprzęcie umożliwiającym równoległe przetwarzanie danych nie jest warunkiem koniecznym dużej sprawności obliczeniowej. W związku z tym wydaje się, że w tej dziedzinie istnieje nadal spore pole do badań naukowych dla specjalistów zajmujących się teorią obwodów i systemów.

Rozdział 2 poświęcony jest fundamentalnemu problemowi większości metod topologicznych, tj. problemowi podziału grafu obwodu na części. Szczegółowo omówiono opracowany przez autora algorytm dekompozycji węzłowej wykorzystujący drzewo grafu obwodu. Rozdział 3 poświęcony jest zagadnieniom lokalizacji i

identyfikacji uszkodzeń w analogowych układach elektronicznych metodami topologicznymi. Po omówieniu najczęściej cytowanej metody Salamy,Starzyka,Bandlera [98],[99] przedstawiono metody lokalizacji i identyfikacji uszkodzeń opracowane w Instytucie Elektroniki Politechniki Sląskiej przy współudziale autora. W rozdziale 4 przedstawiono opracowaną w tym samym Zespole metodę wyznaczania obszaru sprawności nieliniowych obwodów prądu stałego. Rozdział ostatni zawiera podsumowanie wyników całej pracy z wypunktowaniem zalet prezentowanych metod i zakresu ich zastosowań. W Dodatku znaleźć można krótką charakterystykę programów komputerowych stanowiących implementację omawianych algorytmów i metod. Wykaz literatury zawiera najważniejsze pozycje dotyczące dyskutowanych zagadnień z uwzględnieniem dorobku autora.

Algorytmy i metody związane z dekompozycyjną analizą i diagnostyką obwodów [86], [88]-[90], [92], [93], omawiane w rozdziałach 2 oraz 3.4 , stanowią samodzielny dorobek autora. Przedstawiona w rozdziale 3.1 metoda Salamy [99] powstała w Uniwersytecie Mc Masters w Kanadzie, podczas gdy pozostałe omawiane metody opracowane zostały przez autora we współpracy z A.Macurą w Instytucie Elektroniki Politechniki Sląskiej. Za wkład autora uznać należy: opracowanie koncepcji oraz opisanie wszystkich tych metod [60],[61],[91],[95] jak również implementację komputerową części z nich (patrz Dodatek).

Autor pragnie wyrazić swą głęboką wdzięczność profesorowi A. Macurze za wytyczenie kierunku badań związanych z prezentowaną w pracy tematyką oraz bezcenne wskazówki przy opracowywaniu szczegółów omawianych metod.
Ponadto autor uważa za swój miły obowiązek złożyć podziękowania Recenzentom pracy za trud recenzji i cenne uwagi, które pozwoliły na pełniejszą prezentację omawianych w pracy problemów.

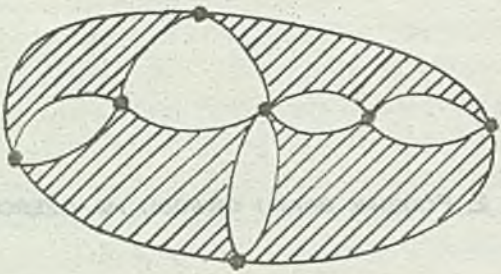
2. Podział grafu obwodu na części

Przy rozwiązywaniu wielu problemów związanych z projektowaniem, analizą lub testowaniem sieci i systemów o dużej wymiarowości pojawia się zagadnienie dekompozycji, czyli podziału sieci na części. Wielkie, złożone systemy zawierają z reguły wiele podsystemów takich, że elementy podsystemu są ze sobą silnie powiązane, podczas gdy elementy różnych podsystemów są powiązane słabo lub w ogóle na siebie nie oddziałują. Nie zawsze jednak podsystemy te są jawnie określone. Wówczas dla małych systemów, podziału na cześci można dokonać przez obserwację, dla większych systemów konieczne staje się zastosowanie specjalnych algorytmów podziału grafu systemu (sieci) na części.

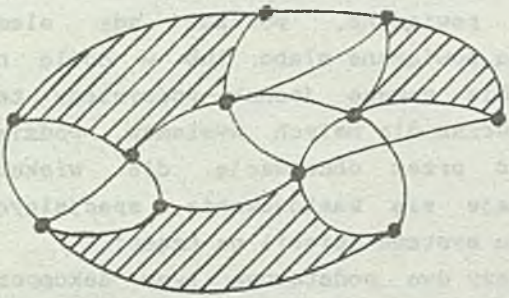
Rozróżnić należy dwa podstawowe typy dekompozycji: podział węzłowy (node tearing: NT) oraz podział krawędziowy (branch tearing: BT) [38], [108]. W pierwszym przypadku wskaźnik jakości podziału oparty jest na liczbie węzłów podziału: $n_x=|N_x|$, w drugim na liczbie krawędzi podziału: $b_x=|B_x|$, gdzie N_x/B_x jest zbiorem węzłów/krawędzi podziału.

Szczególnym przypadkiem dekompozycji jest bisekcja, czyli podział grafu na dwie możliwie równe części. Przypadek ten występuje wszędzie tam, gdzie chodzi o dekompozycję hierarchiczną sieci [21],[37].

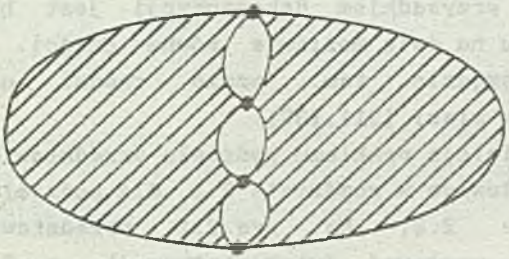
Dokładna definicja problemu podziału przedstawiona została dla podziału węzłowego w rozdziale 2.1, dla podziału krawędziowego w rozdziale 2.2. Na rys.2.1 przedstawiono przykład dekompozycji węzłowej (wierzchołkowej), $n_x=7$. Na rys.2.2 przedstawiono przykład dekompozycji krawędziowej (gałęziowej), $b_x=10$. Na rys.2.3 przedstawiono przykład bisekcji czterowierzchołkowej.



Rys.2.1 Przykład dekompozycji węzłowej
Fig.2.1 Example of node decomposition



Rys.2.2 Przykład dekompozycji krawędziowej
Fig.2.2 Example of branch decomposition



Rys.2.3 Przykład bisekcji czterowierzchołkowej
Fig.2.3 Example of bisection

Dekomponowanie optymalne z punktu widzenia wskaźnika podziału należy do klasy problemów "trudnych", tzw. klasy NP [100], gdzie globalne rozwiązanie nie istnieje. W takim przypadku możliwe jest jedynie podejście heurystyczne i szereg algorytmów przedstawiono w ostatnim piętnastoleciu [31],[36], [39],[52],[57],[75],[100]. Do zdecydowanie najczęściej stosowanych zaliczyć należy algorytm dekompozycji węzłowej Sangiovanniego,Chena,Chua [100] zmodyfikowany następnie przez Starzyka [107] oraz Centkowskiego [21]. Dokładny opis algorytmu w języku polskim znaleźć można w pracy [108] i nie będzie tu przytaczany ze względu na brak miejsca. W podrozdziale 2.1 przedstawiono konkurencyjny algorytm dekompozycji węzłowej, bazujący na podziale fundamentalnej macierzy oczkowej odpowiadającej dowolnie wybranemu drzewu grafu obwodu. Algorytm ten można łatwo zmodyfikować tak, by umożliwiał dekompozycję krawędziową, co skrótowo przedstawiono w podrozdziale 2.2 .

2.1 ALGORYTM DEKOMPOZYCJI WĘZŁOWEJ

Przedstawiony zostanie teraz opracowany przez autora [86],[88] heurystyczny algorytm dekompozycji węzłowej. Punktem wyjścia algorytmu jest podział wszystkich gałęzi obwodu na gałęzie drzewa oraz gałęzie łączące (dopełnienia), a sama dekompozycja wykorzystuje fundamentalną macierz oczkową [23] odpowiadającą wybranemu drzewu.

2.1.1 Podstawowe definicje

Załóżmy, że $G=(N,B)$ jest grafem zorientowanym obwodu o $n=|N|$ węzłach i $b=|B|$ gałęziach, każda gałąź łączy węzły $n(i),n(j) \in N$. Oznaczmy przez (N_x,N_y) dowolny podział zbioru węzłów obwodu N.

Podział węzłowy polega na zminimalizowaniu $n_x=|N_x|$ tak by :

1) cięcie przez węzły podziału N_x powodowało podział G na s rozłącznych podgrafów $G_1,\dots,G_s$, $G_k=(N_k,B_k)$.

2)

$$b_{min} \le |B_k| \le b_{max} \qquad k=1,\dots,s \tag{2.1}$$

gdzie: $|B_k|$ oznacza liczbę gałęzi (krawędzi) k-tego podgrafu, b_{min}, b_{max} są założonymi wartościami granicznymi

Należy podkreślić, że $(n_1+\dots+n_s)>n$, gdyż każdy węzeł zbioru N_x jest wspólny przynajmniej dla dwu podgrafów. Następnie przez T oznaczmy dowolne drzewo G, a przez L jego dopełnienie [19]. Zatem zbiór wszystkich gałęzi zostanie podzielony na podzbiory T i L, zawierające odpowiednio t i l gałęzi. Zakładając dla prostoty opisu algorytmu, że graf jest spójny, otrzymamy: $t=n-1$, $l=b-n+1$.

Na koniec przez $\mathbb{C}=\{c_{ij}\}$ $(i=1,\dots,l,\ j=1,\dots,t)$ oznaczmy podmacierz fundamentalnej macierzy oczkowej [13],[23]. Podmacierz tworzą jedynie kolumny odpowiadające gałęziom drzewa T . Dla prostoty opisu będzie ona nazywana po prostu macierzą oczkową.

$$c_{ij}=\begin{cases} +1 & \text{jeśli j-ta gałąź drzewa występuje w oczku wyznaczonym przez i-tą gałąź dopełnienia i ma kierunek zgodny z kierunkiem oczka, tzn. kierunkiem i-tej gałęzi dopełnienia} \\ -1 & \text{jeśli j-ta gałąź drzewa występuje w oczku wyznaczonym przez i-tą gałąź dopełnienia i ma kierunek niezgodny z kierunkiem oczka} \\ 0 & \text{jeśli j-ta gałąź drzewa nie występuje w oczku wyznaczonym przez i-tą gałąź dopełnienia .} \end{cases}$$

W tym momencie należy podkreślić, że w procesie dekompozycji orientacja gałęzi jest bez znaczenia i graf zorientowany można zastąpić niezorientowanym, tzn. pominąć znaki elementów macierzy $\mathbb{C}$. Jednak w przypadku gdy interesują nas macierze oczkowe podobwodów otrzymanych w wyniku dekompozycji, wskazane jest zapamiętanie znaków c_{ij}. Sytuacja taka występuje np. w przypadku analizy dużych nieliniowych obwodów rezystorowych metodą wykorzystującą ideę wielopoziomowego algorytmu Newtona-Raphsona [89].

Zauważmy, że każde oczko zdefiniowane jest przez pewną liczbę gałęzi drzewa i jedną gałąź dopełnienia, a jest opisane w jednym wierszu macierzy $\mathbb{C}$. W związku z tym pojęć oczko oraz wiersz macierzy $\mathbb{C}$ używać będziemy zamiennie. Proces podziału

grafu będzie dokonywany na podstawie tzw. "indeksu oczka" zdefiniowanego następujaco:

Rozważmy i-ty wiersz macierzy $\mathbb{C}$ opisujący i-te oczko (i=1,...,l). Indeksem tego oczka: LI(i), jest liczba elementów niezerowych w wierszach od (i+1)-go do ostatniego i w kolumnach, w których występuje przynajmniej jeden element niezerowy w pierwszych i wierszach.

2.1.2 Opis algorytmu

Dla danego grafu G i dowolnie wybranego drzewa T w procesie podziału grafu wykorzystywana jest macierz oczkowa $\mathbb{C}$. Najpierw dokonywane jest przestawianie wierszy tej macierzy, a następnie podział na podmacierze, jak to pokazuje zależność (2.2).

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} \mathbb{C}_1 \\ \vdots \\ \mathbb{C}_s \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Pierwsza podmacierz $\mathbb{C}_1=\{c_{ij}\}$, $(i=1,\dots,l_1;j=1,\dots,t)$ definiuje podgraf G_1 w ten sposób, że należą doń wszystkie gałęzie tworzące oczka opisane w tej podmacierzy, tzn. gałęzie dopełnienia od 1-szej do l_1-szej oraz gałęzie drzewa odpowiadające niezerowym kolumnom podmacierzy $\mathbb{C}_1$. Podmacierz $\mathbb{C}_k=\{c_{ij}\}$, $(i=l_{k-1}+1,\dots,l_k;j=1,\dots,t)$ definiuje k-ty podgraf G_k w ten sposób, że należą doń wszystkie gałęzie oczek opisanych tą podmacierzą, z wyjątkiem gałęzi drzewa występujących również w oczkach opisanych podmacierzami $\mathbb{C}_1,\dots,\mathbb{C}_{k-1}$,tzn. gałęzie dopełnienia od $(l_{k-1}+1)$-szej do l_k-tej oraz gałęzie drzewa odpowiadające tym niezerowym kolumnom podmacierzy $\mathbb{C}_k$, w których występują same zera w podmacierzach $\mathbb{C}_1,\dots,\mathbb{C}_{k-1}$. Zbiór gałęzi drzewa wspólnych dla oczek dwóch lub więcej podmacierzy $\mathbb{C}_k$, tj. zbiór gałęzi odpowiadających tym kolumnom, w których występują elementy niezerowe w różnych podmacierzach oznaczymy przez $G_o=(N_o,B_o)$. Zatem, węzły podziału N_x, przez które przebiega podział grafu G na s podgrafów $G_1,\dots,G_s$ są węzłami podgrafu G_o. Problem stanowi znalezienie takiego podziału, dla którego n_o ma wartość jak

najmniejszą.

Przestawiając wiersze macierzy $\mathbb{C}$, pierwsze wybrane oczko umieścimy w pierwszym wierszu, a kolejno wybierane oczka w kolejnych wierszach. Przestawiając kolejne oczko do i-tego wiersza, spośród oczek opisanych w wierszach od i-tego do ostatniego, tzn. l-tego, wybrać należy oczko najbardziej nakładające się (posiadające największą liczbę wspólnych gałęzi drzewa) na oczka przestawione wcześniej do wierszy od 1-go do (i-1)-go, a jak najmniej nakładające się na pozostałe oczka. W ten sposób dążyć będziemy do zminimalizowania n_o, co jest naszym celem.

Po przestawieniu ostatniego, l-tego oczka, poszukiwać będziemy takiego podziału macierzy $\mathbb{C}$ na podmacierze $\mathbb{C}_1,\ldots,\mathbb{C}_s$, który da nam minimalną wartość $n_x=n_o$, spełniając jednocześnie warunek (2.1).

Poszukiwanie oczka najbardziej nakładającego się na oczka przestawione wcześniej do wierszy od 1-go do (i-1)-go i jednocześnie najmniej nakładającego się na pozostałe oczka sprowadza się do znalezienia oczka dającego najmniejszy indeks oczka LI(i), po przestawieniu go do wiersza i-tego.

Podział macierzy $\mathbb{C}$ dokonywany jest na podstawie funkcji LI(i), i=1,..,l. Przed dokładnym opisem algorytmu krok po kroku, wprowadzimy dwa pomocnicze wektory: $f=[f_1,\ldots,f_t]$ i $d=[d_1,\ldots,d_t]$. j-ty element wektora f określa liczbę elementów niezerowych j-tej kolumny macierzy $\mathbb{C}$, tzn. liczbę oczek zawierających gałąź drzewa odpowiadającą j-tej kolumnie $\mathbb{C}$. Elementy wektora d są uaktualniane po każdym przestawieniu wierszy macierzy $\mathbb{C}$. Na samym początku $d_j=1$, $j=1,\ldots,t$, a przed kolejnym i-tym przestawieniem: $d_j=0$ jeśli gałąź drzewa odpowiadająca j-tej kolumnie $\mathbb{C}$ występuje w oczkach przestawionych przedtem do pierwszych (i-1) wierszy, $d_j=1$ w przeciwnym razie.

Indeks oczka LI(i) można łatwo otrzymać uaktualniając LI(i-1) (LI(0)=0) w sposób określony zależnością (2.3).

$$LI(i) = LI(i-1) - \sum_{j=1}^{t} c_{kj} + \sum_{j=1}^{t} c_{kj} d_j f_j \qquad (2.3)$$

gdzie c_{kj} jest j-tym elementem k-tego wiersza, który opisuje oczko przed jego przestawieniem do wiersza i-tego

Jak widać, indeks oczka LI(i) ma wartość minimalną wtedy, gdy przestawiane oczko najbardziej nakłada się na oczka przestawione uprzednio do pierwszych (i-1) wierszy, a najmniej nakłada się na pozostałe oczka.

Opis algorytmu krok po kroku wygląda następująco:

Krok 1: Dla danego grafu G wybierz dowolne drzewo i znajdź korespondującą macierz oczkową $\mathbb{C}$. Do tego celu wykorzystać można algorytm opisany w pracy [84].

Krok 2: Znajdź wektor f, podstaw d:=[1,1,...,1], i:=1 .

Krok 3: Spośród oczek opisanych w wierszach od i-tego do ostatniego i posiadających przynajmniej jedną gałąź wspólną z oczkami przestawionymi wcześniej do wierszy od 1-go do (i-1)-go wybierz takie, które daje najmniejszy indeks LI(i) po przestawieniu go do i-tego wiersza. Dla i=1 oraz w przypadku gdy nie ma oczka spełniającego warunek nakładania się na poprzednio przestawione oczka, warunek ten należy po prostu zignorować.

Krok 4: Zamień miejscami wiersze i-ty oraz k-ty, gdzie wiersz k-ty jest wierszem opisującym oczko wybrane w kroku 3. W szczególnym przypadku k może być równe i. Uaktualnij wektor d.

Krok 5: Znajdź rozmiar (liczbę gałęzi) DI(i) podgrafu składającego się z pierwszych i oczek.

Krok 6: Jeśli

$$b - DI(i) > b_{min} \tag{2.4}$$

podstaw i:=i+1 i wróć do kroku 3 .

Krok 7: Prześledź funkcję LI(i) oraz znajdź wartości i definiujące podział. Wartości te oznaczymy przez l_k (k=1,...,s) i nazwiemy punktami podziału. Krok ten wyjaśniony zostanie dokładniej w dalszej części.

Krok 8: Podziel graf G na s podgrafów; k-ty podgraf G_k zawierać będzie gałęzie łączące odpowiadające wierszom macierzy $\mathbb{C}$ od $(l_{k-1}+1)$-go do l_k-tego (k=1,...,s, l_0=0, l_s=1) oraz gałęzie drzewa tworzące oczka z tymi gałęziami łączącymi a nie występujące w oczkach

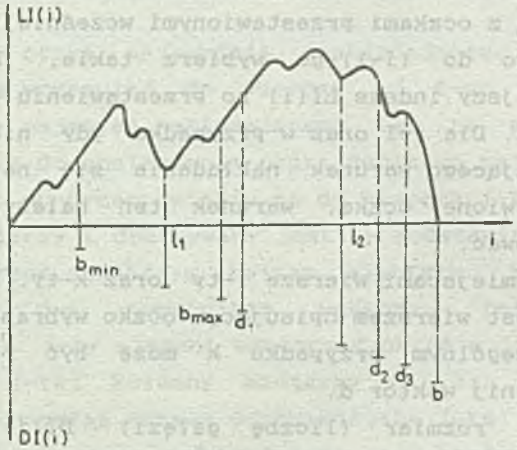
opisanych w wierszach od 1-go do l_{k-1}-go.

Krok 9: Znajdź zbiór N_x, tzn. zbiór węzłów wspólnych dla dwóch lub więcej podgrafów G_k (k=1,...,s).

Przed przystąpieniem do omawiania przykładu wyjaśnimy dokładniej krok 7. Na Rys.2.4 przedstawiono przykładowe krzywe LI(i) oraz DI(i), gdzie:

$$d_1 = DI(l_1) + b_{min}, \quad d_2 = b - b_{min}, \quad d_3 = DI(l_1) + b_{max}.$$

Wprawdzie funkcja LI(i) jest funkcją dyskretną, dla lepszej czytelności wartości dyskretne połączono linią ciągłą.



Rys.2.4 Przykładowe krzywe LI(i) oraz DI(i)
Fig.2.4 Example of LI(i) and DI(i) functions

Operacje wykonywane w kroku 7 można rozpisać w sposób następujący:

Krok 7.1: Podstaw k:=0 (l_0:=0, DI(0):=0).

Krok 7.2: Znajdź globalne minimum funkcji LI(i) w przedziale, w którym spełniona jest nierówność:

$$DI(l_k) + b_{min} \le DI(i) \le d \qquad (2.5)$$

gdzie $d = \min(DI(l_k) + b_{max}, b - b_{min})$

To minimum definiuje punkt podziału l_{k+1}. Jeśli LI(i) jest funkcją monotonicznie rosnącą/ malejącą w przedziale opisanym przez (2.5), to punkt podziału l_{k+1} będzie po prostu dolną/górną granicą tego przedziału.

Krok 7.3: Jeśli

$$b - DI(l_{k+1}) > b_{max} \tag{2.6}$$

podstaw k:=k+1 i wróć do kroku 7.2

Krok 7.4: Podstaw s:=k+2

W przykładzie z rys.2.4 najpierw poszukiwane jest globalne minimum LI(i) w przedziale $\langle b_{min}, b_{max} \rangle$. Minimum to zostaje osiągnięte dla $i=l_1$. Ponieważ nierówność (2.6) jest spełniona, należy poszukiwać kolejnego punktu podziału l_2. Ponieważ $d_3=DI(l_1)+b_{max}$ jest większe od $d_2=b-b_{min}$, punktu tego będziemy poszukiwać w przedziale $\langle d_1=DI(l_1)+b_{min}, d_2 \rangle$. Zauważmy, że aby zapewnić spełnienie nierówności (2.1) przyjąć należy następujące ograniczenie:

$$2b_{min} \leq b_{max} \tag{2.7}$$

Bez tego ograniczenia rozmiar ostatniego podgrafu G_s mógłby być mniejszy od b_{min}. Bardzo często celem podziału jest dekompozycja na dwie części posiadające w przybliżeniu takie same rozmiary, tzw. bisekcja. W takim przypadku należy przyjąć, że

$$\left.\begin{aligned} b_{min} &= \alpha\, b \\ b_{max} &= (1-\alpha)\, b \end{aligned}\right\} \tag{2.8}$$

i wówczas warunek (2.7) można zastąpić warunkiem (2.9), który jest warunkiem słabszym.

$$0 < \alpha < 0.5 \tag{2.9}$$

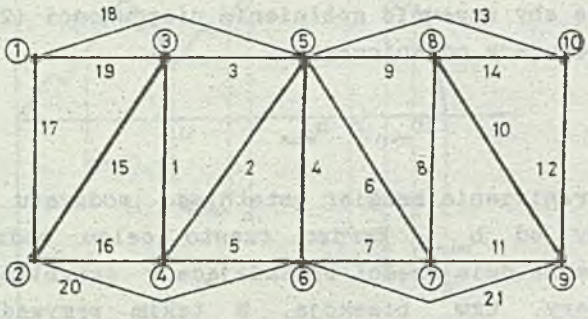
Zauważyć należy, że jedynym krokiem, w którym przyjęte rozwiązanie jest czysto przypadkowe, jest krok 1, tj. wybór drzewa. Operacje przeprowadzane we wszystkich następnych

krokach, tj. najpierw przestawianie wierszy macierzy $\mathbb{C}$, następnie jej podział na podmacierze $\mathbb{C}_1,\ldots,\mathbb{C}_s$ i ostatecznie znalezienie węzłów podziału, są operacjami jednoznacznie zdefiniowanymi mającymi na celu zminimalizowanie n_x.

Przedstawimy teraz działanie algorytmu na kilku przykładach.

Przykład 2.1

Na rys.2.5 przedstawiono graf G składający się z b=21 gałęzi ponumerowanych od 1 do 21 i połączonych w n=10 węzłach ponumerowanych od 1 do 10. Numeracja gałęzi nie jest konieczna ze względu na to, że każda gałąź zdefiniowana jest parą węzłów. Ze względu na uproszczenie zapisu zdecydowano się jednak na numerację gałęzi. Załóżmy, że G ma zostać podzielony na dwie części z współczynnikiem α=1/3, tzn. b_{min}=7 i b_{max}=14.



Rys.2.5 Graf z przykładu 2.1
Fig.2.5 Graph of example 2.1

W kroku 1, wybrane zostanie drzewo i odpowiadająca mu macierz $\mathbb{C}$ .Drzewo zaznaczone zostało na rys.2.5 pogrubioną linią a macierz $\mathbb{C}$ ma postać (2.10). Dla przejrzystości opisu macierz $\mathbb{C}$ przedstawiona została w pełnej postaci. W praktyce macierz ta zapisywana jest w dwóch wektorach, w których zapamiętywane jest jedynie rozmieszczenie elementów niezerowych [84]. Podobnie dla przejrzystości opisu w tym przykładzie oraz następnych pominięto znaki elementów macierzy pozostawiając to samo oznaczenie $\mathbb{C}$.

W krokach 2-6, dokonywany jest proces przestawiania wierszy macierzy $\mathbb{C}$ tak by minimalizować wartości LI(i).

$$
\mathbb{C} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 15 & 17 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccccc}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \\ 3 \\ 5 \\ 7 \\ 9 \\ 11 \\ 13 \\ 14 \\ 16 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \\ 21 \end{array} \qquad (2.10)
$$

Dla i=1 oczko dające najmniejszy indeks LI(1)=4,a opisane w siódmym wierszu, któremu odpowiada gałąź łącząca 14, przestawione zostanie do wiersza pierwszego.

$$
\mathbb{C} = \begin{bmatrix} \mathbb{C}_1 \\ \mathbb{C}_2 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 15 & 17 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \\ 14 \\ 11 \\ 13 \\ 9 \\ 21 \\ 7 \\ \\ 5 \\ 3 \\ 16 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \end{array} \qquad (2.11)
$$

Dla i=2, spośród oczek mających przynajmniej jedną gałąź wspólną z oczkiem przestawionym do wiersza pierwszego, tzn spośród oczek zdefiniowanych gałęziami łączącymi 11, 13 i 21, wybrane zostanie oczko zdefiniowane gałęzią łączącą 11. Oczko

to po przestawieniu do wiersza drugiego daje indeks LI(2)=6. I tak dalej, dla $i=i_{max}=8$, DI(8)=15 i nierówność (2.4) nie jest spełniona, co oznacza, że proces przestawiania wierszy macierzy $\mathbb{C}$ można zakończyć. Macierz $\mathbb{C}$ po zakończeniu procesu przestawiania wierszy ma postać (2.11).

W tablicy 2.1 zebrano wartości LI(i), DI(i) $(i=1,\ldots,i_{max})$ wraz z numerami gałęzi łączących odpowiadających wierszom $\mathbb{C}$ po zakończeniu procesu przestawiania. Tablicę taką nazywać będziemy "tablicą oczkową".

Tablica 2.1

Tablica oczkowa przykładu 2.1

i	L	LI(i)	DI(i)
1	14	4	3
2	11	6	5
3	13	6	7
4	9	4	8
5	21	4	10
→ 6	7	2	11
7	5	4	13
8	3	6	15

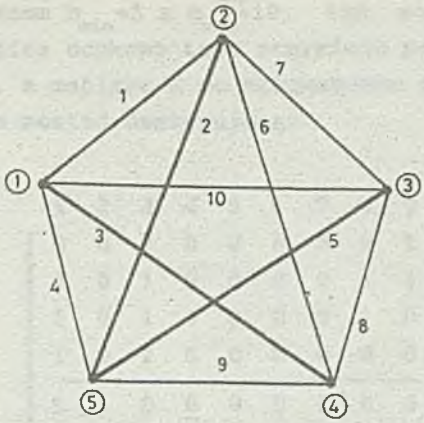
W kroku 7 poszukiwać będziemy minimum globalnego w przedziale DI(i): <7,14>, tzn. pomiędzy i=3 a i=7 . Minimum to zostaje osiągnięte dla i=6 , a zatem punkt podziału zaznaczony w tablicy oczkowej strzałką ma wartość $l_i=6$.

W kroku 8 graf podzielony zostanie na dwie części. Pierwszy podgraf zawiera gałęzie tworzące oczka opisane w pierwszych sześciu wierszach macierzy $\mathbb{C}$ opisanej zależnością (2.11), tzn. B_i:{4,6,8,10,12,14,11,13,9,21,7}. Drugi podgraf zawiera pozostałe gałęzie.

W kroku 9 znajdziemy zbiór węzłów podziału N_x:{5,6} jako zbiór węzłów wspólnych dla zbiorów N oraz N

Przykład 2.2

Na Rys.2.6 przedstawiono graf zupełny zawierający n=5 węzłów, tzw. graf Kuratowskiego [27]. Dla zaznaczonego drzewa macierz $\mathbb{C}$ przed przestawianiem wierszy ma postać (2.12). Podobnie jak poprzednio załóżmy, że graf ma zostać podzielony na dwie części i $\alpha=0.4$.



Rys.2.6 Graf Kuratowskiego z przykładu 2.2
Fig.2.6 Graph of example 2.2

$$\mathbb{C} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 5 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \\ 4 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \qquad (2.12)$$

Tablica oczkowa tego przykładu wygląda następująco:

Tablica 2.2

Tablica oczkowa przykładu 2.2

i	L	LI(i)	DI(i)
1	6	6	3
2	9	8	5
→ 3	4	6	6

Punktu podziału poszukiwać będziemy w przedziale DI(i): <4,6>, tzn. pomiędzy i=2 a i=3 . Ponieważ LI(i) jest funkcją malejącą w tym przedziale, punkt podziału l_1 określony jest wartością i_{max} określoną górnym ograniczeniem (2.5), tzn. l_1=3. Następnie, łatwo można określić B_1:{1,2,3,4,6,9}, B_2:{5,7,8,10} oraz N_x:{1,2,4,5} .

Załóżmy tym razem $b_{min}=5$ a $b_{max}=10$, tzn. podział n ie będący bisekcją. Tablica oczkowa tego przykładu przedstawiona została w tablicy 2.3, a macierz $\mathbb{C}$ po zakończeniu procesu przestawiania wierszy ma postać następującą:

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} \mathbb{C}_1 \\ \mathbb{C}_2 \\ \mathbb{C}_3 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \\ 13 \\ 16 \\ 15 \\ 14 \\ \\ 12 \\ 18 \\ 10 \\ 11 \\ 17 \\ \\ 19 \\ 20 \\ 21 \end{array} \qquad (2.13)$$

Na podstawie tablicy 2.3 wyznaczyć można dwa punkty podziału, $l_1=4$ i $l_2=9$. Zatem graf podzielony zostanie na trzy części zawierające gałęzie, B_1:{1,3,8,9,13,16,15,14}, B_2:{2,4,5,12, 18,10,11,17}, B_3:{6,7,19,20,21}. Otrzymamy zbiór węzłów podziału, N_x:{2,4,7,8}. Otrzymane rozwiązanie nie jest optymalne, co można łatwo stwierdzić przez obserwację grafu. Dalej przedstawiona zostanie prosta modyfikacja algorytmu, pozwalająca zoptymalizować rozwiązanie. Modyfikacja ta rozpoczyna się od kroku 8 i przedstawiona krok po kroku ma postać:

Krok 8a: Podziel macierz $\mathbb{C}$ na s części tak, by część k-ta zawierała wiersze od $(l_{k-1}+1)$-go do l_k-tego (k=1,...,s, $l_0=0$, $l_s=l$). Następnie usuń z tych podmacierzy kolumny, w których pojawiają się elementy niezerowe w więcej niż jednej podmacierzy. Gałęzie drzewa odpowiadające tym kolumnom utworzą podgraf G_0. Podgrafy $G_1,...,G_s$ będą teraz tworzyć gałęzie łączące

i pozostałe gałęzie drzewa odpowiadające wierszom i pozostałym kolumnom podmacierzy $C_1,\ldots,C_s$

Krok 9a: Krok ten jest taki sam jak krok 9 z tym, że teraz zbiór N_x jest zbiorem niekompletnym.

Krok 10: Dołącz, jedna za drugą, gałęzie podgrafu G_o do podgrafów $G_1,\ldots,G_s$, stosując następującą strategię mającą na celu zminimalizowanie n_x:

Krok 10.1: Jeśli $b_o \neq 0$, poszukuj w B_o gałęzi łączącej węzły $(n(i),n(j)) \in N_k$ lub łączącej $n(i) \in N_x$ oraz $n(j) \in N_k$, gdzie N_k jest jednym ze zbiorów $N_1,\ldots,N_s$. Dołącz tę gałęź do G_k i rozpocznij wykonywanie Kroku 10.1 od początku.

Krok 10.2: Jeśli nadal $b_o \neq 0$, poszukaj w B_o gałęzi incydentnej z węzłem $n(i)$, z którym nie jest incydentna żadna inna gałąź zbioru B_o. Ponieważ nie ma oczka w G_o, przynajmniej jedna taka gałąź musi istnieć. Następnie znajdź zbiór N_k zawierający $n(i)$ i dołącz wybraną gałąź do G_k. Jeśli drugi węzeł tej gałęzi $n(j)$ należy do jednego ze zbiorów $N_1,\ldots,N_s$, to $n(j)$ jest nowym węzłem podziału. Po wykonaniu kroku 10.2 wróć do wykonywania kroku 10.1.

Zilustrujemy teraz przedstawioną modyfikację wykorzystując przykład 2.3.

W kroku 8a, macierz $\mathbb{C}$ podzielona zostanie najpierw na trzy części, jak to pokazuje zależność (2.13) i zgodnie z tym podziałem powstaną cztery podgrafy utworzone z gałęzi: B_o:{1,2,3}, B_1:{8,9,13,16,15,14}, B_2:{4,5,12,18,10,11,17}, B_3:{6,7,19,20,21}. Odpowiednie zbiory węzłów są następujące: N_o:{2,4,7,8}, N_1:{4,5,6,7}, N_2:{1,2,3,4,7}, N_3:{2,7,9,10}.

W kroku 9a znaleziony zostanie zbiór N_x:{2,4,7}.

Przy pierwszym wykonaniu kroku 10.1, żadna gałąź zbioru G_o nie zostanie od niego odłączona.

W kroku 10.2, gałąź 1 incydentna z węzłem 4, z którym nie jest incydentna żadna inna gałąź B_o, odłączona zostanie od G_o i dołączona do G_1. Teraz, B_o:{2,3}, N_o:{2,7,8}, N_1:{4,5,6,7,8}, B_1:{1,8,9,13,16,15,14}, pozostałe zbiory bez zmian.

Przy drugim wykonaniu kroku 10.1, najpierw gałąź 3 dołączona zostanie do G_1, ponieważ jest to gałąź łącząca węzły $(7,8)\in N_1$. Następnie, gałąź 2 zostanie również dołączona do G_1 gdyż łączy ona węzeł $2\in N_x$ z węzłem $8\in N_1$. Teraz, $b_0=0$, $N_1:\{1,4,5,6,7,8\}$, $B_1:\{1,2,3,8,9,13,16,15,14\}$ i proces dekompozycji można zakończyć.
Przykładowy graf został podzielony na trzy części zawierające $b_1=9$, $b_2=7$, $b_3=5$ gałęzi. Liczba węzłów podziału wynosi trzy co stanowi optymalne rozwiązanie. Zauważyć należy, że modyfikacja zmienia nieznacznie rozmiary podgrafów, lecz praktycznie nie na tyle, by naruszyć spełnienie warunku (2.1).

Jednym z zastosowań dekompozycji grafu obwodu jest diakoptyka, czyli analiza obwodu przez podział na części. W takim przypadku interesują nas zazwyczaj macierze opisujące topologię podobwodów [21],[80],[89]. Zauważyć należy , że efektem dodatkowym przedstawionego algorytmu jest znajomość macierzy oczkowych podobwodów, $C_1,\ldots,C_n$.

Po dokonaniu nieznacznych przeróbek można stosować przedstawiony algorytm do podziału obwodów zawierających wielobiegunniki takie, jak np. wzmacniacze operacyjne lub modele Ebersa-Molla tranzystorów. W takim przypadku każdy wielobiegunnik o m węzłach zewnętrznych można zamodelować w grafie za pomocą jednego oczka, tj. oczka utworzonego z jednej gałęzi łączącej i m-1 gałęzi drzewa. Oczywiście w takiej sytuacji gałęzie drzewa tworzące model nie mogą występować w G_0, a do wyboru drzewa użyć należy algorytmu umożliwiającego ten wybór w przypadku występowania ograniczeń (m-1 gałęzi modelu musi się znaleźć w drzewie). Można do tego celu wykorzystać algorytm opisany w pracy [84]. To podejście do problemu występowania w obwodzie wielobiegunników jest chyba korzystniejsze od podejścia proponowanego w pracach [75], [100]. W pracach tych wielobiegunnik zastępowany jest jednym "super węzłem" posiadającym wagę równą m. Czyni to podział przez węzły wielobiegunnika praktycznie niemożliwym, jako że wszytkie pozostałe węzły mają wagę 1.
Na Rys.2.8 pokazano przykład, w którym przedstawiony algorytm daje dwa węzły podziału {1,2} podczas gdy algorytmy opisane w

obliczeniowej tego kroku. Należy podkreślić, że koszt obliczeń związanych ze znajdowaniem drzewa i macierzy oczkowej algorytmem opisanym w [84] jest znacznie mniejszy od kosztu obliczeń związanych z przestawianiem wierszy macierzy $\mathbb{C}$. Należy ponadto zauważyć, że operacje związane ze znajdowaniem drzewa i macierzy $\mathbb{C}$ są operacjami, które należy przeprowadzić w większości topologicznych metod analizy lub automatycznego testowania obwodów, niezależnie od tego czy metoda wykorzystuje dekompozycję, czy też nie.

Tablica 2.4

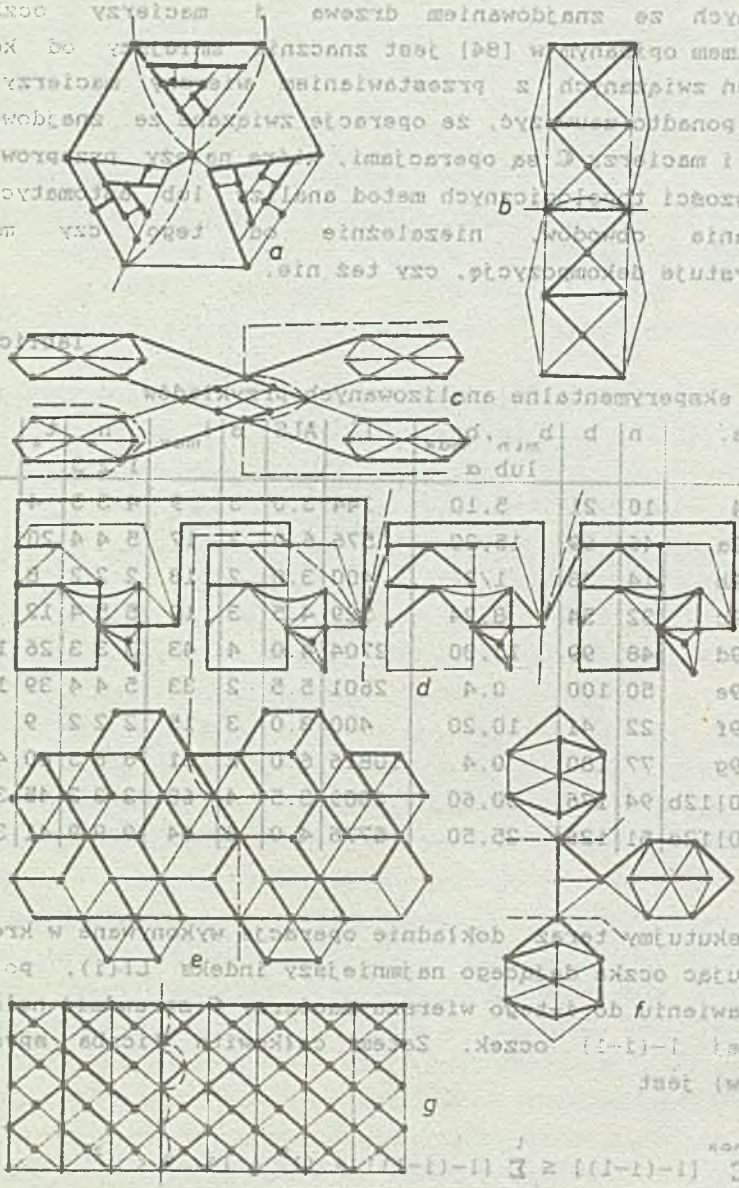
Wyniki eksperymentalne analizowanych przykładów

Lp./Rys.	n	b	b_{min}, b_{max} lub α	l^2	ALS	s	i_{max}	n_x 1	2	3	t_1	t_2	t_3
3/ 2.4	10	21	5,10	144	3.0	3	9	4	3	3	4	10	5
4/ 2.9a	46	69	15,30	576	6.0	3	17	5	4	4	20	55	17
5/ 2.9b	14	33	1/3	400	3.0	2	13	2	2	2	8	22	5
6/ 2.9c	32	54	8,24	529	4.5	3	19	5	5	4	12	42	12
7/ 2.9d	48	99	15,30	2704	4.0	4	43	3	3	3	26	155	22
8/ 2.9e	50	100	0.4	2601	5.5	2	33	5	4	4	39	180	17
9/ 2.9f	22	41	10,20	400	3.0	3	15	2	2	2	9	23	6
10/ 2.9g	77	180	0.4	10816	6.0	2	61	6	6	5	80	476	32
11/[100]12b	94	176	30,60	6889	3.5	4	68	3	3	3	45	332	20
12/[100]12c	51	126	25,50	5776	4.0	4	64	9	9	9	41	345	18

Przedyskutujmy teraz dokładnie operacje wykonywane w kroku 3. Poszukując oczka dającego najmniejszy indeks LI(i), po jego przestawieniu do i-tego wiersza macierzy $\mathbb{C}$ sprawdzić należy co najwyżej l-(i-1) oczek. Zatem całkowita liczba sprawdzeń (testów) jest

$$\leq \sum_{i=1}^{i_{max}} [l-(i-1)] \leq \sum_{i=1}^{l} [l-(i-1)] = (l^2 - l)/ 2 < l^2 \qquad (2.14)$$

W pojedynczym teście wyznaczyć należy z równania (2.3) indeks oczka LI(i). Jako że wykonywane są jedynie obliczenia na niezerowych elementach macierzy $\mathbb{C}$, koszt obliczeniowy pojedynczego testu zdefiniowany jest liczbą niezerowych elementów c_{kj}, tzn. liczbą gałęzi drzewa testowanego oczka.



Rys.2.9 Przykładowe grafy
Fig.2.9 Graphs of further examples

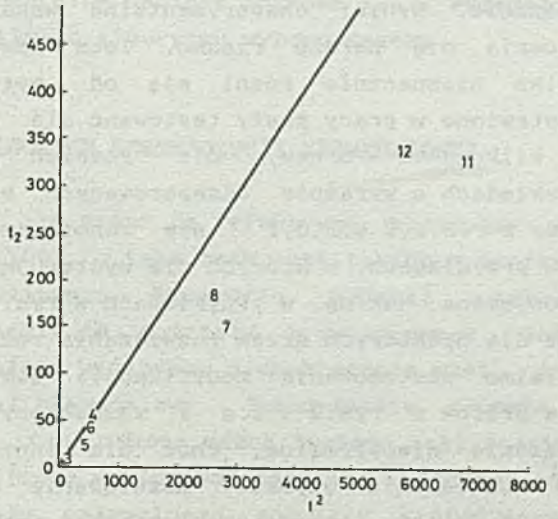
Liczbę tę nazywać będziemy dalej "rozmiarem oczka". Następnie przez ALS oznaczmy rozmiar przeciętnego oczka grafu G opisanego macierzą $\mathbb{C}$. Zatem

$$ALS = |\mathbb{C}| / l \qquad (2.15)$$

gdzie: $|\mathbb{C}|$ jest całkowitą liczbą elementów niezerowych macierzy $\mathbb{C}$

Praktycznie, ALS nie zależy od całkowitej liczby gałęzi łączących lub gałęzi drzewa grafu G i można założyć, że

$$3 \leq ALS \leq 6 \qquad (2.16)$$



Rys.2.10 Czas obliczeń t_2 w funkcji l^2 ilustrujący ograniczenie nakładu obliczeniowego

Liczby na wykresie odpowiadają numerom przykładów z Tabl. 2.4

Fig.2.10 Computer time spent against l^2, illustrating the $O(l^2)$ bound

The numbers in this plot correspond to the example numbers of Table 2.4

Wyniki eksperymentalne umieszczone w tablicy 2.4 potwierdzają słuszność tego założenia. Oznacza to, że przeciętny nakład obliczeniowy pojedynczego testu nie zależy od rozmiaru grafu . Zatem powiedzieć można, że nakład obliczeniowy całego algorytmu

jest rzędu $O(l^2)$. Na rys.2.10 przedstawiono zależność czasu obliczeń t_2 od rozmiaru grafu reprezentowanego przez l^2. Zależność ta potwierdza, że nakład obliczeniowy ograniczony jest przez $O(l^2)$. Jak można zauważyć, empiryczny nakład obliczeniowy wyznaczony na podstawie analizowanych przykładów jest znacznie mniejszy od $O(l^2)$ i wynosi $O(\ln(l^2))$.

2.1.4 Podsumowanie

Przedstawiony algorytm bazuje na nowej koncepcji podziału fundamentalnej macierzy oczkowej obwodu wykorzystując tzw. indeks oczka. Wybór drzewa jest jedynym czynnikiem mającym wpływ na rozwiązanie. Wyniki eksperymentalne wskazują, że wpływ ten uwidacznia się bardzo rzadko, lecz nawet wtedy rozwiązanie tylko nieznacznie różni się od optymalnego. Wszystkie przedstawione w pracy grafy testowano dla kilku, a czasami nawet kilkunastu drzew, dla różnych wartości b_{min}, b_{max}. W przykładach o wyraźnie odseparowanych podgrafach jak np. przykłady z rys.2.9 a,b,d,f , nie zanotowano wpływu wyboru drzewa. W przykładach, w których nie występują podgrafy słabo ze sobą powiązane, jak np. w przykładach z rys.2.9c,e,g, zdarzało się, że dla niektórych drzew rozwiązanie różniło się od optymalnego (mimo zastosowania modyfikacji) zazwyczaj o jeden węzeł. Dla grafów z rys.2.9 c,g i zaznaczonych drzew otrzymano rozwiązanie nieoptymalne, choć dla innych drzew udawało się to rozwiązanie uzyskać. Rozwiązanie optymalne otrzymamy zawsze wtedy, gdy najkrótsza ścieżka przechodząca przez wszystkie węzły podziału optymalnego należy do drzewa. Wowczas zbiór G_o jest najmniej liczny, a w N_o znajdują się wszystkie węzły podziału optymalnego. Chcąc w przykładzie z rys.2.9 g uzyskać rozwiązanie optymalne, należałoby poprowadzić drzewo przez cztery pionowe gałęzie w osi symetrii grafu. Zakładając jednak, że węzły podziału optymalnego nie są znane *a priori*, nie mamy żadnej wstępnej informacji pomocnej przy wyborze drzewa. Można pokusić się o stwierdzenie, że otrzymane wyniki są porównywalne, a w niektórych przypadkach znacznie lepsze od wyników osiąganych najczęściej stosowanym algorytmem Sangiovanniego [100]. Algorytm ten zawodzi

kompletnie dla grafów zupełnych lub prawie zupełnych, tzn. takich, w których występują prawie wszystkie połączenia. Przedstawiony algorytm pozwala analizować takie przypadki. Wydaje się on również bardziej efektywny w przypadku występowania w obwodzie wielobiegunników. Złożoność obliczeniowa algorytmu wynosi $O(l^2)$ i jest porównywalna z wynoszącą O(nb) złożonością obliczeniową algorytmów [75],[100].
Podsumowując, wydaje się że zaproponowany algorytm jest skuteczniejszy od innych algorytmów podziału znanych z literatury. Złożoność obliczeniową przedstawionego algorytmu można by jeszcze zredukować przez taki wybór drzewa, który daje minimalną wartość współczynnika ALS, tzn. najrzadszą fundamentalną macierz oczkową [22]. Wymagałoby to opracowania specjalnego algorytmu wyboru drzewa.

2.2 ALGORYTM DEKOMPOZYCJI KRAWĘDZIOWEJ

O ile znane są efektywne algorytmy podziału węzłowego [88],[100], o tyle brak jest takich w odniesieniu do podziału krawędziowego. Wprawdzie podział węzłowy zawsze można sprowadzić do podziału krawędziowego, jednakże optymalnemu podziałowi węzłowemu niekoniecznie musi odpowiadać optymalny podział krawędziowy. Jednocześnie słuszna jest nierówność: $n_x \leq b_x$, tzn. zawsze można znaleźć taki podział węzłowy, który daje liczbę węzłów podziału nie większą od liczby krawędzi podziału optymalnego podziału krawędziowego. W większości metod projektowania, analizy lub automatycznego testowania obwodów elektronicznych przez podział, stosowanie dekompozycji węzłowej wydaje się korzystniejsze. Istnieją jednakże sieci i systemy, jak np. sieci przepływowe czy systemy mikroprocesorowe lub transportowe opisane grafem przepływowym, gdzie stosowanie podziału krawędziowego jest chyba korzystniejsze lub wręcz konieczne [108].

Znalezienie optymalnego podziału krawędziowego polega na znalezieniu najmniej licznego podzbioru gałęzi B_x, takiego, że
1) usunięcie gałęzi B_x z grafu G spowoduje jego podział na s

niespójnych podgrafów $G_1,\ldots,G_s$,

2) liczba gałęzi każdego podgrafu spełnia nierówność:

$$b_{min} \le b_k \le b_{max} \qquad (2.17)$$

gdzie b_{min}/b_{max} jest założoną minimalną/maksymalną liczbą gałęzi podgrafu, w szczególnym przypadku bisekcji: $b_{min}=\alpha\, b$, $b_{max}=(1-\alpha)b$, $\alpha \in \langle 0,0.5\rangle$.

Jeśli przez $\mathbb{B}=\mathbb{C}^T=\{c_{ji}\}$ $(j=1,\ldots,t\ ;\ i=1,\ldots,l)$ oznaczymy podmacierz fundamentalnej macierzy odcięć [23] oraz zdefiniujemy indeks i-tego odcięcia CI(i) jako liczbę elementów niezerowych w wierszach od (i+1)-go do ostatniego, w kolumnach posiadających elementy niezerowe również w wierszach od 1-go do i-tego, to algorytm przedstawiony w poprzednim rozdziale można po przeprowadzeniu niewielkich zmian wykorzystać do znajdowania podziału krawędziowego. Dokładny opis algorytmu podziału krawędziowego znaleźć można w pracy [93]. Jego teoretyczna złożoność obliczeniowa jest proporcjonalna do kwadratu liczby odcięć, tzn. wynosi $O(n^2)$. Wyniki doświadczalne uzyskane przy użyciu komputera IBM XT/AT pozwalają na stwierdzenie, że doświadczalna złożoność obliczeniowa algorytmu przebiega znacznie poniżej złożoności wyznaczonej teoretycznie i może zostać oszacowana jako: $O(\ln(n^2))$. Jak widać, złożoność obliczeniowa obu przedstawionych algorytmów dekompozycyjnych jest tego samego rzędu i jest porównywalna ze złożonością obliczeniową innych algorytmów dekompozycji węzłowej. Metody diagnostyczne przedstawione w podrozdziałach 3.1 i 3.4 oraz metody dekompozycyjnej analizy obwodów [21],[89],[90] wykorzystują algorytm dekompozycji węzłowej. Zastosowanie w metodach diagnostycznych dekompozycji gałęziowej wiązałoby się z zastąpieniem pomiarów napięć pomiarami prądów, co nie wydaje się właściwe z praktycznego punktu widzenia. W diakoptyce dekompozycja gałęziowa może być stosowana na równi z dekompozycją węzłową [38],[131].

3. Lokalizacja i identyfikacja uszkodzeń w analogowych układach elektronicznych

Olbrzymi postęp, jaki dokonał się w produkcji i eksploatacji układów elektronicznych, w szczególności pojawienie się układów o dużej wymiarowości i złożoności z jednej strony, z drugiej wielkich wymagań dotyczących ich niezawodności spowodowały pojawienie się wielu nowych problemów w przemyśle elektronicznym. Automatyczne testowanie układów jest jednym z nich.

Wyróżnić można trzy podstawowe funkcje automatycznego testowania. Są nimi: 1) wykrywanie, 2) lokalizacja, 3) identyfikacja uszkodzeń. Wykrycie uszkodzenia i jego lokalizacja konieczne są w przypadku, gdy w grę wchodzi wymiana uszkodzonego elementu. Identyfikacja, czyli znajomość dokładnej wartości odchyłki parametru uszkodzonego elementu poza dopuszczalne granice, konieczna jest w przypadku gdy istnieje możliwość strojenia elementu.

Wyróżnić można dwa typy uszkodzeń:

1) katastroficze, z angielskiego hard (catastrophic) faults
2) nie katastroficzne (parametryczne), z angielskiego soft (parametric) faults

W pierwszym przypadku mamy do czynienia z całkowitym zniszczeniem elementu, tj. z jego zwarciem lub rozwarciem. W drugim przypadku uszkodzenie polega na przekroczeniu przez parametr(y) elementu dopuszczalnego przedziału tolerancji.

Niesprawność układu spowodowana może być uszkodzeniem pojedynczego elementu lub większej liczby elementów. Wyróżnić można zatem uszkodzenie pojedyncze (single fault) lub wielokrotne (multiple fault).

Istnieją dwa podejścia do problemu automatycznego testowania:

1) symulacja przedtestowa (Simulation Before Test),
2) symulacja potestowa (Simulation After Test) .

SBT wymaga symulacji różnych możliwych do wystąpienia uszkodzeń, a następnie zapamiętania wyników (pomiarów) w formie słownika [44],[127]. Pomiary sprawdzanego obwodu porównywane są ze słownikiem i na tej podstawie podejmowana jest decyzja o wystąpieniu uszkodzenia i ewentualnie jego lokalizacji. Takie podejście skuteczne jest jedynie w przypadku pojedynczych uszkodzeń katastroficznych w obwodach o niewielkiej wymiarowości. W pracy [94] zaproponowano nowe podejście do problemu SBT. Podejście to zastępuje słownik siecią neuronową.

SAT wykorzystując pomiary uszkodzonego obwodu oraz znajomość jego modelu, tzn. topologii, nominalnych wartości parametrów i ich tolerancji, pozwala zidentyfikować lub jedynie zlokalizować uszkodzenie. W ostatnim dziesięcioleciu pojawiło się bardzo wiele prac z tej dziedziny. Wymienić należy przede wszystkiem prace powstałe w Uniwersytecie Mc Master w grupie J.W.Bandlera [3]-[5],[8]-[12],[98],[99],[109]-[111] oraz prace powstałe w grupie T.Ozawy w Kioto University [69]-[73].

W metodach SAT wielkościami pomiarowymi są zazwyczaj potencjały węzłowe mierzone dla jednego lub większej liczby pobudzeń [30],[119]-[121], a w przypadku obwodów zmienno-prądowych, dla jednej lub większej liczby częstotliwości [18], [78],[104]-[106],[112],[115],[123]. W związku z tym mówić będziemy o metodzie, że jest metodą jednotestową lub wielotestową. Uwzględnienie tolerancji parametrów [45],[46], [49] oraz faktu występowania węzłów niedostępnych pomiarowo powoduje dodatkowe utrudnienia. Decydując się na wybór metody, należy zazwyczaj dokonać kompromisu pomiędzy złożonością obliczeniową i niezawodnością metody a liczbą pomiarów, które należy wykonać. Ostatnio szczególny nacisk został położony na zredukowanie liczby pomiarów przy zachowaniu złożoności obliczeniowej w sensownych granicach. Zastosowanie dekompozycji węzłowej pomaga znacznie w osiągnięciu tego celu. Niewątpliwie za jedną z najefektywniejszych metod SAT uznać należy metodę Salamy, Starzyka i Bandlera (dalej nazywaną w skrócie metodą Salamy) [99]. Na jej tle przedstawione zostały

metody SAT opracowane w Instytucie Elektroniki Politechniki Śląskiej przy istotnym współudziale autora.
W podrozdziale 3.1 w ogólnych zarysach przedstawiono metodę Salamy, w podrozdziale 3.2 metodę lokalizacji uszkodzeń dla obwodów stałoprądowych, podczas gdy w podrozdziale 3.3 dla obwodów zmiennoprądowych. Wykorzystanie dekompozycji hierarchicznej z zastosowaniem algorytmu testowania podobnego do algorytmu omówionego w poprzednich dwóch rozdziałach przedstawiono w podrozdziale 3.4. W podrozdziale 3.5 omówiono nową metodę pozwalającą nie tylko lokalizować, lecz również identyfikować uszkodzenia wielokrotne.
Odrębną problematykę związaną z automatycznym testowaniem obwodów stanowi podanie topologicznych kryteriów diagnozowalności, tzn. podanie warunków, których spełnienie jest niezbędne do wykrycia lub identyfikacji uszkodzeń wielokrotnych [34],[48],[50],[55],[97],[132],[133]. Jak wspomniano na wstępie, praca nie ma charakteru przeglądowego. Jej celem jest przedstawienie wyników badań prowadzonych w ostatnim dziesięcioleciu w Instytucie Elektroniki Politechniki Śląskiej w ramach Centralnego Problemu Badań Podstawowych 02.14 [59]-[64],[85]-[95], tj. badań zmierzających do opracowania metod diagnostycznych, które pozwalają na lokalizację lub identyfikację uszkodzeń w obwodach o dużej wymiarowości i uwzględniają jednocześnie w prosty sposób tolerancje projektowe elementów. Czytelnik zainteresowany problematyką automatycznego testowania w szerszym aspekcie znajdzie przegląd osiągnięć w tej dziedzinie w pracach [5],[29],[73],[125],[134], ta ostatnia w języku polskim.
W dziedzinie technik automatycznego testowania obwodów analogowych za wiodące uznać należy, poza pracami wymienionymi porzednio, następujące opracowania: [40],[51],[58],[65],[77], [79],[81],[82],[97],[112],[113],[117],[126]-[130].

3.1 METODA SALAMY

Przedstawiony zostanie zarys metody lokalizacji uszkodzeń w analogowych obwodach elektronicznych o dużej wymiarowości [98],[99]. Istota metody polega na hierarchicznej dekompozycji

testowanego obwodu na podobwody [37], lokalizacji uszkodzonych podobwodów poprzez sprawdzanie odpowiednich kryteriów testowych i ostatecznie identyfikację uszkodzeń wewnątrz podobwodów o małej wymiarowości. Metoda nadaje się do testowania liniowych i nieliniowych obwodów stałoprądowych oraz obwodów zmiennoprądowych.

3.1.1 Opis metody

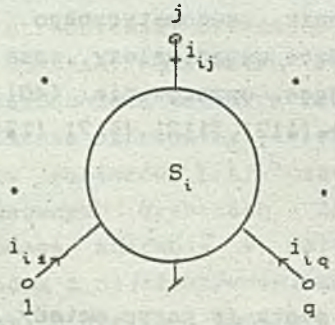
Załóżmy, że znana jest topologia testowanego obwodu i dokonajmy jego dekompozycji węzłowej przez węzły dostępne pomiarowo. Zadanie to można wykonać albo przez obserwację (dla obwodów o małej wymiarowości), albo stosując specjalny algorytm dekompozycji węzłowej, np. algorytm opisany w rozdziale 2.1. W efekcie dekompozycji obwód podzielony zostanie na podobwody. Relacja wiążąca wejścia z wyjściami dla podobwodu S_i połączonego z resztą obwodu w q+1 węzłach (rys.3.1) ma postać:

$$i_i = h_i(v_i, p_i) \tag{3.1}$$

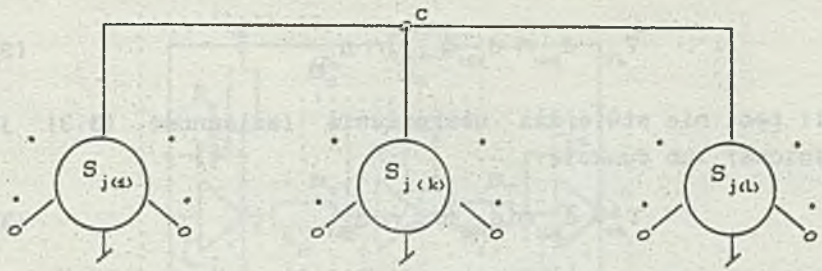
gdzie $p_i = [p_{i1}, \ldots, p_{ip}]$ jest wektorem parametrów podobwodu S_i

$v_i = [v_{i1}, \ldots, v_{iq}]$ jest wektorem zmierzonych potencjałów

Zakładamy, że parametry wszystkich elementów obwodu są znane i posiadają wartości nominalne: $p_i = p_i^n$. Zatem za uszkodzony uznamy element, którego parametr ma wartość różną od nominalnej. Oznaczmy przez $B_c : \{S_{j(1)}, \ldots, S_{j(l)}\}$ zbiór podobwodów incydentnych z węzłem c, jak to pokazano na rys.3.2.



Rys.3.3 Podobwód S_i z q+1 węzłami zewnętrznymi
Fig.3.1 Subcircuit S_i with q+1 external nodes



Rys.3.2 l podobwodów incydentnych z węzłem c
Fig.3.2 l subcircuits incident at node c

Prąd dopływający do węzła c z podobwodu $S_{j(i)}$ wyraża zależność:

$$i_{j(i)c}=h_{j(i)c}(v_{j(i)},p_{j(i)}) \tag{3.2}$$

Twierdzenie 3.1
Warunkiem koniecznym i prawie wystarczającym braku uszkodzenia podobwodów należących do B_c jest spełnienie zależności (3.3), tzn. spełnienie prądowego prawa Kirchhoffa przez prądy w gałeziach incydentnych z węzłem c (prądy obliczone na podstawie zmierzonych potencjałów węzłowych dla nominalnych wartości parametrów podobwodów $S_{j(i)}$).

$$\sum_{Jc} h_{j(i)c}(v_{j(i)},p^n_{j(i)}) = 0 \tag{3.3}$$

gdzie: $Jc:\{j(1),\ldots,j(l)\}$, $p^n_{j(i)}$ są nominalnymi wartościami parametrów podobwodu $S_{j(i)}$.

Dowód twierdzenia znaleźć można w [99] oraz [134].

Testowanie całego obwodu opiera się na jego hierarchicznej dekompozycji jak to pokazuje dla przykładu 3.1 rys.3.5. Warunek (3.3) sprawdzany jest w węzłach dekompozycji i jeśli w podobwodzie stwierdzono uszkodzenie, to podlega on dalszej dekompozycji, o ile to oczywiście możliwe. Stwierdzenie uszkodzenia na danym poziomie dekompozycji odbywa się na podstawie logicznej analizy wyników przeprowadzonych na tym poziomie testów. Przyporządkujmy każdemu podobwodowi $S_{j(i)}$ logiczną zmienną $d_{j(i)}$: $d_{j(i)}=1$, jeśli w $S_{j(i)}$ nie ma uszkodzenia, $d_{j(i)}=0$, jeśli jest. Z kolei testowi dla węzła c

przyporządkujmy funkcję:

$$T_{Jc} = d_{j(1)} \cap d_{j(2)} \cap \ldots \cap d_{j(l)} \tag{3.4}$$

jeśli test nie stwierdza uszkodzenia (zależność (3.3) jest spełniona) lub funkcję:

$$T_{Jc} = \bar{d}_{j(1)} \cap \bar{d}_{j(2)} \cap \ldots \cap \bar{d}_{j(l)} \tag{3.5}$$

jeśli test stwierdza uszkodzenie.
Ostatecznie dla wszystkich testów wprowadzmy funkcję:

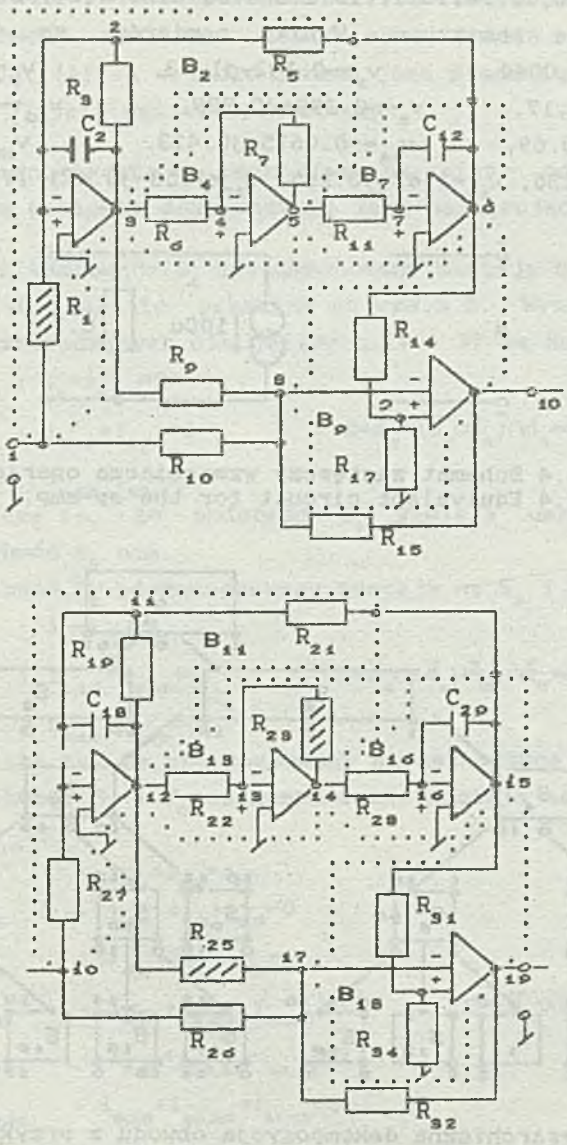
$$D = \left(\bigcap_{c=1}^{g} T_{Jc} \right) \cap \left(\bigcap_{c=g+1}^{f} T_{Jc} \right) \tag{3.6}$$

gdzie pierwszych g składowych odpowiada testom nie stwierdzającym uszkodzenia, a f jest całkowitą liczbą testów na danym poziomie. W funkcji tej podobwody reprezentowane przez $\bar{d}_{j(i)}$ są uznawane za uszkodzone, a reprezentowane przez $d_{j(i)}$ za nie uszkodzone. W ten sposób funkcja D wskazuje uszkodzone podobwody. Może się jednak tak zdarzyć, że pewne podobwody nie są wogóle reprezentowane w funkcji D. W takim przypadku nie można określić ich stanu bez przeprowadzenia dalszych testów.

3.1.2 Przykład zastosowania metody do diagnostyki obwodu prądu sinusoidalnego

W celu ilustracji przedstawionej metody dekompozycyjnej w zastosowaniu do diagnostyki obwodu prądu sinusoidalnego podamy teraz przykład obliczeniowy.

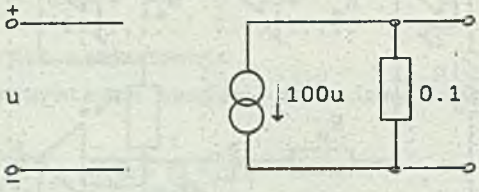
Przykład 3.1
Testowany obwód składa się z dwu identycznych sekcji filtru dolnoprzepustowego połączonych kaskadowo. Pierwszą sekcję przedstawiono na rys.3.3. Schemat zastępczy wzmacniacza operacyjnego przedstawia rys 3.4. Wartości nominalne parametrów wynoszą: R_1^*=0.182(0.1), R_3=1.57, R_5=2.64, R_6=R_7=R_{22}=R_{32}=R_{34}=10, R_9=100, R_{10}=11.1, R_{11}=2.64, R_{14}=5.41, R_{15}=R_{17}=1, R_{19}=4.84, R_{21}=2.32, R_{23}^*=10(6), R_{25}^*=500(100), R_{26}=111.1, R_{27}=1.14, R_{28}=2.32, R_{31}=72.4, C_2^*=0.01(0.02),



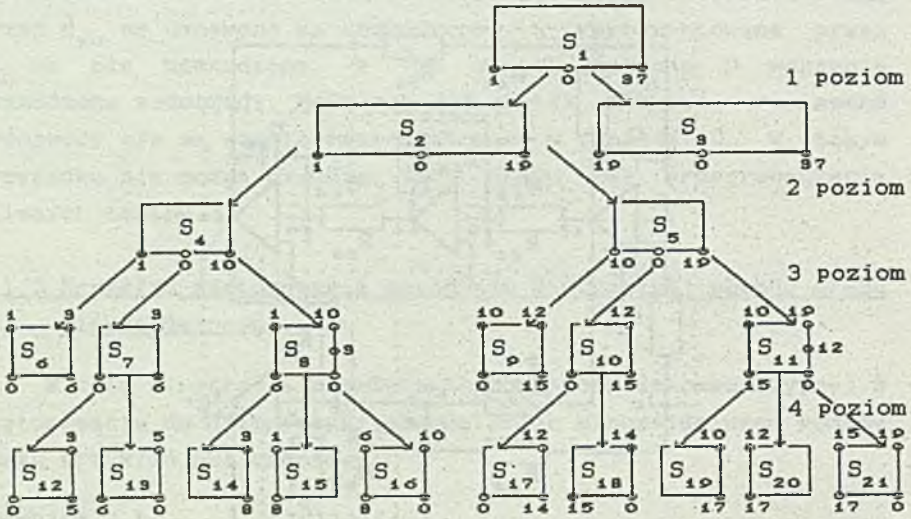
Rys.3.3 Pierwsza sekcja filtru z przykładów 3.1, 3.5, 3.6
Fig.3.3 First section of the filter of examples 3.1, 3.5, 3.6

$C_{12}=C_{18}=C_{29}=0.01$. Wszystkie rezystancje w kΩ a pojemności w μF . Uszkodzone elementy zaznaczono gwiazdką, a rzeczywiste

wartości parametrów podano w nawiasach[1]. Założono, że węzły 1,3,5,6,8,10,12,14,15,17,19 i analogiczne węzły sekcji drugiej są dostępne pomiarowo. Wyniki pomiarów są następujące: v_1=0.956+j0.0044, v_3=-0.142-j1.33, v_5=0.141+j1.33, v_6=-25.1+j2.17, v_8=-0.392+j0.339, v_{10}=-4.39+j0.386, v_{12}=0.103+j0.69, v_{14}=-0.0615-j0.413, v_{15}=8.93-j1.12, v_{17}=1.08-j0136, v_{19}=1.67-j0.265, v_{37}=1.53-j0.421 [V].



Rys.3.4 Schemat zastępczy wzmacniacza operacyjnego
Fig.3.4 Equivalent circuit for the op-amp.



Rys.3.5 Hierarchiczna dekompozycja obwodu z przykładu 3.1
Fig.3.5 Hierarchical decomposition of the circuit of example 3.1

---

[1] W przypadku dwójnika scharakteryzowanego parametrem p_i, zamiast pełnego określenia: "element scharakteryzowany parametrem p_i", zazwyczaj używać będziemy określenia skrótowego: "element p_i"

Nie ma potrzeby mierzenia pozostałych potencjałów sekcji drugiej. Obwód zasilany jest ze źródła prądowego $i_1=0.01\cos 2000t$ [A], a wyjście obwodu jest nieobciążone, tzn. $i_{37}=0$ (węzeł 37 jest węzłem wyjściowym).

Procedura diagnostyczna z rozbiciem na etapy odpowiadające poszczególnym poziomom dekompozycji jest następująca:

Krok 1: Obwód testowany S_1 zdekomponowany zostaje na podobwody S_2 i S_3, jak to pokazano na rys.3.5. Wyniki testów przeprowadzonych dla węzłów 1,19 i 37 są następujące:

T_2 : $i_1-i_{2,1}\neq 0$

$T_{2,3}$: $i_{2,19}+i_{3,19}\neq 0$ $\qquad D=\bar{d}_2\cap(\bar{d}_2\cup\bar{d}_3)\cap d_3=\bar{d}_2\cap d_3$

T_3 : $i_{3,37}-i_{37}=0$

Oznacza to, że podobwód S_2 zawiera uszkodzenie a podobwód S_3 nie.

Krok 2: Podobwód S_2 zdekomponowany zostaje na S_4 i S_5.

T_4 : $i_1-i_{4,1}\neq 0$

$T_{4,5}$: $i_{4,10}+i_{5,10}\neq 0$ $\qquad D=\bar{d}_4\cap(\bar{d}_4\cup\bar{d}_5)\cap\bar{d}_5=\bar{d}_4\cap\bar{d}_5$

T_5 : $i_{3,19}+i_{5,19}\neq 0$

Oznacza to, że oba podobwody są uszkodzone.

Krok 3: Podobwody S_4 i S_5 zdekomponowane zostają na S_6, S_7, S_8 i S_9, S_{10}, S_{11}.

$T_{6,8}$: $i_{6,1}+i_{8,1}\neq i_1$

$T_{6,7,8}$: $i_{6,3}+i_{7,3}+i_{8,3}\neq 0$

$T_{6,7,8}$: $i_{6,6}+i_{7,6}+i_{8,6}\neq 0$

$T_{8,9,11}$: $i_{8,10}+i_{9,10}+i_{11,10}\cong 0$ $\qquad D=(\bar{d}_6\cup\bar{d}_8)\cap\bar{d}_{11}$

$T_{9,10,11}$: $i_{9,12}+i_{10,12}+i_{11,12}\neq 0$

$T_{9,10,11}$: $i_{9,15}+i_{10,15}+i_{11,15}\neq 0$

T_{11} : $i_{11,19}\neq i_{3,19}$

Uwaga: Dla $T_{8,9,11}$ wynik jest prawie zero, jest to jednak w sprzeczności z T_{11} przeto nie uwzględniono tego testu przy wyznaczaniu D.

Jak widać, w podobwodzie S_{11} stwierdzono uszkodzenie. O stanie pozostałych podobwodów na podstawie testów przeprowadzonych na tym etapie dekompozycji nic

pewnego powiedzieć nie można.

Krok 4: Podobwody S_7, S_8, S_{10}, S_{11} zostają zdekomponowane na $S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}, S_{16}, S_{17}, S_{18}, S_{19}, S_{20}$ i S_{21} (rys.3.5). Dalsza dekompozycja podobwodów S_6, S_9 nie jest możliwa. Na podstawie wyników testów: $T_{6,15}$, $T_{6,12,14}$, $T_{12,13}$, $T_{6,13,16}$, $T_{14,15,16}$, $T_{9,16,19}$, $T_{9,17,20}$, $T_{17,18}$, $T_{9,18,21}$, $T_{19,20,21}$ i T_{21} określona zostanie funkcja:

$$D=\bar{d}_6 \cap d_9 \cap d_{12} \cap d_{13} \cap d_{14} \cap d_{15} \cap d_{16} \cap \bar{d}_{17} \cap d_{18} \cap d_{19} \cap \bar{d}_{20} \cap d_{21}$$

Dalsza dekompozycja nie jest możliwa. Zlokalizowano uszkodzenia podobwodów: S_6, S_{17}, S_{20}, co stanowi prawidłowe rozwiązanie. Podobwód S_6 tworzą elementy incydentne z niedostępnym pomiarowo węzłem 2 (na rys.3.3 odcięcie B_2), w tym uszkodzone elementy R_1 i C_2. Podobwód S_{17} tworzą elementy incydentne z niedostępnym pomiarowo węzłem 13 (na rys.3.3 odcięcie B_{13}), w tym uszkodzony element R_{29}. Podobwód S_{20} stanowi uszkodzony element R_{25}. Dokładne wyniki wszystkich obliczeń przeprowadzonych w krokach 1-4 znaleźć można w pracy [99]. Zastosowanie procedury weryfikacyjnej [3] umożliwia zlokalizowanie uszkodzonych elementów R_1, C_2 w podobwodzie S_6 oraz R_{29} w podobwodzie S_{17}.

3.1.3 Podsumowanie

Przedstawiona metoda ma wiele zalet. Dzięki zastosowaniu dekompozycji pozwala testować obwody o dużej wymiarowości, znacznie redukując liczbę pomiarów. Metoda może być stosowana tak w obwodach zmiennoprądowych, jak i w obwodach stałoprądowych liniowych lub nieliniowych. Jest prosta obliczeniowo i może zostać łatwo implementowana przy użyciu istniejących programów analizy obwodów. Podstawową wadą metody jest nieuwzględnienie tolerancji parametrów (spełnienie zależności (3.3) praktycznie nigdy nie jest możliwe ze względu na to, że w rzeczywistości parametry nie mają wartości nominalnych). Autorzy proponują wprawdzie probabilistyczny sposób na rozwiązanie tego problemu, powoduje on jednakże znaczną komplikację obliczeniową metody i z praktycznego punktu widzenia wydaje się być mało użyteczny. Dokładny opis metody Salamy znaleźć można oprócz opracowań źródłowych [98],[99]

również w pracy [134] (w języku polskim). Rozważania na temat kryteriów diagnozowalności metody znaleźć można w pracy [74].

3.2 METODA LOKALIZACJI USZKODZEŃ: OBWODY STAŁOPRĄDOWE

Przedstawiona zostanie metoda lokalizacji uszkodzeń w nieliniowych obwodach rezystorowych [87]. Należy ona, podobnie jak omówiona poprzednio dekompozycyjna metoda Salamy do grupy metod topologicznych. Jest to metoda jednotestowa, wymagająca jedynie pomiaru potencjałów węzłowych oraz prądów wydawanych przez źródła autonomiczne. Zaproponowane przez autora oryginalne kryterium testowe pozwala uwzględnić tolerancje projektowe parametrów obwodu przy minimalnym nakładzie obliczeniowym

3.2.1 Opis metody

Załóżmy, że znana jest topologia testowanego obwodu S, nominalne wartości jego parametrów, ich tolerancje oraz zmierzone potencjały węzłowe. Załóżmy ponadto, że wszystkie elementy obwodu są uzależnione napięciowo, tzn. i-ty element S_i o q+1 zaciskach opisuje zależność:

$$i_i = h_i(u_i, p_i) \tag{3.7}$$

gdzie: $u_i=[u_{i1},\ldots,u_{iq}]$ a $u_{ij}=v_{ij}-v_{i,q+1}$ jest napięciem między węzłem j-tym a węzłem odniesienia elementu, $i_i=[i_{i1},\ldots,i_{iq}]$, a prąd i_{ij} jest prądem dopływającym do j-tego węzła.

Oznaczmy granice przedziału tolerancji k-tego parametru przez

$$\langle p^-_{ik}, p^+_{ik}\rangle \tag{3.8}$$

gdzie: $p^-_{ik}=p^n_{ik}-\Delta p_{ik}$, $p^+_{ik}=p^n_{ik}+\Delta p_{ik}$ $(k=1,\ldots,p)$

$\Delta p_{ik}=\varepsilon_{ik}p^n_{ik}$ a ε_{ik} jest tolerancją parametru p_{ik} .

Załóżmy, że dla zmierzonych napięć i parametrów $p_i \in \langle p^-_i, p^+_i\rangle$ wrażliwości prądów i_i na zmiany parametrów p_i nie zmieniają znaku, tzn.

$$\operatorname{sgn} \partial h_{ij}/\partial p_{ik} = \text{const} \tag{3.9}$$

$$\text{dla } p_{ik} \in \langle p^-_{ik}, p^+_{ik} \rangle \ (j=1,\dots,q\ ,\ k=1,\dots,p)$$

Założenie to spełnione jest dla wszystkich typowych elementów nieliniowych obwodów rezystorowych. I tak dla diody opisanej równaniem wykładniczym (3.58) otrzymamy:

$$\partial i_i/\partial i_{oi} = \exp(40u_i) - 1 \tag{3.9a}$$

tj. wartość stałą dla zmierzonego napięcia u_i .
Dla tranzystora opisanego modelem Ebersa-Molla (zależności (3.63)) otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned}
&\partial i_{iB}/\partial i_{oi} = a/(1+\beta_i) \\
&\partial i_{iC}/\partial i_{oi} = a\beta_i/(1+\beta_i) \\
&\partial i_{iB}/\partial \beta_i = -i_{oi}\, a/(1+\beta_i)^2 \\
&\partial i_{iC}/\partial \beta_i = i_{oi}\, a/(1+\beta_i)^2 \\
&\text{gdzie } a = \exp(40u_{iB}) - 1
\end{aligned}\right\} \tag{3.9b}$$

tj. wrażliwości, których znaki są stałe dla zmierzonego napięcia u_{iB} oraz parametrów $\beta_i, i_{oi} \in (0,\infty)$.

Przy założeniu (3.9), dla zmierzonych potencjałów i danych przedziałów tolerancji parametrów określić można przedziały tolerancji prądów:

$$\langle i^-_{ij}, i^+_{ij} \rangle \quad j=1,..q \tag{3.10}$$

Zatem uszkodzenie elementu utożsamiane jest z odchyłką jego prądu (prądów) poza przedział(y) tolerancji.

Na koniec załóżmy, że uszkodzenia nie są skorelowane i przyjmijmy następującą hipotezę: uszkodzenie pojedyncze jest bardziej prawdopodobne niż uszkodzenie podwójne, to bardziej prawdopodobne niż uszkodzenie potrójne itd.
Rozpatrzmy węzeł c , przez $B_c : \{S_{j(1)}, \dots, S_{j(l)}\}$ oznaczmy zbiór elementów incydentnych z tym węzłem. Pierwsze prawo Kirchhoffa dla węzła c opisuje zależność :

$$\sum_{Jc} i_{j(i)c} = \sum_{Jc} h_{j(i)c}(u_{j(i)}, p_{j(i)}) = 0 \qquad (3.11)$$

Dla wszystkich węzłów obwodu (c=1,...,n) otrzymamy układ n równań, w których niewiadomymi są parametry obwodu. Nie będziemy jednak poszukiwali rozwiązania tego układu lecz będziemy testować każde równanie z osobna sprawdzając, czy możliwe jest jego spełnienie dla zmierzonych potencjałów i parametrów leżących wewnątrz przedziałów tolerancji.

By wytłumaczyć strategię testu dla węzła c, załóżmy dowolne wartości parametrów $p_{j(i)} = p^*_{j(i)}$, $j(i) \in Jc$. Dla tych wartości prawa strona równania (3.11) będzie różna od zera i przypadek ten opisuje zależność:

$$\sum_{Jc} i^*_{j(i)c} = \sum_{Jc} h_{j(i)c}(u_{j(i)}, p^*_{j(i)}) = \Delta^*_c \qquad (3.12)$$

Biorąc pod uwagę założenie (3.9), podstawiając w zależności (3.12) za $p^*_{j(i)k}$, $p^-_{j(i)k}$ lub $p^+_{j(i)k}$ otrzymać można ekstremalne wartości Δ^-_c, Δ^+_c dla parametrów $p_{j(i)}$ leżących wewnątrz przedziałów tolerancji. W szczególnym przypadku, gdy elementy incydentne z węzłem c są dwójnikami, równanie (3.12) przybierze postać:

$$\sum_{Jc} h_{j(i)}(u_{j(i)}, p^*_{j(i)}) = \Delta^*_c \qquad (3.13)$$

i chcąc wyznaczyć Δ^+_c podstawić należy

$$p^*_{j(i)} = \begin{cases} p^+_{j(i)} & \text{gdy} \quad \partial h_{j(i)}/\partial p_{j(i)} > 0 \\ p^-_{j(i)} & \text{gdy} \quad \partial h_{j(i)}/\partial p_{j(i)} < 0 \end{cases} \qquad (3.14)$$

a chcąc wyznaczyć Δ^-_c podstawić należy

$$p^*_{j(i)} = \begin{cases} p^-_{j(i)} & \text{gdy} \quad \partial h_{j(i)}/\partial p_{j(i)} > 0 \\ p^+_{j(i)} & \text{gdy} \quad \partial h_{j(i)}/\partial p_{j(i)} < 0 \end{cases} \qquad (3.15)$$

Twierdzenie 3.2

Jeśli

$$\operatorname{sgn} \Delta^-_c = \operatorname{sgn} \Delta^+_c \qquad (3.16)$$

to przynajmniej jeden prąd dopływający do węzła c nie mieści się w dopuszczalnych granicach (3.10), czyli przynajmniej jeden element B_c jest uszkodzony.

Dowód

Przyjmując, że

1) słuszne jest założenie (3.9)
2) elementy incydentne z węzłem c są nie uszkodzone (ich parametry mieszczą się w przedziałach tolerancji)

dla zmierzonych potencjałów węzłowych wyznaczyć można najpierw przedziały tolerancji prądów dopływających do węzła c: $\langle i^-_{j(i)c}, i^+_{j(i)c} \rangle$, a następnie przedział $\langle \Delta^-_c, \Delta^+_c \rangle$, tj. przedział, wewnątrz którego mieści się algebraiczna suma tych prądów. Dla rzeczywistych wartości parametrów $p_{j(i)}=p^r_{j(i)}$ $(j(i)\in J_c)$: $\Delta^r_c=0$. Zatem spełnienie zależności (3.16) (stwierdzenie faktu, że $\Delta^r_c=0$ znajduje się poza przedziałem $\langle \Delta^-_c, \Delta^+_c \rangle$) oznacza, że przyjęte założenie 2) jest niesłuszne i przynajmniej jeden element B_c jest uszkodzony (jego parametr ma wartość rzeczywistą poza przedziałem tolerancji), czego należało dowieść.

Jeśli warunek (3.16) nie jest spełniony, to nie można ze stu procentową pewnością powiedzieć, że w odcięciu B_c brak jest uszkodzenia. Skutkiem maskującego działania rozrzutu parametrów elementów nie uszkodzonych, uszkodzenie elementu incydentnego z węzłem c może zostać nie wykryte. Przypadku tego nie będziemy jednak omawiać szczegółowo w tym miejscu. Zostanie on przedyskutowany dokładniej przy okazji omawiania analogicznej metody diagnostycznej dla obwodów zmienno-prądowych, tj. w podrozdziale 3.3.3 .

W przedstawiony sposób przetestować należy wszystkie węzły obwodu, łącznie z węzłem odniesienia. Oznaczmy przez A zbiór elementów występujących w testach, dla których spełniony jest warunek (3.16). W przypadku wykrycia uszkodzenia przez test c, zbiór A jest aktualizowany według zależności:

$$A = A \cup B_c \tag{3.20}$$

Następnie, zgodnie z przyjętą hipotezą, poszukiwać będziemy

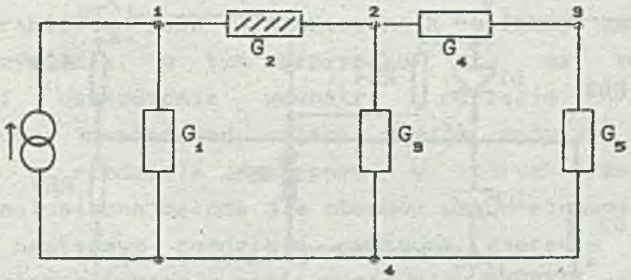
pojedynczego uszkodzenia. Oznacza to, że poszukiwać będziemy takiego elementu A_k, który występuje we wszystkich testach wykrywających uszkodzenie. Jeśli nie uda się znaleźć takiego elementu, poszukiwać będziemy pary elementów $\{A_k, A_l\}$, z których przynajmniej jeden występuje we wszystkich testach wykrywających uszkodzenie. Jeśli nie uda się znaleźć takiej pary, poszukiwać będziemy potrójnego uszkodzenia, itd.

3.2.2 Przykłady obliczeniowe

Zilustrujemy teraz działanie metody na dwóch przykładach. W pierwszym przykładzie testować będziemy prosty, liniowy obwód rezystorowy z jednym uszkodzonym elementem. W drugim przykładzie przeprowadzimy diagnostykę obwodu diodowo-tranzystorowego, zawierającego uszkodzenie podwójne.

Przykład 3.2

Rozpatrzmy prosty obwód rezystorowy pochodzący z pracy [3] a przedstawiony na rys.3.7. Nominalne wartości parametrów wynoszą $p_i = G_i = 1$[S] $(i=1,..5)$ a ich tolerancje $\varepsilon_i = 5\%$. Załóżmy rzeczywiste wartości paramerów: $G_1 = 1.02$, $G_2 = 0.5$, $G_3 = 0.98$, $G_4 = 0.98$, $G_5 = 0.95$. Dla tych wartości oraz wymuszenia $i=1$[A] zmierzone potencjały zebrane zostały w tablicy 3.1. W tejże tablicy zebrane zostały zbiory B_c oraz wartości Δ_c^-, Δ_c^+.



Rys.3.7 Prosty obwód rezystorowy z przykładu 3.2
Fig.3.7 Simple resistive circuit of example 3.2

Jak widać, testy dla węzłów 1 i 2 wskazują uszkodzenie a zatem $A:\{G_1, G_2, G_3, G_4\}$. Jedynym elementem tego zbioru obecnym zarówno w B_1 jak i w B_2 jest G_2. Zatem zbiór uszkodzonych

elementówF:{G_2}, co stanowi prawidłowe rozwiązanie.

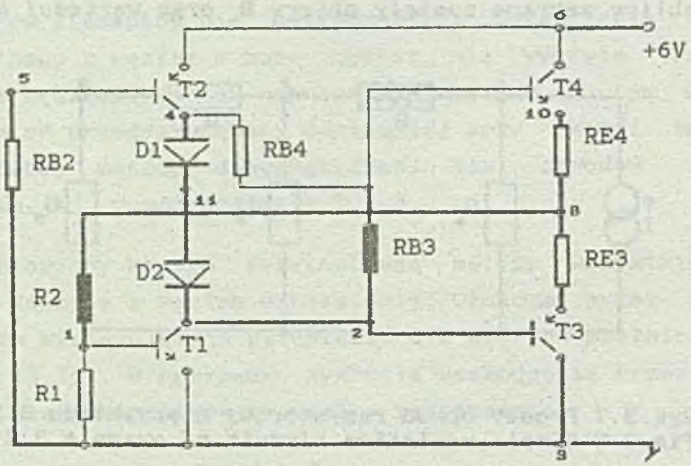
Tablica 3.1

Wyniki pomiarów i obliczeń z przykładu 3.2

c	B_c	V_c	Δ_c^-	Δ_c^+
→1	G_1 G_2 i	0.718	-0.316	-0.190
→2	G_2 G_3 G_4	0.183	0.217	0.303
3	G_4 G_5	0.093	-0.013	0.011
4	G_1 G_3 G_5 i	0.0	-0.030	0.056

Przykład 3.3

Rozpatrzmy wzmacniacz tranzystorowy przedstawiony na rys.3.8. Diody opisuje równanie wykładnicze (3.58),w którym u_o=25 [mV]. Tranzystory opisane są uproszczonym modelem Ebersa-Molla (rys.3.19). Nominalne wartości parametrów wynoszą: R1=3.3, R2=12, RB2=330, RB3=3.3, wszystkie wartości w kΩ, RB4=200[Ω], RE3=RE4=1[Ω], $\alpha_{T1}=\alpha_{T4}=0.9945$, $\alpha_{T2}=\alpha_{T3}=0.993$, $i_{o,T1}=i_{o,T4}=2.2$, $i_{o,T2}=i_{o,T3}=0.3$, $i_{o,D1}=i_{o,D2}=100$, wartości prądów w pA. Przedziały tolerancji parametrów α wynoszą: <0.98,0.995>, dla pozostałych parametrów ε=5% .



Rys.3.8 Wzmacniacz tranzystorowy z przykładów 3.3 oraz 3.7
Fig.3.8 DC model of transistor amplifier of examples 3.3 and 3.7

Załóżmy rzeczywiste wartości parametrów równe wartościom nominalnym z wyjątkiem R2=6[kΩ], RB3=2[kΩ]. Dla zmierzonych potencjałów węzłowych (wartości liczbowe podano w przykładzie 3.7) i prądu źródła (i_0=28.75 [mA]) policzyć należy Δ_c^-, Δ_c^+ (c=1,..,11). Wartości te wskazują uszkodzenia w odcięciach: B_1:{R1,R2,T1}, B_2:{T1,D2,RB3,T3}, B_7:{RB3,RB4,T4}, B_{10}:{R2,RE3,RE4}. Najpierw poszukiwać będziemy pojedynczego uszkodzenia. Ponieważ nie ma w zbiorze A:$B_1 \cup B_2 \cup B_7 \cup B_{10}$ elementu obecnego we wszystkich uszkodzonych podobwodach, poszukiwać będziemy uszkodzenia podwójnego. Przynajmniej jeden element z pary {R2,RB3} obecny jest we wszystkich testach stwierdzających uszkodzenie i w ten sposób prawidłowo zlokalizowane zostały oba uszkodzone elementy, F:{R2,RB3}.

3.2.3 Podsumowanie

Przedstawiona metoda ma wiele istotnych zalet. Jest bardzo prosta obliczeniowo i może zostać łatwo implementowana przy użyciu istniejących programów analizy obwodów. Jej największą zaletą jest jednak to, że w prosty sposób uwzględnia rozrzut parametrów wewnątrz przedziałów tolerancji, co jest bardzo ważne z praktycznego punktu widzenia. Zalety tej nie posiadają inne znane z literatury metody diagnostyczne. Zakres stosowalności metody łatwo można rozszerzyć na przypadek, gdy część potencjałów jest niemierzalna. Wówczas odcięcie wokół niemierzalnego węzła można potraktować jako wielobiegunnik opisany zależnością (3.7). Oczywiście, w tym przypadku nie ma możliwości lokalizacji uszkodzenia wewnątrz odcięcia. Przypadek niedostępności pomiarowej części węzłów omówiony zostanie dokładniej w rozdziale następnym, w którym przedstawiona zostanie analogiczna metoda dla obwodów prądu sinusoidalnego . Również w następnym rozdziale zwrócona zostanie uwaga na pewien problem związany z możliwością niewykrycia uszkodzenia w węźle c. Przypadek taki może zaistnieć wówczas, gdy efekt uszkodzenia elementu skompensowany zostanie rozrzutem parametrów nie uszkodzonych elementów biorących udział w teście.

3.3 METODA LOKALIZACJI USZKODZEŃ: OBWODY ZMIENNOPRĄDOWE

Przedstawiona zostanie metoda lokalizacji uszkodzeń w obwodach prądu sinusoidalnego [91]. Technika, której koncepcję opracował autor, stanowi modyfikację techniki automatycznego testowania przedstawionej w rozdziale poprzednim, a więc umożliwia lokalizację uszkodzeń wielokrotnych na podstawie pomiarów potencjałów węzłowych, uwzględniając w bardzo prosty sposób tolerancje projektowe nie uszkodzonych elementów. Dodatkowo przedstawione zostaną nie omawiane szczegółowo w poprzednim rozdziale problemy: niedostępności pomiarowej części węzłów oraz maskowania uszkodzeń przez rozrzuty parametrów elementów nie uszkodzonych.

3.3.1 Opis metody

Rozpatrzmy obwód S zasilany ze źródła sinusoidalnego, składający się z liniowych admitancji połączonych w n węzłach; i-tą admitancję opisują parametry $Y_i=G_i-jH_i$. Występowanie liniowych źródeł sterowanych oraz indukcyjności sprzężonych zostało pominięte jedynie dla prostoty opisu. Załóżmy, że znana jest topologia testowanego obwodu, nominalne wartości parametrów G_i^n, H_i^n oraz ich przedziały tolerancji:

$$G_i^n \pm \Delta G_i,\ H_i^n \pm \Delta H_i \tag{3.21}$$

Załóżmy ponadto, że węzły ponumerowane są kolejno od 0 do n-1, źródło włączone jest między węzły 0 i 1 a jego prąd oznaczmy przez $i_o=i_o^x+ji_o^y$. Potencjały węzłowe $v_c=v_c^x+jv_c^y=|V_c|e^{j\alpha_c}$ ($c=0,1,\ldots,n-1$, $v_o=0$) znane są z pomiarów. Przyjmiemy podobną definicję uszkodzenia jak dla obwodów stałoprądowych oraz podobną hipotezę dotyczącą występowania uszkodzeń wielokrotnych. Rozpatrzmy węzeł c, przez $B_c=\{Y_{j(1)},\ldots,Y_{j(l)}\}$ oznaczmy zbiór admitancji incydentnych z tym węzłem. Równanie pierwszego prawa Kirchhoffa dla węzła c ma postać:

$$a_c + \sum_{Jc} i_{j(l)} = a_c + \sum_{Jc} (G_{j(l)} - jH_{j(l)})u_{j(l)} = 0 \tag{3.22}$$

gdzie: $u_{j(i)}=u^x_{j(i)}+ju^y_{j(i)}$ jest napięciem na $Y_{j(i)}$, $a_c=a^x_c+ja^y_c$ jest równe i_o dla c=0, $-i_o$ dla c=1, 0 dla c=2,3,...,n-1

Podobnie jak w opisanej poprzednio metodzie dla obwodów stałoprądowych, dla każdego równania (c=0,1,...,n-1) sprawdzać będziemy, czy możliwe jest jego spełnienie dla zmierzonych napięć i parametrów leżących wewnątrz przedziałów tolerancji. By wytłumaczyć strategię testu c, podstawmy nominalne wartości parametrów $G^n_{j(i)}$, $H^n_{j(i)}$ w równaniu (3.22). Dla tych wartości i zmierzonych napięć prawa strona będzie różna od zera (z wyjątkiem mało prawdopodobnego przypadku gdy wszystkie parametry mają rzeczywiście wartości nominalne). Ten błąd oznaczymy przez Δ^n_c i wówczas otrzymamy zależność:

$$a_c+\sum_{Jc}(G^n_{j(i)}-jH^n_{j(i)})u_{j(i)} = \Delta^n_c \tag{3.23}$$

Dzieląc (3.23) na część rzeczywistą i urojoną otrzymamy:

$$a^x_c + \sum_{Jc} G^n_{j(i)}u^x_{j(i)} + \sum_{Jc} H^n_{j(i)}u^y_{j(i)} = \Delta^{x,n}_c \tag{3.24}$$

$$a^y_c + \sum_{Jc} G^n_{j(i)}u^y_{j(i)} - \sum_{Jc} H^n_{j(i)}u^x_{j(i)} = \Delta^{y,n}_c \tag{3.25}$$

Następnie z równań (3.26),(3.27) policzymy maksymalne odchyłki Δ^x_c, Δ^y_c spowodowane dopuszczalnymi odchyłkami (wewnątrz przedziałów tolerancji) parametrów odcięcia B_c.

$$d\Delta^x_c = \sum_{Jc}(|u^x_{j(i)}|\Delta G_{j(i)} + |u^y_{j(i)}|\Delta H_{j(i)}) \tag{3.26}$$

$$d\Delta^y_c = \sum(|u^y_{j(i)}|\Delta G_{j(i)} + |u^x_{j(i)}|\Delta H_{j(i)}) \tag{3.27}$$

Twierdzenie 3.3

Jeśli

$$d\Delta^x_c < |\Delta^{x,n}_c| \tag{3.28}$$

lub

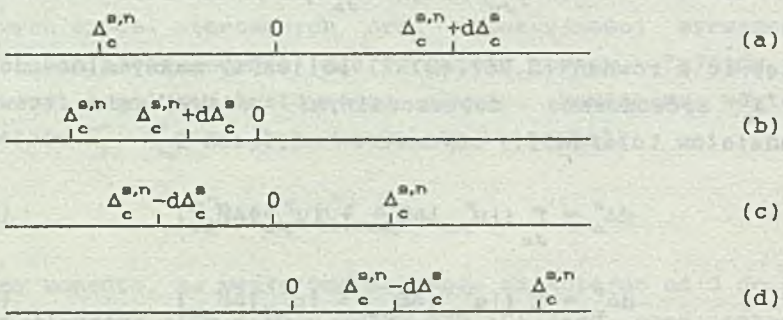
$$d\Delta^y_c < |\Delta^{y,n}_c| \tag{3.29}$$

to przynajmniej jeden element B_c jest uszkodzony.

Dowód

Załóżmy, że elementy incydentne z węzłem c są nie uszkodzone. Dla zmierzonych napięć oraz nominalnych wartości parametrów wyznaczyć można z (3.23) algebraiczną sumę prądów dopływających do tego węzła. Suma ta różna jest od zera gdyż w rzeczywistości parametry nie mają wartości nominalnych. Dla wartości rzeczywistych $Y_{j(i)}=Y^{r}_{j(i)}$, $j(i)\in J_c$: $\Delta^{r}_{c}=0$. Z kolei, z (3.26),(3.27) wyznaczyć można $d\Delta_c$, tj.maksymalną odchyłkę Δ_c od wartości nominalnej Δ^{n}_{c} dla parametrów z przedziałów tolerancji. W ten sposób otrzymamy przedział $\langle\Delta^{-}_{c},\Delta^{+}_{c}\rangle$. Spełnienie zależności (3.28),(3.29) (stwierdzenie że $\Delta^{r}_{c}=0$ znajduje się poza przedziałem $\langle\Delta^{-}_{c},\Delta^{+}_{c}\rangle$) oznacza, że przyjęte założenie jest niesłuszne i przynajmniej jeden element incydentny z węzęm c jest uszkodzony (jego parametr ma wartość rzeczywistą poza przedziałem tolerancji), czego należało dowieść.

Praktycznie, jeśli nierówność (3.28) jest spełniona to nie ma już potrzeby sprawdzania nierówności (3.29).
Cztery przykłady relacji pomiędzy $\Delta^{s,n}_{c}$ a $d\Delta^{s}_{c}$ (s=x lub s=y) pokazano na rys.3.9.

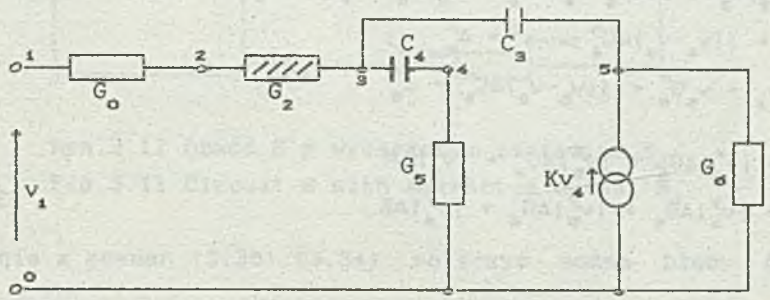


Rys.3.9 Przykładowe relacje między $\Delta^{s,n}_{c}$ a $d\Delta^{s}_{c}$
Fig.3.9 Example relations between $\Delta^{s,n}_{c}$ and $d\Delta^{s}_{c}$

Dla przykładów z Rys.3.9b i 3.9d w odcięciu B_c stwierdzone zostanie uszkodzenie. Jeśli nierówności (3.28), (3.29) nie są spełnione, to można by założyć, że w B_c nie ma uszkodzenia. Jednak założenie takie może się okazać niesłuszne, jeśli efekt uszkodzenia skompensowany zostanie dopuszczalnymi odchyłkami

pozostałych parametrów odcięcia. Przypadek ten przedyskutowany zostanie dokładniej w podrozdziale 3.3.3 .
Przeprowadzając podobne testy dla wszystkich węzłów ($c=0,1,\ldots,n-1$) oraz logiczną analizę ich wyników analogicznie jak w przypadku obwodów stałoprądowych, wskazać można uszkodzony(e) element(y).
Obecnie zilustrujemy przedstawioną technikę testowania prostym przykładem obliczeniowym.

Przykład 3.4
Filtr aktywny pochodzący z pracy [3] przedstawiony jest na rys.3.10.



Rys.3.10 Filtr aktywny z przykładu 3.4
Fig.3.10 RC active filter of example 3.4

Nominalne wartości parametrów wynoszą: $G_i^n=1$ [S] ($i=2,5,6$), $H_i^n=\omega C_i^n=1$ [S] ($i=3,4$) , $K^n=-1$, a ich tolerancje $\varepsilon=5\%$, tzn. $\Delta G_i=\Delta H_i=\Delta K=0.05$. Napięcie źródła wynosi $v_1=1$ [V], a jego konduktancja $G_0=1$.

Tablica 3.2

Wyniki pomiarów i obliczeń z przykładu 3.4

c	B_c	v_c^x	v_c^y	$\lvert\Delta_c^{x,n}\rvert$	$d\Delta^x$	$\lvert\Delta_c^{y,n}\rvert$	$d\Delta_c^y$
0	G_5,G_6,K	0	0	1	14.8	2	7.0
→2	G_2	703	−30	297	29.7	149	3.0
→3	G_2,C_3,C_4	109	−89	357	41.6	14	6.6
→4	C_4,G_5	123	−27	61	9.3	13	2.1
5	C_3,G_6,K	50	86	3	17.4	0	8.6

Dla rzeczywistych wartości parametrów: $G_2=0.5$, $G_5=1.02$,

G_σ=0.98, ωC_9=0.98, ωC_4=2, K=-1 zmierzony potencjał v_2=703-j30 [mV], a zatem prąd źródła (zakładamy, że konduktancja źródła ma wartość nominalną) wynosi i_o=297+j30[mA]. Wartości wszystkich potencjałów (w mV), błędy $|\Delta_c^n|$ oraz odchyłki $d\Delta_c$ (w mA) zebrane zostały w tablicy 3.2. Jak widać metoda dopuszcza występowanie w obwodzie źródeł sterowanych. Błędy Δ_c^n policzone zostały z równań (3.30), odchyłki $d\Delta_c$ z równań (3.31).

$$
\begin{aligned}
& i_o - v_4 G_5^n - v_5 G_\sigma^n + v_4 K^n = \Delta_o^n \\
& - i_o + (v_2 - v_9) G_2^n = \Delta_2^n \\
& (v_9 - v_2) G_2^n + j[(v_9 - v_4)\omega C_4^n + (v_9 - v_5)\omega C_9^n] = \Delta_9^n \\
& v_4 G_5^n + j(v_4 - v_9)\omega C_4^n = \Delta_4^n \\
& - K^n v_4 + v_5 G_\sigma^n + j(v_5 - v_9)\omega C_9^n = \Delta_5^n
\end{aligned}
\tag{3.30}
$$

$$
\begin{aligned}
& d\Delta_o^x = |v_4^x|\Delta G_5 + |v_5^x|\Delta G_o + |v_4^x|\Delta K \\
& d\Delta_o^y = |v_4^y|\Delta G_5 + |v_5^y|\Delta G_\sigma + |v_4^y|\Delta K \\
& \text{itd.}
\end{aligned}
\tag{3.31}
$$

Biorąc pod uwagę wyniki obliczeń zamieszczone w tablicy 3.2 oraz twierdzenie 3.3 otrzymamy, że odcięcia B_2, B_9, B_4 są uszkodzone. Zatem A:{G_2, G_5, C_9, C_4}. Ponieważ w zbiorze tym nie ma elementu obecnego we wszystkich odcięciach, w których stwierdzono uszkodzenie, poszukiwać będziemy uszkodzenia podwójnego. Przynajmniej jeden element z pary {G_2, C_4} obecny jest we wszystkich testach stwierdzających uszkodzenie, co oznacza, że F:{G_2, C_4}, czyli że uszkodzenia zlokalizowane zostały prawidłowo.

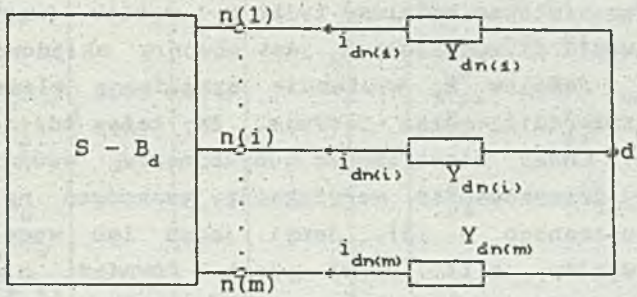
3.3.2 Przypadek występowania węzłów niedostępnych pomiarowo

Załóżmy, że węzeł d jest niedostępny pomiarowo. Odcięcie B_d składające się z elementów incydentnych z węzłem przedstawiono na rys.3.11. Ponieważ potencjał v_d nie jest znany, nie jest możliwe przeprowadzenie testu dla węzła d. Ponadto, dla c=n(1),...,n(m) nie jest możliwe zastosowanie zależności (3.24)-(3.27), gdyż nie są znane napięcia $u_{dn(1)},...,u_{dn(m)}$. Znając potencjały $v_{n(1)},...,v_{n(m)}$ oraz nominalne wartości parametrów Y_d^n policzyć można nominalne

wartości prądów i_d^n z zależności:

$$i_{dc}^n = h_{dc}(v_{n(1)},\ldots,v_{n(m)},Y_{dn(1)}^n,\ldots,Y_{dn(m)}^n) \qquad (3.32)$$

$$c=n(1),\ldots,n(m)$$



Rys.3.11 Obwód S z wyłączonym odcięciem B_d

Fig.3.11 Circuit S with extracted cutset B_d

Następnie z równań (3.33),(3.34) policzyć można błędy $\Delta_c^{x,n}$, $\Delta_c^{y,n}$

$$a_c^x + \sum_{Jc} u_{j(i)}^x G_{j(i)}^n + \sum_{Jc} u_{j(i)}^y H_{j(i)}^n + i_{dc}^{x,n} = \Delta_c^{x,n} \qquad (3.33)$$

$$a_c^y + \sum_{Jc} u_{j(i)}^y G_{j(i)}^n - \sum_{Jc} u_{j(i)}^x H_{j(i)}^n + i_{dc}^{y,n} = \Delta_c^{y,n} \qquad (3.34)$$

gdzie Jc:{j(1),...,j(k)} jest zbiorem indeksów elementów reszty obwodu ($S-B_d$) incydentnych z węzłem c .

By znaleźć odchyłki $d\Delta_c^x$, $d\Delta_c^y$ należy najpierw określić odchyłki: $\Delta i_{dc}=\Delta i_{dc}^x+j\Delta i_{dc}^y$, c=n(1),...,n(m). Dla niewielkich tolerancji, stosując aproksymację pierwszego rzędu, otrzymamy:

$$\Delta i_{dc}^s = \sum_{i=1}^{m} [|\partial h_{dc}^s/\partial G_{dn(i)}|\Delta G_{dn(i)} + |\partial h_{dc}^s/\partial H_{dn(i)}|\Delta H_{dn(i)}] \qquad (3.35)$$

gdzie pochodne cząstkowe liczone są dla wartości nominalnych $Y_d^n=G_d^n-jH_d^n$, s=x lub y

Ostatecznie odchyłki $d\Delta_c^x$, $d\Delta_c^y$ otrzymamy z zależności:

$$d\Delta_c^x = \Delta i_{dc}^x + \sum_{Jc} (|u_{j(i)}^x|\Delta G_{j(i)} + |u_{j(i)}^y|\Delta H_{j(i)}) \qquad (3.36)$$

$$d\Delta_c^y = \Delta i_{dc}^y + \sum_{Jc} (|u_{j(i)}^y|\Delta G_{j(i)} + |u_{j(i)}^x|\Delta H_{j(i)}) \qquad (3.37)$$

Zatem teraz testować będziemy tylko n-1 węzłów (wszystkie z wyjątkiem węzła d). Odcięcie B_d jest obecnie składową odcięć $B_{n(1)},\ldots,B_{n(m)}$. Jeśli w B_d występuje uszkodzony element, to wówczas stwierdzić można jedynie, że całe odcięcie jest uszkodzone. Chcąc zlokalizować uszkodzenie wewnątrz B_d, należałoby przeprowadzić weryfikację uszkodzeń np. według algorytmu opisanego w [3]. Jeśli jeden lub węcej węzłów spośród węzłów n(1),...,n(m) jest również niedostępny pomiarowo, to rozpatrzyć należy odcięcie będące sumą odcięć utworzonych wokół węzłów niedostępnych pomiarowo. Podobną strategię zastosować należy gdy w obwodzie występują wielobiegunniki opisane zależnością (3.32).
Zilustrujemy obecnie przedstawioną strategię testowania przykładem obliczeniowym.

Przykład 3.5

Rozpatrzmy obwód testowany w przykładzie 3.1 i załóżmy ε=5% tolerancje dla wszystkich konduktancji $G_i=1/R_i$ oraz susceptancji $H_i=\omega C_i$. Wyniki obliczeń dla pierwszej sekcji zebrane zostały w tablicy 3.3, wartości prądów w mA.
Dla odcięć $B_5, B_8, B_{10}, B_{15}, B_{19}$ zawierających jedynie elementy nie uszkodzone o nominalnych wartościach parametrów: $\Delta_c^{x,n}=\Delta_c^{y,n}=0$, nie ma więc potrzeby obliczać $d\Delta_c^x$, $d\Delta_c^y$. Również nie ma potrzeby wyznaczać wartości $\Delta_c^{y,n}$, $d\Delta_c^y$ (sprawdzać nierówność (3.29)) w przypadku, gdy nierówność (3.28) jest spełniona. Jak widać, stwierdzono uszkodzenie w odcięciach: $B_0, B_1, B_3, B_{14}, B_{17}$. Zatem,

$$A:\{B_2, B_4, B_6, B_7, B_9, B_{11}, B_{13}, B_{16}, B_{18}, G_9, G_{10}, G_{25}, G_{26}, G_{92}\}.$$

Zastosowanie logicznej analizy pozwala ustalić zbiór uszkodzonych elementów

$$F:\{B_2, B_{14}, B_{17}\}:\{B_2, B_{13}, B_{16}, G_{25}, G_{26}, G_{92}\}$$

Tablica 3.3

Wyniki obliczeń z przykładu 3.5

c	B_c	$\lvert\Delta_c^{x,n}\rvert$	$d\Delta_c^x$	$\lvert\Delta_c^{y,n}\rvert$	$d\Delta_c^y$	Δi_{dc}^s (s=x lub s=y)
0	$B_2 B_4 B_7 B_9 B_{11}$ $B_{13} B_{16} B_{18}$	6452	84	–	–	$\Delta i_{20}^x=14, \Delta i_{40}^x \cong 1, \Delta i_{70}^x \cong 0$ $\Delta i_{16,0}^x=0, \Delta i_{19,0}^x \cong 0, \Delta i_{90}^x=33$ $\Delta i_{11,0}^x=27, \Delta i_{18,0}^x=9$
1	$B_2\ G_{10}$	0.65	0.49	–	–	$\Delta i_{21}^x=0.47$
3	$B_2\ B_4\ G_9$	6657	14	–	–	$\Delta i_{23}^x=14, \Delta i_{43}^x \cong 0$
5	$B_4\ B_7$	0	–	0	–	
6	$B_2\ B_7\ B_9$	0.25	0.66	0	–	$\Delta i_{26}^x=0.46, \Delta i_{76}^x \cong 0, \Delta i_{96}^x=0.2$
8	$G_{10}\ G_{15}\ G_9$	0	–	0	–	
10	$G_{15} G_{26} B_9 B_{11}$	0	–	0	–	
12	$B_{11} G_{25} B_{13}$	0.006	27.2	0.02	3.5	$\Delta i_{11,12}^x=27.2, \Delta i_{11,12}^y=3.5$ $\Delta i_{13,12}^x=\Delta i_{13,12}^y \cong 0$
14	$B_{13}\ B_{16}$	205	0.1	–	–	$\Delta i_{13,14}^x=0.1, \Delta i_{16,14}^x \cong 0$
15	$B_{16}\ B_{18}\ B_{11}$	0	–	0	–	
17	$G_{25}\ G_{26}\ G_{92}$	0.012	5e-3	–	–	
19	$G_{92}\ B_{18}$	0	–	0	–	

Chcąc uzyskać dokładniejszą lokalizację uszkodzeń, należy założyć, że odcięcia $B_5, B_8, B_{10}, B_{15}, B_{19}$, dla których $\Delta_c^{x,n}=\Delta_c^{y,n}=0$ rzeczywiście nie zawierają uszkodzenia. Wynika stąd, że elementy B_{16}, G_{26}, G_{92} występujące w zbiorze F są nie uszkodzone i ostatecznie otrzymamy $F:\{B_2, B_{13}, G_{25}\}$, co stanowi prawidłowe rozwiązanie.

Chcąc zlokalizować uszkodzenia wewnątrz B_2 i B_{13}, należałoby dodatkowo pomierzyć potencjały v_2 i v_{13} lub jeśli to niemożliwe, należałoby przeprowadzić weryfikację uszkodzeń [3],[99]. Aby stwierdzić, że w drugiej sekcji nie ma uszkodzenia, należałoby powtórzyć analogiczne obliczenia dla dostępnych pomiarowo węzłów tej sekcji.

3.3.3. Przypadek szczególny, gdy uszkodzenie nie zostaje wykryte

Rozpatrzmy przypadek, gdy w odcięciu B_c występuje uszkodzenie, a mimo to nierówności (3.28),(3.29) nie są

spełnione, tzn. uszkodzenie nie zostaje wykryte. Identyczna sytuacja zaistnieć może w obwodzie stałoprądowym diagnozowanym metodą przedstawioną w poprzednim rozdziale. Może zdarzyć się tak, że w odcięciu B_c występuje uszkodzenie, a mimo to zależność (3.16) nie jest spełniona, tzn. uszkodzenie nie zostaje wykryte. Przypadek taki zaistnieć może wtedy, gdy efekt uszkodzenia skompensowany zostanie w węźle c dopuszczalnymi odchyłkami pozostałych parametrów odcięcia. Prawdopodobieństwo takiej sytuacji jest tym mniejsze, im mniejsze są przedziały tolerancji, a większa odchyłka parametru uszkodzonego elementu. Zauważyć jednak należy, że uszkodzenie nie wykryte w węźle c może zostać wykryte w innym węźle, z którym uszkodzony element jest incydentny. W przykładzie 3.5 uszkodzenie nie zostało wykryte w testach dla węzłów 6 i 12. Efekt uszkodzenia $G_1, C_2 \in B_2$ skompensowany został w węźle 6 odchyłkami pozostałych parametrów odcięcia, a praktycznie przez odchłkę G_5. Podobnie efekt uszkodzenia $G_{29} \in B_{19}$ i G_{25} skompensowany został w węźle 12 przez odchyłki pozostałych parametrów odcięcia, tzn. G_{22} i B_{11}. Jednak uszkodzenia te wykryte zostały w innych testach, w których uszkodzone elementy brały udział i dzięki temu otrzymaliśmy poprawną lokalizację uszkodzeń.

3.3.4 Podsumowanie

Przedstawiona metoda, stanowiąc modyfikację metody przedstawionej w poprzednim rozdziale dla obwodów stałoprądowych, ma te same zalety. Główną jest to, że uwzględniając tolerancje elementów, jest bardzo prosta obliczeniowo. W bardzo łatwy sposób można również uwzględnić wpływ ograniczonej dokładności pomiarów potencjałów węzłowych, co dokładnie przedstawione zostało w pracy [91]. W pracy tej przedstawiono również sposób na zastąpienie kłopotliwych pomiarów faz α_c, potrzebnych do wyznaczenia v_c^x, v_c^y, dodatkowymi pomiarami wartości skutecznych wybranych napięć. Metodę można bezpośrednio stosować w obwodach o dużej wymiarowości i praktycznie jedynym ograniczeniem jest liczba pomiarów. By je zredukować, można wykorzystać koncepcję dekompozycji hierarchicznej obwodu. Odbywa się to jednakże

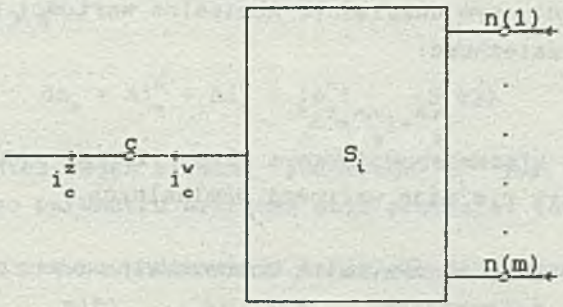
kosztem zwiększenia nakładu obliczeniowego oraz zmniejszenia skuteczności wykrywania uszkodzeń. Podejście to przedstawione zostanie w następnym podrozdziale.

3.4 ZASTOSOWANIE DEKOMPOZYCJI HIERARCHICZNEJ DO WYKRYWANIA USZKODZEŃ

W podrozdziale 3.1 przedstawiono zastosowanie dekompozycji hierarchicznej do lokalizacji uszkodzeń. Podejście to pozwoliło na znaczne zmniejszenie liczby pomiarów pozostawiając nakład obliczeniowy w rozsądnych granicach. Obecnie przedstawiona zostanie oryginalna, opracowana przez autora metoda [92] wykorzystująca koncepcję dekompozycji hierarchicznej do diagnostyki analogowych układów elektronicznych. Metoda bazuje na algorytmie testowania podobnym do algorytmów przedstawionych w dwóch poprzednich rozdziałach.

3.4.1 Algorytm testowania

Rozpatrzmy podobwód S_i połączony z resztą obwodu w m+1 węzłach: c,n(1),...,n(m), jak na rys.3.12 .



Rys.3.12 Podobwód S połączony z resztą obwodu w m+1 węzłach
Fig.3.12 Subcircuit S_i connected in m+1 nodes

Załóżmy, że znane są:

1) zmierzone potencjały: $v_c, v_{n(1)}, \ldots, v_{n(m)}$,

2) nominalne wartości parametrów (admitancji)[1] podobwodu S_i oraz ich tolerancje: $Y^n_{ij} \pm \varepsilon_{ij} Y^n_{ij}$, $j=1,\ldots,p$,

3) prąd dopływający do węzła c z zewnątrz oraz jego dopuszczalna odchyłka: $i^{z,n}_c \pm \Delta i^z_c$. Może to być:

(i) zmierzony prąd źródła lub obciążenia,

(ii) obliczony prąd dopływający do S_i z podobwodu, który w wyniku poprzednio przeprowadzonych testów uznano za pozbawiony uszkodzenia,

(iii) prąd równy zero, jeśli do S_i nie dopływa żaden prąd określony w (i),(ii). W tym przypadku węzeł c jest jednym z dostępnych pomiarowo węzłów wewnątrz S_i. Przypadek ten zostanie dokładniej wyjaśniony w dalszej części.

Prąd dopływający do węzła c z podobwodu S_i jest dla zmierzonych potencjałów funkcją jego parametrów Y_i:

$$i^v_c = h^v_c(v_c, v_{n(1)}, \ldots, v_{n(m)}, Y_{i1}, \ldots, Y_{ip}) \tag{3.38}$$

Dla węzła c napisać można równanie I-go prawa Kirchhoffa w postaci:

$$i^z_c + i^v_c = 0 \tag{3.39}$$

Jeśli w równaniu tym uwzględnić nominalne wartości parametrów, to otrzymamy zależność:

$$i^{z,n}_c + i^{v,n}_c = \Delta^n_c \tag{3.40}$$

gdzie Δ^n_c jest błędem spowodowanym tym, że w rzeczywistości parametry nie mają wartości nominalnych.

Błąd ten porównamy z maksymalną dopuszczalną odchyłką prądu i^v_c spowodowaną tolerancjami $\varepsilon_{i1}, \ldots, \varepsilon_{ip}$ (dla zmierzonych potencjałów $v_c, v_{n(1)}, \ldots, v_{n(m)}$). Dla małych tolerancji odchyłkę tą można aproksymować zależnością:

---

[1] Dla większej przejrzystości opisu, omawiając algorytm testowania założymy, że mamy do czynienia z obwodem stałoprądowym, tj. $Y_{ij} = G_{ij}$.

$$\Delta i_c^v = \sum_{j=1}^{p} |\partial h_c^v/\partial Y_{ij}| \varepsilon_{ij} Y_{ij}^n \qquad (3.41)$$

gdzie pochodne cząstkowe wyznaczne są dla $Y_{ij}=Y_{ij}^n$

Do wyznaczenia pochodnych cząstkowych można zastosować metodę obwodów dołączonych [20]. Zakładając jednakowe tolerancje, otrzymamy odchyłkę wyrażoną zależnością :

$$\Delta i_c^v = -\varepsilon i_c^{v,n}/i_c^{v,d} \sum_{j=1}^{p} u_{ij}^n \, u_{ij}^d \, Y_{ij}^n \qquad (3.42)$$

gdzie indeks n oznacza obwód nominalny a indeks d oznacza obwód dołączony.

Uwzględnienie źródeł sterowanych powoduje jedynie rozbudowanie zależności (3.42) w sposób pokazany np. w pracy [20].
Jeśli do S_i nie dopływa żaden prąd określony w (i) lub (ii) , to wówczs jeden z dostępnych pomiarowo węzłów wewnętrznych podobwodu potraktować należy jako węzeł zewnętrzny c, do którego dopływa z zewnątrz prąd równy zero, tzn. $i_c^{z,n}=\Delta i_c^{z,n}=0$. Znając wartości potencjałów $v_c, v_{n(1)}, \ldots, v_{n(m)}$ określić można $\Delta_c^n=i_c^{v,n}$, $d\Delta_c=\Delta i_c^v$, które są różne od zera gdyż w rzeczywistości parametry obwodu mają wartości różne od nominalnych.

Twierdzenie 3.4
Jeśli

$$d\Delta_c = \Delta i_c^z + \Delta i_c^v < |\Delta_c^n| \qquad (3.43)$$

to przynajmniej jeden element podobwodu S_i jest uszkodzony (wartość jego parametru wykracza poza przedział tolerancji).

Dowód opiera się na rozumowaniu takim jak dla twierdzenia 3.3.

Jeśli przez T_i oznaczyć wynik testu, to w przypadku spełnienia warunku (3.43): $T_i=1$. Jeśli $d\Delta_c \geq |\Delta_c^n|$, tzn. test nie wykrywa uszkodzenia, to $T_i=0$. W szczególnym przypadku, gdy $\Delta_c^n=0$ $(Y_i=Y_i^n)$: $T_i=0$ niezależnie od wartości $d\Delta_c$.
Dla obwodu prądu sinusoidalnego zależności (3.39)-(3.43) ulegają rozbiciu na część rzeczywistą i urojoną. W przypadku spełnienia nierówności (3.43) dla części rzeczywistej $T_i=1$ i

nie ma potrzeby sprawdzania dla części urojonej.
Jeśli $T_i=1$, przyjmujemy, że podobwód S_i zawiera uszkodzony element, nie ma więc sensu przeprowadzanie testów dla węzłów n(1),...,n(m), gdyż ich rezultat jest z góry znany.
Jeśli $T_i=0$, to przyjąć należy , że podobwód S_i nie zawiera uszkodzenia lub zawiera uszkodzenie niewykrywalne, którego efekt kompensują odchyłki (z przedziałów tolerancji) parametrów nie uszkodzonych elementów S_i.
Należy zrócić uwagę na fakt, że w węźle c nie są testowane elementy S_i incydentne jedynie z węzłami wyodrębniającymi n(1),...,n(m) (nie mają one wpływu na prąd i_c^v).

3.4.2 Opis metody

Podobnie jak w metodzie Salamy [99], testowanie obwodu opiera się na dekompozycji hierarchicznej z tą różnicą, że tym razem każdorazowo po wykryciu uszkodzenia podobwodu dokonywana jest jego bisekcja jak to dla przykładowego obwodu pokazano na rys.3.13 . Każdemu podobwodowi na l-tym etapie dekompozycji przyporządkujemy indeks $J=j_1j_2...j_l$; $j_i=0$ lub 1 (i=1,..,l).
Jeśli $T_J=1$ i podobwód S_J jest nadal dekomponowalny, to należy przeprowadzić jego dekompozycję na podobwody S_{J0}, S_{J1} a następnie przeprowadzić testy dla węzłów c obu podobwodów. Analizując wyniki testów uwzględnić należy fakt, że elementy incydentne jedynie z węzłami podziału innymi niż węzły c nie biorą udziału w przeprowadzonych testach. Elementy te włączymy do zbioru S_*. Jeśli wynik testu dla węzła c podobwodu S_{Ji} (i=0 lub 1) wskazuje na uszkodzenie, tj. $T_{Ji}=1$ i podobwód S_{Ji} jest nadal dekomponowalny, to proces dekompozycji należy kontynuować. Do wyznaczenia węzłów podziału wykorzystać można algorytm opisany w podrozdziale 2.1 .
Po zakończeniu procesu dekompozycji należy dodatkowo przeprowadzić testy dla węzłów N_*, z którymi incydentne są elementy S_*, a więc nie biorące do tej pory udziału w żadnym z testów.
Przyjmując podobnie jak poprzednio hipotezę minimalnej liczby uszkodzeń, po przeprowadzeniu logicznej analizy wyników wszystkich testów tak jak w poprzednich rozdziałach, określony zostanie zbiór F.

Przed zilustrowaniem metody przykładem, podamy jej opis krok po kroku.

Krok 1. Podstaw $l:=1$ (l jest poziomem dekompozycji).

Krok 2. Podstaw $k:=0$, $d:=0$.

Krok 3. Jeśli $l>1$,
podstaw $J:=j_1 \ldots j_{l-1}=k_{bin}$, gdzie k_{bin} jest liczbą k w zapisie binarnym.

Krok 4. Jeśli $T_J=1$ i podobwód S_J jest dekomponowalny (dla $l=1$, tj. podczas dekompozycji obwodu wyjściowego : $S_J=S$, $T_J=1$), to

Krok 4a. Zdekomponuj S_J na S_{J0}, S_{J1}, podstaw $d:=1$,

Krok 4b. Z S_{J0}, S_{J1} wyłącz elementy incydentne jedynie z węzłami wyodrębniającymi (innymi niż węzły c). Elementy te włącz do zbioru S_e (węzły do N_e),

Krok 4c. Przeprowadź testy dla węzłów c podobwodów S_{J0}, S_{J1} według algorytmu opisanego wcześniej, tzn. określ T_{J0}, T_{J1}.

Krok 5. Jeśli $k < 2^{l-1} - 1$
to podstaw $k:=k+1$, wróć do kroku 3.

Krok 6. Jeśli $d=1$, to podstaw $l:=l+1$ i wróć do kroku 2.

Krok 7. Przeprowadź testy dla węzłów N_e (zgodnie z algorytmem opisanym w podrozdziale 3.3).

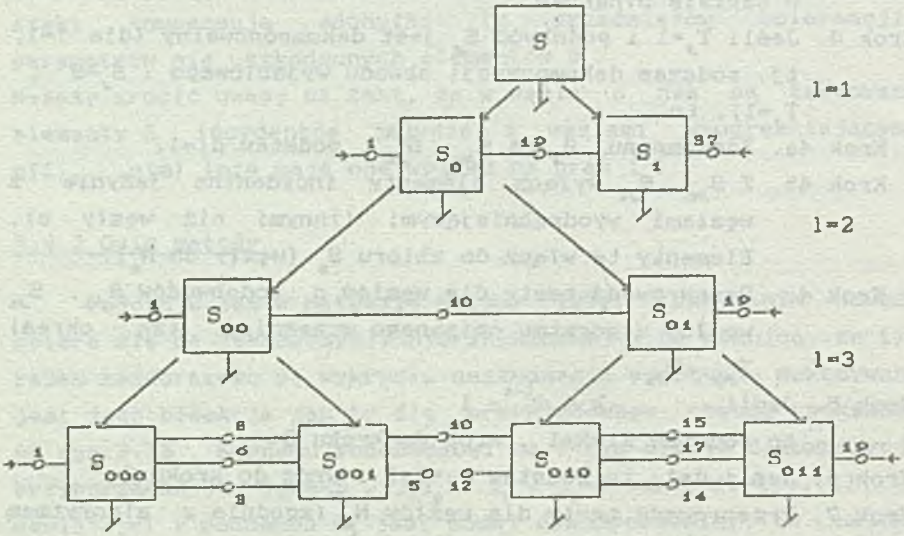
Krok 8. Przeprowadź logiczną analizę wyników wszystkich testów, jak w metodach opisanych w podrozdziałach 3.2 i 3.3, tzn. określ zbiór uszkodzonych elementów F.

Przykład 3.6

Testować będziemy ten sam obwód, co w przykładach 3.1 i 3.5, tzn. filtr, którego pierwszą sekcję przedstawiono na rys.3.3.

- dla $l=1$ przeprowadzimy dekompozycję całego obwodu S na podobwody S_0, S_1 spójne w węzłach 0,19 jak to pokazano na rys.3.13. Należy zatem pomierzyć potencjały v_1, v_{19} i v_{20}. Prądy dopływające do podobwodów z zewnątrz: i_1^z, i_{37}^z są znane, można zatem określić $i_c^{v,n}+\Delta i_c^{v,n}$, Δ_c^n i $d\Delta_c$ ($c=1,37$). Wyniki zebrano w tablicy 3.4 i wskazują one na uszkodzenie w podobwodzie S_0.
- dla $l=2$ należy zdekomponować S_0 na podobwody S_{00}, S_{01} spójne w węzłach 0,10. Pomierzyć zatem należy v_{10}. Prąd i_1^z

dopływający do S_{00} z zewnątrz jest znany. Prąd $i_{19}^{z,n} \pm \Delta i_{19}^{z}$ dopływający do S_{01} z zewnątrz (z podobwodu S_1, który wcześniej uznano za nie uszkodzony) należy policzyć. Na tej podstawie określić można Δ_c^n i $d\Delta_c$. Wyniki testów (patrz tablica) wskazują na uszkodzenie w obu podobwodach.



Rys.3.13 Dekompozycja hierarchiczna obwodu z przykładu 3.6

Fig.3.13 Hierarchical decomposition of the circuit of example 3.6

- dla l=3 zdekomponować należy S_{00}, S_{01}, jak to pokazano na rys.3.13. Zatem zmierzyć należy potencjały węzłów 3,6,8,14,15,17. Jako że nie można policzyć żadnego prądu dopływającego z zewnątrz do podobwodów S_{001}, S_{010} , należy potraktować węzły 5,12 jako węzły zewnętrzne, do których dopływają prądy $i_c^{z,n}+\Delta i_c^{z}=0$ (c=5,12). W związku z tym należy dodatkowo pomierzyć v_5 i v_{12}. Na tym poziomie dekompozycji występują pewne elementy incydentne jedynie z węzłami dekompozycji, np. element G_9 włączony między węzły dekompozycji 8,3 nie bierze udziału w teście podobwodu S_{000} przeprowadzonym w węźle 1. Elementy podobwodu S_{ji} incydentne jedynie z węzłami dekompozycji i nie biorące udziału w teście przeprowadzanym dla węzła c oznaczone zostały przez $S_{ji,e}$ i zestawione w ostatniej kolumnie tablicy 3.4.

Tablica 3.4

Wyniki obliczeń z przykładu 3.6

l	Ji	T_{Ji}	c	$\lvert\Delta_c^{x,n}\rvert$	$\lvert\Delta_c^{y,n}\rvert$	$d\Delta_c^x$	$d\Delta_c^y$	$S_{Ji,e}$
1	0	1	1	4.47	–	1.23	–	–
	1	0	37	0	0	–	–	–
2	0 0	1	1	4.31	–	0.89	–	–
	0 1	1	19	660		24.5	–	–
3	0 0 0	1	1	0.65	–	0.49	–	G_9
	0 0 1	0	5	0	0	–	–	B_9, G_{15}
	0 1 0	0	12	0.006	0.02	27.2	3.5	G_{26}
	1 1 1	0	19	0	0	–	–	B_{16}

Jako że nie ma podobwodu nadal dekomponowalnego, proces testowania podobwodów należy zakończyć.

Po przeprowadzeniu wszystkich testów otrzymamy zbiór $S_e:\{G_9, B_9, G_{15}, G_{26}, B_{16}\}$, któremu odpowiada zbiór węzłów $N_e:\{0,3,6,8,10,14,15,17\}$. Jak widać, chcąc sprawdzić elementy zbioru S_e, pomierzyć należy wszystkie pozostałe dostępne pomiarowo potencjały pierwszej sekcji. Wyniki ośmiu testów przeprowadzonych dla odcięć związanych z węzłami N_e przedstawione są w podrozdziale 3.3, tablica 3.3. Wraz z wynikami poprzednio przeprowadzonych testów (Tablica 5.1), wskazują zbiór $A:(S_{000}-G_9)\cup B_0\cup B_3\cup B_{14}\cup B_{17}$:

$$:\{B_2, B_4, B_7, B_9, B_{11}, B_{13}, B_{16}, B_{18}, G_9, G_{10}, G_{25}, G_{26}, G_{32}\}$$

a po przeprowadzeniu logicznej analizy, zbiór elementów uszkodzonych: $F:\{B_2, B_{13}, G_{25}\}$, tj. dają wynik identyczny z uzyskanym w przykładzie 3.5. Jak, widać, zastosowanie dekompozycji hierarchicznej pozwoliło zmniejszyć liczbę pomiarów z 21 do 11 (dla całego filtru składającego się z dwu sekcji), gdyż odpadają pomiary potencjałów węzłowych drugiej sekcji. Całkowita liczba testów wynosi 16 (8+8), podczas gdy bez stosowania dekompozycji należało przeprowadzić 23 testy.

3.4.3 Porównanie z metodą Salamy

1) Gdy $T_J=1$, to w metodzie Salamy zupełnie zbędnie

przeprowadzane są testy dla pozostałych węzłów wyodrębniających (nie dają one żadnej dodatkowej informacji).

2) Gdy $T_{J0}=T_{J1}=1$, to na tym poziomie dekompozycji nie da się obliczyć żadnych nowych prądów i po kolejnej dekompozycji może zaistnieć w metodzie Salamy sytuacja, gdy nie jest znany żaden prąd dopływający do podobwodu z zewnątrz. W takim przypadku należy dokonać podziału na trzy części, co zwiększa liczbę pomiarów oraz nakład obliczeniowy. W proponowanej metodzie, gdy do podobwodu nie dopływa żaden znany prąd, to jeden z węzłów wewnętrznych podobwodu traktuje się jako węzeł, do którego dopływa z zewnątrz prąd równy zero. Umożliwia to przeprowadzenie każdorazowo bisekcji. Dla przytoczonego przykładu liczba testów wynosi 16, podczas gdy stosując metodę Salamy, należy wykonać 24 testy, co daje zwiększenie nakładu obliczeniowego o 50%.

3) Metoda Salamy zawodzi, gdy uszkodzony element połączony jest z węzłem odniesienia (brak testu dla tego węzła).

4) Metoda Salamy zawodzi zupełnie, gdy uszkodzony element włączony jest między węzły podziału (proponowana analiza logiczna prowadzi do sprzeczności).

5) Metoda Salamy zawodzi, gdy test nie wykrywa uszkodzenia, mimo że ono występuje, ale jest kompensowane przez tolerancje parametrów (zawodzi analiza logiczna testów). W analizowanym przykładzie $\varepsilon=5\%$ tolerancje powodują niewykrycie uszkodzenia w testach związanych z węzłami 6 i 12, co powoduje w metodzie Salamy uznanie wszystkich uszkodzonych elementów za nie uszkodzone. W proponowanej metodzie niewykrycie uszkodzenia w węzłach 6,12 nie powoduje błędnej decyzji.

6) Proponowana metoda pozwala w bardzo prosty sposób uwzględnić tolerancje parametrów obwodu. Zalety tej metoda Salamy nie posiada.

3.4.4 Podsumowanie

Przedstawiona metoda wykrywania uszkodzeń ma wiele bardzo istotnych zalet, których pozbawione są metody znane z

literatury. Jest ona efektywniejsza w sensie nakładu obliczeniowego oraz skuteczniejsza w sensie wykrywalności uszkodzeń, szczególnie wtedy, gdy uwzględnia się tolerancje parametrów, a uszkodzenia nie mają charakteru katastroficznego. Zdając sobie sprawę z tego, że zastosowanie dekompozycji hierarchicznej do wykrywania uszkodzeń w dużych obwodach jest praktycznie koniecznością, nie należy zapominać, że w wyniku zastosowania dekompozycji hierarchicznej może zmniejszyć się skuteczność metody. Sytuacja taka może zaistnieć, gdy uszkodzenia niewiele wybiegają poza przedziały tolerancji a tolerancje są duże. Może się wówczas zdażyć tak, że w węźle testowym uszkodzenie elementu podobwodu incydentnego z węzłem jest kompensowane odchyłkami parametrów elementów nie uszkodzonych i w efekcie uszkodzenie nie zostanie wykryte. Prawdopodobieństwo zaistnienia takiej sytuacji jest większe w przypadku zastosowania dekompozycji, gdyż wówczas liczba elementów biorących udział w jednym teście znacznie się zwiększa.

3.5 METODA IDENTYFIKACJI USZKODZEŃ

Omówione do tej pory w rozdziale 3 metody pozwalały jedynie lokalizować uszkodzenia bez możliwosci ich identyfikacji, tj. bez możliwości oszacowania wartości odchyłki parametru poza dopuszczalne granice. Z literatury znane są dwie podstawowe techniki identyfikacyjne:

- technika identyfikacji parametrów (Parametr Identification Technique) [72],[78],[104],[110] ,
- technika weryfikacyjna/aproksmacyjna (Fault Verification/ Approximation Technique) [3],[12],[46],[109].

W PIT stosuje się więcej niż jedno pobudzenie i wyznaczane są wartości wszystkich parametrów obwodu poprzez rozwiązywanie układu równań nieliniowych. Niestety, technika ta uniemożlwia testowanie *in situ*,a jej nakład obliczeniowy jest bardzo duży.

W FV/AT przyjmuje się hipotezę, że określone elementy obwodu są uszkodzone. Następnie, opierając się na układzie równań niezależnych od parametrów elementów podejrzanych o uszkodzenie, stosując metodę programowania liniowego [3] przyjętą

hipotezę weryfikuje się. Uzyskanie pozytywnego wyniku weryfikacji jest jednoznaczne z lokalizacją uszkodzonych elementów. By wyznaczyć wartości ich parametrów, przeprowadzić należy procedurę aproksymacyjną [12], która wykorzystuje optymalizację określonej funkcji celu. Niestety, i ta technika charakteryzuje się bardzo dużym nakładem obliczeniowym i nadaje się praktycznie tylko do identyfikacji uszkodzeń pojedynczych w obwodach o niewielkiej wymiarowości.

Metoda, która zostanie dalej przedstawiona, pozwala na identyfikację uszkodzeń, wykorzystując technikę ograniczającą liczbę możliwych uszkodzeń, tzw. technikę Failure Bounds [5], [32],[51],[129]. Technika FB bazuje na podziale wszystkich elementów obwodu na dwie części i testowaniu elementów jednej z nich, wykorzystując nominalne wartości parametrów drugiej. Podstawową wadą dotychczasowych opracowań wykorzystujących technikę FB było nieuwzględnienie tolerancji projektowych elementów nie uszkodzonych. Ostatnio A.Macura zaproponował metodę łączącą technikę FB oraz metodę potencjałów węzłowych do identyfikacji uszkodzeń w liniowych obwodach prądu stałego [62],[63]. Metoda ta uwzględnia wprawdzie tolerancje projektowe,ma jednak wiele wad takich, jak: ograniczenie się do obwodów liniowych, nieuwzględnienie niedostępności pomiarowej części węzłów, kłopotliwy sposób formułowania układu równań stanowiącego punkt wyjścia metody oraz brak gwarancji istnienia rozwiązania tego układu. Metoda, której koncepcja opracowana została przez autora, wszystkich tych wad jest pozbawiona. Podobnie jak wszystkie omówione poprzednio metody, jest to metoda jednotestowa, wykorzystująca pomiary potencjałów węzłowych i znajomość obszaru tolerancji obwodu, a umożliwiająca identyfikację uszkodzeń wielokrotnych tak w obwodach stałoprądowych, jak i w obwodach zmiennoprądowych. Przedstawimy teraz w szczegółach metodę dla przypadku stałoprądowego. Zaczniemy opisem metody dla przypadku obwodu liniowego ze wszystkimi węzłami dostępnymi pomiarowo, po czym omówimy sposób uwzględnienia elementów nieliniowych, wielobiegunników oraz przypadek niepełnej dostępności pomiarowej.

3.5.1 Opis metody , liniowe obwody prądu stałego

Rozważmy liniowy obwód prądu stałego S, z e niezależnymi wymuszeniami napięciowymi i/lub prądowymi, zawierający g liniowych dwójników połączonych w n węzłach. Źródła sterowane nie są na tym etapie rozważane jedynie ze względu na prostotę opisu.

Danymi wejściowymi są:

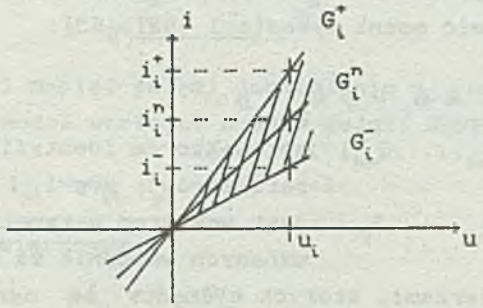
- nominalne wartości parametrów : $\mathbb{G}^n = col[G_1^n, \ldots, G_g^n]$
- ich przedziały tolerancji:

$$\langle G_i^-, G_i^+ \rangle = \langle G_i^n(1-\varepsilon_i), G_i^n(1+\varepsilon_i) \rangle \qquad i=1,\ldots,g \tag{3.44}$$

gdzie ε_i jest tolerancją i-tego parametru

- zmierzone potencjały węzłowe: $v=[v_1,\ldots,v_n]$.

Na tym etapie opisu zakładamy, jak widać, że wszystkie węzły są dostępne pomiarowo. Podobnie jak dotychczas, za uszkodzony uznawać będziemy taki element, którego parametr wykracza poza przedział tolerancji (3.44). Na rys.3.14 przedstawiona została nominalna charakterystyka i-tego elementu oraz obszar tolerancji.



Rys.3.14 Nominalna charakterystyka elementu liniowego oraz obszar tolerancji
Fig.3.14 Nominal characteristic of the linear element and the tolerance region

Jak widać, dla zmierzonego napięcia na elemencie u_i, przedział tolerancji parametru G_i (3.44) przekształcić można w przedział tolerancji prądu i_i:

$$\langle i_i^-, i_i^+ \rangle = \langle i_i^n(1-\varepsilon_i), i_i^n(1+\varepsilon_i) \rangle \quad i=1,\dots,g \tag{3.45}$$

gdzie $i_i^n = G_i^n u_i$

Zatem, i-ty element jest uszkodzony, jeśli dla zmierzonego napięcia u_i jego prąd nie znajduje się w przedziale (3.45).

Nie wnikając w sposób otrzymywania równań obwodu, można je zapisać w postaci:

$$\mathbb{F}(\mathbb{v}, \mathbb{G}, \mathbb{e}) = \mathbb{0} \tag{3.46}$$

gdzie $\mathbb{e}$ jest wektorem wymuszeń

Dla nieznanych wartości parametrów jest to układ, w którym liczba niewiadomych znacznie przekracza liczbę równań. Nie jest zatem możliwe znalezienie rozwiązania w pojedynczym teście, tj. bez wielokrotnej zmiany wymuszeń. Zamiast powtarzania pomiarów dla innego zestawu wymuszeń założymy, że liczba uszkodzeń jest ograniczona. Pewne elementy uznamy wstępnie za nie uszkodzone, tzn. przyjmiemy, że ich charakterystyki są znane (z dokładnością do obszarów tolerancji). Jeśli liczba równań układu (3.46) wynosi m, to by otrzymać układ dobrze określony, należy przyjąć, że znane są wartości l=g-m parametrów. Przy tym założeniu układ równań obwodu przedstawić można w postaci [62],[63]:

$$\mathbb{A}\,\mathbb{G}_x = \mathbb{D}\,\mathbb{G}_y + \mathbb{b} \tag{3.47}$$

gdzie: $\mathbb{G}_x = \mathrm{col}[G_{x1},\dots,G_{xm}]$ jest wektorem identyfikowanych parametrów ; m=g-l,

$\mathbb{G}_y = \mathrm{col}[G_{y1},\dots,G_{yl}]$ jest wektorem parametrów elementów uznanych wstępnie za nieuszkodzone,

$\mathbb{A}$, $\mathbb{D}$ i $\mathbb{b}$ są macierzami, których elementy są określone przez wartości wymuszeń i potencjałów węzłowych oraz topologię obwodu.

W tym miejscu zadać należy następujące pytania:

- Jak podzielić zbiór wszystkich przewodności (rezystancji) S

na podzbiory $S_x:\{G_{x1},...,G_{xm}\}$, $S_y:\{G_{y1},...,G_{yl}\}$[1], by zapewnić istnienie rozwiązania układu (3.47), tj. zapewnić, by $\det(\mathbb{A})\neq 0$?

- Jak otrzymać równania (3.47) bezpośrednio z obwodu, tj. bez konieczności przekształcania równań (3.46)?

Metoda, która zostanie teraz przedstawiona, daje odpowiedź na obydwa pytania. Załóżmy, że *a priori* nie można wskazać, które elementy są podejrzane o uszkodzenie. Przy tym założeniu, dla danego grafu obwodu wybierzmy drzewo tak, by znalazły się w nim wszystkie wymuszenia oraz dowolnie wybrane przewodności. Wraz z wyborem drzewa określona zostanie macierz oczkowa zdefiniowana w podrozdziale 2.1.1 . Do tego celu wykorzystać można np. algorytm przedstawiony w pracy [84]. Wybór drzewa określa jednocześnie podział zbioru wszystkich elementów rezystancyjnych na podzbiory S_x, S_y w ten sposób, że:

- elementy S_x wchodzą w skład drzewa (t=m+e gałęzi drzewa),
- elementy S_y tworzą dopełnienie (l gałęzi dopełnienia).

Znając wartości napięć gałęziowych u oraz parametrów $\mathbb{G}_y$, łatwo można znaleźć wartości parametrów $\mathbb{G}_x$, jak to pokazuje schemat (3.48).

$$\begin{array}{ccccc} \mathbb{G}_y & \times & & & \\ & & i_y \rightarrow & i_x & \rightarrow \mathbb{G}_x \\ & u_y & & & u_x \\ v & & & & \end{array} \qquad (3.48)$$

Znając wartości napięć gałęzi dopełnienia u_y oraz parametrów $\mathbb{G}_y$, obliczyć można wartości prądów gałęzi dopełnienia:

$$i_{yi} = G_{yi}\, u_{yi} \qquad i=1,...,l \qquad (3.49a)$$

a w zapisie macierzowym:

$$\mathbb{I}_y = \mathbb{U}_y\, \mathbb{G}_y \qquad (3.49b)$$

gdzie: $\mathbb{I}_y = \mathrm{col}[i_{y1},...,i_{yl}]$, $\mathbb{U}_y = \mathrm{diag}\,[u_{y1},...,u_{yl}]$

Następnie, znając transponowaną macierz oczkową $\mathbb{B}=\mathbb{C}^T=\{c_{ji}\}$ $(j=1,...,t\ ,\ i=1,...,l)$ obliczyć można wartości prądów

---

[1] Element/gałąź scharakteryzowaną jednym parametrem $p_i=G_i$ oznaczać będziemy przez G_i

rezystancyjnych gałęzi drzewa[2]:

$$i_{xj} = \sum_{i=1}^{l} c_{ji}\, i_{yi} \qquad j=1,\dots,m \tag{3.50a}$$

gdzie:

$$c_{ji} = \begin{cases} \pm 1 & \text{jeśli oczko zdefiniowane i-tą gałęzią} \\ & \text{dopełnienia zawiera j-tą gałąź drzewa} \\ 0 & \text{w innym przypadku} \end{cases}$$

lub w zapisie macierzowym:

$$\mathbb{I}_x = \mathbb{B}\, \mathbb{I}_y \tag{3.50b}$$

gdzie: $\mathbb{I}_x = \mathrm{col}[i_{x1},\dots,i_{xm}]$

Ostatecznie, znając wartości napięć gałęzi drzewa u_x obliczyć można wartości przewodności $\mathbb{G}_x$:

$$G_{xj} = \left(\sum_{i=1}^{l} c_{ji}\, u_{yi}\, G_{yi}\right) / u_{xj} \qquad j=1,\dots,m \tag{3.51a}$$

lub w zapisie macierzowym:

$$\mathbb{G}_x = \mathbb{U}_x^{-1}\, \mathbb{I}_x = \mathbb{U}_x^{-1}\, \mathbb{B}\, \mathbb{U}_y\, \mathbb{G}_y \tag{3.51b}$$

gdzie: $\mathbb{U}_x = \mathrm{diag}\,[u_{x1},\dots,u_{xm}]$

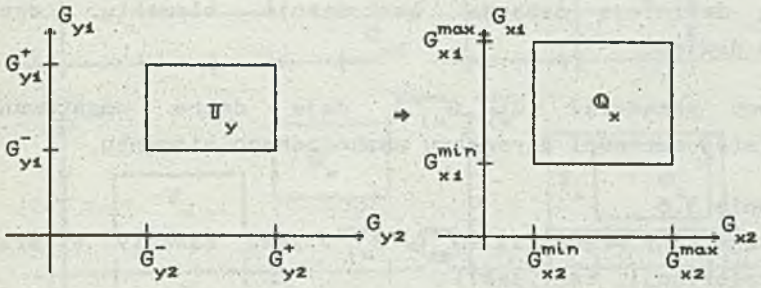
W ten sposób otrzymaliśmy równania obwodu w postaci (3.47). Warunek: $\det(\mathbb{A}) \neq 0$ jest zawsze spełniony a $\mathbb{A} = \mathbb{U}_x$ jest macierzą diagonalną. W związku z tym nie ma potrzeby rozwiązywania układu równań liniowych i dzięki temu nakład obliczeniowy potrzebny do wyznaczenia $\mathbb{G}_x$ jest minimalny.

Równanie (3.51) odwzorowuje punkt $\mathbb{G}_y$ znajdujący się w l-wymiarowej przestrzeni $\mathbb{R}^l$ w punkt $\mathbb{G}_x$ w m-wymiarowej przestrzeni $\mathbb{R}^m$. W rzeczywistości nie jest znane dokładne położenie punktu $\mathbb{G}_y$ a jedynie obszar tolerancji $\mathbb{T}_y \in \mathbb{R}^l$, w którym ten punkt się znajduje (oczywiście pod warunkiem, że nasze wstępne założenie jest słuszne i elementy S_y są nie uszkodzone). Zatem równanie (3.51) jest odwzorowaniem obszaru tolerancji $\mathbb{T}_y \in \mathbb{R}^l$ w pewien obszar w m wymiarowej przestrzeni $\mathbb{R}^m$. Efektem naszych obliczeń będzie

---

[2] Zakładamy, że pierwszych m wierszy macierzy $\mathbb{B}$ odpowiada rezystancyjnym elementom drzewa.

hiperprostopadłościan $\Phi_x \in R^m$, aproksymujący ten obszar. Na rys.3.15 przedstawiono przykład odwzorowania dla przypadku dwuwymiarowego (l=m=2).



Rys.3.15 Przykład odwzorowania obszaru $\mathbb{T}_y$ w Φ_x dla przypadku dwuwymiarowego

Fig.3.15 The example mapping of $\mathbb{T}_y$ into Φ_x in two dimensional spaces

Ograniczenia obszaru Φ_x: G^{min}_{xj}, G^{max}_{xj} (j=1,..,m) wyznaczyć można z zależności:

$$G^{ext}_{xj} = \left(\sum_{i=1}^{l} c_{ji}\, u_{yi}\, G^{*}_{yi} \right) / u_{xj} \qquad j=1,\dots,m \tag{3.52}$$

gdzie:

dla ext=min
$$G^{*}_{yi} = \begin{cases} G^-_{yi} & \text{jeśli } \operatorname{sgn}(c_{ji} u_{yi}/u_{xj}) > 0 \\ G^+_{yi} & \text{jeśli } \operatorname{sgn}(c_{ji} u_{yi}/u_{xj}) < 0 \end{cases}$$

dla ext=max należy odwrócić znaki nierówności

Podamy teraz dwa twierdzenia pozwalające na stwierdzenie uszkodzenia elementu lub braku uszkodzenia.

Twierdzenie 3.5

Jeśli przedziały $\langle G^-_{xj}, G^+_{xj} \rangle$ i $\langle G^{min}_{xj}, G^{max}_{xj} \rangle$ nie zachodzą na siebie, tzn. spełniony jest warunek:

$$\langle G^-_{xj}, G^+_{xj} \rangle \cap \langle G^{min}_{xj}, G^{max}_{xj} \rangle = 0 \tag{3.53}$$

oraz słuszna jest hipoteza: $G_{yi} \in \langle G^-_{yi}, G^+_{yi} \rangle$ (i=1,...,l), to element G_{xj} jest uszkodzony.

Dowód

Jeśli $G_{yi} \in \langle G^-_{yi}, G^+_{yi} \rangle$ $(i=1,..,l)$, to $\langle G^{min}_{xj}, G^{max}_{xj} \rangle$ określa przedział, w którym na pewno znajduje się rzeczywista wartość G_{xj}. Zatem spełnienie zależności (3.53) oznacza, że parametr G_{xj} znajduje się poza przedziałem tolerancji, co zgodnie z przyjętą definicją oznacza uszkodzenie elementu, czego należało dowieść.

Wyznaczony przedział $\langle G^{min}_{xj}, G^{max}_{xj} \rangle$ daje dobre oszacowanie rzeczywistej wartości parametru uszkodzonego elementu.

Twierdzenie 3.6

Jeśli wyznaczony przedział $\langle G^{min}_{xj}, G^{max}_{xj} \rangle$ jest zawarty w przedziale tolerancji, tzn. jeśli

$$\langle G^{min}_{xj}, G^{max}_{xj} \rangle \subseteq \langle G^-_{xj}, G^+_{xj} \rangle \tag{3.54}$$

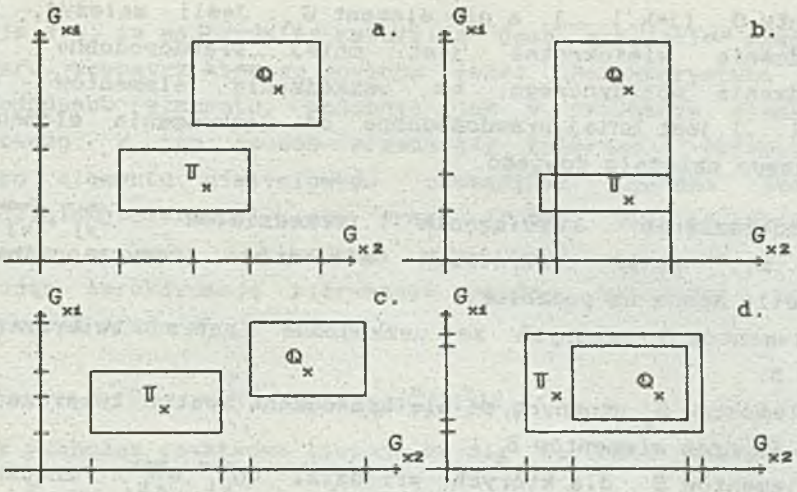
oraz słuszna jest hipoteza: $G_{yi} \in \langle G^-_{yi}, G^+_{yi} \rangle$ $(i=1,..,l)$, to element G_{xj} jest nie uszkodzony.

Dowód

Jeśli $G_{yi} \in \langle G^-_{yi}, G^+_{yi} \rangle$ $(i=1,..,l)$, to $\langle G^{min}_{xj}, G^{max}_{xj} \rangle$ określa przedział, w którym na pewno znajduje się rzeczywista wartość G_{xj}. Zatem spełnienie zależności (3.54) oznacza, że parametr G_{xj} znajduje się wewnątrz przedziału tolerancji, co zgodnie z przyjętą definicją oznacza, że element G_{xj} jest nie uszkodzony, czego należało dowieść.

W praktyce, za nie uszkodzony uznać można element, dla którego wyznaczony przedział $\langle G^{min}_{xj}, G^{max}_{xj} \rangle$ przekracza nieznacznie przedział tolerancji.

Na rys.3.16 przedstawiono cztery przykłady obszarów $\mathbb{Q}_x$ oraz $\mathbb{T}_x$ dla przypadku dwuwymiarowego (m=2). Na rys.3.16a: element G_{x1} uznany zostanie za uszkodzony. Na rys.3.16b: dla elementu G_{x1}, wyznaczony przedział $\langle G^{min}_{x1}, G^{max}_{x1} \rangle$ znacznie przekracza przedział tolerancji i w tym przypadku nie można stwierdzić, czy element jest uszkodzony czy też nie. Na rys.3.16c: element G_{x2} uznany zostanie za uszkodzony. Na rys.3.16d: obydwa elementy uznane zostaną za nie uszkodzone.



Rys.3.16 Przykłady obszarów Ω_x oraz $\mathbb{T}_x$ w przestrzeni dwuwymiarowej
Fig.3.16 Examples of regions Ω_x and $\mathbb{T}_x$ in a two dimensional space

Przedyskutujemy teraz przypadek, gdy wstępne założenie jest niesłuszne i jeden z elementów dopełnienia jest uszkodzony, tzn. $G_{yi} \notin \langle G^-_{yi}, G^+_{yi} \rangle$. Wówczas, jak widać z zależności (3.52), błędnie określone zostaną przedziały $\langle G^{min}_{xj}, G^{max}_{xj} \rangle$ tych elementów drzewa, dla których $c_{ji} \neq 0$. Innymi słowy, za uszkodzone uznane zostaną te elementy drzewa, które tworzą oczko z uszkodzonym elementem dopełnienia. Przyjmując hipotezę, że bardziej prawdopodobne jest uszkodzenie pojedyncze od podwójnego, podwójne od potrójnego itd. można podać następujące twierdzenie:

Twierdzenie 3.7
Jeśli elementy drzewa uznane za uszkodzone są częścią tego samego oczka, to bardziej prawdopodobne jest uszkodzenie elementu dopełnienia definiującego to oczko, który niesłusznie wstępnie zaszeregowano do zbioru S_y.

Dowód
Jeśli rzeczywista wartość $G_{yi} \notin \langle G^-_{yi}, G^+_{yi} \rangle$, to dla zmierzonych napięć błędnie wyznaczone zostaną przedziały $\langle G^{min}_{xj}, G^{max}_{xj} \rangle$ (j=k,l,...) tych elementów drzewa, które tworzą oczko z G_{yi} (patrz zależność (3.52)). Zatem, za uszkodzone uznane zostaną

elementy G_{xj} (j=k,l...), a nie element G_{yi}. Jeśli założyć, że uszkodzenie wielokrotne jest mniej prawdopodobne od uszkodzenia pojedynczego, to uszkodzenie elementów G_{xj} (j=k,l...) jest mniej prawdopodobne od uszkodzenia elementu G_{yi}, czego należało dowieść.

Po znalezieniu rozwiązania (przedziałów $\langle G_{xj}^{min}, G_{xj}^{max} \rangle$, j=1,...,m), zbiór wszystkich elementów rezystancyjnych podzielić można na podzbiory:

S_f - elementów S_x uznanych za uszkodzone (patrz twierdzenie 3.5)

S_n - elementów S_x uznanych za nie uszkodzone (patrz twierdzenie 3.6) oraz elementów S_y

S_u - elementów S_x, dla których przedział $\langle G_{xj}^{min}, G_{xj}^{max} \rangle$ znacznie przekracza przedział tolerancji

Następnie przeprowadzić należy weryfikację otrzymanego rozwiązania biorąc pod uwagę twierdzenie 3.7. Jeśli dwa lub więcej elementów zbioru S_f stanowi część tego samego oczka, to wówczas należy je przenieść ze zbioru S_f do zbioru S_n a element dopełnienia definiujący to oczko przenieść ze zbioru S_n do zbioru S_f. Zauważyć należy, że wartość parametru takiego elementu nie została oszacowana.

Jeśli zbiór S_u nie jest pusty lub dokonaliśmy przeniesienia elementu(ów) ze zbioru S_n do zbioru S_f, to procedurę identyfikacyjną należy powtórzyć dla innego drzewa zawierającego elementy zbiorów S_u i S_f. Jeśli i to nie pozwoli na identyfikację wszystkich uszkodzeń, to obliczenia powtórzyć należy dla kolejnego drzewa. Praktyka pokazuje, że aby zidentyfikować wszystkie uszkodzenia, wystarczy powtórzyć procedurę identyfikacyjną jednokrotnie.

3.5.2 Nieliniowe obwody prądu stałego

W przypadku elementu (dwójnika) nieliniowego scharakteryzowanego zazwyczaj kilkoma parametrami (zależność (3.55)) należy przede wszystkim podać definicję uszkodzenia.

$$i_i = h_i(u_i, p_{i1}, \ldots, p_{ip}) \tag{3.55}$$

gdzie $p_{i1}, \ldots, p_{ip}$ są parametrami i-tego elementu

Wydaje się, że najbardziej naturalne jest przyjęcie pewnego obszaru, wewnątrz którego powinna leżeć charakterystyka nie uszkodzonego elementu, podobnie jak w przypadku elementu liniowego. W ten sposób przedziały tolerancji parametrów i-tego elementu nieliniowego zastąpione zostaną jednym przedziałem tolerancji jego prądu (3.45). Dla zmierzonego napięcia u_i oraz niewielkich tolerancji ε_{ik} (k=1,...,p), stosując aproksymację pierwszego rzędu, wyznaczyć można tolerancję prądu ε_i.

$$\varepsilon_i = \sum_{k=1}^{p} |(\partial h_i/\partial p_{ik}) p_{ik}^n / i_i^n| \varepsilon_{ik} \tag{3.56}$$

gdzie pochodne cząstkowe liczone są dla wartości nominalnych $p_{i1}^n, \ldots, p_{ip}^n$

Teraz przyjąć można taką samą definicję uszkodzenia, jak dla elementu liniowego, tzn. i-ty element nieliniowy jest uszkodzony jeśli dla zmierzonego napięcia jego prąd znajduje się poza przedziałem tolerancji (3.45). W ten sposób w przypadku elementu nieliniowego identyfikować będziemy nie jego parametry, lecz prąd[9]. W wyniku identyfikacji elementu nieliniowego, stanowiącego j-ty element zioru S_x, otrzymamy przedział $\langle i_{xj}^{min}, i_{xj}^{max} \rangle$, gdzie

$$i_{xj}^{ext} = \sum_{i=1}^{l} c_{ji} i_{yi}^{*} \tag{3.57}$$

dla ext=min $\quad i_{yi}^{*} = \begin{cases} i_{yi}^{-} & \text{jeśli } \operatorname{sgn}(c_{ji}) > 0 \\ i_{yi}^{+} & \text{jeśli } \operatorname{sgn}(c_{ji}) < 0 \end{cases}$

dla ext=max należy odwrócić znaki nierówności

Konsekwentnie, w opisie metody z poprzedniego rozdziału należy dla elementu nieliniowego przedziały $\langle G_{xj}^{min}, G_{xj}^{max} \rangle$, $\langle G_{xj}^{-}, G_{xj}^{+} \rangle$ zastąpić przedziałami $\langle i_{xj}^{min}, i_{xj}^{max} \rangle$, $\langle i_{xj}^{-}, i_{xj}^{+} \rangle$.
Najbardziej typowym elementem nieliniowym obwodu stałoprądowego jest dioda opisana równaniem (3.58).

---

[9] Element nieliniowy/gałąź scharakteryzowaną prądem i_i oznaczać będziemy przez i_i.

$$i_i = i_{oi}[\exp(u_i / u_{oi}) - 1] \qquad (3.58)$$

Jak widać, jest to element scharakteryzowany dwoma parametrami $p_{i1}=i_{oi}$ oraz $p_{i2}=u_{oi}$. Zgodnie z przyjętą definicją, dioda jest nie uszkodzona, jeśli dla zmierzonego napięcia u_i, płynący przez nią prąd mieści się w granicach (3.45), gdzie prąd i_i^n wyznaczony jest z równania (3.58), w którym $u_{oi}=u_{oi}^n$, $i_{oi}=i_{oi}^n$. Na rys.3.17 przedstawiono nominalną charakterystykę diody. Polem zakreskowanym zaznaczono obszar dopuszczalnego rozrzutu. Tolerancję prądu diody wyznaczyć można z zależności (3.59a) w przypadku ogólnym lub z zależności (3.59b), jeśli ustalimy wartość u_{oi}=25 mV.

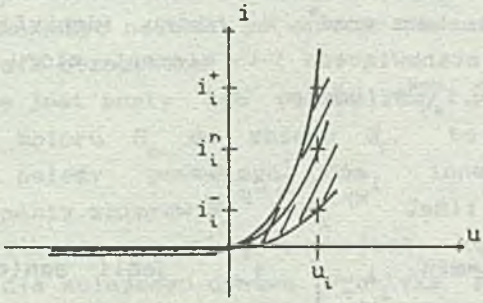
$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} u_i a/(u_{io}^n(a-1)) \qquad (3.59a)$$

gdzie $a=\exp(u_i/u_{oi}^n)$

ε_{i1} jest tolerancją i_{oi}

ε_{i2} jest tolerancją u_{oi}

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i1} \qquad (3.59b)$$



Rys.3.17 Nominalna charakterystyka diody oraz obszar tolerancji

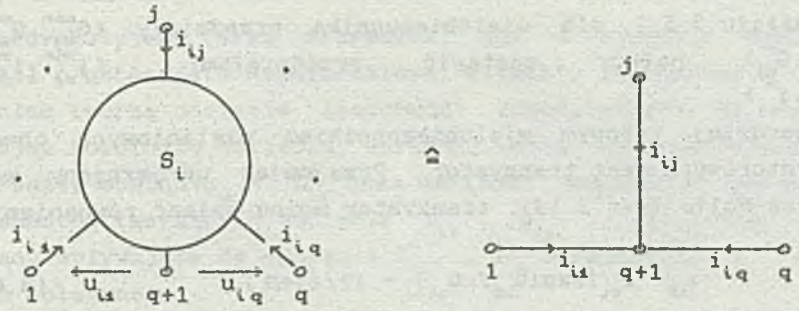
Fig.3.17 Diode nominal characteristic and the tolerance region

3.5.3 Obwody zawierające wielobiegunniki i/lub węzły niedostępne pomiarowo

Przedstawimy teraz sposób uwzględnienia wielobiegunnika, a co za tym idzie, przypadek, gdy w obwodzie występują węzły niedostępne pomiarowo.

Załóżmy, że znane są równania (3.60) wielobiegunnika S_i przedstawionego na rys.3.18.

$$i_{ij} = h_{ij}(u_{i1},\ldots,u_{iq},p_{i1},\ldots,p_{ip}) \qquad j=1,\ldots,q \qquad (3.60)$$



Rys.3.18 Wielobiegunnik(podobwód) S_i połączony z resztą obwodu w q+1 węzłach i jego graf
Fig.3.18 Multipole(subcircuit) S_i with q+1 external nodes and its graph

Na tym samym rysunku przedstawiono graf wielobiegunnika. Jak widać, tworzy go q gałęzi scharakteryzowanych prądami $i_{i1},\ldots,i_{iq}$. Podobnie jak dla dwójnika, założyć można, że wielobiegunnik S_i jest nie uszkodzony, jeśli dla zmierzonych napięć $u_{i1},\ldots,u_{iq}$ prądy dopływające do wielobiegunnika mieszczą się w przedziałach tolerancji:

$$\langle i^-_{ij},\ i^+_{ij}\rangle = \langle\ i^n_{ij}(1-\varepsilon^i_{ij})\ ,\ i^n_{ij}(1+\varepsilon^i_{ij})\ \rangle \qquad j=1,\ldots,q \qquad (3.61)$$

gdzie i^n_{ij} jest prądem wyznaczonym z (3.60)) dla $p_i=p^n_i$

ε^i_{ij} jest tolerancją tego prądu

Dla zmierzonych napięć u_i oraz niewielkich tolerancji parametrów wielobiegunnika ε_{ik} (k=1,..,p), stosując aproksymację pierwszego rzędu z zależności (3.62), wyznaczyć można tolerancje prądów.

$$\varepsilon^i_{ij} = \sum_{k=1}^{p} |(\partial h_{ij}/\partial p_{ik})p^n_{ik}/i^n_{ij}|\varepsilon_{ik} \qquad (3.62)$$

gdzie pochodne cząstkowe liczone są dla wartości nominalnych parametrów wielobiegunnika p^n_i

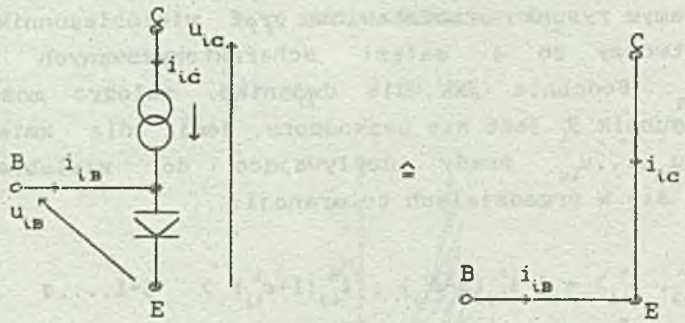
W ten sposób, w przypadku wielobiegunnika, identyfikować

będziemy nie jego parametry, lecz dopływające doń prądy[4].
W wyniku identyfikacji gałęzi wielobiegunnika stanowiącej j-ty element zbioru S_x, otrzymamy przedział $\langle i_{xj}^{min}, i_{xj}^{max}\rangle$, określony zależnością (3.57). Konsekwentnie, w opisie metody z podrozdziału 3.5.1, dla wielobiegunnika przedziały $\langle G_{xj}^{min}, G_{xj}^{max}\rangle$, $\langle G_{xj}^{-}, G_{xj}^{+}\rangle$ należy zastąpić przedziałami $\langle i_{xj}^{min}, i_{xj}^{max}\rangle$, $\langle i_{xj}^{-}, i_{xj}^{+}\rangle$.
Najbardziej typowym wielobiegunnikiem nieliniowych obwodów rezystorowych jest tranzystor. Przyjmując uproszczony model Ebersa-Molla (rys.3.19), tranzystor można opisać równaniami:

$$i_{iB} = i_{oi}[\exp(u_{iB}/u_{oi}) - 1]/(1+\beta_i) \tag{3.63a}$$

$$i_{iC} = i_{oi}[\exp(u_{iB}/u_{oi}) - 1]\beta_i/(1+\beta_i) \tag{3.63b}$$

gdzie $\beta_i = \alpha_i/(1-\alpha_i)$



Rys.3.19 Uproszczony model Ebersa-Molla tranzystora pnp oraz jego schemat zastępczy
Fig.3.19 pnp transistor simplified Ebers-Moll model and its graph

Jak widać, tranzystor scharakteryzowany jest trzema parametrami: $p_{i1} = i_{oi}$, $p_{i2} = u_{oi}$, $p_{i3} = \beta_i$. Przedziały tolerancji prądów określa zależność (3.61), gdzie: j=B lub C. Tolerancje ε_{iB}^{i}, ε_{iC}^{i} można łatwo wyznaczyć z zależności (3.64) (zakładamy stałą wartość u_{oi}=25 mV).

Gałąź wielobiegunnika scharakteryzowaną prądem i_{ij} oznaczać będziemy przez i_{ij}.

$$\varepsilon^{i}_{ib} = \varepsilon_{i1} + \alpha_i \varepsilon_{i3} \cong \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i3} \tag{3.64a}$$

$$\varepsilon^{i}_{ic} = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i3}/(1+\beta_i) \cong \varepsilon_{i1} \tag{3.64b}$$

Przedyskutujemy teraz przypadek, gdy w obwodzie występuje węzeł o potencjale niemierzalnym. Elementy incydentne z takim węzłem tworzą odcięcie (podobwód) przedstawiony na rys.18. Znając topologię odcięcia, wartości napięć wyodrębniających go z reszty obwodu $u_{i1},...,u_{iq}$ oraz wartości nominalne parametrów elementów tworzących odcięcie $p^n_{i1},...,p^n_{ip}$, wyznaczyć można prądy wpływające do odcięcia $i^n_{i1},...,i^n_{iq}$ a następnie z (3.62) ich tolerancje.

Jak widać, w przypadku występowania węzłów niedostępnych pomiarowo wykorzystać można identyczną strategię do strategii przedstawionej dla wielobiegunników. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że identyfikowane są prądy dopływające do odcięcia utworzonego z elementów incydentnych z węzłem (węzłami) niedostępnym(i), a nie parametry tych elementów. Nie ma zatem w tym przypadku możliwości lokalizacji i identyfikacji uszkodzenia z dokładnością do elementu.

3.5.4 Przykłady oraz dyskusja przypadku powodującego pewne problemy obliczeniowe

W celu zilustrowania omówionej metody identyfikacji uszkodzeń przedstawimy teraz dwa przykłady obliczeniowe.

Przykład 3.7

Przykład zaczerpnięto z pracy [87]; stanowi go wzmacniacz tranzystorowy analizowany poprzednio w przykładzie 3.3, przedstawiony na rys.3.8. Załóżmy wartości nominalne parametrów obwodu, takie jak w przykładzie 3.3, oraz tolerancję ε=5% wspólną dla parametrów wszystkich rezystorów, diod (i_{oi}) i tranzystorów (i_{oi} oraz β_i). Podobnie jak w przykładzie 3.3, załóżmy rzeczywiste wartości parametrów równe wartościom nominalnym z wyjątkiem R2=6[kΩ] oraz RB3=2[kΩ]. Dla tych wartości parametrów zmierzone potencjały węzłowe wynoszą: v_1=0.5206, v_2=1.0065, v_3=0.0, v_4=2.2981, v_5=5.5451, v_6=6.0, v_7=2.1542, v_8=1.5476, v_9=1.5213, v_{10}=1.5741, v_{11}=1.6523 . wszystkie wartości w Voltach .

Pierwsze, dowolnie wybrane drzewo zaznaczone zostało na

rys.3.8 pogrubioną linią. Rezultaty identyfikacji parametrów przedstawione zostały w tablicy 3.5. W tablicy tej oraz tablicach 3.6 i 3.7 z przykładu 3.8 wartości wszystkich rezystancji podano w Ohmach. Wyjątek stanowią rezystancje, po których występuje litera k, a które podano w kOhmach. Wartości prądów podano w mA.

Tablica 3.5

Rezultaty identyfikacji parametrów obwodu z przykładu 3.7

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
S_{xj}	R2	RB3	RE3	RE4	i_{D1}	i_{D2}	i_{T3C}	i_{T3B}	RB2
T_{xj}^{min}	5.7k	1.9k	0.95	0.95	1.51	1.51	25.83	0	314k
T_{xj}^{max}	6.3k	2.2k	1.05	1.05	1.82	1.82	27.45	0.45	347k
T_{xj}^{-}	11.4k	3.1k	0.95	0.95	1.58	1.58	25.09	0.17	313k
T_{xj}^{+}	12.6k	3.5k	1.05	1.05	1.74	1.74	28.25	0.20	346k

gdzie: $T_{xj}=R_{xj}$ dla rezystorów,

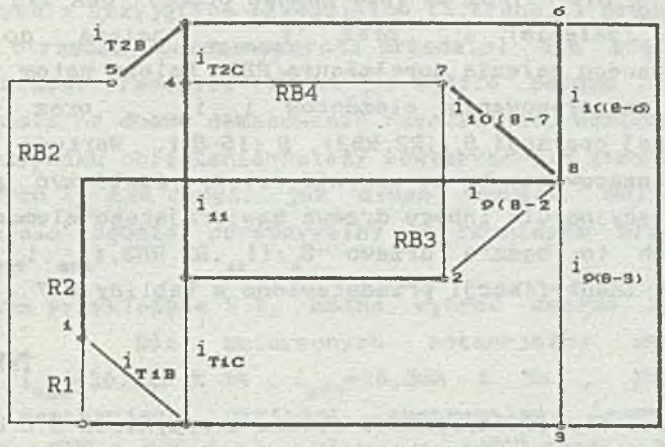
$T_{xj}=i_{xj}$ dla diod i tranzystorów

Na podstawie zebranych w tablicy 3.5 wyników stwierdzić można, że elementy R2 oraz RB3 są uszkodzone (warunek (3.53) jest spełniony), tzn. S_f:{R2,RB3}. Dla wszystkich pozostałych elementów S_x, wyznaczone przedziały $\langle T_{xj}^{min}, T_{xj}^{max}\rangle$ spełniają warunek (3.54) lub niezbyt znacznie przekraczają przedział tolerancji $\langle T_{xj}^{-}, T_{xj}^{+}\rangle$. Zatem przyjąć można, że S_u:{-}, S_n:{RE3,RE4,RB2,RB4,R1,i_{D1},i_{D2},i_{T1B},i_{T1C},...,i_{T4B},i_{T4C}}.
Teraz należy sprawdzić, czy elementy R2 i RB3 nie są częścią tego samego oczka. Tak nie jest i jako, że zbiór S_u jest pusty, proces diagnostyczny można zakończyć. Obydwa uszkodzone elementy zlokalizowane zostały poprawnie, przy czym dość dokładnie zidentyfikowano wartości ich parametrów.

Przykład 3.8

Przeprowadzimy diagnostykę tego samego obwodu, zakładając tym razem, że węzły 9,10,11 są niedostępne pomiarowo. Wybierzmy drzewo S_x:{R2,i_{11},i_{T2B},i_{T2C},$i_{10(8-7)}$,$i_{10(8-6)}$}. Jak widać,

uszkodzony element znajduje się teraz w dopełnieniu (zbiorze S_y). Graf obwodu z zaznaczonym drzewem przedstawiony jest na rys.3.20.



Rys.3.20. Graf obwodu z przykładu 3.8 z zaznaczonym pierwszym drzewem

Fig.3.20. Graph of the circuit of example 3.8 with denoted first tree

Przed przystąpieniem do identyfikacji uszkodzeń wyznaczyć należy tolerancje prądów podobwodów S_9, S_{10} i S_{11}. Jak łatwo policzyć, wynoszą one: $\varepsilon^i_{10(8-6)} = \varepsilon^i_{9(8-3)} \cong 5\%$, $\varepsilon^i_{11} = 5\%$, $\varepsilon^i_{10(8-7)} = \varepsilon^i_{9(8-2)} \cong 10\%$. Rezultaty identyfikacji przedstawione zostały w tablicy 3.6.

Tablica 3.6

Rezultaty identyfikacji obwodu z przykładu 3.8 dla pierwszego drzewa

j	1	2	3	4	5	6
S_{xj}	R2	i_{11}	i_{T2B}	i_{T2C}	$i_{10(8-7)}$	$i_{10(8-6)}$
T^{min}_{xj}	5.7k	1.76	1.6E-2	2.43	0.32	24.87
T^{max}_{xj}	6.3k	2.04	1.8E-2	2.80	0.43	27.65
T^{-}_{xj}	11.4k	1.58	1.5E-2	2.17	0.13	25.03
T^{+}_{xj}	12.6k	1.75	1.8E-2	2.50	0.16	27.67

Na podstawie zebranych w tablicy 3.6 wyników stwierdzić można, że $S_f:\{R2, i_{11}, i_{10(8-7)}\}$, $S_n:\{S-S_f\}$, $S_u:\{-\}$. Następnie przeprowadzić należy weryfikację rozwiązania (sprawdzić czy elementy S_f nie należą do tego samego oczka). Jak się okazuje elementy (gałęzie) i_{11} oraz $i_{10(8-7)}$ należą do oczka zdefiniowanego gałęzią dopełnienia RB3. Należy zatem zamienić miejsca zaszeregowania elementów $i_{11}, i_{10(8-7)}$ oraz elementu RB3. Po tej operacji $S_f:\{R2, RB3\}$, $S_n:\{S-S_f\}$. Wartość RB3 nie została oszacowana, by to uczynić należy powtórzyć procedurę identyfikacyjną dla innego drzewa zawierającego elementy R2 i RB3. Niech to będzie drzewo $S_x:\{i_{11}, R2, RB3, i_{T2B}, i_{T2C}, i_{10(8-6)}\}$ Rezultaty identyfikacji przedstawiono w tablicy 3.7 .

Tablica 3.7

Rezultaty identyfikacji obwodu z przykładu 3.8 dla drugiego drzewa

j	1	2	3	4	5	6
S_{xj}	R2	i_{11}	i_{T2B}	i_{T2C}	RB3	$i_{10(8-6)}$
T^{min}_{xj}	5.7k	1.49	1.6E-2	2.25	1.9k	25.15
T^{max}_{xj}	6.3k	1.84	1.8E-2	2.53	2.2k	27.82
T^{-}_{xj}	11.4k	1.58	1.5E-2	2.17	11.4k	25.03
T^{+}_{xj}	12.6k	1.75	1.8E-2	2.50	12.6k	27.67

Jak widać, potwierdzone zostało uszkodzenie obu elementów R2 i RB3, a otrzymane przedziały, w których mieszczą się rzeczywiste wartości parametrów, mają rozmiary porównywalne z rozmiarami przedziałów tolerancji.

Przypadek szczególny powodujący pewne problemy przy identyfikacji uszkodzeń

Korzystając z przedstawionego przykładu omówimy teraz pewien problem występujący w procesie identyfikacji parametrów, spowodowany uwzględnieniem tolerancji nie uszkodzonych elementów. Może się bowiem zdarzyć tak, że skutkiem tolerancji elementów S_y wyznaczony przedział $\langle T^{min}_{xj}, T^{max}_{xj}\rangle$ jest tak szeroki, że praktycznie nie daje żadnej informacji o tym, czy

element jest uszkodzony, czy też nie (patrz przykład z rys.3.16b). Załóżmy, że dla wybranego drzewa $i_{xj}=i_{yi}-i_{yk}+....$ oraz $i_{yi}\cong i_{yk}\gg i_{xj}$. Wówczas, dla dopuszczalnych odchyłek (wynikających z przyjętych przedziałów tolerancji) prądów i_{yi} oraz i_{yk} otrzymamy bardzo szeroki przedział dla prądu i_{xj}. Zatem wyznaczony przedział $\langle T_{xj}^{min}, T_{xj}^{max}\rangle$ będzie bardzo szeroki, co nie pozwoli na dobre oszacowanie rzeczywistej wartości T_{xj}. W takim przypadku obliczenia należy powtarzać dla innych drzew zawierających T_{xj} tak długo, jak długo rozmiar obliczonego przedziału nie będzie porównywalny z rozmiarem przedziału tolerancji.

W rozważanym przykładzie 3.7, można wybrać drzewo tak, że $i_{R2}=i_{RE4}-i_{RE3}$. Dla zmierzonych potencjałów węzłowych otrzymamy: $i_{RE4}=26.5mA \pm 5\%$, $i_{RE3}=26.3mA \pm 5\%$. Następnie otrzymamy następujące wartości ekstremalne prądu i_{R2}: $i_{R2}^{min}=-2.5mA$, $i_{R2}^{max}=2.8mA$ i w konsekwencji: $R2^{min}=370\Omega$, $R2^{max}=\infty$. Zatem dla tak wybranego drzewa nie można dobrze oszacować wartości R2. Na szczęście, dla drzewa zaznaczonego na rys.3.8, prąd i_{R2} wyznaczają prądy i_{R1} oraz i_{T1B}, które mają ten sam rząd wielkości, co prąd i_{R2} i dzięki temu obliczony przedział dobrze określa rzeczywistą wartość R2 (patrz tablica 3.5)

3.5.5 Podsumowanie

Przedstawiona została nowa, topologiczna metoda lokalizacji i identyfikacji uszkodzeń w obwodach stałoprądowych. Metoda ma następujące cechy charakterystyczne wyróżniające ją spośród innych znanych z literatury metod:

1) Nakłady obliczeniowe on-line oraz off-line są minimalne. Nie ma potrzeby rozwiązywania jakiegokolwiek układu równań. By zlokalizować i zidentyfikować uszkodzenie(a), znaleźć należy dowolne drzewo i odpowiadającą mu fundamentalną macierz oczkową, a następnie wykonać 2m (m jest liczbą identyfikowanych parametrów) bardzo prostych obliczeń opisanych zależnością (3.52). Może się okazać, że procedurę diagnostyczną należy powtórzyć dla innego drzewa. Do znajdowania drzewa i fundamentalnej macierzy oczkowej wykorzystać można algorytm opisany w pracy [84].

2) Dzięki zastosowaniu podejścia topologicznego, bazującego na drzewie grafu obwodu:
   - sposób podziału wszystkich elementów na zbiór elementów podejrzanych o uszkodzenie oraz zbiór elementów nie uszkodzonych zapewnia istnienie rozwiązania,
   - konsekwencję niewłaściwego zaszeregowania elementu uszkodzonego do zbioru elementów nie uszkodzonych można łatwo sprecyzować.
3) W połączeniu z dekompozycyjną metodą lokalizacji uszkodzeń, np. z metodą opisaną w rozdziale 3.4 pozwalającą wstępnie zlokalizować uszkodzony podobwód, przedstawioną metodę można stosować do identyfikacji uszkodzeń w obwodach o dużej wymiarowości.
4) Metoda jest metodą jednotestową i wymaga jedynie pomiaru potencjałów węzłowych, przy czym uwzględnia tolerancje wszystkich elementów obwodu, co wydaje się szczególnie istotne z praktycznego punktu widzenia.
5) Zakres stosowania metody można łatwo rozszerzyć na obwody zmiennoprądowe . W tym przypadku wszystkie parametry oraz zmienne występujące w opisie metody posiadać będą część rzeczywistą oraz część urojoną, a zatem i wszystkie zależności rozbić należy na dwie części.

Na bazie przedstawionej metody opracowany został program FALCON na IBM PC XT/AT, umożliwiający lokalizację i identyfikację uszkodzeń w obwodach diodowo-tranzystorowych przy założeniu, że wszystkie potencjały są mierzalne, przy czym mogą być one wprowadzane z klawiatury, dyskietki lub bezpośrednio z obwodu. Otrzymane wyniki potwierdzają dużą efektywność obliczeniową oraz niezawodność metody.

4. WYZNACZANIE OBSZARÓW SPRAWNOŚCI

W rozdziale poprzednim przedstawione zostały metody lokalizacji i identyfikacji uszkodzeń w obwodach analogowych. Wszystkie one zakładają znajomość obszaru tolerancji obwodu, $\mathbb{T} \in \mathbb{R}^g$. Zgodnie z przyjętą wcześniej definicją, element uważany jest za uszkodzony, jeśli odchyłka jego parametru wykracza poza obszar $\mathbb{T}$. W praktyce obwód, którego parametr(y) wykracza(ją) poza obszar tolerancji, może nadal działać prawidłowo pod warunkiem, że nie został przekroczony obszar sprawności obwodu, $\mathbb{S}$. Obszar sprawności obwodu definiują ograniczenia projektowe zmiennych obwodu, wyznaczające obszar $\mathbb{S}^a$(acceptable region) oraz ograniczenia projektowe parametrów obwodu wyznaczające obszar $\mathbb{S}^f$ (feasible region), tzn. $\mathbb{S}=\mathbb{S}^a \cap \mathbb{S}^f$ [1]. Obszar tolerancji $\mathbb{T}$ stanowi największy hiper-prostopadłościan wpisany w obszar $\mathbb{S}$.

O ile trudno jest zmodyfikować metody lokalizacji uszkodzeń tak, by diagnostyka dokonywana była na podstawie obszaru sprawności, a nie obszaru tolerancji, o tyle nic nie stoi na przeszkodzie, by zrobić to w metodach identyfikacji uszkodzeń. W technikach PIT oraz FV/AT rozwiązaniem jest punkt w przestrzeni parametrów $\mathbb{R}^g$. Wystarczy zatem sprawdzić położenie tego punktu względem obszaru $\mathbb{S}$, a nie względem obszaru $\mathbb{T}$, by stwierdzić, który(e) element(y) rzeczywiście powoduje(ą) niesprawność układu. W technice opisanej w rozdziale 3.5 rozwiązaniem jest pewien obszar $\mathbb{Q}_f$ w przestrzeni parametrów elementów uznanych za uszkodzone. Przez porównanie obszarów $\mathbb{S}_f$ oraz $\mathbb{Q}_f$ dokonać można weryfikacji rozwiązania, tzn. odrzucić ze zbioru S_f te elementy, które w rzeczywistości nie powodują niesprawności układu (o ile takie elementy występują). Wcześniej należy, oczywiście, wyznaczyć obszar sprawności $\mathbb{S}_f$, czemu służyć ma przedstawiona dalej metoda.

Z literatury znane są różne metody wyznaczania obszaru sprawności [114] . Niewątpliwie najbardziej znanymi są: metoda wykorzystująca tzw. aproksymację simplicjalną (simplicial approximation) [28] oraz metoda bazująca na przeszukiwaniu ortogonalnym obszaru sprawności (One Dimensional Orthogonal Search) [66],[67]. Największy problem wszystkich tych metod stanowi wstępne oszacowanie granic obszaru sprawności. Nie wnikając szczegółowo w całą problematykę związaną z wyznaczaniem obszaru $\mathbb{T}$ na podstawie $\mathbb{S}$, przedstawimy teraz prostą metodę aproksymacji obszaru sprawności nieliniowych obwodów rezystorowych. Metoda ta może zostać wykorzystana przy projektowaniu układów (do doboru wartości nominalnych oraz tolerancji parametrów), oraz identyfikacji uszkodzeń (do weryfikacji rozwiązania).

4.1 OPIS METODY WYZNACZANIA OBSZARU SPRAWNOSCI NIELINIOWYCH OBWODOW REZYSTOROWYCH

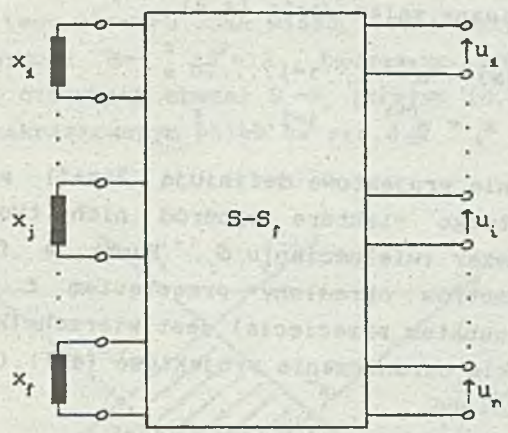
Przedstawiona zostanie prosta metoda aproksymacji obszaru sprawności w nieliniowych obwodach rezystorowych [60]. Wykorzystuje ona zaproponowaną przez autora koncepcję poszukiwania wierzchołków obszaru sprawności. Przed przystąpieniem do opisu metody podana zostanie definicja wierzchołka obszaru sprawności.

4.1.1 Definicja wierzchołka obszaru sprawności

Rozważmy nieliniowy obwód rezystorowy S przedstawiony na rys.4.1 . Jak widać obwód ten stanowi wielowrotnik z f elementami dołączonymi do jego wrót. Załóżmy, że topologia wielowrotnika oraz nominalne wartości jego parametrów są znane. Naszym zadaniem jest znalezienie obszaru sprawności w f-wymiarowej przestrzeni parametrów x_j , elementów wyprowadzonych na zewnątrz wielowrotnika. Elementami tymi mogą być rezystancje oraz niezależne i/lub zależne źródła napięciowe lub prądowe. Za podstawę przyjmujemy warunki projektowe opisane zależnościami (4.1) i (4.2).

$$u_i^{(-)} \le u_i \le u_i^{(+)} \qquad i=1,\dots,n \tag{4.1}$$

$$x_j^{(-)} \le x_j \le x_j^{(+)} \qquad j=1,\dots,f \qquad (4.2)$$



Rys.4.1 Obwód S
Fig.4.1 Circuit S

Warunki (4.1) ograniczające wartości pewnych napięć u_i definiują obszar $\mathbb{S}^a$. Warunki (4.2) ograniczające wartości parametrów x_j definiują obszar $\mathbb{S}^f$ [1]. Może zdarzyć się tak, że dla pewnego parametru x_j nie został podany warunek projektowy (4.2). Wówczas: $x_j^{(-)}=0$, $x_j^{(+)}=\infty$. Jeśli warunek projektowy dotyczy prądu, to znając równanie elementu można ten warunek zawsze przedstawić w postaci warunku napięciowego (4.1).
Obwód uznać należy za uszkodzony, jeśli przynajmniej jeden warunek spośród warunków opisanych zależnościami (4.1),(4.2) nie jest spełniony. W dotychczasowych rozważaniach, za uszkodzony uznawany był element, którego parametr $x_j \in \langle x_j^-, x_j^+ \rangle$. Obecnie za uszkodzony uznawany będzie element, którego parametr $x_j \in \mathbb{S}_f = \mathbb{S}_f^a + \mathbb{S}_f^f$.
W f-wymiarowej przestrzeni parametrów x_j każde ograniczenie

---

[1] W celu odróżnienia ograniczeń projektowych wyznaczających obszar $\mathbb{S}_f$ od granic obszaru tolerancji $\mathbb{T}_f$, dla ograniczeń projektowych używać będziemy indeksów (-),(+) w odróżnieniu od indeksów -,+ używanych dla oznaczenia granic przedziału tolerancji.

$u_i^{(*)}$ (* = − lub +) definiuje powierzchnię opisaną zależnością (4.3), a każde ograniczenie $x_j^{(*)}$ definiuje powierzchnię (płaszczyznę) opisaną zależnością (4.4).

$$u_i(x) = u_i^{(*)} \qquad i=1,\dots,n \tag{4.3}$$

$$x_j = x_j^{(*)} \qquad j=1,\dots,f \tag{4.4}$$

Zatem ograniczenia projektowe definiują 2(n+f) powierzchni. Wszystkie lub tylko niektóre spośród nich tworzą ściany ograniczające obszar (wielościan) S_f. Punkt w f-wymiarowej przestrzeni parametrów określony przecięciem f powierzchni (dalej nazywany punktem przecięcia) jest wierzchołkiem obszaru S_f, jeśli wszystkie ograniczenia projektowe (4.1),(4.2) są w tym punkcie spełnione.

Maksymalna liczba punktów przecięcia wynosi:

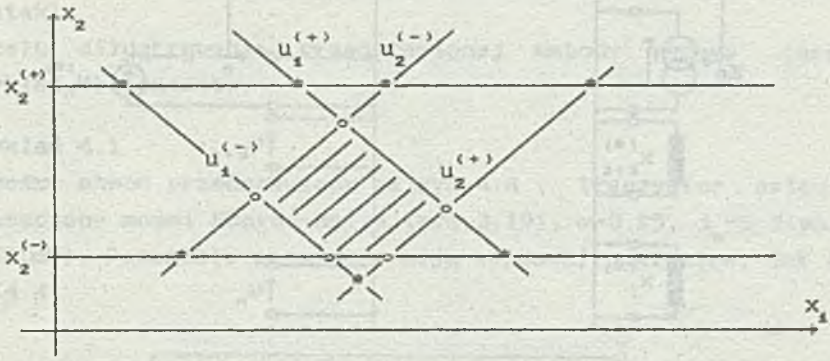
$$M' = \begin{pmatrix} 2(n+f) \\ f \end{pmatrix} \tag{4.5}$$

Jednakże nie każda kombinacja f powierzchni daje punkt przecięcia, a pewne kombinacje można z góry wyeliminować. I tak kombinacja zawierająca powierzchnie $x_j=x_j^{(-)}$ oraz $x_j=x_j^{(+)}$ nie daje punktu przecięcia z oczywistych powodów (są to płaszczyzny równoległe). Również kombinacja zawierająca powierzchnie $u_i(x)=u_i^{(-)}$ oraz $u_i(x)=u_i^{(+)}$ nie daje punktu przecięcia dla obwodu posiadającego tylko jedno rozwiązanie (nie jest możliwe, by dla tych samych parametrów x napięcie u_i mogło przyjmować dwie różne wartości $u_i^{(-)}, u_i^{(+)}$). Ponadto na ogół część warunków (4.2) nie jest podana ($x_j^{(-)}=0$, $x_j^{(+)}=\infty$), przez h oznaczmy liczbę parametrów, dla których warunki projektowe zostały podane. Zatem całkowitą liczbę punktów przecięcia zredukować mozna do:

$$M = \begin{pmatrix} n+h \\ f \end{pmatrix} 2^f \tag{4.6}$$

Znajomość wierzchołków obszaru S_f pozwala na jego aproksymację obszarem S_f'. Łącząc ze sobą wierzchołki, dla których wspólnych jest (f-1) warunków projektowych, otrzymamy krawędzie obszaru S_f'. Na rys.4.2 przedstawiono przykład

obszarów S_f i S_f' w przestrzeni dwuwymiarowej (f=2). Założono n=2, h=1 ; gwiazdkami oznaczono punkty przecięcia nie będące wierzchołkami obszaru sprawności, kółkami oznaczono wierzchołki tego obszaru. Jak widać, liczba wszystkich punktów przecięcia wynosi $M=\binom{9}{2}2^2=12$. Łącząc ze sobą odpowiednie wierzchołki, otrzymamy obszar $S_f'=S_f$ (krzywe (4.3) są prostymi) zaznaczony zakreskowanym polem na rys.4.2 .

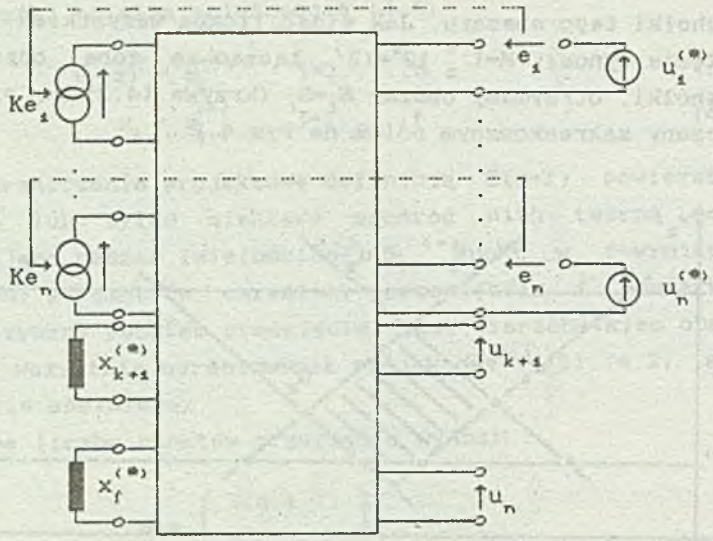


Rys.4.2 Przykładowy obszar $S_f=S_f'$ dla f=2, n=2, h=1, M=12
Fig.4.2 Example region $S_f=S_f'$ for f=2, n=2, h=1, M=12

4.1.2 Metoda znajdowania wierzchołków obszaru sprawności

Ideą metody jest wyznaczenie wszystkich M punktów przecięcia, a następnie wybranie spośród nich tych, które są wierzchołkami obszaru S_f. Załóżmy, że m-ty punkt przecięcia wyznaczają powierzchnie opisane zależnością (4.3) dla i=1,...,k oraz płaszczyzny opisane zależnościami (4.4) dla j=k+1,...,f , tzn. określony jest on warunkami: $u_1^{(*)},\ldots,u_k^{(*)},x_{k+1}^{(*)},\ldots,x_f^{(*)}$. Wyznaczenie m-tego punktu przecięcia, a następnie sprawdzenie czy jest on wierzchołkiem S_f, sprowadza się do analizy nieliniowego obwodu rezystorowego S_m przedstawionego na rys.4.3 . Obwód S_m otrzymamy z obwodu S przez wstawienie w miejsce elementów scharakteryzowanych parametrami x_j (j=1,...,k) prądowych źródeł sterowanych napięciami e_i (i=1,...,k) z nieskończenie dużym współczynnikiem sterowania (K=∞), gdzie e_i jest napięciem różnicowym między napięciem u_i a jego ograniczeniem $u_i^{(*)}$ definiującym m-ty punkt przecięcia. Przyporządkowanie napięć e_i do źródeł sterowanych jest

dowolne. Parametry pozostałych elementów dołączonych do wrót wielowrotnika mają wartości graniczne $x_j^{(*)}$ (j=k+1,...,f).



Rys.4.3 Obwód S_m

Fig.4.3 Circuit S_m

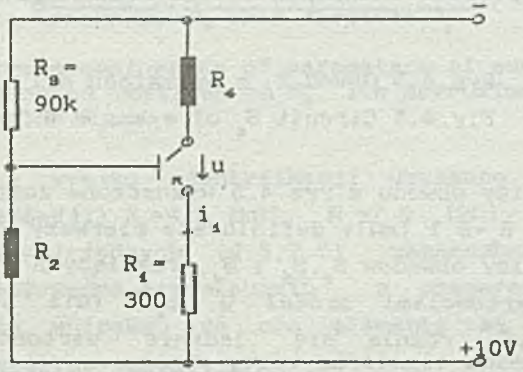
Jeśli obwód S_m ma rozwiązanie, to w tym rozwiązaniu wszystkie napięcia e_i są równe zero [59], co oznacza, że wszystkie warunki projektowe determinujące m-ty punkt przecięcia są spełnione.

Kolejnym krokiem jest sprawdzenie czy, pozostałe warunki projektowe spełnione są w rozwiązaniu obwodu S_m . Jeśli tak, to m-ty punkt przecięcia wyznaczony przez napięcia i/lub prądy źródeł sterowanych Ke_i (i=1,...,k) oraz warunki $x_j^{(*)}$ (j=k+1,...,f) jest wierzchołkiem obszaru sprawności.

Zatem znalezienie wszystkich wierzchołków obszaru S_f sprowadza się do M analiz, nieznacznie różniących się od siebie nieliniowych obwodów rezystorowych. Czasami może się zdarzyć tak, że obwód S_m nie ma rozwiązania, co oznacza, że m-ty punkt przecięcia nie istnieje. Niestety, o tym, że tak jest, nie wiemy *a priori*. W takim przypadku należy obliczenia obwodu prowadzone metodą iteracyjną [85] przerwać po osiągnięciu założonej liczby iteracji.

Po znalezieniu wszystkich wierzchołków obszaru S_f przystąpić można do aproksymacji ścian ograniczających S_f. Zagadnienie to, podobnie jak zagadnienie wyznaczania na podstawie S_f obszaru tolerancji, wykracza poza ramy niniejszego opracowania i w związku z tym nie będzie tu dyskutowane. W Instytucie Elektroniki Politechniki Śląskiej opracowane zostały proste programy do rysowania obszaru sprawności, jego przekrojów, wyznaczania uzysku oraz rozrzutu parametrów dla f=3 (patrz Dodatek).
W celu zilustrowania przedstawionej metody podamy teraz przykład obliczeniowy.

Przykład 4.1
Rozważmy obwód przedstawiony na rys.4.4 . Tranzystor opisuje uproszczony model Ebersa-Molla (rys.3.19), α=0.95, i_o=0.3[pA], u_o=25[mV]. Pozostałe parametry mają wartości nominalne, jak na rys.4.4.



Rys.4.4 Obwód S z przykładu 4.1
Fig.4.4 Circuit S of example 4.1

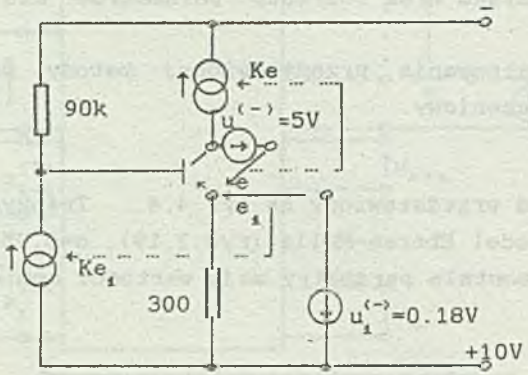
Załóżmy, że zadaniem naszym jest dobranie dwóch rezystancji R_2 oraz R_4 tak, by spełnione były dwa warunki projektowe:

$$0.6[mA] \le i_1 \le 0.8[mA] \rightarrow 0.18[V] \le u_1 \le 0.24[V] \qquad (4.7)$$

$$5[V] \le u \le 6[V] \qquad (4.8)$$

Na rys.4.5 przedstawiono obwód S_1 skonstruowany w celu wyznaczenia punktu przecięcia zdefiniowanego krzywymi

$u_1(R_2,R_4)=u_1^{(-)}$, $u(R_2,R_4)=u^{(-)}$. W miejsce rezystora R_2 włączone zostało źródło prądowe sterowane (K=∞) napięciem e_1 będącym różnicą między napięciem na rezystorze R_1 a napięciem $u_1^{(-)}=0.18$ V. W miejsce rezystora R_4 włączone zostało źródło prądowe sterowane (K=∞) napięciem e, będącym różnicą między napięciem C-E tranzystora a napięciem $u^{(-)}=5$ V.



Rys.4.5 Obwód S_1 z przykładu 4.1

Fig.4.5 Circuit S_1 of example 4.1

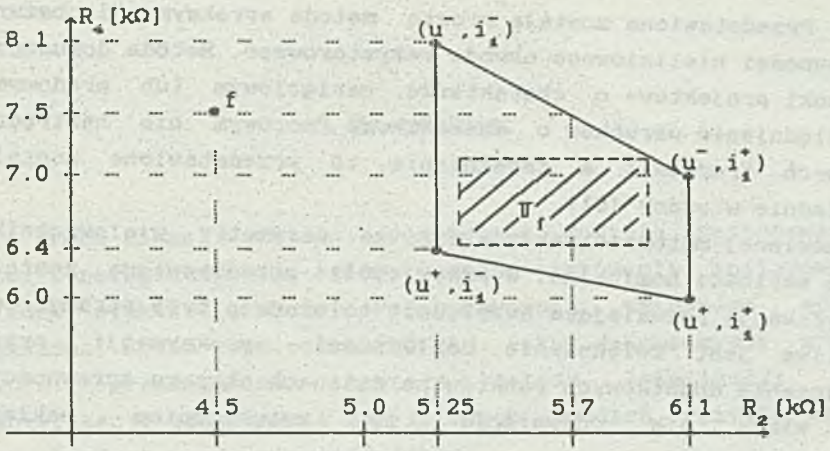
W wyniku analizy obwodu z rys.4.5 wyznaczone zostaną wartości R_2=5.25 [kΩ], R_4=8.1 [kΩ], definiujące pierwszy wierzchołek. W wyniku analizy obwodów S_2,S_3 i S_4, różniących się od obwodu S_1 jedynie wartościami źródeł $u^{(*)}$,$u_1^{(*)}$ (dla h=0 oraz f=n obwody $S_1,\ldots,S_M$ różnią się jedynie wartościami źródeł napięciowych $u_1^{(*)},\ldots,u_n^{(*)}$), wyznaczone zostaną pozostałe punkty przecięcia i wszystkie one są wierzchołkami $\mathcal{S}_f$. Wierzchołki te wraz ze wstępną aproksymacją obszaru $\mathcal{S}_f$ przedstawione zostały na rys.4.6 .

Przyjmując rezystancje ze znormalizowanego szeregu łatwo wyznaczyć można obszar tolerancji

$$\mathbb{T}_f : R_4=6.8\ [k\Omega] \pm 5\%\ ,\ R_2=5.6\ k\Omega \pm 5\%\ .$$

Jeśli rezystancja R_2 lub R_4 wykracza poza przedział tolerancji, to zgodnie z poprzednio przyjętą definicją element uznany zostanie za uszkodzony, choć nie zawsze powoduje to niesprawność układu. Dopiero weryfikacja rozwiązania przez sprawdzenie położenia punktu (obszaru) otrzymanego w wyniku

identyfikacji względem obszaru S_f' pozwoli ustalić elementy rzeczywiście uszkodzone.



Rys.4.6 Dwuwymiarowa przestrzeń parametrów z przykładu 4.1 wraz z zaznaczonymi wierzchołkami obszaru S_f, jego wstępną aproksymacją oraz obszarem U_f

Fig.4.6 Two dimensional space of parameters of example 4.1 with denoted vertices of S_f, its approximation and the region U_f

Załóżmy, że w wyniku identyfikacji uzyskano następujące wartości rezystancji: R_2=4.5 [kΩ], R_4=7.5 [kΩ]. Na rys.4.5 punkt f o współrzędnych (4.5,7.5) zaznaczono gwiazdką. Porównując współrzędne tego punktu z obszarem tolerancji doszlibyśmy do wniosku, że oba elementy są uszkodzone. Weryfikacja tego rozwiązania przez ustalenie położenia punktu f względem obszaru sprawności S_f' pozwoli na stwierdzenie, że niesprawność obwodu można usunąć wymieniając (przestrajając) tylko jeden element R_2, tak by wartość jego rezystancji zawierała się w przedziale <5.25 [kΩ], 5.7 [kΩ]>.

W opisie metody oraz przykładzie obliczeniowym nie uwzględniono tolerancji projektowych elementów wielowrotnika S-S_f. Tolerancje te można łatwo uwzględnić w sposób zaproponowany przez A.Macurę [64]. Wówczas obszar S_f' wyznaczony zostanie dokładniej, jeśli założymy niewielkie tolerancje, kosztem tylko nieznacznego zwiększenia nakładów obliczeniowych.

4.1.3 Podsumowanie

Przedstawiona została prosta metoda aproksymacji obszaru sprawności nieliniowego obwodu rezystorowego. Metoda dopuszcza warunki projektowe o charakterze napięciowym lub prądowym. Uwzględnienie warunków o charakterze mocowym nie nastręcza żadnych trudności a zagadnienie to przedstawione zostało dokładnie w pracy [61].
W omówionej metodzie zakłada się, że parametry wielowrotnika mają wartości nominalne. W pracy [64] przedstawiona została modyfikacja pozwalająca uwzględnić tolerancje tych parametrów. Możliwe jest zwiększenie dokładności aproksymacji przez obliczenie dodatkowych punktów na ścianach obszaru sprawności, co wiąże się oczywiście ze zwiększeniem nakładu obliczeniowego.

Zaletami przedstawionej metody są:

1) Wielka prostota obliczeniowa, co czyni metodę przydatną do weryfikacji rozwiązania w metodach identyfikacji uszkodzeń.
2) Możliwość wykorzystania powszechnie stosowanych programów analizy obwodów. Autorzy przedstawionej metody wykorzystali program RENNET [84],[85] z modyfikacją dopuszczającą występowanie w obwodzie źródeł sterowanych z nieskończenie dużym wzmocnieniem.
3) Lepsza (w porównaniu z [28]) aproksymacja obszaru sprawności dzięki znajomości wierzchołków z możliwością dalszego zwiększenia dokładności przez wyznaczenie dodatkowych punktów na ścianach obszaru.
4) Łatwe znajdowanie przekrojów obszaru sprawności [61] .

Wadą metody może być znaczna liczba koniecznych analiz obwodu przy dużej liczbie warunków i współrzędnych obszaru sprawności. W przypadku wykorzystania metody w diagnostyce układów (do weryfikacji rozwiązania) sytuacja taka zazwyczaj nie zachodzi (krotność uszkodzeń, czyli wymiar przestrzeni $\mathbb{R}^f$ nie przekracza zazwyczaj dwóch).

5. Zakończenie

Praca niemal w całości poświęcona została zastosowaniu metod topologicznych do automatycznego testowania analogowych układów elektronicznych. Po omówieniu wstępnego etapu większości metod topologicznych, tj. etapu dekompozycji grafu obwodu, przedstawione zostały metody lokalizacji lub identyfikacji uszkodzeń w nieliniowych obwodach rezystorowych oraz obwodach prądu sinusoidalnego.

W pracy przedstawiono najistotniejsze dla omawianych metod zagadnienia teoretyczne i opisy algorytmów, pomijając niemal w całości opisy programów komputerowych i rezultaty ich testowania. Opisy te znaleźć można w raportach wewnętrznych Instytutu Elektroniki Politechniki Sląskiej opracowanych w ramach realizacji Centralnego Problemu Badań Podstawowych 02.14. Rezultaty testowania prezentowane były na corocznych konferencjach nt. Teorii obwodów i układów elektronicznych (KKTOiUE). Krótką charakterystykę programów komputerowych znaleźć można w Dodatku.

Wszystkie metody i algorytmy, których koncepcja opracowana została przez autora, przedstawione zostały na tle metod i algorytmów znanych z literatury. W przypadku algorytmów dekompozycji grafu dokonano porównania przede wszystkim pod kątem efektywności obliczeniowej oraz skuteczności uzyskiwania optymalnego podziału. W przypadku metod diagnostycznych zrezygnowano ze szczegółowego porównywania nakładów obliczeniowych, gdyż są one po prostu dla proponowanych metod znikome w porównaniu z metodami SAT znanymi z literatury, zwłaszcza w przypadku uwzględnienia tolerancji projektowych.

Wszystkie znane z literatury metody SAT wymagają formułowania a następnie rozwiązywania układu równań na ogół nieliniowych (technika identyfikacji parametrów - PIT). Większość

wykorzystuje czasochłonne i nie zawsze skuteczne techniki obliczeniowe, takie jak np. optymalizacja (technika weryfikacji/aproksymacji uszkodzeń - FV/AT, technika dekompozycyjna Salamy - DT)[1].

W proponowanych metodach, diagnostyka dokonywana jest bez rozwiązywania jakiegokolwiek układu równań czy stosowania czasochłonnych technik obliczeniowych, co powoduje, że nakłady obliczeniowe są minimalne. Z kolei pod względem niezawodności oraz innych cech ważnych z praktycznego punktu widzenia proponowane metody porównywalne są z innymi metodami SAT (patrz tablica 5.1). W przypadku niepełnej dostępności pomiarowej, gdy w obwodzie występują nie tylko pojedyncze elementy, ale również podobwody, wprawdzie konieczne jest analizowanie podobwodów (wyznaczanie dopływających doń prądów), ale są to operacje niezbyt czasochłonne (wykorzystać można istniejące programy analizy obwodów), a występujące we wszystkich technikach diagnostycznych SAT.

Zalety i wady opracowanych metod i algorytmów zostały omówione szczegółowo w poprzednich rozdziałach. W tym miejscu ograniczymy się do wypunktowania najistotniejszych.

Przedstawiony algorytm dekompozycji węzłowej posiada efektywność obliczeniową porównywalną z efektywnością najpopularniejszego algorytmu Sangiovanniego [100], będąc jednocześnie w niektórych przypadkach algorytmem skuteczniejszym z punktu widzenia optymalności rozwiązania. Opracowany algorytm wykorzystany został w dekompozycyjnej metodzie analizy obwodów [89] oraz w dekompozycyjnej metodzie lokalizacji uszkodzeń [92], potwierdzając swą dużą skuteczność. Przedstawiona jedynie w zarysach modyfikacja algorytmu, umożliwiająca przeprowadzenie podziału krawędziowego, charakteryzuje się również dużą skutecznością, ale porównanie z innymi popularnymi algorytmami podziału

---

[1] Zaznaczyć należy, że we wszystkich pracach opisujących różne techniki SAT warstwa implementacyjna została niemal całkowicie pominięta. W pracach [5],[134] znaleźć można szacunkowe dane, pozwalające na porównanie nakładów obliczeniowych on-line różnych technik diagnostycznych (patrz tablica 5.1).

krawędziowego nie zostało dokonane, gdyż algorytmów takich po prostu brak.

Przedstawiona w podrozdziałach 3.2 i 3.3 metoda lokalizacji uszkodzeń w nieliniowych obwodach prądu stałego i obwodach prądu zmiennego sinusoidalnego posiada dwie cechy wyróżniające ją spośród innych metod, a bardzo istotne z praktycznego punktu widzenia. Są nimi:

- bardzo duża prostota obliczeniowa, tak dla obliczeń off-line, jak i obliczeń on-line,
- uwzględnienie w bardzo prosty sposób tolerancji elementów oraz błędów pomiarowych.

Przy tych walorach, niezawodność metody porównywalna jest z niezawodnością innych znanych metod lokalizacji uszkodzeń, tzn. metoda umożliwia poprawną diagnostykę dla niezbyt dużych tolerancji projektowych (praktycznie nie większych od 10%).

Zastosowanie dekompozycji hierarchicznej (podrozdział 3.4) pozwoliło zmniejszyć w przedstawionej metodzie liczbę niezbędnych pomiarów. Dokonano porównania z najpopularniejszą dekompozycyjną metodą lokalizacji uszkodzeń Salamy [98],[99] , wykazując konkurencyjność zaproponowanego podejścia. Decydując się na zastosowanie dekompozycji nie należy jednak zapominać, że skutkiem tego zwiększa się nakład obliczeniowy metody, a w przypadku uwzględnienia tolerancji elementów może się zmniejszyć jej niezawodność w sensie wykrywalności uszkodzeń.

Omówiona w podrozdziale 3.5 metoda identyfikacji uszkodzeń wyróżnia się korzystnie na tle metod znanych z literatury. Jej największymi zaletami są:

- możliwość identyfikacji bez dodatkowych pobudzeń, tj. możliwość testowania *in situ* (cechy tej pozbawiona jest technika PIT)
- bardzo małe nakłady obliczeniowe , znikome w porównaniu z innymi technikami identyfikacyjnymi
- uwzględnienie w prosty sposób tolerancji elementów

Przy tych wszystkich walorach niezawodność metody porównywalna jest z niezawodnością metod wykorzystujących technikę weryfikacyjno-aproksymacyjną, tj. metoda umożliwia poprawną diagnostykę dla tolerancji projektowych nie większych od 10% .

W tablicy 5.1 przedstawiono zestawienie różnych technik automatycznego testowania, gdzie cyfry w pierwszej kolumnie

oznaczają:

1) techniki SBT wykorzystujące słownik, np. [44],[124]-[127],
2) techniki identyfikacyjne stosujące więcej niż jedno pobudzenie (Parameter Identification Techniques), np. [72], [78],[104],[110],
3) techniki weryfikacyjne (Fault Verification Techniques), np. [3],[12],[109],
4) techniki ograniczające liczbę możliwych uszkodzeń (Failure Bound Techniques):
   a) metoda opisana w podrozdziale 3.5,
   b) inne, np. [129],
5) techniki dekompozycyjne (Decomposition Techniques):
   a) metoda Salamy [99],
   b) metody opisane w podrozdziałach 3.2-3.4,
6) techniki aproksymacyjne (Approximation Techniques), np. [46],
7) technika idealna.

W tablicy zestawione zostały: nakłady obliczeniowe on-line i off-line, niezawodność metody, typy uszkodzeń, możliwość uwzględnienia tolerancji, typy diagnozowanych obwodów, poziom diagnozy oraz możliwość testowania *in situ*. "Tak/Nie" w kolumnie "Niezawodność" oznacza, że technika jest niezawodna dla niezbyt dużych tolerancji - praktycznie nie większych niż 10% [6]. "Tak/Nie" w kolumnie "Uwzgl. tol." oznacza, że uwzględnienie tolerancji jest możliwe lecz bardzo komplikuje technikę diagnostyczną zwiększając nakłady obliczeniowe tak znacznie, że zakres praktycznych zastosowań ograniczyć należy do obwodów o niewielkiej wymiarowości. "Podukład" w kolumnie "Poziom diagnozy" oznacza, że diagnozowanie odbywa się na poziomie funkcjonalnych części układu. "Element/Podobwód" w tej samej kolumnie oznacza, że poziomem diagnozy jest element w przypadku pełnej dostępności pomiarowej, a podobwód w przypadku niepełnej dostępności. Tablica powstała na podstawie opracowania Bandlera, Salamy [5] oraz informacji prywatnej autora [6].

Na podstawie przedstawionego zestawienia wysnuć można generalny wniosek, że największą trudność sprawia uwzględnienie tolerancji projektowych elementów. Rozrzut parametrów elementów nie uszkodzonych powoduje w większości

Tablica 5.1

Zestawienie różnych technik automatycznego testowania

Lp	Obliczenia on-line	Obliczenia off-line	Niezawodn.	Typy uszkodzeń	Uwzgl. tol.	Typy obwodów	Poziom diagnozy	Testow. *in situ*
1	Minimalne	Duże	Nie	Pojedyncze	Tak	Liniowe Nielin.	Podukład	Nie
2	Bardzo duże	Minimalne	Tak	Wielokrotne	Tak	Liniowe Nielin.	Element	Nie
3	Duże	Minimalne	Tak/Nie	Wielokrotne	Tak/Nie	Liniowe Nielin.	Element	Tak
4a *	Minimalne	Minimalne	Tak/Nie	Wielokrotne	Tak	Liniowe Nielin.	Element	Tak
4b	Umiarkow.	Minimalne	Tak/Nie	Wielokrotne	Nie	Liniowe Nielin.	Element	Tak
5a	Minimalne	Minimalne	Tak/Nie	Wielokrotne	Tak/Nie	Liniowe Nielin.	Podobwód	Tak
5b *	Minimalne	Minimalne	Tak/Nie	Wielokrotne	Tak	Liniowe Nielin.	Element Podobwód	Tak.
6	Bardzo duże	Minimalne	Tak/Nie	Głównie pojedyncze	Tak/Nie	Liniowe Nielin.	Element	Tak
7	Minimalne	Minimalne	Tak	Wielokrotne	Tak	Dowolne	Moduł Parametr	Tak

technik diagnostycznych maskowanie uszkodzeń. Problem ten uwidacznia się szczególnie wtedy, gdy uszkodzenia mają charakter niekatastroficzny, tolerancje elementów nie uszkodzonych są duże (w praktyce powyżej 10% [6]), a dostępność pomiarowa jest ograniczona. Zaproponowane techniki diagnostyczne uwzględniają wprawdzie w bardzo prosty sposób tolerancje projektowe, jednakże dla tolerancji większych od 10% ich niezawodność również gwałtownie spada. Wydaje się, że jedynym rozwiązaniem w przypadku, gdy tolerancje są duże, jest zwiększenie liczby pomiarów przez zwiększenie tak liczby punktów pomiarowych, jak i zwiększenie liczby pobudzeń. Niestety, proponowane do tej pory metody wielotestowe charakteryzują się skomplikowaną techniką pomiarową oraz bardzo dużą złożonością obliczeń on-line, co czyni je praktycznie bezużytecznymi do diagnostyki większych obwodów.
Uzupełnieniając metody lokalizacji i identyfikacji uszkodzeń, przedstawiono metodę wyznaczania obszaru sprawności dla nieliniowych obwodów rezystorowych. Pozwala ona oszacować granice obszaru sprawności, co można wykorzystać przy projektowaniu układów lub przy identyfikacji uszkodzeń. Przedstawiona metoda wyróżnia się przede wszystkim dużą prostotą obliczeniową, a do jej implementacji wykorzystać można istniejące programy analizy nieliniowych obwodów rezystorowych (patrz Dodatek). Dzięki temu metoda ta dobrze nadaje się do weryfikacji rozwiązania w metodach identyfikacji uszkodzeń.

Podsumowując, wydaje się, że opracowane metody i algorytmy stanowią znaczący wkład w rozwoju technik automatycznego testowania analogowych obwodów i układów elektronicznych.
Prace nad dalszym rozwojem metod lokalizacji i identyfikacji uszkodzeń w obwodach elektronicznych są kontynuowane. Prowadzone są prace zmierzające do opracowania metod automatycznego testowania w przypadku uszkodzeń zmieniajacych topologię obwodu (zwarcie lub rozwarcie ścieżek druku obwodu) [96] oraz badana jest możliwość wykorzystania sieci neuronowych do wykrywania uszkodzeń [94]. Planuje się również rozbudowanie biblioteki programów związanych z tematyką automatycznego testowania.

DODATEK

KROTKA CHARAKTERYSTYKA WYKORZYSTYWANYCH PROGRAMOW KOMPUTEROWYCH

Przy opracowywaniu i testowaniu zaprezentowanych metod i algorytmów wykorzystywane były programy komputerowe, których krótką charakterystykę przedstawiono poniżej.
Zaznaczyć należy, że jedynie programy stanowiące implementację algorytmów dekompozycji grafu (NTAlg, BTAlg) oraz programy analizy nieliniowych obwodów rezystorowych (RENNET, RENNETp) skonstruowane zostały tak, by zminimalizować czas obliczeń. Ich zadaniem było bowiem nie tylko zautomatyzowanie procesu obliczeniowego, ale również umożliwienie porównania algorytmów pod kątem nakładów obliczeniowych. W przypadku programów NTAlg, BTAlg chodziło o porównanie opracowanych przez autora algorytmów dekompozycyjnych z algorytmem Sangiovanniego [100] (patrz rozdział 2.1.3). W przypadku programów RENNET i RENNETp chodziło o stwierdzenie wpływu dekompozycji na czasochłonność obliczeń (patrz [90]).
Podstawowym zadaniem programów związanych z diagnostyką układów było zautomatyzowanie procesu obliczeniowego. Czasochłonność obliczeń wydawała się mało istotna ze względu na znikomą złożoność obliczeniową implementowanch metod. Dla diagnozowanych obwodów zawierających do kilkudziesięciu elementów czas samej diagnostyki (sprawdzania kryteriów testowych, wyznaczania przedziałów identyfikownaych elementów, logicznej analizy wyników) był porównywalny z czasem potrzebnym na wyznaczenie drzewa i macierzy oczkowej (patrz rozdział 2.1.3). Wszystkie wymienione programy implementowane zostały na IBM PC AT/XT, a napisane w języku TURBO PASCAL. Opracowane one zostały przez autora za wyjątkiem

programów NOTEST2 i YIELD2, które opracował A.Macura.

1. NTAlg

Program realizuje dekompozycję wierzchołkową wykorzystując algorytm przedstawiony w podrozdziale 2.1. Wyniki obliczeń dla wybranych grafów zestawiono w tablicy 2.4, przy czym czasy obliczeń odnoszą się do wcześniejszej wersji implementowanej na komputerze PET/CBM Model 3032. Program można wykorzystać do dekompozycyjnej analizy obwodów [21],[89] lub diagnostyki z wykorzystaniem dekompozycji hierarchicznej (podrozdziały 3.1, 3.4).

2. BTAlg

Program realizuje dekompozycję krawędziową wykorzystując alorytm przedstawiony skrótowo w podrozdziale 2.2. Dokładny opis algorytmu wraz z wynikami obliczeń znaleźć można w materiałach z ECCTD-Paryż'1987 [93]. Wyniki te porównywalne są z wynikami uzyskanymi programem NTAlg. Program można wykorzystać w teorii obwodów, np. do diakoptyki lub w innych dziedzinach, np. do rozdziału zadań w systemach mikroprocesorowych czy transportowych.

3. RENNET (REsistive Nonlinear NETwork analysis)

Program przeznaczony jest do analizy nieliniowych obwodów rezystorowych. Dopuszcza się występowanie: rezystorów liniowych, diod opisanych zależnością wykładniczą (3.58), tranzystorów opisanych uproszczonym modelem Ebersa-Molla (rys.3.19), prądowych i napięciowch źródeł niezależnych, źródeł sterowanych wszystkich czterech typów oraz rezystorów nieliniowych opisanych zależnością potęgową:

$$u = R\, i\, |i^{n-1}| \qquad (1)$$

Do sformułowania równań oraz ich iteracyjnego rozwiązania wykorzystano oryginalną, opracowaną przez autora metodę [85]. Metoda ta bazuje na drzewie grafu obwodu, wykorzystuje schemat iteracyjny Newtona-Raphsona, a do rozwiązywania układu równań liniowych wykorzystuje faktoryzację L-U [23]. Jej zaletami w

porównaniu z innymi metodami analizy są:

- oryginalne kryterium zakończenia iteracji biorące pod uwagę tolerancje elementów,
- możliwość łatwego przystosowania do analizy przez podział z wykorzystaniem wielopozomowego algorytmu Newtona-Raphsona,
- możliwość występowania źródeł sterowanych z nieskończenie dużym współczynnikiem, dzięki czemu program może zostać wykorzystany do znajdowania obszarów sprawności metodą opisaną w rozdziale 4.

Program wykorzystano do symulacji komputerowej przy testowaniu metod lokalizacji uszkodzeń w nieliniowych obwodach rezystorowych (rozdział 3) oraz do wyznaczania wierzchołków obszaru sprawności (rozdział 4). Czasy symulacji przy użyciu komputera IBM PC XT, dla obwodów zawierających do stu elementów nieliniowych nie przekraczały jednej minuty.

4. RENNETp

Program stanowi wersję programu RENNET umożliwiającą dekompozycyjną analizę nieliniowych obwodów rezystorowych w oparciu o wielopoziomowy algorytm Newtona-Raphsona [89]. Do dekompozycji obwodu wykorzystano w formie podprogramu program NTAlg. W celu zminimalizowania czasu rozwiązywania układu równań liniowych (zminimalizowania liczby tzw. elementów fill-in) dodatkowo zastosowano przenumerowanie równań wykorzystując algorytm Berry'ego [7]. Analizowano jednorodne obwody nieliniowe z nieliniowościami typu (1). Wyniki obliczeń komputerowych oraz porównanie z programem RENNET znaleźć można w [90].

5.NOTEST2

Program przeznaczony jest do wykonywania obliczeń przy stosowaniu metody lokalizacji uszkodzeń przedstawionej w podrozdziale 3.2 dla nieliniowych obwodów elektronicznych prądu stałego zawierających: rezystory liniowe, diody, tranzystory oraz niezależne źródła prądowe.

6. FALCON (FAult LoCatiON and identification)

Program przeznaczony jest do lokalizacji i identyfikacji

uszkodzeń w obwodach diodowo-tranzystorowych metodą przedstawioną w podrozdziale 3.5 . Przyjmuje się założenie, że wszystkie potencjały są mierzalne, przy czym mogą być one wprowadzane z klawiatury, pamięci dyskowej lub bezpośrednio z obwodu. W tym ostatnim przypadku komputer musi być oczywiście wyposażony w konwerter A/C. Testowano obwody zawierające do kilkudziesięciu elementów, a czasy obliczeń (po odjęciu czasów na wprowadzanie/sprawdzanie danych wejściowych i wyprowadzanie wyników) nie przekraczały pojedynczych sekund.

7. YIELD2

Program przeznaczony jest do wyznaczania uzysku oraz rozrzutu parametrów na podstawie zadanego obszaru sprawności w przestrzeni trójwymiarowej. Obszar sprawności podany jest w postaci zbioru współrzędnych wierzchołków oraz zbioru krawędzi (patrz rozdział 4). Sciany obszaru sprawności są trójkątami. Rozrzut parametrów może być podany albo w postaci hiper-prostopadłościanu albo w postaci rozkładu prawdopodobieństw (rozkładu normalnego).

LITERATURA

[1] J.W.Bandler, P.C.Liu, Automated network design with optimal tolerances, IEEE Trans.CAS, CAS-21, 1974, pp.219-222.

[2] J.W.Bandler, P.C.Liu, H.Tromp, A nonlinear programming approach to optimal design centering, tolerancing and tuning, IEEE Trans. CAS, CAS-23,1976,pp.155-165.

[3] J.W.Bandler, R.M.Biernacki, A.E.Salama, A linear programming approach to fault location in analog circuits, Proc.IEEE Int.Symp. CAS, 1981,pp.265-261.

[4] J.W.Bandler, R.M.Biernacki, J.A.Starzyk, A.E.Salama, Fault isolation in linear analog circuits using the L_1 norm, Proc.IEEE Int.Symp. CAS,1982,pp.1140-1143.

[5] J.W.Bandler, A.E.Salama, Recent advances in fault location of analog networks, Proc.IEEE Int.Symp. CAS,1984, pp.660-663.

[6] J.W.Bandler, informacja prywatna.

[7] R.Berry, An optimal ordering of electronic circuits equations for a sparse matrix solution, IEEE Trans.CT, 1/1971,pp.40-50.

[8] R.M.Biernacki, J.W.Bandler, Fault location of analog circuits, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, 1980, pp.1078-1081.

[9] R.M.Biernacki, J.W.Bandler, Postproduction parameter identification of analog circuits, Proc.IEEE Int.Symp. CAS, 1980, pp.1082-1086.

[10] R.M.Biernacki, J.A.Starzyk, Sufficient test conditions for parameter identification of analog circuits based on voltage measurements, Proc. Europ.Conf.CTD, 1980, pp.233-241.

[11] R.M.Biernacki, J.A.Starzyk, A test generation algorithm for parameter identification of analog circuits, Proc.

Europ.Conf.CTD, 1981, pp.993-997.

[12] R.M.Biernacki, J.W.Bandler, Multiple fault location of analog circuits, IEEE Trans.CAS, CAS-28, 1981, pp.361-367

[13] F.H.Branin, Computer methods of network analysis, Proc.IEEE , 1967, pp.1787-1801.

[14] F.M.Callier, W.S.Chan, C.A.Desoer, Input-output stability theory of interconnected systems using decomposition techniques, IEEE Trans.CAS, CAS-23, 1976, pp.714-729.

[15] C.H.Carlin, A.E.Ruehli, F.Odeh, The waveform relaxation method for large scale circuit analysis, Proc.Europ. Conf.CTD, 1983, pp.436-440.

[16] G.Casinovi, A.Sangiovanni-Vincentelli, Aggregation methods for the solution of large scale systems of linear algebraic equations, Proc.IEEE Int.Symp. CAS, 1985, pp.1055-1058.

[17] I.Cederbaum, Optimal backboard ordering through the shortest path algorithm, IEEE Trans. CAS, CAS-21, 1974, pp.626-632.

[18] I.Cederbaum, Recent applications of graph theory in the field of networks, Proc. Europ.Conf.CTD, 1981,pp.104-109.

[19] W.K.Chen, Applied graph theory - graphs and electrical networks, North-Holland, London-1975.

[20] J.Chojcan. L.Lasek, Metody analizy wrażliwościowej układów elektronicznych, Skrypt Polit. Sląskiej, Nr 937, 1980.

[21] G.Centkowski, Realizacja wielopoziomowego algorytmu Newtona w analizie układów nieliniowych zdekomponowanych hierarchicznie, Mat. XIII KK TOiUE, Bielsko B.-1990, pp.693-698.

[22] L.O.Chua, L.K.Chen, On optimally sparse cycle and coboundary basis for a linear graph, IEEE Trans.CT, CT-20, 1973, pp.495-503.

[23] L.O.Chua, P.M.Lin, Computed-aided analysis of electronic circuits, Prentice-Hall, 1975.

[24] L.O.Chua, L..Chen, Diacoptic and generalized hybrid analysis, IEEE Trans.CAS, CAS-23, 1976, pp.694-705.

[25] L.O.Chua, Dynamic nonlinear networks: state of the art, IEEE Trans.CAS, CAS-27, 1980, pp.1059-1087.

[26] L.O.Chua, Nonlinear circuits, IEEE Trans CAS, CAS-31,

1/84.

[27] N.Deo, Graph theory with applications to engineering and computer sciences, Prentice-Hall, 1974.

[28] S.W.Director, G.D.Hachtel, The simplicial approximation approach to design centering, IEEE Trans. CAS, CAS-24, 1977, pp.363-371.

[29] P.Duhamel, C.Rault, Automatic test generation techniques for analog circuits and systems: A review, IEEE Trans. CAS, CAS-26, 1979, pp.411-439.

[30] F.M.El-Turky, J.Vlach, Calculation of element values from node voltage measurements, Proc.IEEE Int. Symp. CAS, 1980, pp.170-172.

[31] A.E.Engel, D.A.Mlynski, Maximal partitioning of graphs, Proc. IEEE Int.Symp.CAS, 1979, pp.84-87.

[32] E.Flecha, R.De Carlo, The nonlinear fault diagnosis scheme of Wu, Nakijama and Seaks in the tableau context, IEEE Trans.CAS, CAS-31, 9/1984.

[33] S.Gao, W-K Chen, The hybrid method of network analysis and topological degree of freedom, Proc. IEEE Int.Symp.CAS, 1982,158-161.

[34] X.C.Gao, D.P.Leach, .P.Chan, Separability of different single faults in analog circuits, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, 1986, pp.1245-1248.

[35] S.Geto, A.Sangiovanni-Vincentelli, A new decomposition algorithm for the shortest path problem, Proc.IEEE Int. Symp.CAS, 1979, pp.653-656.

[36] G.Guardabassi, A.Sangiovanni-Vincentelli, A two level algorithm for tearing, IEEE Trans. CAS, CAS-23, 1976, pp.783-791.

[37] H.Gupta, J.W.Bandler, J.A.Starzyk, J.Sharma, A hierarchical decomposition approach for network analysis, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, 1982, pp.643-646.

[38] I.N.Hajj, Sparsity consideration in network solution by tearing, IEEE Trans. CAS, CAS-27, 1980, pp.357-366.

[39] I.N.Hajj, Decomposition algorithms for the shortest path problem, Proc.IEEE Int.Symp.CAS,Rome 1982,pp.965-978.

[40] .L.Hakim, K.Nakajima, On a theory of t-fault diagnosable analog systems, IEEE Trans.CAS,CAS-31,1984,pp.946-951.

[41] H.H.Happ, Diacoptics and networks, Academic Press, New

York, 1971.

[42] H.H.Happ, Diacoptics-the solution of system problems by tearing, IEEE Trans.CAS,CAS-26,1979,pp.496-505.

[43] M.Hassoun, P.M.Lin, Performance analysis of a relaxation method for simulation of large scale circuits, Proc.IEEE Int.Symp.CAS,1986,pp.711-714.

[44] W.Hochwald, J.W.Bastran, A dc approach for analog fault dictionary determination, IEEE Trans.CAS,CAS-26,1979, pp.523-529.

[45] L.Hu, Z.F.Huang,Y.F.Huang,R.W.Liu, A stochastic model for analog fault diagnosis with tolerance, Proc.IEEE Int. Symp.CAS,1984,pp.680-683.

[46] J.Huanca, R.Spence, New statistical algorithm for fault location in tolerance analogue circuits, IEE Proc. vol-130,Pt G,1983,pp.243-251.

[47] Y.S.Huang, S.P.Chan, A graph theoretic approach to the IC layout resizing problem, IEEE Trans.CAS, CAS-27, 1980, pp.380-391.

[48] Z.F.Huang, C.S.Lin, R.W.Liu, Node fault diagnosis and a design of testability, IEEE Trans.CAS, CAS-30, 1983, pp.257-265.

[49] Z.F.Huang, R.W.Liu, Analog fault diagnosis with tolerance, Proc:IEEE Int.Symp.CAS, 1986, pp.1332-1336.

[50] G.Iuculano, A.Liberatore, S.Manetti, M.Marini, Multifrequency measurement of testability with application to large linear analog systems, IEEE Trans. CAS. CAS-33, 1986, pp.644-648.

[51] B.L.Jiang, C.L.Wey, Multiple fault diagnosis with failure bound for analog circuits, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, 1986, pp.1261-1264.

[52] B.W.Kernighan, S.Lin, An efficient heuristic procedure for partitioning graphs, Bell Syst.Tech.J.,vol-49, 1970, pp.291-307.

[53] A.Kończykowska, J.Starzyk, Computer analysis of large signal flow graphs by hierarchical decomposition method, Proc.Europ.Conf.CTD, Warsaw 1980.

[54] G.Kron, Diacoptics, the piecewise solution of large scale systems, Mc Donald, London 1963.

[55] C.S.Lin, Z.F.Huang, R.W.Liu, Topological conditions for

single-branch fault, IEEE Trans.CAS, CAS-30, 1983, pp.376-381.

[56] P..Lin, Complementary trees in circuit theory, IEEE Trans.CAS, CAS-27, 1980, pp.921-928.

[57] F.Luccio, M.Sami, On the decomposition of networks in minimally interconnected subnetworks, IEEE Trans.CT, CT-16, 1969, pp.184-188.

[58] R.Liu, V.Visvanathan, C.Lin, Tearing in fault diagnosis, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, 1979, pp.874-877.

[59] A.Macura, Zastosowanie źródeł sterowanych do doboru elementów układu elektronicznego, Mat.I KK TOiUE, Podlesice 1977.

[60] A.Macura, J.Rutkowski, New method of approximating the acceptable region of nonlinear resistive networks, Electronic Letters, vol 18, No 15/1982, pp.654-656

[61] A.Macura, J.Rutkowski, Obszary sprawności przy ograniczeniach mocy elementów układu, Mat.VIII KK TOiUE, Kazimierz Dolny 1985, pp.412-417.

[62] A.Macura, Zastosowanie metody potencjałów węzłowych do lokalizacji i identyfikacji uszkodzeń, Mat.XI KK TOiUE, Rytro-1988, pp.220-225.

[63] A.Macura, Fehlerdiagnostik und Parameterwertermittlung mit der Knotenspannungsmessung in analogen Netzwerken, Nachrichrentechnik Elektronik, Berlin 1989, pp.71-73.

[64] A.Macura, Wyznaczanie obszarów sprawności układów przy zadanych tolerancjach części elementów, Mat.XIII KK TOiUE, Bielsko B. 1990.

[65] N.Navid, A.N.Willson Jr., A theory and an algorithm for analog circuit fault diagnosis, IEEE Trans.CAS, CAS-26, 1979, pp.440-456.

[66] L.Opalski, M.Styblinski, J.Ogrodzki, An orthogonal search approximation to acceptability regions and its application to the tolerance problem, Proc.SPACE CAD Bologna-1979, pp.163-167.

[67] J.Ogrodzki, One-dimensional orthogonal search - a method for a segment approximation to acceptability regions. Int.J.Circuit Theory and Appl., vol 14/1986, pp.181-194.

[68] T.Ohtsuki, Y.Ishizaki, H.Watanabe, Topological degrees of freedom and mixed analysis of electrical networks, IEEE

Trans.CT, CT-17, Nov 1970, pp.491-499.

[69] T.Ozawa, Y.Kajitani, Diagnosability of linear active networks, IEEE Trans.CAS, CAS-26, 1979, pp.485-489.

[70] T.Ozawa, M.Yamada, Conditions for determining parameter values in linear active network from node voltage measurements, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, Chicago 1981, pp.274-281.

[71] T.Ozawa, M.Yamada, Conditions for network-element value determination by multifrequency measurements, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, Rome 1982, pp.1156-1159.

[72] T.Ozawa, S.Shinoda, M.Yamada, An equivalent circuit transformation and its application to network-element-value calculation, IEEE Trans.CAS, CAS-30, 1983, pp.432-441.

[73] T.Ozawa, Analog methods for computer-aided circuit analysis and diagnosis, M.Dekker, New York 1988.

[74] T.Ozawa, J.W.Bandler, A.E.Salama, Diagnosability in the decomposition approach for fault location in large analog networks, IEEE Trans.CAS, CAS-32, 1985, pp.415-416.

[75] C.S.Park,C.B.Park, A network partitioning algorithm using the concept of connection index, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, Rome 1982, pp.985-987.

[76] N.B.Rabbat, A.Sangiovanni-Vincentelli, H.Y.Hsieh, A multilevel Newton algorithm with macromodeling and latency for the analysis of large scale nonlinear circuits in the time domain, IEEE Trans.CAS, CAS-26, 1989, pp.733-741.

[77] M.N.Ransom, R.Saeks, Fault isolation with insufficient measurements, IEEE Trans.CT, CT-20, 1970, pp.416-417.

[78] L.Rapisardo, R.A.De Carlo, Analog multifrequency fault diagnosis, IEEE Trans.CAS, CAS-30, 1983, pp.223-234.

[79] D.Reisig, R.A.De Carlo, Multiple fault diagnosis for analog digital circuits, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, 1986, pp.1257-1260.

[80] K.Reis, G.Troster, Network analysis by iterative adaption of cuts, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, Tokyo 1979, pp.870-873.

[81] L.M.Roytman, M.N.Swamy, Multiple fault location in analog circuits, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, Houston 1980, pp.1072-1074.

[82] L.M.Roytman, M.N.Swamy, F.Trutt, Direct fault location in electrical power systems, IEEE Trans.PAS, PAS-101, 1982, pp.4049-4054.

[83] A.E.Ruehli, New aspects of large-scale circuit analysis and simulation, Proc.Europ.Conf.CTD, Paris 1987, pp.151-155.

[84] J.Rutkowski, Wspomagana komputerowo analiza dużych nieliniowych obwodów prądu stałego, Praca doktorska, Instytut Elektroniki, Gliwice 1978.

[85] J.Rutkowski, Metoda rozwiązywania nieliniowych obwodów rezystancyjnych, Archiwum Elektrotechniki, 1/1981, pp.85-90.

[86] J.Rutkowski, A heuristic algorithm for tearing large-scale networks, Proc.Europ.Conf.CTD, Stuttgart 1983, pp.213-216.

[87] J.Rutkowski, A.Macura, Fault location for nonlinear resistive circuits, Electronic Letters, No 20/10, 1984, pp.401-403.

[88] J.Rutkowski, Heuristic network partitioning algorithm using the concept of loop index, IEE Proceedings, vol 131, Pt G, 1984, pp.203-208.

[89] J.Rutkowski, Zastosowanie wielopoziomowego algorytmu Newtona-Raphsona do analizy dużych nieliniowych obwodów elektronicznych, Mat.VIII KK TOiUE, Kazimierz Dolny 1985, pp.517-521.

[90] J.Rutkowski, Badanie skuteczności i efektywności wielopoziomowego algorytmu Newtona-Raphsona, Raport wewn. Instytutu Elektroniki, Gliwice 1986.

[91] J.Rutkowski, A.Macura, Multiple fault location in ac circuits, IEE Proceedings, vol 133, Pt G, No 6/1986, pp.279-284.

[92] J.Rutkowski, A.Macura, Zastosowanie dekompozycji hierarchicznej do wykrywania uszkodzeń w obwodach analogowych, Mat.X KK TOiUE, Szklarska Poręba 1987, pp.281-287.

[93] J.Rutkowski, An Efficient algorithm for branch tearing large scale networks, Proc.Europ.Conf.CTD, Paris 1987, pp.693-698.

[94] J.Rutkowski, Zastosowanie sieci neuronowych do

wykrywania uszkodzeń, Mat.XIII KK TOiUE, Bielsko B. 1990.

[95] J.Rutkowski, A.Macura, Lokalizacja i identyfikacja uszkodzeń w obwodach analogowych, Mat.XIII KK TOiUE, Bielsko B. 1990.

[96] J.Rutkowski, Diagnostyka analogowych układów elektronicznych w przypadku uszkodzeń obwodu drukowanego, Raport wewnętrzny Instytutu Elektroniki, Gliwice-1990.

[97] R.Saeks, S.P.Singh, R.Liu, Fault isolation via components simulation, IEEE Trans.CT, CT-19, 1972, pp.634-640.

[98] A.E.Salama, J.A.Starzyk, J.W.Bandler, A unified decomposition approach for fault location in large analog circuits, Proc.Europ.Conf.CTD, Stuttgart 1983, pp.125-127.

[99] A.E.Salama, J.A.Starzyk, J.W.Bandler, A unified decomposition approach for fault location in large analog circuits, IEEE Trans.CAS, CAS-31, 1984, pp.609-622.

[100] A.Sangiovanni-Vincentelli, L.K.Chen, L.O.Chua, An efficient heuristic cluster algorithm for tearing large scale networks, IEEE Trans.CAS, CAS-24, 1977, pp.709-717.

[101] A.Sangiovanni-Vincentelli, L.K.Chen, L.O.Chua, A new tearing approach-the node tearing nodal analysis, Proc. IEEE Int.Symp.CAS, Phoenix 1977, pp.143-148.

[102] A.Sangiovanni-Vincentelli, T.A.Bickart, Bipartite graphs and an optimal bordered triangular form of matrix, IEEE Trans.CAS, CAS-26, 1979, pp.880-889.

[103] A.Sangiovanni-Vincentelli, On the decomposition of large-scale systems of linear algebraic equations, Proc. JACC, Denver 1979.

[104] N.Sen, R.Saeks, Fault diagnosis for linear systems via multifrequency measurements, IEEE Trans.CAS, CAS-26, 1979, pp.457-465.

[105] S.Shinoda, I.Yamaguchi, K.Omura, I.Shirikawa, Graph theoretic and algebraic foundations for parameter-value determination of analog circuits, Proc.26-th Midwest

Symp.CAS, 1983, pp.142-146.

[106] S.Shinoda, I.Yamaguchi, K.Omura, I.Shirikawa, Parameter-value determination using several test frequences, Proc. IEEE Int.Symp.CAS, Montreal 1984, pp.675-679.

[107] J.Starzyk, An efficient cluster algorithm, Acta Polytechnica, Warsaw, Feb 1981.

[108] J.Starzyk, Analiza topologiczna dużych układów elektronicznych, Wyd.Polit.Warsz., z. 55, Warszawa 1981.

[109] J.Starzyk, J.W.Bandler, Nodal approach to multiple fault location in analog circuits, Proc. IEEE Int.Symp.CAS, Rome 1982, pp.1136-1139.

[110] J.Starzyk, J.W.Bandler, Design of tests for parameter evaluation within remote inaccessible faulty subnetworks, Proc. IEEE Int.Symp.CAS, Newport Beach 1983, pp.1106-1109.

[111] J.Starzyk, R.Biernacki, J.W.Bandler, Evaluation of faulty elements within linear subnetworks, Int.J. CT and Appl., vol 12, 1984, 23-37.

[112] J.Starzyk, Hong Dai, Fault diagnosis and calibration of large analog circuits, Proc. IEEE Int.Symp.CAS, Helsinki 1988, pp.941-944.

[113] J.Starzyk, Hong Dai, Sensitivity based testing of nonlinear circuits, Proc. IEEE Int.Symp.CAS, Helsinki 1988, pp.1159-1162.

[114] M.A.Styblinski, Tolerance analysis and optimization in electronic circuits, Proc.Europ.Conf. CTD, Warsaw 1980, pp.97-114.

[115] M.N.Swamy, L.M.Roytman, Pseudo-multifrequency approach to fault diagnosis in dc networks, Proc. IEEE Int.Symp. CAS, 1984, pp.672-674.

[116] M.Tadeusiewicz, Podstawowe problemy analizy nieliniowych obwodów rezystancyjnych, Mat.VIII KK TOiUE, Poznań 1985, pp.23-26.

[117] J.Theuwen, J.Jess, A new approach to the biasing problem and the fault location of nonlinear electronic circuits, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, Chicago 1981, pp.261-265.

[118] M.D.Tong, W.K.Chen, Hybrid analysis of large-scale network by node tearing, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, 1986,

pp.178-181.

[119] T.N.Trick, A.A.Sakla, A new algorithm for the fault analysis and tuning of analog circuits, Proc.IEEE Int.Conf.CAS, New York 1978, pp.156-160.

[120] T.N.Trick, W.Mayeda, A.A.Sakla, Calculation of parameter values from node voltage measurements, IEEE Trans.CAS, CAS-26, 1979, pp.466-474.

[121] T.N.Trick, A note on parameter value determination from node voltage measurements, IEEE Trans.CAS, CAS-27, 1980, pp.1269-1270.

[122] J.Vandevalle, L.O.Chua, The colored branch theorem and its application in circuit theory, IEEE Trans.CAS, CAS-27, 1980, pp.816-825.

[123] R.Vanhooren, H.Tromp, Efficien single fault location in analog circuits by fraquency responce measurement, Proc. IEEE Int.Symp.CAS, 1984, pp.1098-1101.

[124] R.C.Varghese, J.C.Williams, D.R.Towill, Simplified ATPG and analog fault location via clustering and separability technique, IEEE Trans.CAS, CAS-26, 1979, pp.496-505.

[125] V.Visvanathan, A.Sangiovanni-Vincentelli, Diagnosability of nonlinear circuits and systems-Part I: the dc case, IEEE Trans.CAS, CAS-28, 1981, pp.1093-1102.

[126] V.Visvanathan, E.Szeto, A.Tits, A robust simulation before test technique for dc analog fault diagnosis, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, 1984, pp.689-692.

[127] V.Visvanathan, L.Milor, Detection of catastrofic faults in analog integrated circuits, IEEE Trans.on Computer Aided Design, vol 8, No 2/1989, pp.114-130.

[128] C.L.Wey, R.Saeks, On the implementation of analog ATPG: the linear case, IEEE Trans.on Instr. and Measurement, IM-34, 1985, pp.442-449.

[129] C.C.Wu, K.Nakajima, C.L.Wey, R.Saeks, Analog fault diagnosis with failure bounds, IEEE Trans.CAS, CAS-29, 1982, pp.277-284.

[130] C.C.Wu, Coupling table construction via sensitivity analysis for selftesting analog fault diagnosis systems, Proc.IEEE Int.Symp.CAS, 1986, pp.1249-1250.

[131] F.Wu, Solution of large-scale networks by tearing, IEEE

Trans.CAS, CAS-23, 1976, pp.700-713.

[132] M.E.Zaghloul, D.Gobowic, A new algorithm for fault diagnosis of nonlinear resistive networks, Proc.Europ. Conf.CTD, Prague 1985, pp.182-185.

[133] M.E.Zaghloul, D.Gobowic, Single fault diagnosis of nonlinear resistive networks, IEE Proceedings, vol-134, Pt G, No 1/1987.

[134] R.Zielonko, A.Królikowski, Metody pomiarowo diagnostyczne analogowych układów elektronicznych, WNT, Warszawa 1988.

DIAGNOSTYKA DUŻYCH ANALOGOWYCH UKŁADÓW ELEKTRONICZNYCH z ZASTOSOWANIEM METOD TOPOLOGICZNYCH

S t r e s z c z e n i e

Praca poświęcona jest problemowi automatycznego testowania analogowych układów elektronicznych metodami topologicznymi, tj. metodami bazującymi na grafie sieci. W szczegółach przedstawiono heurystyczny algorytm podziału grafu sieci na części oraz te metody lokalizacji i identyfikacji uszkodzeń, które pozwalają na diagnostykę obwodów o dużej wymiarowości, uwzględniając jednocześnie tolerancje projektowe elementów.

Podział grafu sieci na części stanowi wstępną fazę większości metod analizy lub testowania obwodów elektronicznych o dużej wymiarowości. Przedstawiony algorytm dekompozycji węzłowej/gałęziowej dokonuje podziału sieci na podstawie dowolnie wybranego drzewa i korespondującej z nim fundamentalnej macierzy oczkowej/macierzy odcięć.

Przedstawione metody automatycznego testowania analogowych układów elektronicznych bazują na pomiarach potencjałów węzłowych w pojedynczym teście i umożliwiają identyfikację lub jedynie lokalizację uszkodzeń wielokrotnych w nieliniowych obwodach rezystorowych oraz obwodach prądu sinusoidalnego, dopuszczając niedostępność pomiarową części węzłów.

Wszystkie prezentowane algorytmy i metody posiadają swą implementację komputerową. Osiągnięte wyniki potwierdzają ich dużą efektywność obliczeniową oraz skuteczność.

A TOPOLOGICAL APPROACH TO FAULT DIAGNOSIS IN LARGE ANALOG ELECTRONIC CIRCUITS

Summary

This work presents a topological approach to the problem of fault diagnosis in large analog circuits. All the described methods and algorithms utilize the circuit graph and the concept of tree selection. At first, heuristic algorithms for tearing large-scale networks is presented. Then, we proceed to fault location and identification methods which are applicable to large-scale networks and take into account the design tolerances of nonfaulty elements.

Graph partitioning is the fundamental step of all methods dealing with analysis or diagnosis in large-scale networks. Presented in Chapter 2 heuristic algorithm for solving a network partitioning problem associated with tearing of a directed or undirected graph is using the concept of partitioning the loop matrix for an *a priori* chosen tree. Experimental results are given and they show that the proposed algorithm is very effective and yields an optimal, or near optimal solution.

The fault location and identification methods presented in Chapter 3, require that the node voltages have to be measured for only one excitation and the impact of the circuit parameter tolerances and the limited accuracy of measurements is taken into account. The methods locate single hard and soft

faults as well as multiple faults in nonlinear resistive circuits or in AC circuits. They are still applicable when some voltages are not measured, take the design tolerances into consideration and the on-line computations are minimal as compared with other fault location and identification methods. The fault location methods are based on checking a consistency of KCL in the decomposed circuit. Then, logical analysis of the tests is carried out to locate faulty elements or subnetworks. The fault identification method utilizes the failure bound technique. This technique requires partitioning of the set of network elements into two subsets . The components of one subset are identified using characteristics of the other set. The partitioning of the network elements is performed via arbitrary tree selection. Then, tree elements are identified using cotree characteristics.

Chapter 4 presents a new method for finding an initial approximation of the acceptable region of a nonlinear resistive network. This approximation gives a very good starting point for further approximation and can be employed in fault identification methods (to verify the solution).

The comparison of different fault location and identification techniques is presented in Chapter 5.

All the described algorithms and methods have been implemented on IBM XT/AT PC , yielding very good results.

ДИАГНОСТИКА БОЛЪШИХ АНАЛОГОВЫХ СХЕМ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Р е з ю м е

Работа посвящена проблеме автоматического тестирования аналоговых электронных схем топологическими методами, т.е. методами на основании графа сети. Детально представляется эвристический алгоритм разбиения графа сети на части и также те методы локализации и идентифиакции, которые позволяют вести диагностику цепей большой размерности с одновременным учетом проектных допусков элементов.

Разбиение графа сети на части является вводной фазой большинства методов анализа или тестирования электронных схем большой размерности. Представлен алгоритм узлового/ветвистого разбиения, который проводит разбиение сети основываясь на произвольно избранном дереве и соответствующей ему основной контурной матрице/матрице сечений.

Представляемые методы автоматического тестирования аналоговых электронных схем основаны на измерениях узловых потенциалов в единичном тесте и позволяют проводить идентификацию или только локализацию многократных повреждений в нелинейных резисторных цепях и цепях синусоидального тока, допуская измерительную недоступность части узлов.

Для всех представляемых алгоритмов и методов разработаны соответстующие компьютерные программы. Полученые результаты подтверждают их большую вычислительную эффективность и действенность.