ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1993
Seria: AUTOMATYKA z. 107 Nr kol. 1149

Andrzej POLAŃSKI
Konrad WOJCIECHOWSKI
Instrytut Automatyki
Politechniki Śląskiej

DOBÓR FUNKCJI CELU W ALGORYTMACH WYZNACZANIA PARAMETRÓW RUCHU*

Streszczenie. W pracy zaprezentowano ulepszone wersje algorytmu wyznaczania parametrów ruchu przedstawionego w [4]. Idea ulepszonych algorytmów jest taka sama, jak opisanego wcześniej w [4], polega na minimalizacji odpowiednio dobranych funkcji celu. Wprowadzone ulepszenie polega na skonstruowaniu nowych funkcji celu. Przy ich zastosowaniu uzyskano lepsze własności numeryczne algorytmu.

ON THE CHOICE OF PERFORMANCE INDEX IN THE MOTION PARAMETERS DETERMINATION ALGORITHMS

Summary. In the paper the improved algorithms of determining object motion parameters when comparing with the earlier version [4], are presented. The idea of the algorithm consists in the construction of the appropriate performance index, which attains its minimal value for arguments equal to the desired motion parameters. The examples demonstrate the correctness of modification idea.

ПОДБОР ФУНКЦИИ ЦЕЛИ В АЛГОРИТМАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ

Резюме. В работе представлены улучшенные версии алгоритма определения параметров движения опубликованного в [4]. Идея улучшенных алгоритмов, такая же как представлена в [4], заключается в минимизации соответственно подобраных функции цели. В водимое улучшение состоит в конструкции новых функции цели. При их использовании были получены лучшее численные свойства алгоритма.

* Praca finansowana z CPBP 02.13 oraz z grantu BK 301.

1. WSTĘP

W wielu praktycznych zastosowaniach komputerowej techniki wizyjnej występuje zagadnienia wyznaczania parametrów ruchu na podstawie pola przemieszczeń (prędkości). Przy najbardziej ogólnym postawieniu problemu rozwiązanie analityczne nie jest znane, proponowane algorytmy [1]-[4] polegają na numerycznej minimalizacji odpowiednio dobranej funkcji celu. Dotychczas nie skonstruowano funkcji celu, dla której istniałby dowód jednoznaczności rozwiązania, sygnalizowane są także trudności w uzyskaniu zbieżności przy stosowaniu różnych algorytmów [1],]3].

W pracy [3], przy badaniach numerycznych algorytmu wyznaczania parametrów ruchu [4], stwierdzono jego dużą wrażliwość na wartości składowych wektora translacji. W przypadku gdy składowa w osi oz jest zerowa, działanie algorytmu w ogóle nie jest możliwe. Dla małych wartości występują już trudności w zbieżności.

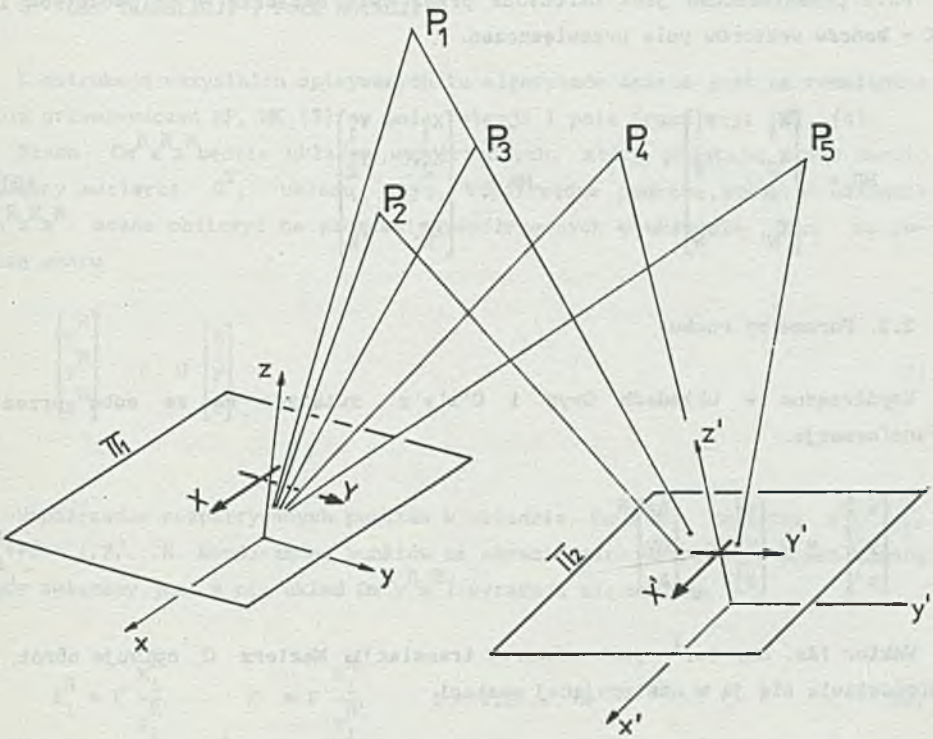
W niniejszym opracowaniu proponuje się dwie nowe wersje algorytmu, w których wada ta nie występuje. Podaje się numeryczne przykłady działania nowych i starej wersji algorytmu.

2. PROBLEM WYZNACZANIA PARAMETRÓW RUCHU

Zakłada się, że na poruszającym się (w przestrzeni trójwymiarowej) obiekcie umieszczona jest kamera przesyłająca serie obrazów nieruchomej sceny. Rozpatruje się dwa obrazy z tej serii.

Między chwilami przesłania tych dwóch obrazów występuje przemieszczenie obiektu z kamerą. Niech Oxyz będzie układem współrzędnych związanym z kamerą - przed przemieszczeniem, a O'x'y'z' - po przemieszczeniu. Przyjmuje się, że oś oz (oz') jest osią soczewki kamery, ogniskową soczewki oznacza się przez F.

Na dwóch obrazach przesłanych przez kamerę widoczne są rzuty pewnego (nieruchomego) zbioru punktów (rys. 1). Odpowiadające sobie punkty są na dwóch obrazach rozróżniane. Współrzędne rzutów par punktów tworzą pole przemieszczeń. (Problem znajdowania odpowiadających sobie punktów jest odrębnym zagadnieniem, opisywanym w literaturze, np. [8]).



Rys. 1. Tworzenie obrazów przesyłanych przez kamerę przed i po przemieszczeniu

Fig. 1. Making the series of images transmitted by camer before and after the plant motion

2.1. Pole przemieszczeń

Przyjmijmy, że liczba punktów wynosi N (na rys. 1 N = 5), oznaczmy ich współrzędne w układach Oxyz i O'x'y'z' odpowiednio przez $x_i, y_i z_i$ oraz x'_i, y'_i, z'_i, i = 1,2,...,N. Zakłada się, że działanie kamery można opisać modelem transfermacji perspektywicznej, tzn. współrzędne X_i, Y_i, X'_i, Y'_i punktów na obrazach rejestrowanych przez kamerę wyrażają się wzorami:

$$X_i = F\frac{x_i}{z_i} \qquad Y_i = F\frac{y_i}{z_i} \tag{1}$$

$$X'_i = F\frac{x'_i}{z'_i} \qquad Y'_i = F\frac{y'_i}{z'_i} \tag{2}$$

Pole przemieszczeń jest określone przez dwie macierze MP - początków i MK - końców wektorów pola przemieszczeń.

$$MP = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2, & Y_2 \\ \cdots\cdots & \\ X_N, & Y_N \end{bmatrix}, \qquad MK = \begin{bmatrix} X'_1 & Y'_1 \\ X'_2, & Y'_2 \\ \cdots\cdots & \\ X'_N, & Y'_N \end{bmatrix} \tag{3}$$

2.2. Parametry ruchu

Współrzędne w układach Oxyz i O'x'y'z' związane są ze sobą przez transformację:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \Omega \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \tag{4}$$

Wektor $[\Delta x, \Delta z, \Delta z]^T$ jest wektorem translacji. Macierz Ω opisuje obrót, przedstawia się ją w następującej postaci

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\vartheta & 0 & \sin\vartheta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\vartheta & 0 & \cos\vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

lub

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sin\varphi\cos\psi & , -\cos\vartheta\sin\psi & , \sin\vartheta \\ \sin\varphi\sin\vartheta\cos\psi+\cos\varphi\sin\psi, & -\sin\varphi\sin\vartheta\sin\psi+\cos\varphi\cos\psi, & -\sin\varphi\cos\vartheta \\ -\cos\varphi\sin\vartheta\cos\psi+\sin\varphi\sin\psi, & \cos\varphi\sin\vartheta\sin\psi + \sin\varphi\cos\psi, & \cos\varphi\cos\vartheta \end{bmatrix}$$

Kąty φ, ϑ, ψ oraz współrzędne wektora translacji Δx, Δy, Δz opisuje przemieszczenie kamery między chwilami przesłania dwóch obazów.

Problem wyznaczania parametrów ruchu polega na znalezieniu wartości kątów φ, ϑ, ψ oraz kierunku wektora translacji $[\Delta x, \Delta y, \Delta z]^T$ na podstawie znajomości pola przemieszczeń MP MK (3).

3. POLE TRANSLACJI I POLE ROTACJI

Konstrukcja wszystkich opisywanych tu algorytmów oparta jest na rozkładzie pola przemieszczeń MP, MK (3) na pole rotacji i pole translacji [2], [4].

Niech $Ox^Rz^Rz^R$ będzie układem współrzędnych, który powstaje przez obrót, opisany macierzą Ω^T, układu Oxyz. Współrzędne punktów sceny w układzie $Ox^Rz^Rz^R$ można obliczyć na podstawie współrzędnych w układzie Oxyz za pomocą wzoru

$$\begin{bmatrix} x^R \\ y^R \\ z^R \end{bmatrix} = \Omega \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{7}$$

Współrzędne rozpatrywanych punktów w układzie $Ox^Rz^Rz^R$ wynoszą x_i^R, y_i^R, z_i^R i + 1,2,...N. Współrzędne punktów na obrazie zarejestrowanym przez kamerę (gdy związany jest z nią układ $Ox^Ry^Rz^R$) wyrażają się wzorem:

$$X_i^R = F\frac{x_i^R}{z_i^R}, \qquad X = F\frac{x_i^R}{z_i^R}, \qquad i = 1,2 \ldots N \tag{8}$$

Definiując macierz MR jako:

$$MR = \begin{bmatrix} X_1^R & Y_1^R \\ X_2^R & Y_2^R \\ \cdots & \cdots \\ X_N^R & Y_N^R \end{bmatrix} \tag{9}$$

określa się pole rotacji jako pole opisane przez macierze MP i MR oraz pole translacji - jako pole opisane przez macierze MR i MK.

4. ALGORYTM WYZNACZANIA PARAMETRÓW RUCHU

Korzystając ze wzorów (1), (6), (7) i (8) można wyliczyć:

$$X_i^R = F\,\frac{\cos\vartheta\cos\psi\; X_i - \cos\vartheta\sin\psi\; Y_i + \sin\vartheta F}{(-\cos\varphi\sin\vartheta\cos\psi+\sin\varphi\sin\psi)X_i+(\cos\varphi\sin\vartheta\sin\psi+\sin\varphi\cos\psi)Y_i+\cos\varphi\cos\vartheta F} \tag{10}$$

$$Y_i^R = F\,\frac{(\sin\varphi\sin\vartheta\cos\psi+\cos\varphi\sin\psi)X_i+(-\sin\varphi\sin\vartheta\sin\varphi+\cos\varphi\cos\psi)Y_i-\sin\varphi\cos\vartheta F}{(-\cos\varphi\sin\vartheta\cos\psi+\sin\varphi\sin\psi)X_i+(\cos\varphi\sin\vartheta\sin\psi+\sin\psi+\sin\varphi\cos\psi)Y_i+\cos\varphi\cos\vartheta F} \tag{11}$$

Współrzędne X_i^R, Y_i^R, które określają końce wektorów pola rotacji (i początki wektorów pola translacji) początkowo nie są znane. Ze wzorów (10), (11) widać, że jeśli znane są kąty φ, ϑ, ψ, to mogą one być obliczone na podstawie współrzędnych X_i, Y_i.

Na powyższym spostrzeżeniu opiera się algorytm wyznaczania parametrów ruchu. Ma on następującą postać:

A - Zakłada się wartości kątów φ, ϑ, ψ.

B - Na podstawie założonych wartości φ,ϑ,ψ i początków pola przemieszczeń X_i, Y_i $(i = 1,2,\ldots,N)$ oblicza się, że wzorów (10), (11) wartości X_i^R, Y_i^R $(i = 1,2,\ldots,N)$, tzn. macierz MR.

C - Sprawdza się, czy pole określone przez macierz MR i MK jest polem translacji. Jeżeli nie, to zmienia się wartości φ,ϑ,ψ i wraca się do punktu B.

Aby zrealizować punkt C algorytmu, należy skonstruować funkcję celu, która byłaby określona na polu przemieszczeń MR, MK i przyjmowałaby tym mniejsze wartości, im bardziej to pole byłoby zbliżone do pola translacji.

5. KONSTRUKCJA FUNKCJI CELU

Jak wiadmomo [7], proste wyznaczone przez wektory pola translacji przecinają się w jednym punkcie, jego położenie określa kierunek wektora trans-

lacji. Równanie prostej wyznaczonej przez i-ty wektor pola MR, MK ma postać:

$$X A_i + Y B_i + C_i = 0 \tag{12}$$

gdzie:

$$A_i = Y'_i - Y^R_i \tag{13}$$

$$B_i = X^R_i - X'_i \tag{14}$$

$$C_i = Y^{R\prime}_i X_i - X^R_i Y'_i \tag{15}$$

$i = 1,2,\ldots,N.$

Wprowadzając macierz N

$$M = \begin{bmatrix} A_1, & B_1, & C_1 \\ A_2, & B_2, & C_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ A_N, & B_N, & C_N \end{bmatrix} \tag{16}$$

można układ N równań (12) zapisać w postaci

$$0 = M \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \tag{17}$$

Układ (17) jest na ogół sprzeczny, ma rozwiązanie tylko wtedy, gdy MR, MK jest polem translacji. W [4] jako poszukiwaną funkcję celu proponuje się

$$F = \left\| M \begin{bmatrix} W\,X\,X \\ W\,Y\,Y \\ 1 \end{bmatrix} \right\| \tag{18}$$

gdzie $[WXX, WYY]^T$ jest pseudorozwiązaniem 5 równania (17). Funkcja ta przyjmuje wartość zero, gdy pole MR, MK jest polem translacji.

A zatem idea algorytmu [4] polega na minimalizacji normy prawej strony (17) i przyjęciu wartości minimalnej za funkcję celu (tzw. miarę "odległości od pola translacji").

Przedstawiona konstrukcja nie obejmuje jednak ważnego przypadku szczególnego, gdy współrzędna Δz wektora translacji jest zerowa. Proste wyznaczone przez wektory pola są wtedy równoległe. Rozwiązanie układu (17) $[WXX, WYY]^T$ dąży do nieskończoności.

Oba przypadki można połączyć, zapisując równanie (17) w postaci:

$$0 = N \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \tag{19}$$

W przypadku gdy MR, MK jest polem translacji, istnieje niezerowe rozwiązanie $[WXX, WYY, WZZ]^T$ układu (19), a określa ono, z dokładnością do współczynnika skali, kierunek wektora translacji. W przypadku gdy składowa Δz wektora translacji jest zerowa, w rozwiązaniu WZZ jest także zerem.

Na podstawie równania (19) można skonstruować funkcję celu analogiczną do funkcji F, tzn. jako normę lewej stronu równania zminimalizowaną wcześniej podług $[X,Y,Z]^T$. Widać jednak że należy ograniczyć zakres zmienności wektora $[X,Y,Z]^T$ do zbioru wektorów o długości 1. W przeciwnym wypadku, niezależnie od macierzy M, rozwiązanie jest zerowe. A zatem funkcja ta ma następującą postać:

$$F = \min_{\|[X,Y,Z]^T\|=1} \left\| M \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \right\|. \tag{20}$$

Łatwo się przekonać [5], że rozwiązaniem problemu minimalizacji (20) jest minimalna wartość własna macierzy M^TM, tzn.

$$F1 = \lambda_{min}(M^TM). \tag{21}$$

W przypadku gdy pole MR, MK jest polem translacji, minimalna wartość własna jest zerowa, wektor własny $[WXX, WYY, WZZ]^T$ odpowiadający tej wartości własnej określa kierunek translacji.

Ponieważ macierz M^TM jest dodatnio określona, funkcja F1 jest równoważna z funkcją celu:

$$F2 = \det (M^TM). \tag{22}$$

Funkcje celu (21), (22) określają dwie nowe wersje algorytmu [4], w których nie występuje problem zerowej wartości składowej Δz wektora translacji.

6. GRADIENTY FUNKCJI CELU

Niech q będzie jednym z kątów φ, ϑ, ψ. Można łatwo podać formuły określające pochodne

$$\frac{\partial F_i}{\partial q}, \qquad i = 1,2. \tag{23}$$

Dla funkcji F1 [6]:

$$\frac{\partial F1}{\partial q} = [WXX,\ WYY,\ WZZ]\ \frac{\partial (M^TM)}{\partial q} \begin{bmatrix} WXX \\ WYY \\ WZZ \end{bmatrix}. \tag{24}$$

Dla funkcji F2 [6]:

$$\frac{\partial F2}{\partial q} = \mathrm{Tr}\ \mathrm{Ar}\left((M^TM)\ \frac{\partial (M^TM)}{\partial q} \right), \tag{25}$$

(Adj (M^TM) oznacza macierz dołączoną dla M^TM).

Pochodne $\frac{\partial (M^TM)}{\partial q}$ otrzymuje się różniczkując wzory (10) i (11) [4].

7. PRZYKŁADY NUMERYCZNE

Badano numerycznie działanie algorytmów wyznaczania parametrów ruchu opartych na funkcjach celu F, F1, F2. Korzystano z opracowanego pakietu programów (na komputer kompatybilny z IBM XT/AT, w języku Turbo Pascal), który umożliwia:

- symulację i wykreślenie pola przemiszczeń,
- przeprowadzenie procedury minimalizacji funkcji celu F, F1, F2, metodą bezgradientową Neldera-Meada lub Gaussa-Seidla,
- wykreślenie jedno- lub dwuwymiarowych wykresów funkcji F, F1, F2 w zależności od współrzędnych φ, ϑ, ψ.

Przykład 1

Założono parametry ruchu:

$\varphi = 0.08$ rad

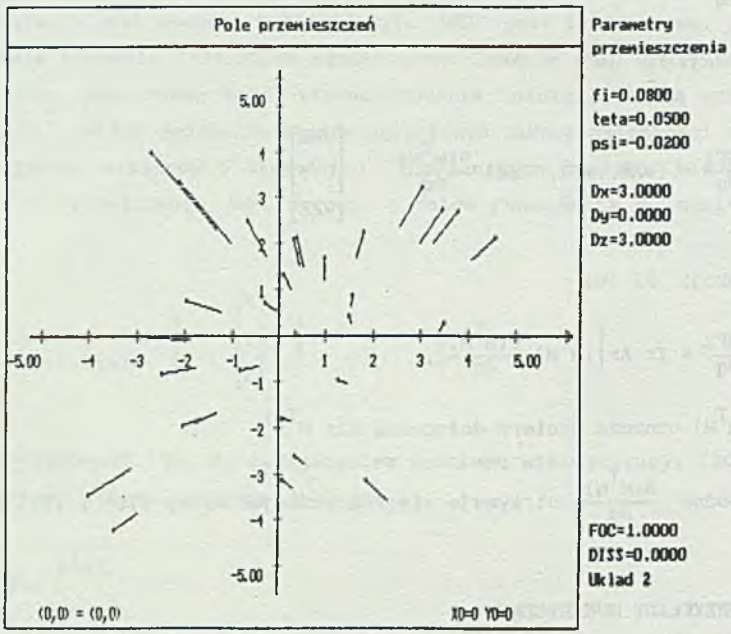
$\vartheta = 0.05$ rad

$\psi = -0.02$ rad

$\Delta x = 3.0$

$\Delta z = 0$

$\Delta x = 3.0$

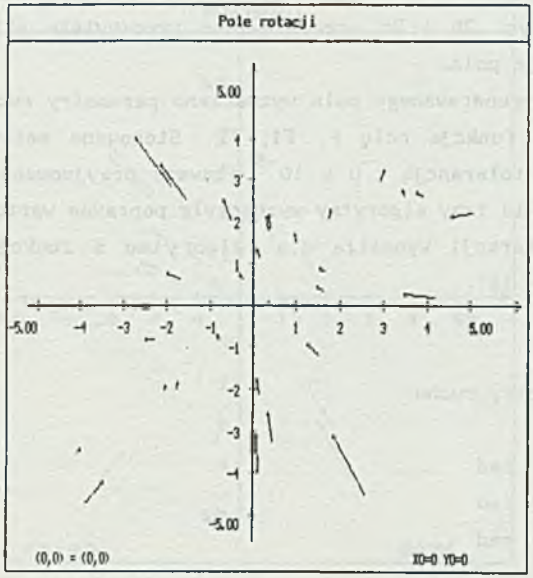


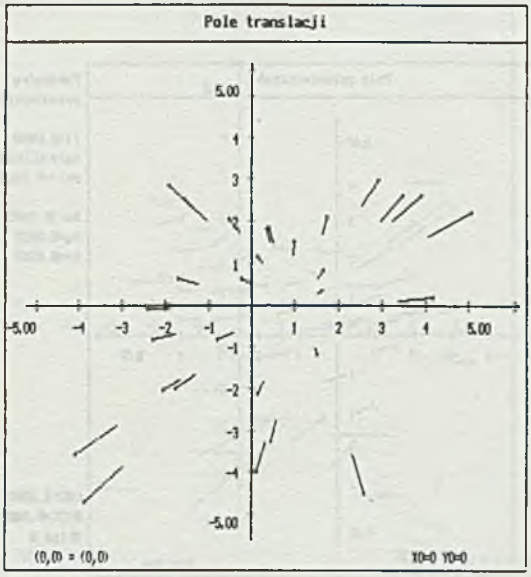
Rys. 2. Pole przemieszczeń dla przykładu 1

a) pole przemieszczeń

Fig. 2. Displacement field (example 1)

a) displacement field





Rys. 2. Pole przemieszczeń dla przykładu 1
b) składowa rotacji, c) składowa translacji

Fig. 2. Displacement field (example 1)
b) rotation field, c) translation field

Dla założonych parametrów wygenerowano pole przemieszczeń przedstawione na rys. 2a. Na rys. 2b i 2c przedstawiono rzeczywiste składowe rotacji i translacji dla tego pola.

Na podstawie wygenerowanego pola wyznaczano parametry ruchu opierając się na algorytmach z funkcją celu F, F1, F2. Stosowano metodę Neldera-Meada z krokiem 0.08 i tolerancją 1.0×10^{-5} (zawsze przyjmowano zerowe wartości startowe). Wszystkie trzy algorytmy wyznaczyły poprawne wartości kątów i kierunków. Liczba iteracji wynosiła dla algorytmu z funkcją F - 131, dla F1 - 108, dla F2 - 147.

Przykład 2

Przyjęto parametry ruchu:

$\varphi = 0.08$ rad

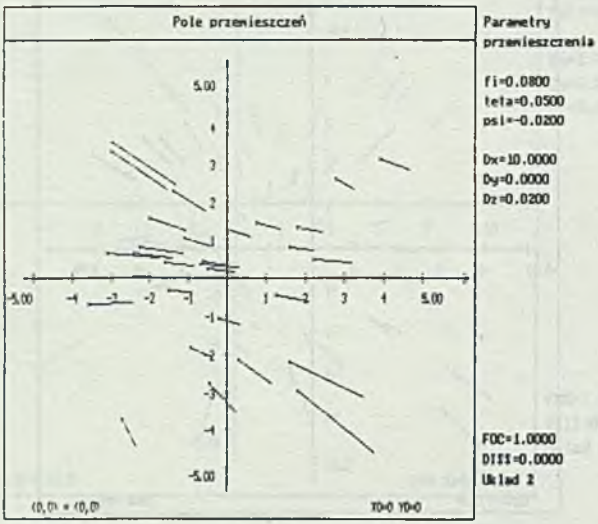
$\vartheta = 0.05$ rad

$\psi = -0.02$ rad

$\Delta x = 10$

$\Delta z = 0$

$\Delta x = 0.02$

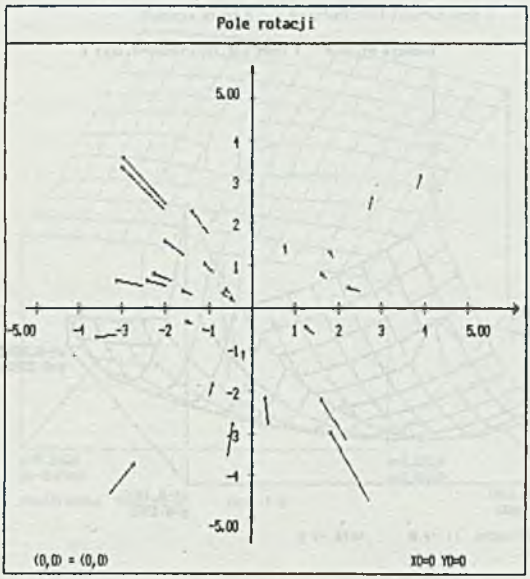


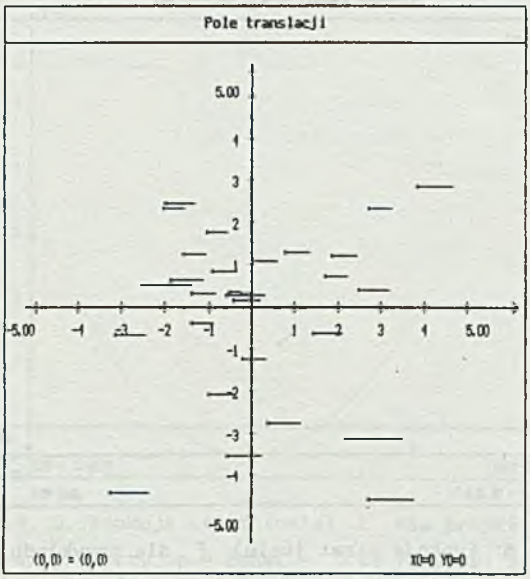
Rys. 3. Pole przemieszczeń dla przykładu 2

a) pole przemieszczeń

Fig. 3. Displacement field (example 2)

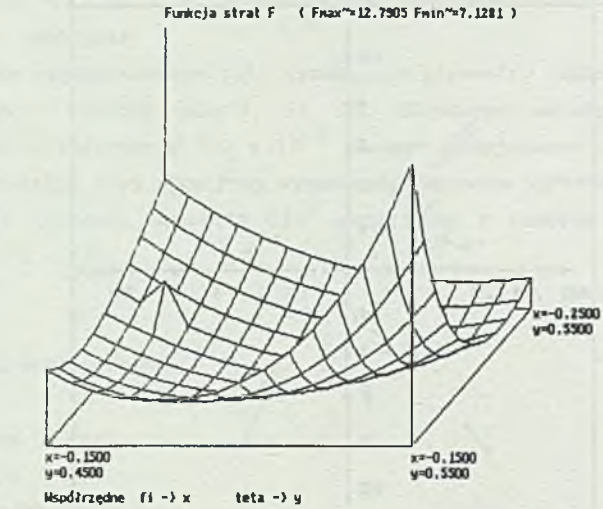
a) displacement field

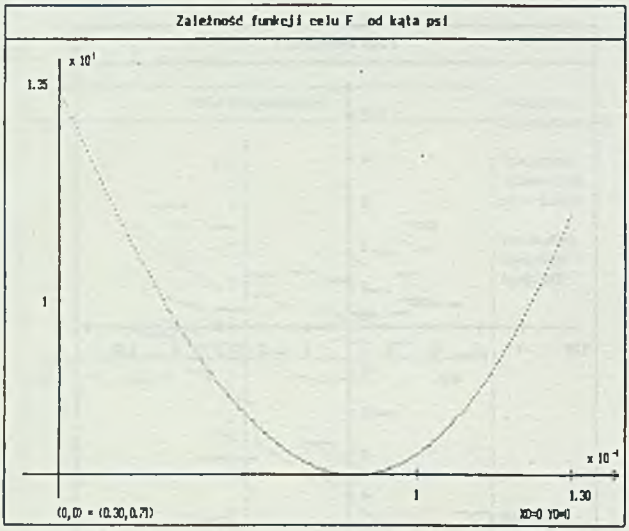




Rys. 3. Pole przemieszczeń dla przykładu 2
b) składowa rotacji, c) składowa translacji

Fig. 3. Displacement field (example 2)
b) rotation field, c) translation field



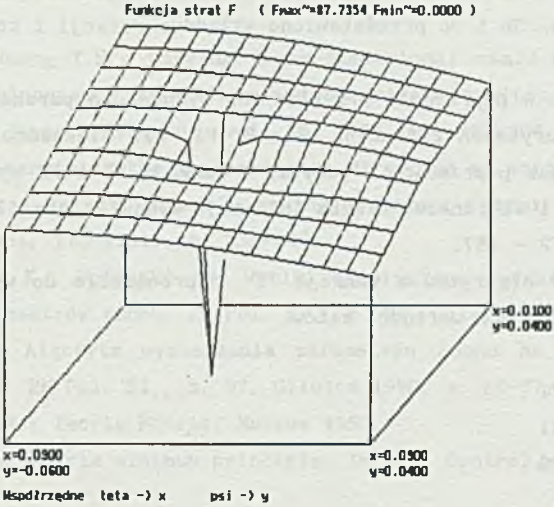


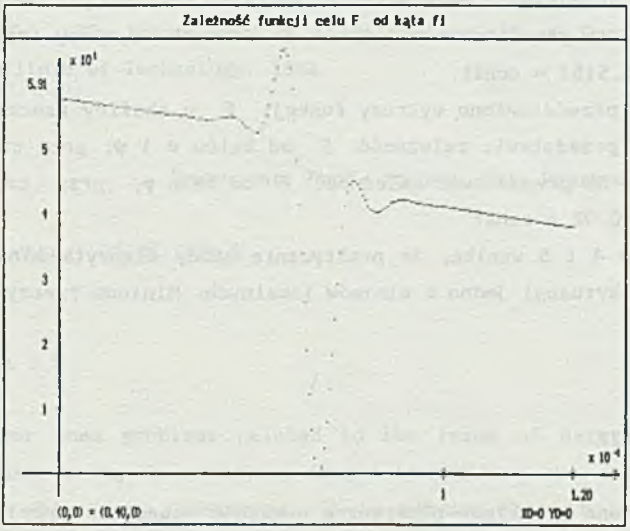
Rys. 4. Funkcja strat (celu) F dla przykładu 1

a) zależności od φ, ϑ (przy ψ = const = -0.02 rad), b) zależność od ψ (przy φ = 0.08 rad, ϑ = 0.05 rad)

Fig. 4. Performance index F (example 1)

a) depended on φ, ϑ (where ψ = const. = -0.02 rad.), b) dependend on ψ (where φ = 0.08 rad., ϑ = 0.05 rad.)





Rys. 5. Funkcja strat (celu) F dla przykładu 2
a) zależności od ϑ, ψ (przy φ = const = 0.08 rad), b) zależność od φ (przy ϑ = 0.08 rad, ψ = 0.05 rad)

Fig. 5. Performance index F (example 1)
a) depended on ϑ, ψ (where φ = const. = 0.08 rad.), b) dependend on φ (where φ = 0.08 rad., ψ = 0.05 rad.)

Dla założonych parametrów wygenerowano pole przemieszczeń przedstawione na rys. 3a. Na rys. 3b i 3c przedstawiono składowe rotacji i translacji dla tego pola.

Podobnie jak w poprzednim przykładzie, wyznaczono parametry ruchu opierając się na algorytmach z funkcją celu F, F1, F2. Stosowano taką samą metodę minimalizacji, jak poprzenio. Algorytmy z funkcją F1 i F2 wyznaczyły poprawne wartości kątów i kierunków. Liczba interacji wynosiła dla algorytmu z funkcją F1 - 111, dla F2 - 157.

Zastosowanie algorytmu z funkcją F doprowadziło do wyznaczenia (w 177 interacjach) błędnych wartości kątów.

$\varphi = 0.2071$

$\varphi = 0.5151$

$\psi = 0.0878$

Na rys. 4 przedstawiono wykresy funkcji F w okolicy wyznaczonego minimum. Rys. 4a przedstawia zależność F od kątów φ i ϑ, przy czym $\psi = 0.0878 =$ $=$ const. Rys. 4b przedstawia zależność F od kąta ψ, przy czym $\varphi = -0.2071 =$ $=$ const $\vartheta = 0.5151$ = const.

Na rys. 5 przedstawiono wykresy funkcji F w okolicy rzeczywistego minimum. Rys. 5a przedstawia zależność F od kątów ϑ i ψ, przy czym $\varphi = 0.08 =$ $=$ const. Rys. 5b przedstawia zależność F od kąta φ, przy czym $\vartheta = 0.05 =$ $=$ const $\psi = -0.02$ = const.

Z rysunków 4 i 5 wynika, że praktycznie każdy algorytm minimalizacji wyznaczy w tej sytuacji jedno z minimów lokalnych. Minimum rzeczywiste zostanie ominięte.

PODSUMOWANIE

Przedstawione przykłady numeryczne wykazują słuszność przyjętej koncepcji modyfikacji postaci funkcji celu. Algorytmy oparte na funkcjach celu F1 i F2 działają poprawnie, podczas gdy algorytm z funkcją F nie znajduje minimum.

LITERATURA

[1] Fang J.Q., Huang T.S.: Solving three-dimensional small-rotation motion equations: Uniqueness, Algorithms and numerical results, Comput. Vision Graphics and Image Processing, vol. 26, 1984, pp. 183-206.

[2] Prazdy K.: Determining the instantaneous direction of motion from optical flow generated by curvilinearly moving observer, Comput. Graphics Image Processing, vol. 17, 1981, pp. 238-248.

[3] Wojciechowski K., Polański A.: Wyniki numerycznych badań algorytmu wyznaczania parametrów ruchu, ZN Pol. Śl., z. 97, Gliwice 1990, s. 77-91.

[4] Polański A.: Algorytm wyznaczania parametrów ruchu na podstawie pola przemieszczeń, ZN Pol. Śl., z. 97, Gliwice 1990, s. 65-77.

[5] Gantmacher F.R.: Teoria Matric, Moskwa 1950.

[6] Athans M.: The matrix minimum principle, Inform. Control,s vol. 11, 1968, pp. 592-606.

[7] Harlick R.M.: Using perspective transformation in scene analysis, Comput. Graphics Image Processing vol. 13, 1980, pp. 191-221.

[8] Hildreth E.C.: The Measurement of Visual Motion, Ph. D Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1982.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Ryszard TADEUSIEWICZ

Wpłynęło do Redakcji 30.05.1989 r.

A b s t r a c t

In the paper some problems related to the issue of determining object motion parameters using the series of images transmitted by a camera which is fixed to this object are considered. It is assumed that it is possible to find a numer of matching scene points on two images. A set of vectors composed of image coordnates of matching points is called a displacement field. The algorithm of determining motion parameters uses the vectors of a displacement field as an input data. The idea of the algorithm consists in the construction of the appropriate performance index, which attains its minimal value for arguments equal to the desired motion parameters.

In the paper the improved algorithms when comparing with the earlier version [4], are presented. Numerical examples of new and previous versions of the algorithm are given. The examples demonstrte the correctness of the modification idea.