

Marek BARTOSZEK\*  
Politechnika Śląska

## WYZNACZANIE PRZEWODNOŚCI CIEPLNEJ ZA POMOCĄ TERMOGRAFII – ANALIZA NUMERYCZNA EKSPERYMENTU

**Streszczenie.** W pracy omówiono dotychczasowe wyniki badań eksperymentalnych i analizy numerycznej mających na celu opracowanie metody wyznaczania współczynnika przewodzenia ciepła dla niejednorodnych materiałów (np. betonu) poprzez rozwiązanie parametrycznego zagadnienia odwrotnego przepływu ciepła. Jako źródło dodatkowych danych, niezbędnych do rozwiązania zadania odwrotnego, wykorzystano wyniki pomiaru temperatury na brzegu próbki (rzeczywiste lub symulowane numerycznie) uzyskane za pomocą kamery termowizyjnej. W analizie odwrotnej poszukiwane były także pozostałe parametry decydujące o rozkładzie temperatury na powierzchni próbki: współczynnik przejmowania ciepła, temperatura otoczenia, wydajność cieplna elementu grzejnego wymuszającego przepływ ciepła.

## EVALUATION OF THERMAL CONDUCTIVITY BY MEANS OF THERMOGRAPHY – NUMERICAL ANALYSIS OF EXPERIMENTAL DATA

**Summary.** The authors in this study have considered a rigorous analytical approach to the experimental data, as monitored by an infrared camera and grabbed by appropriate software, in order to describe thermal conductivity of non-homogenous construction materials (e.g. concrete). The experimental results (real or simulated) have been treated as a source of additional data for estimation inverse heat analysis. The solution strategy is multivariate. Parameters considered for analyses that influence on surface temperature profile are: (a) film coefficient, (b) thermal conductivity, (c) ambient temperature, (d) heat source flux. Problems with some parametric interdependence have also been treated and simple solutions relating to additional comparative samples, with known geometric and mechanical parameters, have been proposed.

### 1. Wprowadzenie

Jak wykazują analizy numeryczne (por. [1], [2]), dokładność rozwiązania zagadnienia odwrotnego zależy od ilości danych eksperymentalnych, w tym przypadku od ilości punktów pomiaru temperatury na powierzchni badanej próbki. Pomiar kamerą termowizyjną jest pomiarem bezkontaktowym dostarczającym dużą ilość danych (zależną jedynie od rozdzielczości kamery), o dużej dokładności ( $< 0.2^{\circ}\text{C}$ ).

---

\*Opiekun naukowy: Dr hab. inż. Andrzej Wawrzynek, prof. PŚI.

W pierwszej części pracy opisano przebieg i wyniki przeprowadzonego eksperymentu pomiaru temperatury na powierzchni betonowej próbki walcowej. Założenia i parametry eksperymentu opracowane zostały na podstawie analiz numerycznych. Wyniki pomiarów wykorzystano do wyznaczenia przewodności cieplnej próbki poprzez analizę odwrotną.

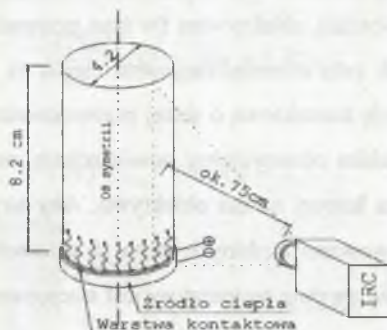
Część druga pracy poświęcona jest modyfikacji warunków przeprowadzania eksperymentu z uwzględnieniem wyników analizy eksperymentu oraz pierwszymi pomiarami do oceny wrażliwości wyników pomiaru na różne czynniki (parametry).

## 2. Opis eksperymentu

Klasyczne testy laboratoryjne, mające na celu wyznaczenie takich parametrów termofizycznych materiału, jak współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda$  [W/mK] lub ciepło właściwe  $C_p$  [J/kgK], są dobrze znane, a ich standardy określone przez normy (np. BS 784, PN-ISO 8301). Niekonwencjonalne metody oparte na analizie numerycznej (jak te prezentowane w niniejszej pracy) wymagają nowych sposobów pozyskiwania danych pomiarowych i późniejszego ich wykorzystywania [1]. Standardowo wyznaczenie przewodności cieplnej betonu polega na wycięciu cienkiego dysku ( $10 \times 25$  mm) z badanego materiału (por. [3]) i wywołaniu w nim znanego gradientu temperatury poprzez zastosowanie chłodziw i nagrzewnic na równoległych powierzchniach. Opór cieplny materiału jest proporcjonalny do ilości przewodzonego ciepła i odwrotnie proporcjonalny do przewodności materiału. Zmniejszenie grubości próbki gwarantuje minimalizację strat ciepła w czasie eksperymentu, co prowadzi jednocześnie do zwiększenia wpływu niejednorodności materiału na przepływ ciepła. Nieregularności materiału i nieciągłości powierzchni są w sprzeczności z potrzebą zapewnienia odpowiedniej izolacji oraz kontaktu z elementami grzejnymi i pomiarowymi, które również zaburzają mierzone pole temperatury.

Idealna byłaby metoda oparta na pomiarach prowadzonych na elementach konstrukcji rzeczywistych o znacznych rozmiarach, w realnych warunkach, bez potrzeby wprowadzania sztucznych warunków laboratoryjnych oraz pozwalająca na proste modelowanie numeryczne. Jak dowodzą pierwsze próby ([4], [5]), możliwe jest przynajmniej częściowe zbliżenie się do tych wymagań przez zastosowanie próbek betonowych o rozmiarach co najmniej kilkakrotnie przekraczających wymiary największego ziarna kruszywa oraz bezkontaktowy pomiar w warunkach zbliżonych do naturalnych - nie wymagających stosowania dodatkowej izolacji.

Oczywiście, w takiej próbie niezbędne są elementy grzejne wymuszające odpowiednio duży gradient temperatury w obserwowanym obszarze, co jest niezbędne dla uwypuklenia nawet niewielkich zmian pola temperatury, przy ograniczonej czułości urządzenia pomiarowego. Ten sposób przeprowadzenia eksperymentu jest bardziej zbliżony do naturalnych warunków.



Rys. 1. Schemat stanowiska pomiarowego  
Fig. 1. Scheme of experiment

Założono, że geometria próbek nie powinna prowadzić do dodatkowych zaburzeń pola temperatury, zapewniając jednocześnie możliwość wykorzystania prostych modeli numerycznych (dwuwymiarowe pole temperatury). Takie wymagania spełnia, na przykład, walec z osiowo-symetrycznymi warunkami brzegowymi (rys. 1), dla którego główny kierunek przepływu ciepła jest zgodny z jego osią symetrii, a źródło ciepła znajduje się u jednej z podstaw.

### 2.1. Przygotowanie betonowych próbek

Do pierwszych badań eksperymentalnych przeprowadzonych w University of Glamorgan (Walia) zastosowano próbki betonowe o następującym składzie, zgodnym z brytyjską normą (por. [3]): piasek frakcji 5-2 mm, kruszywo grube 10 mm (frakcja 12 + 9 mm) oraz cement portlandzki. Przygotowano je dobierając stosunek  $W/C \approx 1/2$  uzyskując konsystencję 25-37 mm - mierzoną za pomocą stożka opadowego. Próbki walcowe 42×82 mm wycinano z rozformowanych betonowych belek, po co najmniej 28 dniach dojrzewania w warunkach kąpieli wodnej.

### 2.2. Pomiary

Urządzenia pomiarowe, umieszczone na powierzchni próbki, zaburzają mierzone pole temperatury, a ilość danych pomiarowych pozyskanych w jednej chwili czasu jest ograniczo-

na do ilość rozmieszczonych czujników. Do analizy numerycznej odwrotnych zadań przewodnictwa ciepła korzystne jest posiadanie dużej ilości pomiarów o wysokiej dokładności, co można uzyskać za pomocą kamery termowizyjnej. Pojedynczą próbkę umieszczono w pozycji pionowej na elemencie grzejnym (rys. 1), a kamerę termowizyjną w odległości zapewniającej objęcie całego mierzonego obszaru obiektywem (w tym przypadku ok. 75 cm) ustawionym prostopadle do osi próbki. W celu minimalizacji strat ciepła na styku elementu grzejnego i betonu zastosowano substancję kontaktową o dużej przewodności. Ponieważ dokładność pomiaru zależy od kąta, pod jakim obserwujemy powierzchnię materiału, pomiary wykonane były wzdłuż tworzącej walca leżącej na osi obiektywu. Aby uzyskać większą ilość danych pomiarowych, próbkę obserwowano z różnych stron (z czterech – obracając ją o  $90^\circ$ ), po wcześniejszym upewnieniu się, że pole temperatury jest stacjonarne.

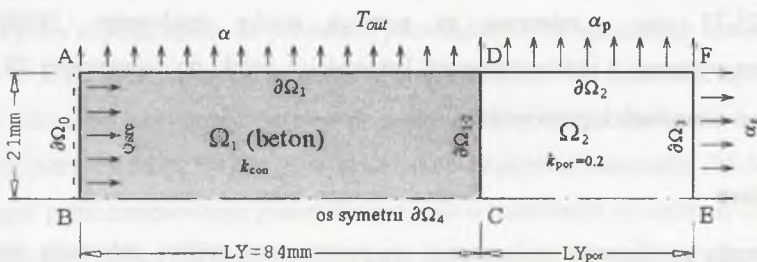
### 3. Równania problemu

W części numerycznej pracy analizowano stacjonarne zagadnienie przewodnictwa ciepła. Rozkład temperatury w analizowanym obszarze - w ogólności  $\Omega = \sum_i \Omega_i$  - wynika z rozwiązania następującego problemu brzegowego (tutaj przyjęto dwa przypadki:  $1^\circ i=1, 2^\circ i=1,2$ ):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda_i \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_i \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \text{ dla } \mathbf{x} \in \Omega_i, \quad (1)$$

gdzie poszczególne symbole oznaczają odpowiednio:  $T = T(\mathbf{x})$  temperaturę [ $^\circ\text{C}$ ] w punkcie  $\mathbf{x} = (r, \varphi, z) \in \Omega$ ,  $\lambda_i$  [W/mK] współczynnik przewodzenia ciepła materiału wypełniającego obszar  $\Omega_i$  dla  $i = 1, 2$ . Przyjęto również inne - wygodniejsze w praktyce - oznaczenia:

$\lambda_1 = k_{con}$  dla betonu oraz  $\lambda_2 = k_{por}$  dla materiału porównawczego.



Rys. 2. Analizowany model numeryczny (połowa przekroju podłużnego)

Fig. 2. Considered numerical model of axisymmetrical sample

Brzeg  $\partial\Omega$  obszaru  $\Omega$  podzielono na 5 rozłącznych części narzucając następujące warunki brzegowe:

- na części brzegu  $\partial\Omega_0$  (ogrzewana podstawa walca – rys. 2) zadano warunek brzegowy drugiego rodzaju, czyli znany strumień ciepła  $Q_{src}$  (element grzejny)

$$\frac{\partial T(\mathbf{x})}{\partial n} = Q_{src} \quad \text{dla } \mathbf{x} \in \partial\Omega_0; \quad (2)$$

lub pierwszego rodzaju

$$T(\mathbf{x}) = T_{src} \quad \text{dla } \mathbf{x} \in \partial\Omega_0; \quad (3)$$

- na granicy dwóch podobszarów

$$\begin{cases} T_1(\mathbf{x}) = T_2(\mathbf{x}) \\ -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \end{cases}, \quad \text{dla } \mathbf{x} \in \partial\Omega_{1-2}; \quad (4)$$

- na częściach brzegu  $\partial\Omega_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) założono warunki trzeciego rodzaju

$$-\lambda_i \frac{\partial T(\mathbf{x})}{\partial n} = \alpha_i (T(\mathbf{x}) - T_{out}) \quad \text{dla } \mathbf{x} \in \partial\Omega_i \quad \text{oraz } i = 1, 2, 3, \quad (5)$$

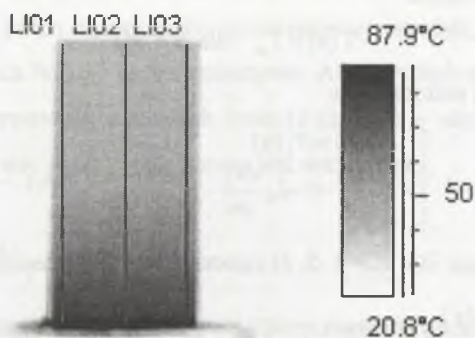
gdzie:  $T_{out}$  jest temperaturą otoczenia, a  $\alpha_i$  [W/m<sup>2</sup> K] - współczynnikami przejmowania ciepła na poszczególnych częściach brzegu ( $\alpha_1 = \alpha$ ,  $\alpha_2 = \alpha_p$ ,  $\alpha_3 = \alpha_i$ ) - patrz rys. 1.

W obliczeniach współczynniki przewodności cieplnej  $\lambda_i$  poszczególnych materiałów są niezależne od temperatury. Przedstawione w pracy porównanie wyników pomiarów eksperymentalnych i obliczeń numerycznych odpowiada modelowi składającemu się z pojedynczej próbki (tylko obszar  $\Omega_1$ ), a analizy oparte jedynie na symulacjach numerycznych (punkt 4 pracy) dotyczą pełnego modelu jak na rys. 2.

Jeśli wszystkie wielkości opisujące zadanie (rys. 2.) są określone, tzn. znane są wartości współczynników  $\lambda_i$ ,  $\alpha_i$ , temperatura otoczenia  $T_{out}$  oraz strumień ciepła  $Q_{src}$ , to rozwiązując równania (1) ÷ (5) wyznaczmy rozkład temperatury w rozważanym obszarze  $\Omega$ . Gdy niektóre z wymienionych parametrów modelu są nieznane, to nie jest możliwe uzyskanie pola temperatury przez rozwiązanie zadania bezpośredniego. Jednak dysponując zmierzonymi wartościami temperatury w wybranych punktach na brzegu próbki można poszukiwać brakujących wielkości rozwiązując parametryczne zagadnienie odwrotne przewodnictwa ciepła (por. np. [6]).

### 3.1. Wyniki eksperymentu i ich analiza numeryczna

Pomiary stanu stacjonarnego wykonano na 3 próbkach walcowych (bez dodatkowej próbki materiału porównawczego, odpowiadającego obszarowi  $\Omega_2$  na rys. 2.). Wzdłuż tworzącej walca rejestrowano temperaturę w 104 równomiernie rozstawionych punktach pomiarowych (rys. 3). Ze względu na niejednorodność materiału, doświadczenie powtarzano obserwując próbkę z czterech stron obracając ją co  $90^\circ$ .



Rys. 3. Przykładowy odczyt z kamery termowizyjnej. Punkty pomiaru temperatury rozmieszczone równomiernie wzdłuż środkowej linii LI02 zaznaczonej na próbce

Fig. 3. An example of thermal image grabbed with infrared camera. Measurement points evenly distributed along central line LI02 marked on the image

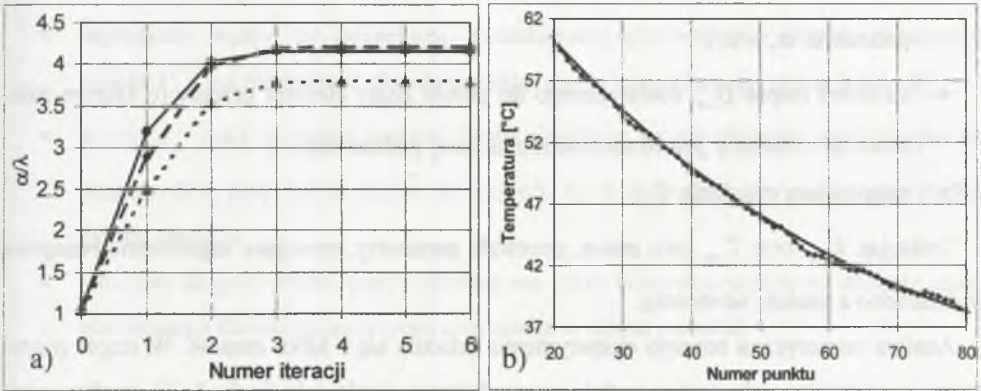
Wyniki eksperymentu posłużyły jako zbiór dodatkowych danych niezbędnych do rozwiązania stacjonarnego zadania odwrotnego, w którym poszukiwanymi były dwa nieznanne parametry decydujące o rozkładzie temperatury w badanej próbce – pierwszy, to stosunek współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni walca do współczynnika przewodzenia ciepła materiału próbki ( $\alpha/\lambda$ ), drugi – temperatura elementu grzejnego u podstawy walca ( $T_{gr}$ ). Założono, że temperatura ma tę samą wartość na całej powierzchni grzania. Stosując metodę współczynników wrażliwości (por. [6]) znaleziono nieznaną wartość parametru z warunku minimum funkcji celu w postaci:

$$\Delta(\mathbf{Y}) = [\mathbf{U} - \mathbf{T}]^T [\mathbf{U} - \mathbf{T}] \rightarrow \min. \quad (6)$$

gdzie  $\mathbf{U}$  – kolumna zmierzonych wartości temperatury w punktach pomiarowych,  $\mathbf{T}$  – temperatury w tych samych punktach wyznaczone numerycznie.

Początkowe (startowe) wartości w procesie iteracyjnego poszukiwania zmiennych decyzyjnych przyjęto następująco:  $T_{src} = 70^{\circ}\text{C}$  oraz  $\alpha/\lambda = 1.04$ . Stacjonarne zadanie odwrotne zbiegło się bardzo szybko, dając poszukiwane wielkości już po czwartej iteracji, co pokazuje rys. 4a dla trzech serii pomiarów.

Na rys. 4b porównano temperatury na powierzchni próbki uzyskane z pomiaru kamerą i z rozwiązania zadania odwrotnego.



Rys. 4. a) Parametr  $\alpha/\lambda$  w kolejnych krokach iteracji uzyskany dla trzech ciągów pomiarów; b) porównanie rozkładów pola temperatury z pomiarów i obliczeń numerycznych

Fig. 4. a) Ratio  $\alpha/\lambda$  in iteration steps for three data sets; b) temperature field comparison for numerical and experimental data

#### 4. Analiza numeryczna zmodyfikowanego pomiaru $\lambda$

Jak łatwo zauważyć, w opisanym równaniami (1) – (5) ustalonym zagadnieniu przewodzenia ciepła, trzy spośród czterech wielkości ( $\lambda$ ,  $\alpha$ ,  $T_{out}$ ,  $T_{src}$ ), decydujących o rozkładzie temperatury wewnątrz i na powierzchni analizowanego obszaru, są zależne. Istnieje więc nieskończenie wiele takich „trójek”  $\lambda$ ,  $\alpha$ ,  $T_{out}$  dla których można uzyskać identyczny rozkład temperatury wzdłuż tworzącej walca. Stąd, jeżeli założyć, że możliwe jest dokładne wyznaczenie temperatury otoczenia  $T_{out}$  klasycznymi miernikami, w opisanym wyżej eksperymencie niezależnymi pozostaną jedynie  $T_{src}$  oraz stosunek  $\alpha/\lambda$ . Tak więc współczynnik przewodzenia ciepła można byłoby określić tylko w przypadku, gdyby znany był współczynnik przejmowania ciepła. Jak wiadomo, jest to jednak trudny do wyznaczenia parametr.

Problem rozwiązano modyfikując eksperyment przez połączenie badanej, walcowej próbki betonowej z walcem wykonanym z materiału o znanej przewodności (patrz rys. 2.). Założono,

że najbardziej istotnymi parametrami decydującymi o rozkładzie temperatury na tworzącej walca są:

- współczynniki przewodzenia ciepła betonu  $\lambda_1 = k_{con}$  oraz znanego materiału porównawczego  $\lambda_2 = k_{por}$ ;
- współczynniki przejmowania ciepła: na powierzchni bocznej walca betonowego  $\alpha_1 = \alpha$ , na powierzchni bocznej walca „porównawczego”  $\alpha_2 = \alpha_p$  oraz na górnej podstawie  $\alpha_3 = \alpha_t$ ;
- strumień ciepła  $Q_{src}$  dostarczanego do próbki przez element grzejny (o którym założono, że rozłożony jest równomiernie na całej podstawie);
- temperatura otoczenia  $T_{out}$ .

Traktując  $k_{por}$  oraz  $T_{out}$  jako znane, pozostałe parametry, opisujące zagadnienie brzegowe wyznaczono z analizy odwrotnej.

Analiza numeryczna nowego eksperymentu składała się z kilku etapów. W etapie pierwszym, rozwiązując cały szereg zadań przewodnictwa ciepła (równania 1÷5), analizowano, jaka powinna być przewodność walca porównawczego, aby profil temperatury brzegowej był najlepszy do wykorzystania w rozwiązaniu zagadnienia odwrotnego o 5 parametrach decyzyjnych. Ostatecznie przyjęto  $\lambda_2 = k_{por} = 0.2$  [W/mK].

Następnie analizowano, który z układów pomiarowych:

- *element grzejny – walec betonowy – walec porównawczy* (układ **A**),
- *element grzejny – walec porównawczy – walec betonowy* (układ **B**),

oraz jaki stosunek wysokości walców dają korzystniejszy – z numerycznego punktu widzenia - profil temperatury. W tym celu rozwiązano najpierw kilkadziesiąt zagadnień odwrotnych z pięcioma parametrami decyzyjnymi - poszukiwanymi wielkościami:  $Q_{src}$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha_p$ ,  $\alpha_t$ ,  $k_{con}$ . Pomiary temperatury były symulowane komputerowo, poprzez losowo narzucane błędy -  $\Delta T_{max} = \pm 0.8^\circ C$  - na temperaturę brzegową, uzyskiwaną z rozwiązania zagadnienia bezpośredniego dla dokładnych wartości parametrów decyzyjnych.

Badano próbki o różnych wysokościach walca porównawczego. Przy maksymalnych błędach, nawet czterokrotnie przewyższających dokładność pomiaru kamerą termowizyjną, wszystkie zadania były zbieżne i tylko nieliczne rozwiązania znacząco odbiegały od dokładnego.



Z analizy wyników obliczeń wykonanych dla symulowanych numerycznie pomiarów termowizyjnych oraz dla tworzywa o  $k_{por} = 0.2$  [W/mK] wynika, że:

- dla jak najdokładniejszego określenia przewodności  $k_{con}$  badanej próbki  $\Omega_1$  należy umieścić ją pomiędzy źródłem ciepła a materiałem porównawczym  $\Omega_2$  (układ A), przy czym wysokość próbki porównawczej  $LY_{por}$  powinna być równa  $\frac{1}{4}$  długości próbki betonowej  $LY$ ,
- największy wpływ na dokładność poszukiwanej przewodności cieplnej betonowej próbki  $k_{con}$  ma dokładność określenia ilości ciepła dostarczanego przez źródło  $Q_{src}$ ,
- $\alpha$  oraz  $\alpha_p$  mają znaczący wpływ, jeżeli określone są na obszarze znajdującym się bezpośrednio przy źródle ciepła, ze względu na wyższe gradienty temperatur wzdłuż brzegu obszaru,
- mniejsza długość próbki porównawczej ma także korzystny wpływ na długość czasu niezbędnego dla osiągnięcia stanu ustalonego w eksperymencie.

## 5. Podsumowanie

Wyniki pierwszych pomiarów laboratoryjnych oraz analiz numerycznych wydają się dowodzić, że zaproponowany sposób wyznaczania - w zmodyfikowanej postaci - współczynnika przewodzenia ciepła mógłby być z powodzeniem stosowany do badania jednorodnych i niejednorodnych materiałów budowlanych. W dalszych badaniach należałoby określić optymalne wymiary i sposób wygrzewania próbek (prawdopodobnie różny dla różnych materiałów), by zminimalizować czas dochodzenia do stacjonarnego pola temperatury. W przypadku betonu wynosi on od kilku do kilkunastu godzin. Z teoretycznego (numerycznego) punktu widzenia eksperyment oparty na niestacjonarnym zadaniu odwrotnym mógłby znacznie skrócić proces nagrzewania próbek przez wykorzystanie wyników pomiarów wykonanych w określonej liczbie chwil czasowych, jednakże w praktyce byłoby to zadanie trudniejsze i kosztowniejsze (m. in. dodatkowe oprogramowanie) oraz konieczne byłoby uwzględnienie dodatkowych parametrów (m.in. ciepła właściwego i gęstości betonu) decydujących o procesie przepływu ciepła.

Praca została wykonana w ramach projektu badawczego nr 7 T07E 040 19 finansowanego przez KBN.

## LITERATURA

1. Shih J.K.C., Delpak R., Hu C.W., Plassmann P, Wawrzynek A., Kogut M., Application of Infrared Thermography for Damage Detection in Structural Concrete - A Preliminary Report, *NDTISS'99 Book of Proc.* UFSM, Santa Maria, RS, Brazil 1999.
2. Wawrzynek A., Kogut M., Nowak A., Delpak R., Hu C. H., Regularisation method in geometrical inverse heat conduction problems, *Proc. of European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering - ECCOMAS 2000*, Barcelona 2000.
3. Shih J.K.C., Delpak R., Hu C.W., Plassmann P., Wawrzynek A., Evaluating the thermo-mechanical properties of materials using thermography, *Condition Monitor*, No. 163, July 2000.
4. Shih J.K.C., Wawrzynek A., Kogut M., Delpak R., Hu C.W., Plassmann P., Thermo-mechanical Properties Calibration for Construction Industry Cementitious Material Using Infrared Camera and Conventional Methods, *A World of Thermography, William Hershel Infrared Bicentenary Conference Held at Guildhall, Bath, England, March 2000*
5. Wawrzynek A., Bartoszek M., Delpak R., Hu C.W., Termografia jako źródło danych dla odwrotnych zagadnień przewodnictwa ciepła, *IV Konferencja Termografii i Termowizji w Podczzerwieni*, Pp. 97-102, Łódź 2000.
6. Bartoszek M., Współczynnikowe zagadnienie odwrotne przewodnictwa ciepła, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej*, ser.: Budownictwo z. 89, nr kol. 1482, Gliwice 2000.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Bohdan Mochnacki

**Abstract**

Inverse thermal analysis with data from measurements by means of infrared camera can be used as a new tool in evaluation of thermal parameters. Results of the first laboratory experiments and numerical analysis, seem to proof that proposed modified method of thermal conductivity evaluation, can be successfully applied for homogenous and non-homogenous built materials testing. Futures research should concentrate on the optimization of sample dimensions and way of heating for minimization of time needed to obtain steady-state in samples. Some suggestions derived from numerical simulations of experiment are presented.