ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2000
Seria: BUDOWNICTWO z. 93 Nr kol. 1514

Janusz KOZUBAL*
Politechnika Wrocławska

NOŚNOŚĆ GRANICZNA ZAKOTWIEŃ W GRUNTACH NIENASYCONYCH

Streszczenie. Poniżej rozwiązano zadanie brzegowe zakotwienia, w gruntach nienasyconych, metodami nośności granicznej. Poziome płyty kotwiące często stosowane są w technice w sytuacjach umocnień głębokich wykopów lub w przypadku konieczności przeniesienia dużych sił poziomych. W warunkach obniżenia zwierciadła wody wokół wykopu należy przeanalizować wpływ zjawiska ssania w gruncie na nośność umocnienia.

APPLICATION OF APPROXIMATE METHODS IN UNSATURATED SOILS

Summary. Here a simplistic but theoretically correct analysis of anchors problems for unsaturated soils with negative pore-water pressures. Are presented appropriate expressions for the force critical limit. Also the active and passive earth pressures for an unsaturated soil were determined by assuming that the soil is in a state of limit equilibrium.

1. Wprowadzenie

Znane są rozwiązania zadań brzegowych dla zakotwień w gruntach nasyconych [1]. Brak jest analogicznych rozważań dla wielu zagadnień związanych z gruntami nienasyconymi. Grunty te, charakteryzujące się ujemnym ciśnieniem porowym wody, stanowią szeroką kategorię materiałów geologicznych. Występują powyżej poziomu zwierciadła wody gruntowej.

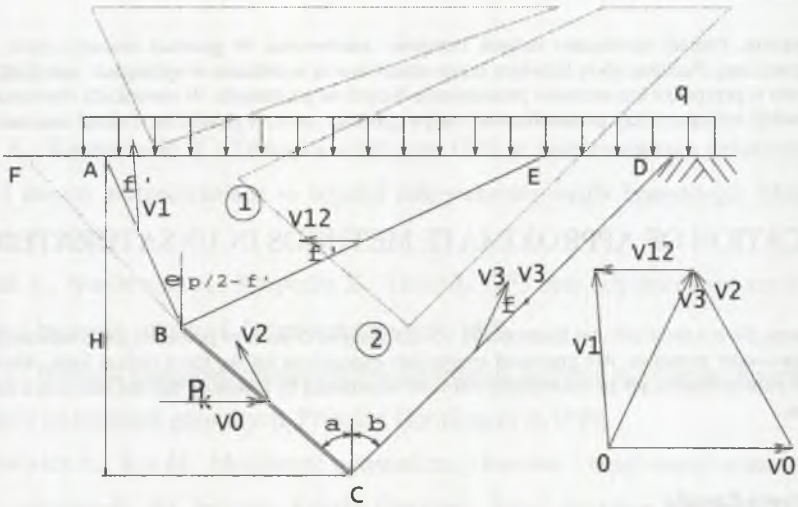
W pracy rozwiązano metodami nośności granicznej zadanie parcia i odporu na pionową, gładką ścianę oporową. Aby rozwiązania dobrze oddawały rzeczywisty charakter pracy konstrukcji, przyjęto opis ssania jako funkcję kwadratową głębokości, uwzględniono również wpływ pęknięć pionowych. Rozwiązania uzyskano przyjmując zmodyfikowany warunek stanu granicznego, który uwzględnia istnienie ujemnego ciśnienia wody w porach gruntu.

---

* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Ryszard Izbicki.

2. Ocena górna nośności pochylonej płyty kotwiącej, mechanizm dwublokowy

Aby uzyskać ocenę nośności granicznej zakotwienia płytą nachyloną zbudowano mechanizm dwublokowy. Jako geometryczne zmienne niezależne przyjęto kąt β, ε, natomiast nachylenie prostej BE jest stałe i tak dobrane, aby wektor prędkości v_{12} zawsze był poziomy. Na rys.1 pokazano opisany mechanizm, prędkość pionowa obu bloków jest identyczna i wynosi v_h.



Rys. 1. a - Mechanizm dwublokowy zniszczenia przy przesunięciu nachylonej płyty kotwiącej, b – hodograf prędkości
Fig. 1. a – Kinematically admissible mechanism, b – velocity hodograph

Z hodografu wyznaczono prędkości poruszania się bloku 1 oraz 2, które podobnie jak poprzednio:

$$v_1 = \frac{v_h}{\cos(\varepsilon - \varphi')}, \quad v_3 = \frac{v_h}{\cos(\beta - \varphi')}, \tag{1}$$

gdzie prędkość pionowa bloków wynosi:

$$v_h = \frac{v_0}{\mathrm{tg}(\alpha - \delta) + \mathrm{tg}(\beta - \varphi')}, \tag{2}$$

natomiast prędkość przemieszczania się bloków względem siebie wynosi:

$$v_{12} = v_h \,\mathrm{tg}(\beta - \varphi'). \tag{3}$$

Kolejno długości boków, na których następuje skok prędkości:

$$AB = (H - h\cos\alpha)\,\mathrm{tg}\,\varepsilon, \qquad CD = \frac{H}{\cos\beta}, \tag{4}$$

$$BE = \frac{H - h\cos\alpha}{\sin\varphi'}, \tag{5}$$

$$AD = H(\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}\,\beta) - (H - h\cos\alpha)(\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}\,\varepsilon). \tag{6}$$

Pole obszaru przemieszczającego się z prędkością v_h wynosi:

$$P_{ABCD} = \frac{1}{2}H^2(\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}\,\beta) - \frac{1}{2}(H - h\cos\alpha)^2(\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}\,\varepsilon). \tag{7}$$

Dysypacja energii na liniach nieciągłości wynosi:

$$D_{AB} = v_1\cos\varphi' AB\left[\tfrac{1}{3}A(H - h\cos\alpha)^2 + \tfrac{1}{2}B(H - h\cos\alpha) + C\right], \tag{8}$$

$$D_{BE} = v_{12}\cos\varphi' BE\left[\tfrac{1}{3}A(H - h\cos\alpha)^2 + \tfrac{1}{2}B(H - h\cos\alpha) + C\right], \tag{9}$$

$$D_{CD} = v_3\cos\varphi' H\left[\tfrac{1}{3}AH^2 + \tfrac{1}{2}BH + \frac{C}{\cos\beta}\right], \tag{10}$$

od obciążenia naziomu:

$$D_q = ADqv_h. \tag{11}$$

Moc sił ciężkości ma wartość określoną wzorem:

$$L_\gamma = P_{ABCD}\gamma v_h. \tag{12}$$

Stąd sumując dysypacje wraz z i porównując z siłą zewnętrzną P_k otrzymujemy oszacowanie górne:

$$P_k = \frac{1}{v_0}\left(L_\gamma + L_q + D_{AB} + D_{CD} + D_{BE}\right), \tag{13}$$

dla takiej wartości kątów ε, β przy której wzór (13) przyjmuje wartość najmniejszą.

Tablica 1

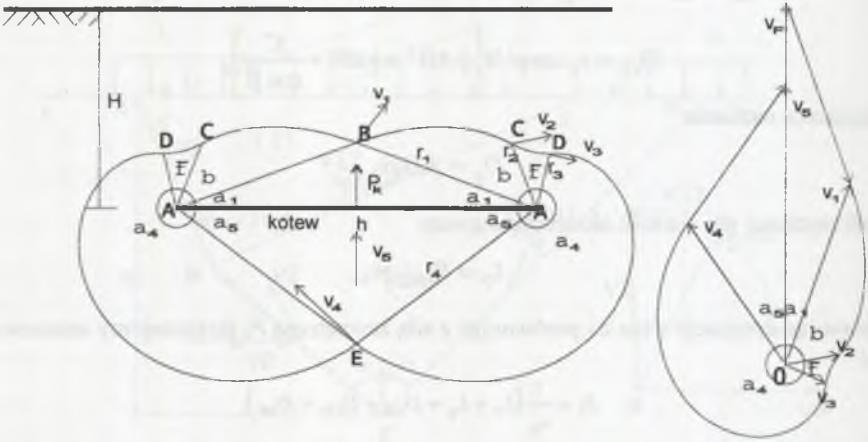
Zestawienie wartości nośności płyty kotwiącej P_k [kN/m], ocena górna

Nachylenie kotwy α	Wysychanie typ C Ψ_0=100	Nawilżanie typ D Ψ_{max}=25	Brak ssania
0	1862	1316	1069
10	1422	976	926
20	1120	816	755
30	934	737	619
40	831	607	507
50	633	461	427
60	535	405	317
70	360	265	252
80	207	156	131

W rozwiązaniach (tablica 1) wzrost ssania w przekroju na wartość nośności jest decydujący.

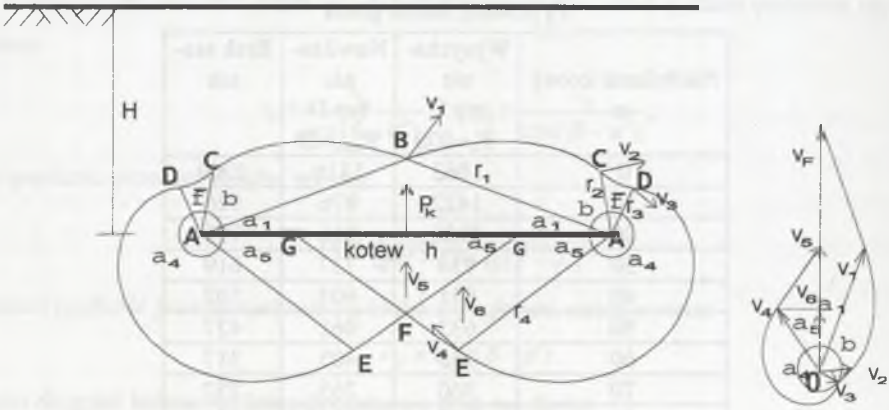
3. Ocena górna nośności głębokiej płyty kotwiącej

Poniżej przedstawiono rozwiązanie zadania kotwy głębokiej, powierzchnia kotwy jest szorstka, stąd zastosowano mechanizm typu Prandtla, podłoże nienasycone, opis parametrów wytrzymałościowych w zadaniu podobnie jak w poprzednich przykładach. Poprawność kinematyczna rozwiązania wymusza stosowanie zamkniętego warunku plastyczności rozszerzonego do przestrzeni trzech zmiennych stanu naprężenia: s^{netto}, t, Ψ. Schemat zadania pokazano na rys. 2-4.



Rys. 2. Wariant I; a – schemat mechanizmu dla głębokiego zakotwienia, warunek SG zamknięty, b – hodograf prędkości

Fig. 2. Case I a – kinematically admissible mechanism for deep anchor, closed Coulomb Mohr criterion b – velocity hodograph



Rys. 3. Wariant II; a – schemat mechanizmu dla głębokiego zakotwienia, warunek SG zamknięty, b – hodograf prędkości

Fig. 3. Case II a – kinematically admissible mechanism for deep anchor, closed Coulomb Mohr criterion b – velocity hodograph

Na schematach i w obliczeniach oznaczono kolejne kąty jak poniżej:

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_2'}{2}, \quad \alpha_4 = \frac{3\pi}{2} - \beta, \quad \alpha_5 = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2}, \tag{14}$$

początkowy promień obrotu obszaru *ABC*, oraz jego prędkość wynosi:

$$r_1 = \frac{h}{2\cos\alpha_1}, \quad v_1 = \frac{V_F}{2\cos\alpha_1}, \tag{15}$$

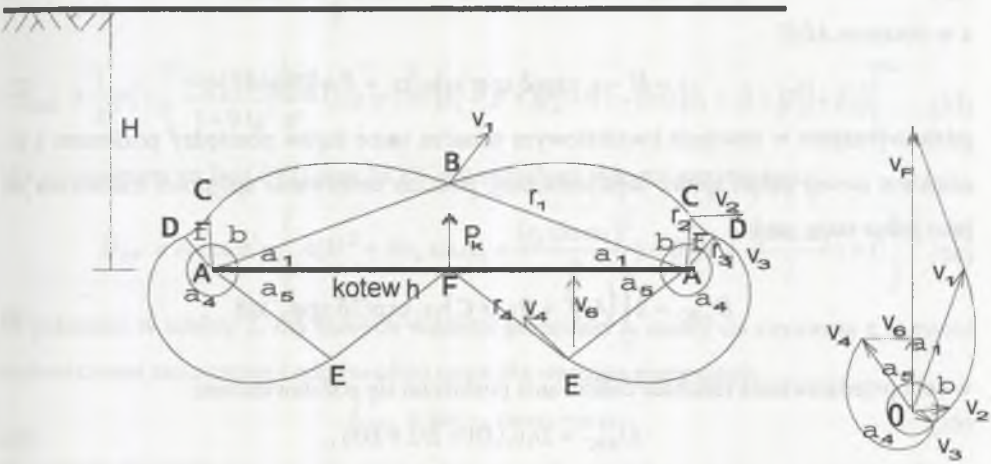
kolejne promienie i prędkości tworzone są za pomocą równania spirali logarytmicznej:

$$r_2 = r_1 \exp(\beta \operatorname{tg}\varphi_2'), \qquad v_2 = r_1 \exp(\beta tg\, \varphi_2'), \tag{16}$$

$$r_3 = r_1 \exp(\beta \operatorname{tg}\varphi_2' + |\overline{\varphi}| \operatorname{tg}\overline{\varphi}), \quad v_3 = v_1 \exp(\beta \operatorname{tg}\varphi_2' + |\overline{\varphi}| \operatorname{tg}\overline{\varphi}) \tag{17}$$

$$r_4 = r_1 \exp(\beta \operatorname{tg}\varphi_2' + |\overline{\varphi}| \operatorname{tg}\overline{\varphi} + \alpha_4 \operatorname{tg}\varphi'), \quad v_4 = v_1 \exp(\beta \operatorname{tg}\varphi_2' + |\overline{\varphi}| \operatorname{tg}\overline{\varphi} + \alpha_4 \operatorname{tg}\varphi') \tag{18}$$

wielkość ostatniego promienia r_4 służy do oszacowania mechanizmu zniszczenia, w tablicy 2 podano zestawienie możliwych wartości i odpowiadający im schemat.



Rys. 4. Wariant III; a - schemat mechanizmu dla głębokiego zakotwienia, warunek SG zamknięty, b – hodograf prędkości

Fig. 4. Case III a – kinematically admissible mechanism for deep anchor, closed Coulomb Mohr criterion b – velocity hodograph

Tablica 2

Zakres obowiązywania schematów zniszczenia (por. rys.2-4)

Wartość r_4	Schemat
$0 \le r_4 < \frac{h}{4}\cos\alpha_5$	III
$\frac{h}{2}\cos\alpha_5 \le r_4 < \frac{h}{2}\cos\alpha_5$	II
$r_4 = \frac{h}{2}\cos\alpha_5$	I
$r_4 > \frac{h}{2}\cos\alpha_5$	mechanizm kinematycznie niepoprawny

Dysypacja energii na linii AB wynosi:

$$D_{AB} = r_1 v_1 \cos\varphi_2' \left[A(H^2 - H\frac{h}{2}\operatorname{tg}\alpha_1 + \frac{h^2}{12}\operatorname{tg}^2\alpha_1) + B(H - \frac{h}{4}\operatorname{tg}\alpha_1) + C \right], \tag{19}$$

natomiast moc rozwijana przez siły ciężkości w obszarze ABA wyraża się wzorem:

$$L_{ABA} = \frac{1}{8} v_F \gamma h^2 \operatorname{tg}\alpha_1, \tag{20}$$

w obszarach, których krawędź i prędkości opisane są równaniem spirali logarytmicznej spójność uzależniona jest od wysokości y, ta zaś zmienia się w obszarze ABC zgodnie z równaniem:

$$y_1 = H - r_1 \exp(\delta \operatorname{tg}\varphi_2')\sin(\alpha_1 + \delta), \tag{21}$$

natomiast w obszarze ACD:

$$y_2 = H - r_2 \exp(\delta \operatorname{tg}\overline{\varphi})\sin([\alpha_1 + \beta] + \delta), \tag{22}$$

a w obszarze ADE:

$$y_2 = H - r_3 \exp(\delta \operatorname{tg}\varphi')\sin([\alpha_1 + \beta + |\overline{\varphi}|] + \delta), \tag{23}$$

gdzie wyrażenie w nawiasie kwadratowym oznacza sumę kątów pomiędzy poziomem a początkiem nowej gałęzi spirali logarytmicznej, podczas całkowania spójności traktowana jest jako jedna stała, stąd:

$$D_{ABC} = 2\int_0^{\beta} \left(Ay_1^2 + By_1 + C\right) r_1 v_1 \exp(2\delta \operatorname{tg}\varphi_2')d\delta, \tag{24}$$

w celu przedstawienia rezultatu całkowania posłużono się podstawieniami:

$$D_{ABC} = 2r_1 v_1 (D1 + D2 + D3), \tag{25}$$

gdzie czynniki $D1$, $D2$ $D3$ oznaczają kolejno:

$$D1 = \left[\frac{1}{2}\operatorname{ctg}\varphi_2' \exp(2\delta \operatorname{tg}\varphi_2')\right]_0^{\beta} (C + BH), \tag{26}$$

$$D2 = \left[\frac{\exp(3\delta \operatorname{tg}\varphi_2')}{1 + 9\operatorname{tg}^2\varphi_2'}\left(3\operatorname{tg}\varphi_2'\sin(\alpha_1 + \delta) - \cos(\alpha_1 + \delta)\right)\right]_0^{\beta} (Br_1 + 2AHr_1), \tag{27}$$

$$D3 = \left[\frac{\exp(4\delta \operatorname{tg}\varphi_2')}{8(1 + 4\operatorname{tg}^2\varphi_2')\operatorname{tg}\varphi_2'}\left(\left(1 + 4\operatorname{tg}^2\varphi_2'(1 - \cos(2\alpha_1 + 2\delta))\right) - 2\operatorname{tg}\varphi_2'\sin(2\alpha_1 + 2\delta)\right)\right]_0^{\beta} Ar_1^2. \tag{28}$$

Moc dysypowana przez siły ciężkości w obszarze ABC wynosi:

$$L_{ABC} = \frac{1}{2}\gamma r_1^2 v_1 \left[\frac{\exp(3\delta \operatorname{tg}\varphi_2')}{1+9\operatorname{tg}^2\varphi_2'} \left(3\operatorname{tg}\varphi_2' \sin(\alpha_1+\delta) - \cos(\alpha_1+\delta)\right) \right]_0^{\beta}. \tag{29}$$

Podobnie jak w przypadku obszaru ABC postąpiono z dysypacją w ACD (30) i ADE (32) oraz odpowiednimi mocami sił ciężkości (31) i (33):

$$D_{ACD} = 2\int_0^{|\overline{\varphi}|} \left(Ay_2^2 + By_2 + C\right) r_2 v_2 \exp(2\delta \operatorname{tg}\overline{\varphi}) d\delta, \tag{30}$$

$$L_{ACD} = \frac{1}{2}\gamma r_2^2 v_2 \left[\frac{\exp(3\delta \operatorname{tg}\overline{\varphi})}{1+9\operatorname{tg}^2\overline{\varphi}} \left(3\operatorname{tg}\overline{\varphi} \sin([\alpha_1+\beta]+\delta) - \cos([\alpha_1+\beta]+\delta)\right) \right]_0^{|\overline{\varphi}|}, \tag{31}$$

$$D_{ADE} = 2\int_0^{\alpha_4} \left(Ay_3^2 + By_3 + C\right) r_3 v_3 \exp(2\delta \operatorname{tg}\varphi') d\delta, \tag{32}$$

$$L_{ADE} = \frac{1}{2}\gamma r_3^2 v_3 \left[\frac{\exp(3\delta \operatorname{tg}\varphi')}{1+9\operatorname{tg}^2\varphi'} \left(3\operatorname{tg}\varphi' \sin([\alpha_1+\beta+|\overline{\varphi}|]+\delta) - \cos([\alpha_1+\beta+|\overline{\varphi}|]+\delta)\right) \right]_0^{\alpha_4}. \tag{33}$$

Moc dysypowana na linii EFG oraz na EF jest określona jednym wyrażeniem:

$$D_{EF} = r_4 \cos\varphi' v_4 \left[A(H^2 + Hr_4 \sin\alpha_5 + \frac{(r_4 \sin\alpha_5)^2}{3}) + B(H + \frac{r_4 \sin\alpha_5}{2}) + C \right]. \tag{34}$$

Jak pokazano w tablicy 2, dla różnych wartości promienia r_4 mamy do czynienia z różnymi mechanizmami zniszczenia i odpowiednio moce dla wariantu pierwszego:

$$L_{AEA} = \gamma h r_4 v_4 \sin\alpha_5 \cos\alpha_5, \tag{35}$$

dla wariantu drugiego:

$$L_{AFE} = \gamma h r_4^2 v_4 \sin\alpha_5 \cos^2\alpha_5, \tag{36}$$

natomiast dla wariantu trzeciego:

$$L_{AGFE} = \gamma v_4 \left(r_4^2 \sin\alpha_5 \cos^2\alpha_5 - (r_4 \cos\alpha_5 - \frac{h}{2})^2 \sin\alpha_5 \right), \tag{37}$$

$$L_{GFG} = 2\gamma v_4 \sin\alpha_5 \left(r_4 \cos\alpha_5 - \frac{h}{2} \right)^2, \tag{38}$$

Aby znaleźć oszacowanie górne, należy poszukać takiej wartości kąta, β, dla której oszacowanie P_k będzie najniższe. Dużą trudność sprawi analityczne znalezienie minimum funkcji P_k, stąd rozwiązania uzyskano mieszaną metodą analityczno – numeryczną.

4. Uwagi końcowe

W pracy wyprowadzono wzory na nośność graniczną płyt kotwiących, z uwzględnieniem zmiennych wartości ssania macierzystego, występującego w gruntach nienasyconych. Wraz ze wzrostem ssania rośnie nośność graniczna, natomiast zmniejszenie się ssania powoduje spadek nośności. Bezpośrednio na wartość nośności granicznej wpływa rozkład ssania w profilu i głębokość położenia zwierciadła wody gruntowej.

LITERATURA

1. Derski W., Izbicki R., Kisiel I., Mróz Z.: Rock and Soil Mechanics, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam 1988.
2. Fredlund D. G. , rahardjo H.: Soil mechanics for unsaturated soils., J. Wiley, New York 1993.
3. Izbicki R. J. , Kozubal J.: Nośność graniczna gruntowego podłoża nienasyconego, Krynica 2001.
4. Izbicki R.J., Kozubal J.: Zamknięty liniowy warunek stanu granicznego dla gruntów nienasyconych, XLV Konferencja KILiW PAN, Krynica 1999, s. 147-152.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Maciej Gryczmański

Abstract

The results of the anchors problems calculations for unsaturated subsoil are presented. An average change in matric suction is assumed in order to compute the changes in the ultimate load of the soil. An increase in the soil matric suction brings an increase in the load capacity, while a decrease in matric suction reduces.