

Janusz GUZIK

OCENA GRANICZNEJ ZDOLNOŚCI ROZDZIELCZEJ KONWERTERA
PRĄD-NAPIĘCIE PRZY PRZETWARZANIU SKRAJNIE MAŁYCH PRĄDÓW
INFRAKRAJNEJ CZĘSTOTLIWOŚCI (10^{-9} - 10) Hz

Streszczenie. W pracy zaproponowano oryginalną metodę oceny zdolności granicznej konwertera prąd-napięcie, opierając się na definicji czułości granicznej przetwornika pomiarowego [5]. Zamieszczono wykresy umożliwiające szybką ocenę granicznej zdolności rozdzielczej konwertera w założonym obszarze zastosowań.

EVALUATION OF A LIMITING RESOLUTION OF A CURRENT-TO-VOLTAGE
CONVERTER WHEN CONVERTING EXTREMELY WEAK CURRENTS OF INFRA-LOW
FREQUENCY RANGE (10^{-9} - 10) Hz

Summary. In the paper, an original evaluation method of current-to-voltage converter limiting resolution, based on the measuring converter limiting sensitivity definition [5], is proposed. The diagrams for a quick limiting resolution evaluation of the converter in the field of assumed applications have been included.

ОЦЕНКА ГРАНИЧНОЙ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ
ТОК-НАПРЯЖЕНИЕ ПРИ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЭКСТРЕМАЛЬНО МАЛЫХ ТОКОВ
ИНФРАНИЗКОЙ ЧАСТОТЫ (10^{-9} - 10) Гц

Резюме. В работе обсужден оригинальный метод оценки граничной разрешающей способности преобразователя ток-напряжение на базе определения граничной чувствительности измерительного преобразователя [5]. Помещены диаграммы для быстрой оценки граничной разрешающей способности преобразователя в принятой области применений.

1. Wprowadzenie

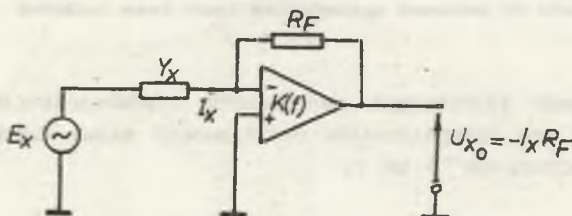
Konwerter prąd-napięcie ze wzmacniaczem operacyjnym jest układem znanym i wielokrotnie opisanym w literaturze (np. [6]). Zastosowanie konwerterów prąd-napięcie do przetwarzania skrajnie małych prądów (tj. prądów porównywalnych z prądami polaryzacyjnymi wzmacniaczy operacyjnych) w nietypowym zakresie częstotliwości (10^{-9} - 10) Hz stosowanych między innymi w diagnostyce izolacji [9] wymaga uwzględnienia wielu czynników mających wpływ na ograniczenie dokładności przetwarzania, z których jednym z istotnych są szumy własne konwertera [3].

Poziom szumów własnych konwertera prąd-napięcie decyduje o granicznych możliwościach przetwarzania prądu w interesującym nas zakresie częstotliwości. Jednym ze sposobów określenia jego granicznych możliwości przetwarzania jest podanie tzw. czułości granicznej [5], determinującej graniczną zdolność rozdzielczą konwertera prąd-napięcie.

Celem pracy jest podanie metody określenia granicznej zdolności rozdzielczej konwertera prąd-napięcie oraz określenie wpływu innych czynników na zmiany granicznej zdolności rozdzielczej zwłaszcza w zakresie infraniskich częstotliwości.

2. Szumowy schemat zastępczy konwertera

W dalszym ciągu w rozważaniach uwzględniono podstawowy układ do pomiaru prądu za pomocą konwertera prąd-napięcie (rys. 1a) oraz jego szumowy schemat zastępczy (rys. 1b).



Rys. 1a. Podstawowy układ do pomiaru prądu za pomocą konwertera I/U
Fig. 1a. Basic system for current measurement by means of I/U converter

Przez I_x i I_{Σ} oznaczono mierzony prąd wejściowy oraz zastępczy wypadkowy prąd szumów konwertera prąd-napięcie odniesiony do jego wejścia. Wielkości te są określone za pomocą zależności:

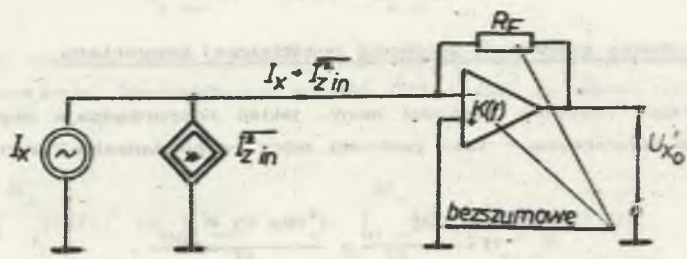
$$I_x = E_x (Y_x + Y_{in}), \quad (1)$$

$$\overline{I_{z\ in}^2} = \frac{\overline{U_{nc}^2}}{R_F} \quad (2)$$

- gdzie: E_g - siła elektromotoryczna generatora,
 Y_g - admitancja próbki dielektryka, przez którą płynie prąd I_g ,
 Y_{in} - admitancja obwodu wejściowego konwertera prąd-napięcie,
 $\overline{U_{nc}^2}$ - zastępcze wyjściowe napięcie szumów konwertera dane równaniem [2]

$$\overline{U_{nc}^2} \cong \sqrt{(\overline{e^2})^2 + (\overline{i^2} R_F)^2}, \quad (3)$$

przy czym R_F jest rezystancją pętli sprzężenia zwrotnego wzmacniacza operacyjnego, a $\overline{e^2}$ i $\overline{i^2}$ oznaczają odpowiednio zastępcze wejściowe napięcie i prąd szumów wzmacniacza operacyjnego, podawane przez producenta [4, 6].



Rys.1b. Szumowy schemat zastępczy dla konwertera I/U
 Fig.1b. Noise equivalent scheme of I/U converter

Wykorzystując równania (2) i (3), uzyskujemy wyrażenia o łącznej postaci:

$$\overline{I_{z\ in}^2} \cong \sqrt{(\overline{i^2})^2 + (\overline{e^2}/R_F)^2} \quad (4)$$

W ogólnym przypadku prąd i napięcie szumów wzmacniacza są zależne od częstotliwości, t.j. $i = i(f)$ i $e = e(f)$ i wykazują tendencję rosnącą dla zmian $f \rightarrow 0$. Związane jest to z faktem, że główną składową tych szumów stanowią szumy typu $1/f$, które narzucają szczególnie niekorzystne warunki przetwarzania skrajnie małych prądów dla najniższej częstotliwości z założonego zakresu, t.j. dla $f = 10^{-3}$ Hz [3].

Matematyczny opis zmian wybranych charakterystyk sygnałów $i(f)$ i $e(f)$ typu $1/f$ w funkcji częstotliwości, np. zmian gęstości widmowej mocy jest znany i ciągle udoskonalany [7]. Podstawową trudnością w podaniu ogólnej zależności zmian $i(f)$ i $e(f)$ jest jej ścisły związek z przyjętym modelem szumów [1], który jest zależny min. od struktury mikroelektronicznej samego wzmacniacza [2]. Dlatego też w dalszej analizie do oceny granicznych warunków przetwarzania konwertera prąd-napięcie przyjęto średniokwadratową wartość wypadkowego wejściowego prądu szumów konwertera, wyznaczoną na podstawie zależności:

$$\overline{I_{z \text{ in}}^2} = \lim_{\Delta f_z \rightarrow 0} \sqrt{\frac{1}{\Delta f_z} \int_0^{\Delta f_z} \left[I_{z \text{ in}}(f) \right]^2 df}, \quad (5)$$

gdzie Δf_z jest tu zastępczą szerokością pasma częstotliwości, zajmowaną przez wypadkowy prąd szumów $I_{z \text{ in}}(f)$ wzmacniacza. Wartość średniokwadratowa określona równaniem (5) jest możliwa do wyznaczenia w sposób eksperymentalny, co ułatwia weryfikację przyjętego modelu szumów [1, 2].

3. Określenie granicznej zdolności rozdzielczej konwertera

Na wstępie określimy gęstości mocy, jakimi rozporządzają sygnał i szumy na wejściu konwertera - tzw. gęstości mocy rozporządzalnej sygnału i szumu [5]:

$$S_{x \text{ in}}(f) = \frac{\Delta P_{x \text{ in}}}{\Delta f_x} = \frac{I_x^2 \operatorname{Re}(Y_x + Y_{\text{in}})}{\Delta f_x}, \quad (6)$$

$$S_{z \text{ in}}(f) = \frac{\Delta P_{z \text{ in}}}{\Delta f_z} = \frac{(\overline{I_{z \text{ in}}})^2 \operatorname{Re}(Y_x + Y_{\text{in}})}{\Delta f_z}, \quad (7)$$

gdzie: $\operatorname{Re}(Y_x + Y_{\text{in}}) = G_x + G_{\text{in}}$ - część rzeczywista połączenia równoległego admittancji Y_x i Y_{in} ,

Δf_x - zastępcza szerokość pasma częstotliwości zajmowana przez sygnał (tj. prąd I_x).

Następnie określimy w ogólnym przypadku wartość stosunku sygnału do szumu, wyrażoną jako iloraz mocy sygnału i mocy szumów [4], odpowiednio na wejściu i wyjściu konwertera prąd-napięcie:

$$\text{SNR}_{\text{in}} = \frac{\int_0^{\Delta f_x} S_{x \text{ in}}(f) df}{\int_0^{\Delta f_z} S_{z \text{ in}}(f) df}, \quad (8)$$

$$SNR_{out} = \frac{\int_0^{\Delta f_x} S_{x_{out}}(f) df}{\int_0^{\Delta f_z} S_{z_{out}}(f) df} \quad (9)$$

Graniczną zdolność rozdzielczą konwertera prąd-napięcie można określić jako wartość Δf_x sygnału na wejściu konwertera, przy której stosunek mocy sygnał-szum na wyjściu konwertera jest równy jedności, tj. dla przypadku, gdy $SNR_{out} = 1$ [5]. Wówczas ma miejsce następująca tożsamość:

$$(SNR_{out} = 1) \Leftrightarrow \int_0^{\Delta f_x} \langle S_{x_{out}} \rangle_{min}(f) df = \int_0^{\Delta f_z} S_{z_{out}}(f) df. \quad (10)$$

Z kolei, przy przyjęciu liniowego modelu zjawisk, obowiązują zależności [9]:

$$\langle S_{x_{out}} \rangle_{min}(f) = |K(f)|^2 \langle S_{x_{in}} \rangle_{min}(f), \quad (11)$$

$$S_{z_{out}}(f) = |K(f)|^2 S_{z_{in}}(f), \quad (12)$$

gdzie $|K(f)|$ oznacza moduł transmitancji napięciowej zastosowanego wzmacniacza operacyjnego. Wprowadzenie równań (11) i (12) do wzoru (10) pozwala zapisać:

$$\int_0^{\Delta f_x} |K(f)|^2 \langle S_{x_{in}} \rangle_{min}(f) df = \int_0^{\Delta f_z} |K(f)|^2 S_{z_{in}}(f) df. \quad (13)$$

Po zastosowaniu do wyrażenia (13) metody całkowania przez części otrzymuje się:

$$\begin{aligned} & |K(f)|^2 \Big|_0^{\Delta f_x} \int_0^{\Delta f_x} \langle S_{x_{in}} \rangle_{min}(f) df - \\ & - 2 \int_0^{\Delta f_x} \left[|K(f)| \frac{d|K(f)|}{df} \int_0^{\Delta f_x} \langle S_{x_{in}} \rangle_{min}(f) df \right] df + \\ & + |K(f)|^2 \Big|_0^{\Delta f_z} \int_0^{\Delta f_z} S_{z_{in}}(f) df - \\ & - 2 \int_0^{\Delta f_z} \left[|K(f)| \frac{d|K(f)|}{df} \int_0^{\Delta f_z} S_{z_{in}}(f) df \right] df. \end{aligned} \quad (14)$$

Przyjmując założenie, że spełnienie warunku (10) oznacza, że minimalna gęstość mocy rozporządzalnej sygnału odpowiada sytuacji, gdy na wejście konwertera oddziałuje sygnał ΔI_x , będący jego graniczną zdolnością rozdzielczą, uzyskujemy następującą zależność (porównajcie (6)):

$$(S_{x \text{ in min}}) (f) = \frac{(\Delta P_{x \text{ in min}})}{\Delta I_x} = \frac{(\Delta I_x)^2 \operatorname{Re}(Y_x + Y_{in})}{\Delta I_x} \quad (15)$$

z której wynika następująca tożsamość:

$$\int_0^{\Delta f_x} (S_{x \text{ in min}}) (f) df = \frac{(\Delta I_x)^2 \operatorname{Re}(Y_x + Y_{in}) \cdot f}{\Delta I_x} \Bigg|_0^{\Delta f_x} = (\Delta I_x)^2 \cdot \operatorname{Re}(Y_x + Y_{in}) \quad (16)$$

W pracy [3] autorzy przyjęli, że moduł transmitancji napięciowej $|K(f)|$ wzmacniacza operacyjnego daje się dobrze opisać za pomocą znanej zależności [4, 6]:

$$|K(f)| = \frac{|K_0|}{[1 + (f/f_0)^2]^{1/2}} \quad (17)$$

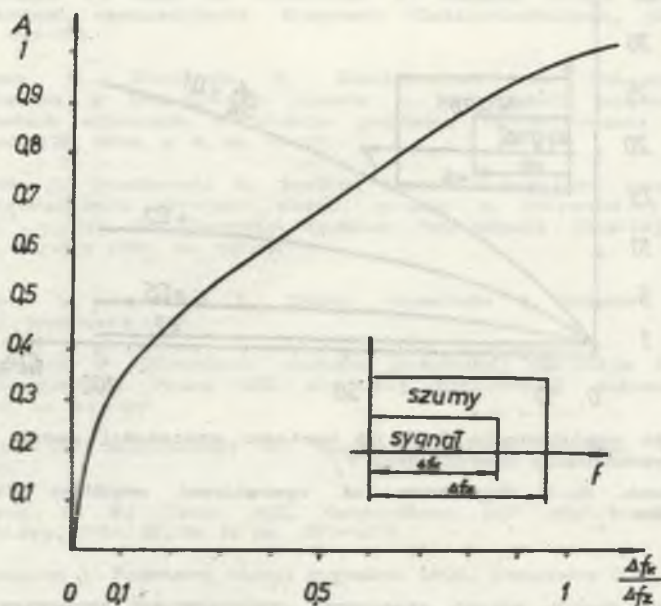
spełniającej warunek $|K(f)| \rightarrow |K_0|$ dla $f \rightarrow 0$, gdzie $|K_0|$ i f_0 oznaczają odpowiednio współczynnik wzmocnienia dla prądu stałego i 3 dB szerokość pasma przenoszenia wzmacniacza. Wstawiając zależności (7), (15), (16) i (17) do równania (14) i wykonując zaznaczone działania, uzyskuje się następującą zależność na wartość granicznej zdolności rozdzielczej ΔI_x konwertera prąd-napięcie:

$$\Delta I_x = \sqrt{I_{x \text{ in}}^2} A (\Delta f_x / \Delta f_z) B (\Delta f_x, \Delta f_z, f_0) \quad (18)$$

gdzie $A (\Delta f_x / \Delta f_z)$ i $B (\Delta f_x, \Delta f_z, f_0)$ opisane są następującymi zależnościami funkcyjnymi (rys. 2 i rys. 3):

$$A (\Delta f_x / \Delta f_z) = (\Delta f_x / \Delta f_z)^{1/2} \quad (19)$$

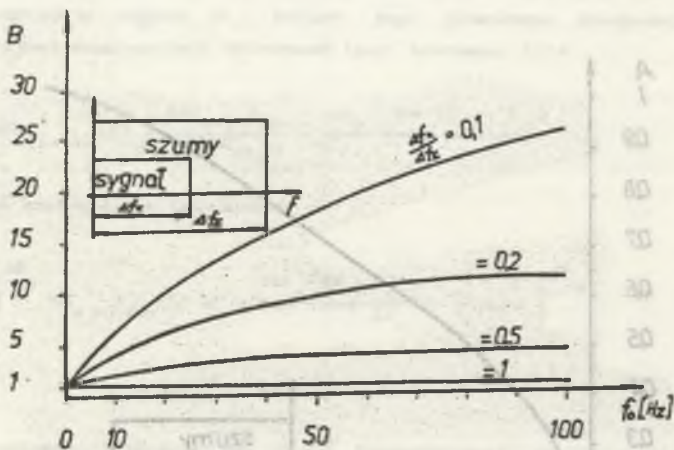
$$B (\Delta f_x, \Delta f_z, f_0) = \sqrt{\frac{\frac{\Delta f_x}{f_0} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left[\frac{\Delta f_z}{f_0} \right]}{\frac{\Delta f_x}{f_0} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left[\frac{\Delta f_z}{f_0} \right]}} \quad (20)$$



Rys.2. Zależność współczynnika A (·) od wartości stosunku $\Delta f_x/\Delta f_z$
 Fig.2. Coefficient A (·) dependence of ratio value $\Delta f_x/\Delta f_z$

Z rys. 2 i 3 wynika, że w granicznym przypadku zmian $\Delta f_x/\Delta f_z$, t.j. dla $\Delta f_x/\Delta f_z \rightarrow 1$, wartość odpowiedniego iloczynu $A(\cdot) \cdot B(\cdot) \rightarrow 1$, co oznacza, że graniczna zdolność rozdzielcza ΔI_x konwertera prąd-napięcie przyjmuje wartość $\Delta I_x = I_{z \text{ in}}^2$. Odpowiada to wartości stosunku sygnał-szum na wejściu konwertera $\text{SNR}_{\text{in}} = 1$ (por. równania (8) i (15)). Z drugiej strony, mając na uwadze typowe wartości częstotliwości $\Delta f_x = 10 \text{ Hz}$ i $\Delta f_z = (20 - 2000) \text{ Hz}$ [2] widać, że wartości stosunku $\Delta f_x/\Delta f_z = 0,005 - 0,5 < 1$, co pozwala zapisać (por. równanie (18)): $\Delta I_x > I_{z \text{ in}}^2$. Minimalizację iloczynu $A(\cdot) \cdot B(\cdot)$, prowadzącą do wzrostu granicznej rozdzielczości konwertera prąd-napięcie (t.j. do spadku wartości ΔI_x) przeprowadzić można dwoma sposobami:

- zapewniając minimalizację współczynnika A(·) poprzez wstępną filtrację sygnału, t.j. poprzez zmniejszenie Δf_x przy stałej wartości Δf_z ,
- dobierając odpowiednio szerokość pasma przenoszenia f_c wzmacniacza operacyjnego.



Rys.3. Zależność współczynnika $B(\cdot)$ od wartości szerokości pasma przeniesienia wzmacniacza operacyjnego f_0 .

Fig.3 Coefficient $B(\cdot)$ dependence of operational amplifier frequency band value f_0 .

Uzyskując w ten sposób wzrost granicznej rozdzielczości konwertera (przy spełnieniu warunku (10)) dla $SNR_{out} = 1$ dalszą obróbkę sygnału można przeprowadzić wykorzystując znane w literaturze metody obróbki sygnałów [2, 4, 8].

4. Wnioski końcowe

Zaproponowana w pracy oryginalna metoda określenia granicznej rozdzielczości konwertera prąd-napięcie w odniesieniu do wypadkowego prądu szumów na wejściu konwertera wymaga znajomości tylko podstawowych parametrów częstotliwościowych źródła sygnału (Δf_x), źródła szumów (Δf_2) i pasma przeniesienia wzmacniacza (f_0).

Poziom granicznej rozdzielczości konwertera prąd-napięcie jest uwarunkowany głównie poziomem energetycznym jego szumów (tj. $\overline{I_{z,ln}^2}$), co implikuje dobór niskoszumowych wzmacniaczy operacyjnych. Graniczna rozdzielczość konwertera nie zależy od wartości współczynnika wzmocnienia dla prądu stałego $|K_0|$ wzmacniacza operacyjnego (por. równanie (17)) i od konduktancji obwodu wejściowego $G_x + G_{in}$, co ma znaczenie np. przy niskoczęstotliwościowych badaniach dielektryków, gdzie wartości konduktancji G_x mogą ulegać zmianom nieraz o kilka rzędów wartości [9].

LITERATURA

- [1] Bobulska A., Kusy A., Wasilewski A.: Badanie modeli szumów typu $1/f$ metodami symulacyjnymi. Rozprawy Elektrotechniczne, 1983, 29, z. 3, ss. 941-958.
- [2] Denda W., Stolarski E., Zaklikiewicz A.M.: Wybrane zagadnienia związane z miernictwem szumów w przyrządach półprzewodnikowych i układach scalonych w trakcie procesów opracowywania i wytwarzania. Prace ITE, 1984, z. 4, ss. 91-117.
- [3] Guzik J., Szadkowski B.: Analiza błędów konwertera prąd-napięcie przy przetwarzaniu skrajnie małych prądów o infraniskiej częstotliwości (10^{-9} - 10) Hz. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka Nr 108, Gliwice 1989, ss. 101-110.
- [4] Hasse L., Spiralski L.: Szumy elementów i układów elektronicznych. WNT, Warszawa 1981.
- [5] Karpowicz P.: Określenie czułości granicznej czujników i przetworników elektrycznych. Prace VIII Krajowej Konferencji Automatyki, Szczecin 1980, ss. 845-847.
- [6] Kulka Z., Nadachowski M.: Analogowe układy scalone. WKiŁ, Warszawa 1983.
- [7] Lowen S. B., Teich M.C.: Generalised $1/f$ shot noise. Electronics Letters, 1989, 25, Nr 10 ss. 1072-1074.
- [8] Szabatin J.: Podstawy teorii sygnałów. WKiŁ, Warszawa 1982.
- [9] Szadkowski B.: Metody i badania izolacji elektrycznej napięciem o częstotliwości (10^{-9} - 10) Hz. Materiały Konferencyjne "Urządzenia elektroenergetyczne". Bielsko Biala, wrzesień 1983.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zygmunt Kuśmierk

Wpłynęło do Redakcji dnia 6 stycznia 1992 r.

EVALUATION OF A LIMITING RESOLUTION OF A CURRENT-TO-VOLTAGE
CONVERTER WHEN CONVERTING EXTREMELY WEAK CURRENTS OF INFRA-LOW
FREQUENCY RANGE (10^{-3} - 10) Hz

A b s t r a c t

In the paper, an original evaluation method of current-to-voltage converter limiting resolution when converting extremely weak currents of infra-low frequency range (10^{-3} - 10) Hz, based on the measuring converter limiting sensitivity definition [5], is proposed. On the grounds of noise equivalent scheme of current-to-voltage converter, the relationships making possible the relative evaluation of the limiting converter resolution based on the knowledge of the frequency parameters of the signal, noise sources, and the operational frequency band denoted respectively by Δf_x , Δf_z and F_o , have been presented. Finally, the limiting resolution value of the current-to-voltage converter can be calculated on the bases of equation (18), where A (•) and B (•) are the scale coefficients related to the equivalent noise current of the converter $\overline{I_{in}^2}$ given by equation (5). The dependencies of the coefficients A (•) and B (•) of the related ratio $\Delta f_x / \Delta f_z$ and f_o are given in fig.2 and fig.3. The possibilities of minimization of equation (18), optimizing the signal-to-noise ratio (SNR) after (8) and (9), have been also indicated.