ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1993

Seria: AUTOMATYKA z. 108 Nr kol. 1150

Ewa BIELIŃSKA

Iwona NABAGŁO

MODYFIKACJA METODY ELS DLA IDENTYFIKACJI BILINIOWYCH MODELI CIĄGÓW CZASOWYCH

Streszczenie. Ze względu na różnorodność i stopień zjawisk występujących w przyrodzie i technice modele liniowe są niewystarczające dla opisu niektórych sygnałów czy procesów. Wśród obszernej klasy modeli nieliniowych modele biliniowe zwracają uwagę szczególnie korzystnymi właściwościami. Przedstawiany artykuł dotyczy zagadnienia identyfikacji biliniowych modeli ciągów czasowych. W artykule opisano metody parametrycznej estymacji modeli biliniowych. Zaproponowano modyfikację rekurencyjnej metody ELS, pozwalającą na efektywną estymację parametrów biliniowych modeli ciągów czasowych.
Zaproponowano sposób określenia a priori struktury modelu biliniowego na podstawie momentów II i III rzędu badanego sygnału.
Załączono przykłady ilustrujące działanie zaproponowanej modyfikacji metody ELS.

A MODYFICATIONS OF ELS ALGORITHM FOR BILINEAR TIME SERIES MODEL IDENTIFICATION

Summary. A modification of recursive ELS algorithm for bilinear time series model identification is proposed. Some examples of the identification of the bilinear time series are discussed. A new method of a'priori estimation of bilinear model structure is considered.

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ELS ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ БИЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ ВРЕМЕННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Резюме

Статья относится к вопросу идентификации билинейных моделей временных последовательностей. Описаны методы параметрической оценки билинейных моделей. Представлена модификация рекуррентного метода ELS, позволяющая эффективно провести оценку параметров билинейных моделей временных последовательностей. Предложен априорный способ определения

структуры билинейной модели использующий моменты 2-ой и 3-ей степени исследуемого сигнала. Приведены соответствующие примеры.

1. Wprowadzenie

Zagadnienie identyfikacji modeli nieliniowych ma znacznie mniejszą bibliografię niż zagadnienie identyfikacji modeli liniowych. Przyczyn należy upatrywać w złożoności i dużej różnorodności modeli nieliniowych, co utrudnia opracowanie jednolitej teorii identyfikacji nieliniowej.

Praktyczna identyfikacja modeli nieliniowych napotyka na podstawową trudność, jaką jest na ogół duża liczba identyfikowanych parametrów już nawet dla prostych modeli nieliniowych. Billings i Leantaritis (1982) wymieniają trzy podstawowe metody identyfikacji modeli nieliniowych:

- metodę szeregów funkcyjnych,
- metodę zorientowaną blokowo,
- metodę estymacji parametrycznej.

Poszczególne metody wywodzą się od rodzaju modelu nieliniowego, opisującego badane zjawisko.

Przedmiotem zainteresowania autorek jest metoda estymacji parametrycznej biliniowych modeli ciągów czasowych BARMA o ogólnej postaci:

$$y_i = \sum_{j=1}^{dA} a_j y_{i-j} + \sum_{j=0}^{dC} c_j e_{i-j} + \sum_{k=0}^{K} \sum_{l=0}^{L} \beta_{kl} e_{i-k} y_{i-l} \tag{1}$$

lub równoważnej:

$$A(D)y_i = C(D)e_i + \sum_{k=0}^{K} \sum_{l=1}^{L} \beta_{kl} e_{i-k} y_{i-l} \tag{2}$$

gdzie:

e_i - jest "białym szumem", tj. sygnałem nieskorelowanym o następujących właściwościach:

$E\{e_i\} = 0$

$E\{e_i e_{i-j}\} = 0$ dla $i \neq j$

$E\{e_i e_{i-j}\} = \lambda^2$ dla $i = j$

D - jest operatorem przesunięcia zdefiniowanym następująco:

$$Dy_i = y_{i-1}$$

$$D^n y_i = y_{i-n}$$

$$Dy_i e_i = D(y_i e_i) = y_{i-1} e_{i-1} = Dy_i De_i$$

$$(Dy_i) e_i = Dy_i(e_i) = y_{i-1} e_i$$

Wielomiany A(D) i C(D) są następujące:

$$A(D) = 1 + a_1 D + a_2 D^2 + \ldots + a_{dA} D^{dA}$$

$$C(D) = 1 + c_1 D + c_2 D^2 + \ldots + c_{dC} D^{dC}$$

Model (1) jest liniowy względem każdej ze zmiennych e_i i y_i, lecz pozostaje nieliniowy względem obu zmiennych łącznie. Posiada postać szczególnie korzystną ze względu na możliwość analitycznego określenia jego cech.

Bibliografia z zakresu identyfikacji parametrycznej modeli biliniowych w przeważającej części dotyczy identyfikacji modeli biliniowych wejściowo-wyjściowych. I tak identyfikacją modeli biliniowych SISO za pomocą funkcji Walsha zajmowali się Rao, Frick i Mohler (1976). Beghelli i Guidorzi (1976) identyfikowali model biliniowy na podstawie dostępnych pomiarowo sygnałów wejściowych i wyjściowych Svoronos i Stephanopaulos (1981) zajmowali się identyfikacją obiektu biliniowego SISO, zakłócanego na wyjściu sygnałem o modelu liniowym. Dai i Sinha (1989) oraz DAi, Sinha i Puthenpura (1989) opisują zastosowanie odpornej metody najmniejszych kwadratów do identyfikacji parametrów modelu:

$$[A(D) + u_{i-m}B(D)]y_i = [C(D) + u_{i-m}D(D)]u_i + [A(D) + u_{i-m}B(D)]e_i$$

Lessi (1990) oraz Tang i Mohler (1989) opisują wykorzystanie metody momentów dla idenyfikacji parametrycznego modelu biliniowego.

Dla identyfikacji parametrycznych modeli ciągów czasowych można stosować metodę momentów lub metodę estymacji parametrycznej.

2. Estymacja parametrów modeli biliniowych na podstawie znajomości wartości momentów wyższych rzędów

Do opisu zjawisk liniowych o rozkładzie normalnym wystarczy znajomość momentów pierwszego i drugiego rzędu. Stąd wywodzą się metody estymacji parametrów liniowych modeli ciągów czasowych, wykorzstującec funkcję autokorelacji.

Przykład 2.1

Parametry $\hat{a}$ $(|\hat{a}| < 1)$ i $\hat{\lambda}^2$ liniowego modelu AR(1) można wyznaczyć z następujących zależności:

$$\sigma_y^2 = \frac{\hat{\lambda}^2}{1 - \hat{a}^2}$$

$$\gamma_1 = - \hat{a}\sigma_y^2$$

gdzie:

$$\sigma_y^2 = Ey_i^2$$

$$\gamma_1 = E(y_i y_{i-1})$$

mogą być łatwo wyestymowane z próbki sygnału. Tak więc dla określenia wartości parametrów wystarczy znajomość momentu m_y^2.

Do opisu zjawsik o rozkładach różniących się od rozkładu normalnego konieczna jest, w ogólnym przypadku, znajomość wszystkich momentów wyższych rzędów.

Przykład 2.2.

Do wyznaczenia parametrów $\hat{\beta}_{kl}$ i $\hat{\lambda}^2$ modelu:

$$y_i = e_i + \beta_{kl} e_{i-k} y_{i-1}$$

nie wystarczy znajomość m_y^2.

$$\sigma_y^2 = \frac{\hat{\lambda}^2}{1 - \hat{\beta}_{kl}^2 \hat{\lambda}^2} .$$

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \ldots = 0$$

Konieczne jest określenie momentu trzeciego rzędu, który uzupełnia układ równań:

$$m_{kl}^3 = E\{y_i y_{i-k} y_{i-l}\} = \frac{\beta_{kl}\lambda^4}{1 - \beta_{kl}^2 \lambda^2}$$

Tang i Mohler (1989) rozważają szczególny przypadek modelu biliniowego nieantycypacyjnego

$$y_i = a_1 y_{i-1} + b_{11} e_{i-1} y_{i-1} + c_0 e_i + c_1 e_{i-1} + d$$

Pokazują, że dla takiego modelu można opracować procedurę, która pozwala na wyznaczenie współczynników a_1, c_{11}, c_0, c_1, d modelu biliniowego na podstawie znajomości momentów I, II i III rzędu. Przytaczają wyniki symulacji komputerowej, w której dla modelu:

$$y_i = 0,4y_{i-1} + 0,3y_{i-1}\, e_{i-1} + e_{i-1}$$

uzyskano następujące rezultaty:

$a_1 = 0,365$	$c_1 = 0,909$
$b_{11} = 0,329$	$d = -0,0979$

Metoda estymacji parametrów modelu biliniowego na podstawie znajmości momentów wyższych rzędów, choć w przytoczonym przykładzie dała zadowalające wyniki, ma jednak szereg mankamentów. Do najpoważniejszych z nich należy jej mała uniwersalność. Aby stosować taką metodę estymacji parametrów należy dla każdego typu ciągu biliniowego wyznaczyć analitycznie wartości momentów, co dla ciągów o wymiarch dA>1, dC>1, K>1, L>1 nie jest zadaniem łatwym, a komplikuje się gwałtowanie ze wzrostem rzędu (dA, dC, K, L) modelu.

Dysponując analitycznymi wyrażeniami określającymi momenty, należy następnie określić analityczne zależności wiążące wartości nieznanych parametrów z wartościami momentów lub opracować każdorazowo indywidualne procedury pozwalające na wyznaczenie parametrów modelu w funkcji momentów. W miejscu odpowiednich wartości momentów należy podstawić ich oszacowania numeryczne. Aby oszacowania te były wiarygodne, należy dysponować dużą liczbą danych.

Te właściwości metody praktycznie dyskwalifikują ją jako narzędzie ogólnego zastosowania przy identyfikacji ciągów czasowych, nie wykluczają natomiast jej przydatności do identyfikacji pewnych szczególnych modeli biliniowych.

3. Estymacja parametrów modeli biliniowych metodą rozszerzonych najmniejszych kwadratów

Struktura modeli biliniowych jest liniowa względem parametrów i dzięki temu można próbować zastosować do estymacji parametrów modeli biliniowych metody estymacji stosowane przy identyfikacji modeli liniowych. Istotna trudność polega na tym, że część wektora wejść zdefiniowanego dla potrzeb identyfikacji jest niemierzalna. W związku z tym należy stosować takie procedury identyfikacyjne, które umożliwiają estymację brakującej części wektora wejść. Do takich procedur należy algorytm rozszerzonej metody najmniejszych kwadratów (ELS).

Zakładając, że struktura modelu BARMA (dA, dC, K, L) jest znana i równa strukturze obiektu

$$A(D)y_i = C(D)e_i + \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\beta_{kl}\, e_{i-k}\, y_{i-l} \tag{3}$$

równanie obiektu można zapisać jako:

$$y_i = e_i - a_1 y_{i-1} - a_2 y_{i-2} - \dots - a_{dA} y_{i-dA} +$$
$$+ c_1 e_{i-1} + c_2 e_{i-2} + \dots + c_{dC} e_{i-dC} +$$
$$+ \beta_{11} e_{i-1} y_{i-1} + \quad \dots + \beta_{1L} e_{i-1} y_{i-L} +$$
$$+ \beta_{21} e_{i-2} y_{i-1} + \dots + \beta_{2L} e_{i-2} y_{i-L} +$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \tag{4}$$
$$+ \beta_{K1} e_{i-K} y_{i-1} + \dots + B_{KL} e_{i-K} y_{i-L}$$

W postaci wektorowej równanie (4) można zapisać:

$$y_i = \varphi^T \theta + e_i \tag{5}$$

gdzie θ jest wektorem parametrów obiektu:

$$\theta = [a^T,\ c^T,\ \beta^T] = [a_1 \dots a_{dA}\ c_1 \dots c_{dC}\ \beta_{11} \dots \beta_{k1}\ \beta_{22} \dots \beta_{k2} \dots \beta_{kl}] \tag{6}$$

a φ^T jest wektorem pomiarów:

$$\varphi^T = \Big[-y_{i-1} - y_{i-2} \dots -y_{i-dA}\ e_{i-1}\ e_{i-2} \dots e_{i-dC}$$
$$e_{i-1} y_{i-1} \dots e_{i-1} y_{i-L}\ e_{i-2} y_{i-1} \dots e_{i-2} y_{i-L}$$
$$\vdots \tag{7}$$
$$e_{i-K} y_{i-1} \dots e_{i-K} y_{i-L}\Big]$$

Ponieważ w wektorze pomiarów występują niemierzalne wartości "białego szumu" - e_i, należy wartości rzeczywiste zastąpić ich ocenami - $\hat{e}_i$. Stąd wektor pomiarów stosowany w procedurze identyfikacyjnej jest równy:

$$\Phi^T = [Y^T,\ \hat{E}^T,\ (\hat{E}Y)^T] \tag{8}$$

gdzie:

$$Y^T = \left[-y_{i-1}\ -y_{i-2}\ \dots\ -y_{i-dA}\right] \tag{9}$$

$$\hat{E}^T = \left[\hat{e}_{i-1}\ \hat{e}_{i-2}\ \dots\ \hat{e}_{i-dC}\right] \tag{10}$$

$$(\hat{E}Y)^T = \left[\begin{matrix} e_{i-1}y_{i-1} \dots \hat{e}_{i-1}y_{i-L} \\ \hat{e}_{i-2}y_{i-1} \dots \hat{e}_{i-2}y_{i-L} \\ \vdots \\ \hat{e}_{i-K}y_{i-1} \dots e_{i-K}y_{i-L} \end{matrix}\right] \tag{11}$$

Liczba nieznanych parametrów dla pełnej struktury modelu wynosi:

$$n(dA,\ dC,\ K) = dA + dC + KL \tag{12}$$

Dla ograniczonej struktury liczba ta jest odpowiednio mniejsza.

Błąd identyfikacji definiuje się:

$$\varepsilon_i = y_i - \Phi_i^T\,\hat{\theta}_{i-1} \tag{13}$$

gdzie:

$\hat{\theta}_{i-1}$ - wektor ocen parametrów modelu,

Φ_i^T - wektor pomiarów.

Rekurencyjne równania metody ELS z zapominaniem są następujące:

- wektor ocen parametrów:

$$\hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i-1} + k_i\left[y_i - \Phi_i^T\hat{\theta}_{i-1}\right] \tag{14}$$

- wektor korekcyjny:

$$k_i = \frac{P_{i-1}\Phi_i}{\alpha + \Phi_i^T P_{i-1}\Phi_i} \tag{15}$$

gdzie:

α – współczynnik zapominania,

– macierz kowariancji:

$$P_i = \frac{1}{\alpha}\left[P_{i-1} - \frac{P_{i-1}\Phi_i\Phi_i^T P_{i-1}}{\alpha + \Phi_i^T P_{i-1}\Phi_i}\right] \tag{16}$$

– estymowane wartości "białego szumu":

$$\hat{e}_i = y_i - \Phi_i^T\hat{\theta}_{i-1} \tag{17}$$

Jako wartości początkowe w algorytmie przyjmuje się:

$$\hat{\theta}_0 = [0,0,\dots,0]$$

$$P_0 = a^2 1, \quad a^2 \gg 1 \tag{18}$$

$$\hat{e}_0 = \hat{e}_{-1} = \dots = \hat{e}_{-dC} = 0$$

Metoda najmniejszych kwadratów (LS) jest jedną z najprostszych i najefektywniejszych metod estymacji. Niestety metoda ta jest czuła na duże wahania (outliers) danych wejściowych i wyjściowych. Gdy w którymś z wymienionych sygnałów pojawi się duża odchyłka, metoda może rozbiegać się lub dawać wyniki obarczone błędem. Stąd proponowane są rozliczne wersje odpornych algorytmów LS, przeznaczone dla identyfikacji modeli liniowych. W celu identyfikacji modelu biliniowego SISO Dai i Sinha (1989) proponują odporną wersję algorytmu ELS, w której współczynnik zapominania α definiują w następujący sposób:

$$\alpha = \alpha(i)$$

$$\alpha(i) = \begin{cases} \dfrac{\mathrm{sign}[\varepsilon_i]w}{\varepsilon_i} & \text{dla } |\varepsilon_i| > w \\ 1 & \text{dla } |\varepsilon_i| \le w \end{cases} \tag{19}$$

gdzie:

ε_i - jest błędem identyfikacji zdefiniowanym jak poprzednio,

w - jest współczynnikiem korekcyjnym przyjmowanym jako:

$$w = 2\sigma$$

σ^2 - wariancja wejścia obiektu.

Przytoczone przez autorów wyniki estymacji są zachęcające, niemniej jednak zaadaptowanie metpody ELS przedstawionej przez Daia i Sinhę do identyfikacji biliniowych ciągów czasowych nie przyniosło korzystnych rezultatów. Cechą charakterystyczną modeli biliniowych ciągów czasowych jest możliwość pojawienia się nagłych wzrostów wartości sygnału y_i (wybuchów), które nadal powodują rozbieganie się metody ELS lub prowadzą do wyników obarczonych błędami.

Autorki proponują inną modyfikację podstawowego algorytmu ELS. Wprowadzone ograniczenie na estymowane wartości "białego szumu" ma postać:

$$e_i = \begin{cases} w & \text{jeżeli} \quad \hat{e}_i > w \\ -w & \text{jeżeli} \quad \hat{e}_i < -w \\ \hat{e}_i & \text{jeżeli} \quad -w < \hat{e}_i < w \end{cases} \tag{20}$$

$$w = 2\sqrt{\sigma_y^2 k} \tag{21}$$

gdzie:

σ^2 - wariancja wyjścia obiektu,

k - współczynnik korekcyjny,

$$0 < k < 1$$

Dodatkowo w ramach algorytmu uruchomiona została wewnętrzna procedura poszukująca takiej wartości współczynnika korekcyjnego k, dla której uzyskuje się najmniejszą wartość estymowanej wariancji białego szumu - $\hat{\lambda}^2$. Wprowadzenie oraniczenia na wartość $\hat{e}_i$ o postaci (20) i (21) wynika z założenia, że przydatne są tylko takie modele, dla których

$$\sigma_y^2 > \lambda^2$$

oraz z założenia, że "biały szum" stanowiący pobudzenie modelu ma rozkład normalny.

Ponieważ przy identyfikacji modelu opisaną metodą należy skorzystać z ocen wartości "białego szumu", więc można tą metodą identyfikować jedynie odwracalne modele biliniowe.

Ocena wariancji szumu pobudzającego obiekt

Estymacja parametrów modelu biliniowego obejmuje również ocenę wariancji szumu pobudzającego obiekt.

Z równania obiektu (5) można wyznaczyć e_i:

$$e_i = y_i - \varphi_i^T \theta_{i-1}$$

Korzystając z wyników estymacji parametrów ocenę e_i można określić:

$$\hat{e}_i = y_i - \Phi_i^T \hat{\theta}_{i-1} \tag{22}$$

Dla tak oszacowanych wartości szumu zidentyfikowana wariancja wynosi:

$$\hat{\lambda}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (\hat{e}_i)^2 \tag{23}$$

Wzbogacenie metody ELS o pętlę, w której poprzez dobór wartości współczynnika korekcyjnego k minimalizuje się wartość λ^2, pozwala znaleźć model o najmniejszym udziale składnika losowego.

4. Identyfikacja struktury modeli biliniowych

Identyfikację struktury identyfikowanego modelu można wykonywać a priori lub a posteriori. Oczywiście poprawne określenie struktury modelu a priori jest znacznie efektywniejsze, gdyż zmniejsza liczbę wykonywanych obliczeń, a co za tym idzie - czasochłonność i arytmetykochłonność identyfikacji. Niestety, określenie struktury modelu a priori nie zawsze jest łatwe, gdyż wymaga pewnego doświadczenia osoby prowadzącej identyfikację, a zawsze jest znacznie trudniejsze do zalgorytmizowania niż identyfikacja struktury a posteriori.

Identyfikację struktury modeli a posteriori wykonuje się najczęściej metodą przeglądu modeli o różnych strukturach należących do danej klasy modeli. Tak więc, rozumiejąc przez strukturę modelu liniowego ARMA stopnie dA, dC wielomianów A(D) i C(D), wyboru struktury dokonuje się w wyniku przeglądu zbioru modeli liniowych ARMA o różnych wartościach dA, dC. Jako strukturę właściwą przyjmuje się taką strukturę, dla której model minimalizuje wybrane kryterium.

W przypadku modeli biliniowych przez strukturę rozumiemy zbiór wartości dA, dC, K, L zdefiniowanych dla ogólnej postaci modelu biliniowego. Jako kryterium stosowane przy wyborze struktury proponuje się wybrać taką strukturę, która daje minimalną wartość estymowanej wariancji "białego szumu" - $\hat{\lambda}^2$. Zaproponowane kryterium staje się oczywiste, gdy wariancję "białego szumu" będziemy rozumieć jako miarę nie wyjaśnionej modelem biliniowym losowości badanego zjawiska. Spośród rozpatrywanych modeli najlepszy jest ten, który daje najmniejszą wartość $\hat{\lambda}^2$.

Billings i Leonataritis (1982) zwracają uwagę na szczególne znaczenie jaką ma właściwy wybór struktury modelu a priori przy identyfikacji modeli nieliniowych. Zwracają uwagę na to, że wybór właściwej struktury metodą przeglądu modeli o różnych strukturach może prowadzić do znacznego wzrostu czasochłonności obliczeń, a także powodować kłopoty numeryczne związane z gwałtownym wzrostem liczby identyfikowanych parametrów wraz ze zwiększeniem się struktury nieliniowej modelu. Uwagi Billingsa i Leontarisa są zgodne z doświadczeniami autorek w dziedzinie identyfikacji modeli biliniowych.

Dla modeli liniowych Box i Jenkins (1970) zaobserwowali pewne właściwości funkcji autokowariancji i korelacji cząstkowej, pozwalające na określenie a priori właściwej struktury modelu lub przynajmniej na znaczne ograniczenie zbioru przeszukiwanych struktur.

Autorki proponują wykorzystać charakterystyczne cechy modeli biliniowych dla określenia a priori struktury modelu biliniowego lub ograniczenia zbioru przeszukiwanych struktur biliniowych.

Analiza momentu II i III rzędu elementarnych sygnałów biliniowych oraz badania symulacyjne pozwalajają na sformułowanie następujących wniosków:

1. Obserwacja przebiegów momentu II i III rzędu wyznaczonych numerycznie dla próbek o skończonej długości pozwala w niektórych przypadkach określić strukturę ciągu biliniowego lub zmniejszyć pierwotny zbiór przeszukiwanych struktur.

2. Jeżeli moment II rzędu wskazuje na "biały szum", natomiast wartości momentu III rzędu są bliskie zeru z wyjątkiem m_0^3, m_{kl}^3, m_{lk}^3 gdzie $k \neq l$, to:
   - jeżeli $k > l$ i jednocześnie $k \neq nl$ (k nie jest całkowitą wielokrotnością l), to badany ciąg jest typu EB(k,l) lub EB(l,k),
   - jeżeli $k > l$ i jednocześnie $k = nl$ (k jest całkowitą wielkorotnością l), to badany ciąg jest typu EB(l,k).
3. Jeżeli moment II rzędu wskazuje na MA(k) i ciąg ma niezerową wartość średnią, a wartości momentu III rzędu są bliskie zeru, z wyjątkiem m_0^3, m_{kl}^3, m_{lk}^3, gdzie $k = l$, to badany ciąg należy opisać modelem EB(k,k).
4. Jeżeli moment II rzędu wskazuje na MA(k) i ciąg ma zerową wartość średnią, a wartości momentu III rzędu są bliskie zeru, z wyjątkiem m_0^3, m_{kl}^3, m_{lk}^3, gdzie $k < l$, to badany ciąg należy opisać modelem EB(l,k).
5. Jeżeli wartości momentu II rzędu są bliskie zeru z wyjątkiem m_0^3, m_k^3, m_{3k}^3, a wartości momentu III rzędu są bliskie zeru, z wyjątkiem m_0^3, m_{kl}^3, m_{lk}^3, gdzie $l = 2k$, to badany ciąg należy opisać modelem EB(2k,k).

5. Przykłady identyfikacji modeli biliniowych odporną metodą ELS

Przykłady 5.1

Dla 10 realizacji ciągu czasowego generowanego według równania:

$$y_i = e_i + o,4e_{i-1}y_{i-1}$$

estymacja parametrów równania metodą ELS zmodyfikowaną w sposób podany zależnością (21), dla ustalonego współczynnika korekcyjnego k = 0,9 dała następujące rezultaty:

Lp.	$\hat{\beta}_{kl}$	$\hat{\lambda}^2$
1	0,36	0,999
2	0,31	1,014
3	0,35	1,052
4	0,52	1,066
5	0,46	1,083
6	0,34	1,042
7	0,43	0,939
8	0,52	1,079
9	0,23	1,038
10	0,38	0,946

Wartości średnie ocen parametrów β_{kl} i λ^2 wynoszą:

$$\bar{\hat{\beta}} = 0,390 \qquad \bar{\hat{\lambda}}^2 = 1,025$$

Uruchomienie pętli dobierającej k, tak by minimalizować $\hat{\lambda}^2$ dla tych samych 10 realizacji prowadzi do wyników:

Lp.	$\hat{\beta}_{kl}$	$\hat{\lambda}^2$
1	0,39	0,993
2	0,36	1,006
3	0,40	1,046
4	0,52	1,066
5	0,40	1,042
6	0,40	1,027
7	0,43	0,939
8	0,37	1,023
9	0,42	1,006
10	0,38	0,946

Wartości średnie ocen parametrów β_{kl} i λ^2 wynoszą:

$$\bar{\hat{\beta}}_{kl} = 0,407 \qquad \bar{\hat{\lambda}}^2 = 1,009$$

Przykład 5.2

Ciąg czasowy stężenia metanu zidentyfikowano przyjmując strukturę liniowego modelu ARMA (2,2). Uzyskano następujący model:

$$y_i = \frac{1 - 0,02\ D - 0,32\ D^2}{1 - 0,5\ D - 0,44\ D^2}\, e_i .$$

1

$$\hat{\lambda}^2 = 0,928$$

Opisując ciąg czasowy stężenia metanu modelem biliniowym diagonalnym, z częścią liniową o takiej samej jak model liniowy liczbie parametrów, uzyskano wynik

$$(1 - 0{,}89D)y_i = e_i - 0{,}05e_{i-1}\,y_{i-1} + 0{,}02e_{i-2} + 0{,}02e_{i-3}\,y_{i-3}$$

gdzie oszacowana wariancja "białego szumu" jest równa:

$$\hat{\lambda}^2 = 0{,}912$$

Zwiększenie liczby identyfikowanych parametrów w części biliniowej o jeden pozwala zmniejszyć wariancję "białego szumu" do:

$$\hat{\lambda}^2 = 0{,}892$$

Dokonując wyboru pełnej struktury modelu biliniowego BARMA(1,1,3,3) zmniejsza się wariancję "białego szumu" do:

$$\hat{\lambda}^2 = 0{,}825$$

Przykład 5.3

Ciąg czasowy stężenia P_2O_5 w pulpie reakcyjnej, powstającej w procesie produkcji nawozów fosforowych, można opisać modelem AR(3):

$$(1 - 0{,}63D - 0{,}17D + 0{,}12D)y_i = e_i$$

gdzie wariancja "białego szumu" jest równa:

$$\hat{\lambda}^2 = 0{,}006$$

Model biliniowy o takiej samej liczbie parametrów

$$(1 - 0{,}73D)y_i = e_i - 0{,}83e_{i-1}\,y_{i-1} - 0{,}21e_{i-2}\,y_{i-2}$$

zmniejsza wariancję "białego szumu" do:

$$\hat{\lambda}^2 = 0{,}005$$

Literatura

[1] Bieghelli S., Guidorzi R.: Bilinear systems identification from input--output sequences. Proc. of 4-th IFAC Symposium, Tbilisi, 1976.

[2] Bielińska E.: Metoda bieżącej produkcji stężenia metanu w wyrobiskach kopalnianych. Mat. Symposium nt Technika mikroprocesorowa w systemach kontroli i sterowania procesami technologicznymi zakładów górniczych, 1985.

[3] Bielińska E.(red.): Laboratorium identyfikacji procesów. Skrypt nr 1232 Politechniki Śląskiej, Gliwice 1986.

[4] Bielińska E.: Przegląd metod prognozowania zjawisk opisywanych modelami stochastycznych ciągów czasowych. Prace Naukoznawcze i Prognostyczne, nr 4/65/1989.

[5] Bielińska E.: Minimumvariance bilinear prediction. Prepr. of 11-th IFAC World Congress, Tallinn, 1990. Vol.3. p.35-40.

[6] Bielińska E.: Metoda określania horyzontu efektywnej produkcji. Badania Operacyjne i Decyzje, ne 1/1991 (w druku).

[7] Bielińska E.: Some useful properties of bilinear time series. Materiały IV Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej nt Problemy Kompleksowej Automatyki, Kijów 1990.

[8] Bielińska E.: Identyfikacja parametrycznych modeli ciągów czasowych w oparciu o system eksportowy EDIP. Materiały I Krajowej Konferencji Naukowej nt Inżynieria Wiedzy i Systemy Eksportowe, Wrocław 1990.

[9] Billings S.A., Leontaritis I.J.: Parameter estimation techniques for nonlinear systems. 6-th IFAC Symposium on Identification and System Parameters Estimation, Arlington, Virginia, USA, 1982.

[10] Box G.E., Jenkins G.M.: Time series analysis. Holden Day, San Francisco 1970.

[11] Dai H., Sinha N.K., Puthenpura S.C.: Robust combined combined estimation of states and parameters of bilinear systems. Automatica, Vol 25, Nr 4, pp 613-616, 1989.

[12] Dai H., Sinha N. K.: Robust recursive least squares method with modified weights for bilinear system identification. IEE Proceedings, Vol 136, Nr 3, 1989.

[13] Kumar K.: Bivariate bilinear models and their identification. Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol 106, Springer-Verlag, Berlin 1988.

[14] Lessi O.: Recursive and non parametric methods for the identification of bilinear systems. Preper. of 11-th IEAC World Congress, Vol 3, p. 233-23, Tallin 1990.

[15] Ljung L.: System Identification: Theory for the User, Prentice-Hall, New Jersey 1987.

[16] Ljung L.: Convergence analysis of parametric identification methods. IEEE Transactions on Automaticv Control, Vol AC-23, nr 5, 1978.

[17] Priestley M.B.: Spectral analysisi and time series. Academic Press, 1981.

[18] Rao K.V., Frick P.A., Mohler R.R.: On bilinear systems identification by Walsh functions. Proc. of 4-th IFAC Symposium Tbilisi 1976.

[19] Svoronos S., Stephanopoulos G., Aris R.: On bilinear estimation and control. Int. Journal of Control, Vol 34, Nr 4, 1981.

[20] Tang Z., Mohler R.R.: Bilinear time series: Theory and application. Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol 106, Springer - Verlag, Berlin 1989.

[21] Tong H.: Nonlinear time series modelling in population biology. Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol 106, Springer - Verlag, Berlin 1988.

Recenzent: Dr inż. Zbigniew Nahorski

Wpłynęło do Redakcji 3.10.1991 r.

Abstract

The structure of bilinear time series model is linear in model parameters, therefore, the linear parametric identification methods may be used for bilinear model identification. The main difficulty is that the part of the input vector defined for the identufication is unmeasureable. Hence, only such identification methods, which make possible estimation of unmeasureable part of input vector may be considered. Algorithm ELS (Ljung 1987) belongs to this category.

As in the measurement vector there are unmeasureable values of "white noise", they should be replaced by the estimates, $\hat{e}_i$. The least squares algorithm is one of the simplest and the most effective estimation methods but, unfortunately, it is sensitive to the large fluctuations of input variables. Hence several modification of the basic algorithm are proposed.

Dai, Singha (1989) proposes a robust vesion of ELS algorithm designed for SISO BARMA models identification. The proposed modification gives perfect results for bilinear input-output models but, unfortunately, for bilinear time series it leads to faulty solutions. That's why the authors propose another modification of ELS algorithm, designed for identification of the bilinear time series models. The basic ELS algorithm with supplied modifications allows to find the model with the lowest possible share of uncertainty in the signal variance.

The structure of the bilinear model of the time series is defined as the four numbers dA, dC, K, L denoting respectively orders of polynomials A(D) and C(D) for the linear term of the BARMA, and the upper limits of sums for the bilinear term of the model. The structure of the bilinear time series models may be determined a'priori or a'posteriori. It is evident that proper a'priori determination of the model structure is more effective. Unfortunately, it is not always possible and easy and needs a personal experience. Besides, a'priori structure estimation is more difficult to algorithmize then the a'posteriori one.

Considering 2-nd and 3-rol moments of bilinear signal $\{y_i\}$ the authors formulate some rules which may help to determine the model structure or to reduce the number of possible model structures taken into account.