ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1993
Seria: AUTOMATYKA z. 108 Nr kol. 1150

Abdul-Rahman HUSSIAN

AGREGACJA STATYCZNYCH MODELI MATEMATYCZNYCH DLA STEROWANIA OPERATYWNEGO DYSKRETNYMI SYSTEMAMI PRODUKCYJNYMI

Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę agregacji modeli matematycznych opisujących przepływ materiałów przez złożone systemy produkcyjne, składające się z podsystemów i węzłów bilansowych. Modele podsystemów produkcyjnych podają zależności ilości materiałów przepływających w ich strumieniach wejściowych i wyjściowych od bieżących decyzji o zadaniach realizowanych przez podsystemy i ich obciążeniach. W wyniku agregacji model złożonego systemu produkcyjnego przekształca się na model statyczny o strukturze takiej jak dla każdego ze swych podsystemów.

AGGREGATION OF STATIC MATHEMATICAL MODELS FOR OPERATIVE CONTROL OF DISCRETE EVENTS MANUFACTURING SYSTEMS

Summary. An aggregation method for mathematical models describing material flows through complex manufacturing systems, consisting of subsystems and balance nodes, is presented in the paper. Production subsystem models are formulas for working out quantities of material flowing through their input and output streams when current decisions about their jobs and loads are given. As a result of the aggregation the model of a complex production system is transformed to the static model with the structure similar to the ones for its subsystems.

АГРЕГАЦИЯ СТАТИЧЕСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДИСКРЕТНЫМИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫМИ СИСТЕМАМИ

Резюме. В статье представлен метод агрегации математических моделей движения материалов через сложные производственные системы состоящие из подсистем и узлов баланса. Математические модели подсистем связывают количество материалов во входных и выходных потоках с актуальными решениями о заданах реализированных подсистемами. В результате агрегации модель сложной производственной системы подвергается преобразованию в статическую модель со структурой такой, как каждая из подсистем.

1. Wprowadzenie

Jednym ze sposobów pokonywania trudności w rozwiązywaniu złożonych problemów decyzyjnych jest agregacja danych. Polega ona na zastąpieniu zbioru danych będących do dyspozycji mniej licznym zbiorem danych zagregowanych. W każdym takim przypadku zagregowany opis formalny problemu decyzyjnego jest mniej dokładny niż opis przed agregacją, co może prowadzić do uzyskiwania rozwiązań gorszych ze względu na przyjęte kryterium oceny.

W przypadku operatywnego sterowania produkcją, rozumianego jako sterowanie przepływem materiałów przez przedsiębiorstwo przemysłowe [4], agregacji podlegają zarówno wielkości zmienne:

- raporty o przepływie materiałów,
- prognozy dostaw i zbytu,
- prognozy zdolności produkcyjnych,

jak i

- modele matematyczne,

za pomocą których oblicza się planowane ilości materiałów przepływających w systemie produkcyjnym.

W pracy przedstawiono agregację tych modeli matematycznych systemów produkcyjnych, wykorzystywanych w systemie operatywnego sterowania produkcją, w których modele podsystemów produkcyjnych są statyczne. Jest to jeden z wielu problemów szczegółowych rozpatrywanych w latach 1986-90 w ramach tematu 4.6 "Sterowanie operatywne dyskretnymi procesami produkcji" [3] programu badawczego RP.I.02 "Teoria sterowania i optymalizacji ciągłych układów dynamicznych i procesów dyskretnych". Algorytm agregacji przedstawiony w niniejszej pracy jest więc elementem szerszej pracy, której perspektywicznym celem użytkowym jest opracowanie uniwersalnego systemu komputerowego do operatywnego sterowania produkcją w przedsiębiorstwach przemysłowych.

Z tego powodu trzeba było uwzględnić szereg narzuconych wstępnie założeń, z których najważniejsze dotyczą struktury modeli matematycznych przed i po agregacji. Przyjęty w [3] model matematyczny systemu produkcyjnego przedstawiono w rozdziale 2. W rozdziale 3 opisano algorytm agregacji opracowany przez autora. Analogiczny algorytm dla prostszego przypadku szczególnego przedstawiono wcześniej w [1].

2. Model matematyczny systemu produkcyjnego

Systemem produkcyjnym nazywamy zbiór komórek produkcyjnych i węzłów bilansowych wzajemnie na siebie oddziałujących poprzez zmiany natężeń przepływu i parametrów jakości materiałów przepływających między nimi. Węzeł bilansowy jest takim elementem systemu produkcyjnego, w którym mogą się łączyć strumienie tego samego materiału, w którym dany materiał może być magazynowany i z którego może odpływać do różnych komórek produkcyjnych. Komórka produkcyjna jest albo systemem produkcyjnym niższego poziomu albo agregatem produkcyjnym, grupującym jednostki produkcyjne o wspólnie sterowanym obciążeniu. Komórki produkcyjne rozpatrywane jako elementy systemów produkcyjnych są nazywane podsystemami produkcyjnymi.

Aby formalnie opisać strukturę systemu produkcyjnego określa się następujące zbiory indeksów (rys. 1):

$\mathcal{N}$ -dla podsystemów produkcyjnych,

$\mathcal{L}$ -dla węzłów bilansowych między podsystemami,

$\mathcal{R}$ -dla strumieni materiałów dopływających do systemu,

$\mathcal{P}$ -dla strumieni materiałów odpływających z systemu,

$\mathcal{A}_n$ -dla strumieni wejściowych n-tego podsystemu, $n \in \mathcal{N}$,

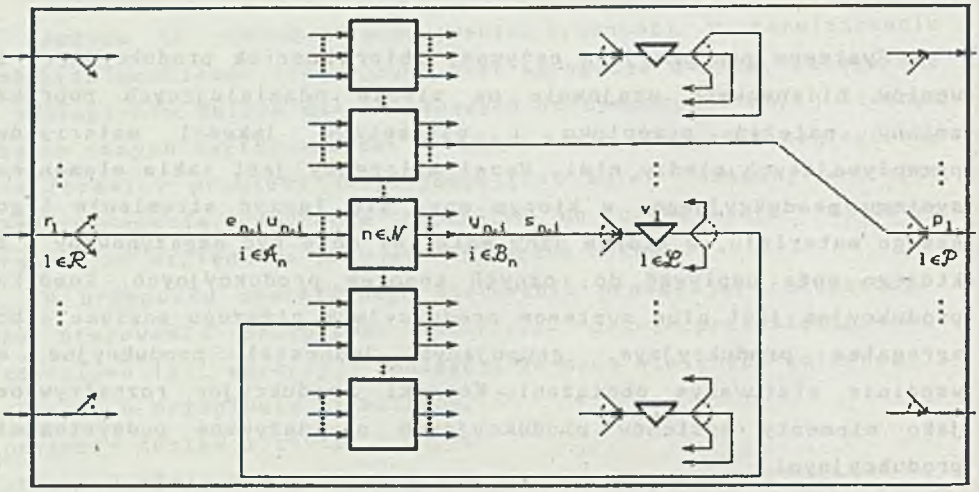
$\mathcal{B}_n$ -dla strumieni wyjściowych n-tego podsystemu, $n \in \mathcal{N}$.

Zbiory te są podzbiorami zbioru liczb naturalnych.

Strukturę powiązań materiałowych w każdym systemie produkcyjnym można jednoznacznie opisać podając źródła strumieni wejściowych wszystkich podsystemów oraz punkty przeznaczenia wszystkich strumieni odpływających z podsystemów. Informacje te koduje się za pomocą następujących wielkości:

$$x_{ni} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli i-ty strumień wejściowy n-tego podsystemu dopływa z węzła bilansowego} \\ 0, & \text{jeśli i-ty strumień wejściowy n-tego podsystemu dopływa z wejścia systemu produkcyjnego} \end{cases}, \quad i \in \mathcal{A}_n, n \in \mathcal{N}$$

$$\omega_{ni} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli i-ty strumień wyjściowy n-tego podsystemu odpływa do węzła bilansowego} \\ 0, & \text{jeśli i-ty strumień wyjściowy n-tego podsystemu odpływa do wyjścia systemu produkcyjnego} \end{cases}, \quad i \in \mathcal{B}_n, n \in \mathcal{N}$$



Rys. 1. Struktura systemu produkcyjnego

Fig. 1. The manufacturinng system structure

$$\varepsilon_{ni} = \text{indeks} \left\{ \begin{array}{ll} \text{węzła bilansowego,} & \text{gdy } \varkappa_{ni} = 1 \\ \text{wejścia systemu produkcyjnego,} & \\ & \text{gdy } \varkappa_{ni} = 0 \end{array} \right\},$$

z którego dopływa i-ty strumień wejściowy n-tego podsystemu ($i \in \mathcal{A}_n, n \in \mathcal{N}$)

$$\sigma_{ni} = \text{indeks} \left\{ \begin{array}{ll} \text{węzła bilansowego,} & \text{gdy } \omega_{ni} = 1 \\ \text{wyjścia systemu produkcyjnego,} & \\ & \text{gdy } \omega_{ni} = 0 \end{array} \right\},$$

do którego odpływa i-ty strumień wyjściowy n-tego podsystemu ($i \in \mathcal{B}_n, n \in \mathcal{N}$).

W systemie operatywnego sterowania produkcją, opisanym w [3], korzysta się ze statycznych modeli matematycznych podsystemów produkcyjnych. W modelach tych natężenia przepływu w strumieniach wejściowych i wyjściowych są wyrażone jako kombinacje liniowe wielkości wiodących:

$$u_{ni} = \sum_{m\in\mathcal{M}_n} \sum_{j\in\mathcal{J}_{nm}} \sum_{q\in Q_{nmj}} C_{nimjq}\, w_{nmjq}, \quad \text{dla } i\in\mathcal{A}_n, n\in\mathcal{N} \qquad (2\text{-}1)$$

$$y_{ni} = \sum_{m\in\mathcal{M}_n} \sum_{j\in\mathcal{J}_{nm}} \sum_{q\in Q_{nmj}} G_{nimjq}\, w_{nmjq}, \quad \text{dla } i\in\mathcal{B}_n, n\in\mathcal{N} \qquad (2\text{-}2)$$

u_{ni}, y_{ni} – obliczone za pomocą modelu statycznego natężenia przepływu w i-tym strumieniu wejściowym, $i\in\mathcal{A}_n$, oraz w i-tym strumieniu wyjściowym, $i\in\mathcal{B}_n$, n-tego agregatu produkcyjnego, $n\in\mathcal{N}$,

w_{nmjq} – wielkości wiodące n-tego agregatu, $q\in Q_{nmj}$, $j\in\mathcal{J}_{nm}$, $m\in\mathcal{M}_n$, $n\in\mathcal{N}$,

C_{nimjq}, G_{nimjq} – ilości materiałów (w przypadku procesów dyskretnych liczba detali lub podzespołów) z i-tego strumienia wejściowego, $i\in\mathcal{A}_n$, oraz z i-tego strumienia wyjściowego, $i\in\mathcal{B}_n$, n-tego agregatu, $n\in\mathcal{N}$, przypadające przeciętnie na jedną sztukę ze strumienia wiodącego określonego indeksami $m, j, q, q\in Q_{nmj}$, $j\in\mathcal{J}_{nm}$, $m\in\mathcal{M}_n$.

Przy tym $m\in\mathcal{M}_n$ – indeks wariantów produkcyjnych n-tego podsystemu produkcyjnego, różniących się asortymentem materiałów wejściowych lub wyjściowych, $j\in\mathcal{J}_{nm}$ – indeks strumieni wiodących n-tego podsystemu określonych dla m-tego wariantu, $q\in Q_{nmj}$ – indeks podwariantów produkcyjnych tej sekcji n-tego podsystemu, której

obciążenie w m-tym wariancie nadaża za natężeniem przepływu w j-tym strumieniu wiodącym. Rożnica miedzy wariantami i podwariantami produkcyjnymi polega na tym, że w przypadku wariantów koszt i czas przezbrajania jest niepomijalny, a przełączenia między podwariantami nie wymagają czasu i charakteryzują sie pomijalnym kosztem.

Znajomość struktury systemu produkcyjnego umożliwia sformułowanie następujących zależności między natężeniami przepływu w jego strumieniach materiałowych (rys.1):

$$r_l = \sum_{n\in\mathcal{N}} \sum_{\substack{i\in\mathcal{A}_n \\ x_{ni}=0 \\ \varepsilon_{ni}=1}} u_{ni}, \qquad \text{dla } l\in\mathcal{R} \tag{2-3}$$

$$p_l = \sum_{n\in\mathcal{N}} \sum_{\substack{i\in\mathcal{B}_n \\ \omega_{ni}=0 \\ \sigma_{ni}=1}} v_{ni}, \qquad \text{dla } l\in\mathcal{P} \tag{2-4}$$

$$\dot{v}_l = \sum_{n\in\mathcal{N}} \sum_{\substack{i\in\mathcal{B}_n \\ \omega_{ni}=l \\ \sigma_{ni}=1}} v_{ni} - \sum_{n\in\mathcal{N}} \sum_{\substack{i\in\mathcal{A}_n \\ x_{ni}=l \\ \varepsilon_{ni}=1}} u_{ni}, \qquad \text{dla } l\in\mathcal{L} \tag{2-5}$$

przy czym u_{ni}, v_{ni} -natężenia przepływu w strumieniach wejściowych i wyjściowych n-tego podsystemu, $n\in\mathcal{N}$; r_l, p_l - natężenia przepływu w wejściowych i wyjściowych strumieniach materiałowych systemu, v_l - zapasy w wewnętrznych węzłach bilansowych.

3. Agregacja modeli matematycznych systemów produkcyjnych

Każdy system produkcyjny danego przedsiębiorstwa posiada

wejściowe i wyjściowe strumienie materiałowe r_l, $l \in \mathcal{R}$, p_l, $l \in \mathcal{P}$ (rys. 1), którymi poprzez węzły bilansowe zewnętrzne jest powiązany z innymi systemami produkcyjnymi tego samego poziomu organizacyjnego. Przy założeniu, że dany system produkcyjny jest N-tym podsystemem systemu wyższego poziomu (na którym wszystkie wielkości są oznaczone gwiazdką), zachodzą związki:

$$\mathcal{R}=\mathcal{A}^*_N \tag{3-1}$$

$$\mathcal{P}=\mathcal{B}^*_N \tag{3-2}$$

$$r_l=u^*_{Nl}, \text{ dla } l \in \mathcal{R} \tag{3-3}$$

$$p_l=y^*_{Nl}, \text{ dla } l \in \mathcal{P} \tag{3-4}$$

Zadanie agregacji modelu matematycznego systemu produkcyjnego (2-1)..(2-5) polega na jego przekształceniu do postaci:

$$u^*_{Nl} = \sum_{M \in \mathcal{M}^*_N} \sum_{J \in \mathcal{J}^*_{NM}} \sum_{Q \in Q^*_{NMJ}} C^*_{NlMJQ}\, w^*_{NMJQ}, \text{ dla } l \in \mathcal{A}^*_N \tag{3-5}$$

$$y^*_{Nl} = \sum_{M \in \mathcal{M}^*_N} \sum_{J \in \mathcal{J}^*_{NM}} \sum_{Q \in Q^*_{NMJ}} G^*_{NlMJQ}\, w^*_{NMJQ}, \text{ dla } l \in \mathcal{B}^*_N \tag{3-6}$$

przy czym N,M,J,Q są indeksami wielkości wiodących N-tego podsystemu w systemie produkcyjnym wyższego poziomu, a $\mathcal{M}^*_N$, $\mathcal{J}^*_{NM}$, Q^*_{NMJ} - zbiorami tych indeksów.

Przystępując do rozwiązania problemu najpierw zerujemy zapasy v_l w równaniu (2-5), a następnie podstawiamy zależności (2-1) (2-2) do równań (2-3)..(2-5). Otrzymujemy w ten sposób układ równań:

$$r_l = \sum_{n \in \mathcal{N}} \sum_{m \in \mathcal{M}_n} \sum_{j \in \mathcal{J}_{nm}} \sum_{q \in Q_{nmj}} B_{lnmjq}\, w_{nmjq}, \text{ dla } l \in \mathcal{R} \tag{3-7}$$

$$P_l = \sum_{n\in\mathcal{N}} \sum_{m\in\mathcal{M}_n} \sum_{j\in\mathcal{J}_{nm}} \sum_{q\in\mathcal{Q}_{nmj}} H_{lnmjq}\, w_{nmjq}, \text{ dla } l\in\mathcal{P} \tag{3-8}$$

$$\sum_{n\in\mathcal{N}} \sum_{m\in\mathcal{M}_n} \sum_{j\in\mathcal{J}_{nm}} \sum_{q\in\mathcal{Q}_{nmj}} D_{lnmjq}\, w_{nmjq} = 0, \text{ dla } l\in\mathcal{L} \tag{3-9}$$

w którym

$$B_{lnmjq} = \sum_{\substack{i\in\mathcal{A}\\ \kappa_{ni}\geq 0\\ \varepsilon_{ni}=1}} C_{nimjq}, \quad \text{dla } l\in\mathcal{R}, q\in\mathcal{Q}_{nmj}, j\in\mathcal{J}_{nm}, m\in\mathcal{M}_n, n\in\mathcal{N} \tag{3-10}$$

$$H_{lnmjq} = \sum_{\substack{i\in\mathcal{B}\\ \omega_{ni}\geq 0\\ \sigma_{ni}=1}} G_{nimjq}, \quad \text{dla } l\in\mathcal{P}, q\in\mathcal{Q}_{nmj}, j\in\mathcal{J}_{nm}, m\in\mathcal{M}_n, n\in\mathcal{N} \tag{3-11}$$

$$D_{lnmjq} = \sum_{\substack{i\in\mathcal{B}\\ \omega_{ni}\geq 1\\ \sigma_{ni}=1}} G_{nimjq} - \sum_{\substack{i\in\mathcal{A}\\ \kappa_{ni}\geq 1\\ \varepsilon_{ni}=1}} C_{nimjq}, \tag{3-12}$$

$$\text{dla } l\in\mathcal{L}, q\in\mathcal{Q}_{nmj}, j\in\mathcal{J}_{nm}, m\in\mathcal{M}_n, n\in\mathcal{N}$$

Biorąc pod uwagę równości (3-1)..(3-4) nasuwa się rozwiązanie polegające na redukcji równań (3-9) połączonej z eliminacją części wielkości wiodących w_{nmjq}. Pozostałe po tej operacji wielkości wiodące lokalne w_{nmjq} stają się wielkościami wiodącymi globalnymi w^{*}_{NMJQ}, a przekształcone współczynniki B'_{lnmjq}, H'_{lnmjq} są poszukiwanymi wspóczynnikami zagregowanego modelu matematycznego C^{*}_{NIMJQ}, G^{*}_{NIMJQ}.

Wybór wielkości wiodących globalnych, a mówiąc inaczej - wybór wielkości lokalnych do eliminacji, trudno jest zalgorytmizować i dlatego pozostawia się go użytkownikowi. Program komputerowy, realizujący przedstawiony algorytm agregacji, jest z tego powodu programem konwersacyjnym. Wybór globalnych wielkości wiodących można formalnie zakodować za pomocą wskaźnika

$$\alpha_{MJQnmjq} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli wielkość wiodąca lokalna } w_{nmjq} \\ & \text{jest wielkością wiodącą globalną } w^{*}_{NMJQ}, \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases}$$

dla $q \in Q_{nmjq}$, $j \in \mathcal{J}_{nmjq}$, $m \in \mathcal{M}_n$, $n \in \mathcal{N}$, $Q \in Q^{*}_{NMJ}$, $J \in \mathcal{J}^{*}_{NM}$, $M \in \mathcal{M}^{*}_{N}$

Posługując się powyższym wskaźnikiem procedurę agregacji można w skrócie opisać zależnościami:

$$w^{*}_{NMJQ} = w_{nmjq}, \quad (n,m,j,q): \alpha_{MJQnmjq} = 1, \tag{3-13}$$

$$\text{dla } Q \in Q^{*}_{NMJ}, \ J \in \mathcal{J}^{*}_{NM}, \ M \in \mathcal{M}^{*}_{N}$$

$$C^{*}_{NlMJQ} = B'_{lnmjq}, \quad (n,m,j,q): \alpha_{MJQnmjq} = 1, \tag{3-14}$$

$$\text{dla } l \in \mathcal{A}^{*}_{N}, \ Q \in Q^{*}_{NMJ}, \ J \in \mathcal{J}^{*}_{NM}, \ M \in \mathcal{M}^{*}_{N}$$

$$G^{*}_{NlMJQ} = H'_{lnmjq}, \quad (n,m,j,q): \alpha_{MJQnmjq} = 1, \tag{3-15}$$

$$\text{dla } l \in \mathcal{B}^{*}_{N}, \ Q \in Q^{*}_{NMJ}, \ J \in \mathcal{J}^{*}_{NM}, \ M \in \mathcal{M}^{*}_{N}$$

Model matematyczny systemu produkcyjnego wchodzi w skład ograniczeń optymalizacji operatywnego sterowania produkcją. Dlatego agregacja powinna gwarantować istnienie dopuszczalnej dezagregacji [2]. Najprostszym sposobem zapewnienia istnienia rozwiązań dopuszczalnych problemu zdezagregowanego jest unikanie relaksacji ograniczeń przy agregacji. Zmiany ograniczeń mogą ewentualnie polegać na ich zaostrzeniu, co tylko zawęża pierwotny zbiór rozwiązań dopuszczalnych, a w żadnym przypadku nie umożliwia otrzymania

rozwiązania nie należącego do tego zbioru. Oczywistą restrykcją ograniczeń towarzyszącą agregacji jest wyzerowanie pochodnych zapasów w równaniu (2-5), co odpowiada rezygnacji z możliwości akumulacyjnych wewnętrznych magazynów buforowych systemu produkcyjnego.

4. Wnioski

W pracy przedstawiono metodę agregacji modeli matematycznych złożonych systemów produkcyjnych, polegającą na eliminacji z równań modelu matematycznego tylu lokalnych wielkości wiodących, ile jest wewnętrznych węzłów bilansowych. Pozostałe wielkości wiodące podsystemów produkcyjnych stają się wówczas globalnymi wielkościami wiodącymi systemu zagregowanego. Wyboru globalnych wielkości wiodących dokonuje użytkownik algorytmu, co dla użytkownika zorientowanego w strukturze systemu produkcyjnego jest dość oczywiste. Potwierdziły to próby przeprowadzone dla 14 systemów produkcyjnych przykładowej fabryki samochodów.

Dla algorytmu agregacji przedstawionego w punkcie 3 opracowano program komputerowy w języku Turbo Pascal na komputer IBM PC. Program testowano na 14 przykładowych systemach produkcyjnych, dla których liczba lokalnych wielkości wiodących nie przekraczała 186, a liczba wewnętrznych węzłów bilansowych przed agregacją nie była większa od 162.

Czas trwania obliczeń w zależności od przykładu i stosowanego komputera wynosił od kilku minut do kilku godzin. Jest to czas

wystarczająco mały, jeśli wziąć pod uwagę, że modele matematyczne są albo wyznaczane jednorazowo, albo modyfikowane z dość dużym okresem stałości, nie krótszym niż okresy planowania i kontroli w systemach sterowania produkcją, np. doba, miesiąc, kwartał. W przypadku modeli o większej liczbie równań i zmiennych niezależnych można się spodziewać wzrostu czasu obliczeń, lecz z drugiej strony trzeba wziąć pod uwagę, że program był testowany w pierwszej wersji, działającej zgodnie z zadanym algorytmem, a moc obliczeniowa wykorzystywanych mikrokomputerów nie była zbyt wielka.

Podsumowując można stwierdzić praktyczną przydatność opracowanej metody agregacji w systemach sterowania produkcją. Dalsze prace nad jej ulepszeniem powinny koncentrować się na algorytmizacji wyboru globalnych wielkości wiodących dla różnych spotykanych w praktyce struktur systemów produkcyjnych.

Literatura

[1] Hussian A.R.: Agregacja modeli matematycznych pewnej klasy systemów produkcyjnych. ZN Pol. Śl., s. Automatyka, nr 103, Gliwice 1991.

[2] Toczyłowski E.: Niektóre metody strukturalne optymalizacji do sterowania w dyskretnych systemach wytwarzania, Warszawa 1989.

[3] Zaborowski M.: Sterowania operatywne dyskretnymi procesami produkcji. Sprawozdanie końcowe z prac wykonywanych w ramach tematu 4.6 programu RP.I.02. Kielce 1990.

[4] Zaborowski M.: Podejście wejściowo-wyjściowe do sterowania operatywnego dyskretnymi procesami produkcji. ZN Pol. Śl., s.Elektryka 24, Kielce 1990.

Recenzent: Prof.dr hab. inż. Mirosław Zaborowski

Wpłynęło do Redakcji 11.09.1991.