ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1993
Seria: AUTOMATYKA z.108 Nr kol. 1150

Jacek ŁĘSKI

KLASA CYFROWYCH FILTRÓW DO TŁUMIENIA ZAKŁÓCEŃ WOLNOZMIENNYCH SYGNAŁÓW BIOLOGICZNYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono nową klasę filtrów cyfrowych o całkowitych współczynnikach, umożliwiających tłumienie zakłóceń wolnozmiennych w trybie on-line. Konstrukcja filtru oparta jest na popularnym filtrze średniej ruchomej. Klasa ta zapewnia projektowanie filtrów o prawdziwie liniowej charakterystyce fazowej, co jest kluczowe dla przetwarzania sygnałów bilogicznych.

CLASS OF DIGITAL FILTRES FOR LOW-FREQUENCY NOISE REDUCTION IN BIOMEDICAL SIGNALS

Summary: The paper deals with a new class integer coefficient digital filters for on-line low-frequency noises reduction. Construction is based on simple moving-average filtrers. The filters has true linear phase. This is fundamental for biomedical signal processing.

КЛАСС ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ ДЛЯ ПОДАВЛЕНИЯ ПОМЕХ В МЕДЛЕННОИЗМЕНЯЮЩИХСЯ БИОЛОГИЧЕСКИХ СИГНАЛАХ

Р е з ю м е

В работе представлен новый класс цифровых фильтров с целочисленными коэффициентами позволяющий подавлять медленноизменяющееся помехы в режиме on-line. Конструкция фильтра использует известную идею фильтра передвижной средней. Этот класс фильтров гарантирует настоящую линейную фазовую характеристику, что существенно для преобразования биологических сигналов.

1. Wstęp

Jednym z podstawowych rodzajów zakłóceń sygnałów bilogicznych są zakłócenia wolnozmienne. Są one najczęściej wywołane przez zmienną w czasie impedancję przejścia elektroda - pacjent. Innym powodem powstawania tych zakłóceń jest zmiana położenia organu wytwarzającego pole elektryczne względem eletrod, spowodowana np. akcją oddechową. Metody tłumienia zakłóceń wolnozmiennych można podzielić na:

1) bazujące na filtracji górnoprzepustowej [1,3],
2) polegające na aproksymacji zakłóceń wolnozmiennych i odjęciu ich od sygnału zakłóconego [5].

Podstawową wadą drugiej metody jest potrzeba wyznaczania punktów węzłowych. Dla sygnałów zakłóconych, jakimi najczęściej dysponujemy w praktyce, wyznaczanie punktów węzłowcyh jest zawodne. Dlatego też obecnie powszechnie stosowaną metodą jest filtracja górnoprzepustowa.

Ze względu na charakter sygnałów biologicznych wymagane jest, aby filtr taki posiadał prawdziwie liniową charakterystykę fazową. Wymaganie to eliminuje zastosowanie w rekursywnych filtrów cyfrowych. Klasyczne metody projektowania nierekursywnych filtrów cyfrowych [2.7.8]:

- metoda niezmienności odpowiedzi impulsowej,
- metoda odwrotnego przekształcenia Fouriera,
- metoda liniowej aproksymacji jednostajnej, np. metodą Remeza,.

prowadzą do filtrów o niecałkowitych współczynnikach oraz nieprawdziwie liniowej charakterystyce fazowej. Uzyskiwanie filtrów o niecałkowitych współczynnikach często uniemożliwia ich zastosowanie w sprzęcie medycznym pracującym w trybie on-line [6].

Powszechnie stosowanym filtrem do usuwania zakłóceń wolnozmiennych jest filtr średniej ruchomej. Jednak filtr ten charakteryzuje się dużą nierównomiernością charakterystyki amplitudowej. Na przykład przy przetwarzaniu syganłu EKG równomierność charakterystyki amplitudowej nie powinna być gorsza niż 0.5 dB [1]. W artykule przedstawiono metodę projektowania na podstawie filtrów średniej ruchomej filtru o dużej równomierności charakterystyki amplitudowej, całkowitych współczynnikach oraz prawdziwie liniowej charakterystyce fazowej.

2. Filtr średniej ruchomej

Filtr średniej ruchomej w dziedzinie dyskretnego czasu ma postać:

$$y(n) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} x(n-i) \tag{1}$$

gdzie: $x(n)$ - sygnał wejściowy,
$y(n)$ - wygnał wyjściowy,
n - dyskretny czas,
m - parametr.

Stąd:

$$y(n) - y(n-1) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} x(n-i) - \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} x(n-i) =$$

$$= \frac{1}{m} [x(n) - x(n-m)] \tag{2}$$

Przekształcając dalej można zapisać filtr w formie rekursywnej:

$$y(n) = y(n-1) + \frac{1}{m} [x(n) - x(n-m)] \tag{3}$$

Stąd otrzymujemy transmitancję:

$$K(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{m} \frac{1 - z^{-m}}{1 - z^{-1}} \tag{4}$$

charakterystykę amplitudową:

$$A(\theta) = \frac{1}{m} \frac{\sin(m\theta/2)}{\sin(\theta/2)} \tag{5}$$

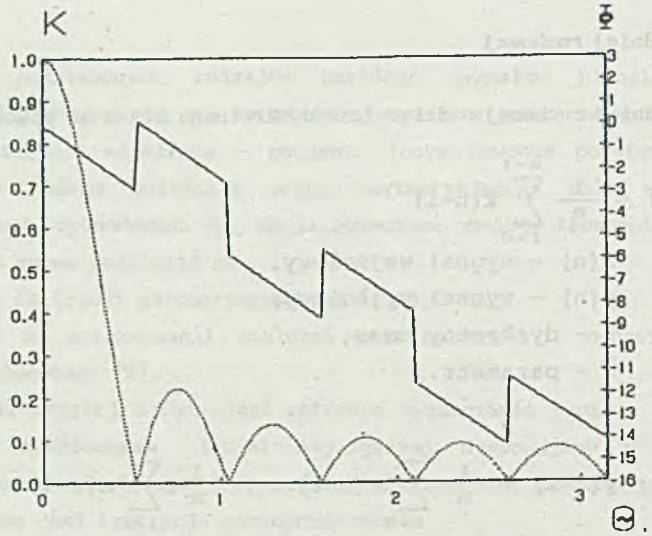
oraz fazową:

$$\Phi(\theta) = - \frac{m-1}{2} \theta \tag{6}$$

gdzie: θ - pulsacja unormowana; $\theta=2\pi f\Delta$; f - częstotliwość, Δ - okres próbkowania,

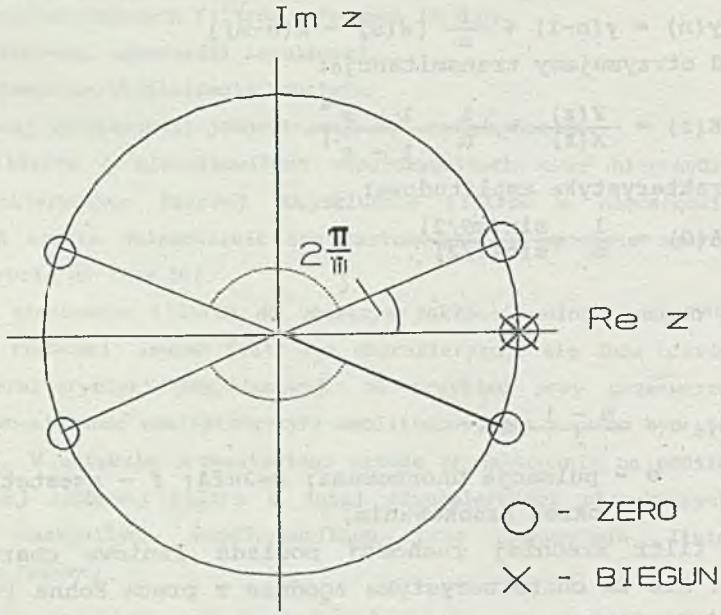
czyli filtr średniej ruchomej posiada liniową charakterystykę fazową. Ale ta charakterystyka zgodnie z pracą Kohna [4] nie jest prawdziwie liniowa i wyraża się wzorem:

$$\Phi'(\theta) = - \frac{m-1}{2} \theta + \frac{\pi}{2} (1 + \mathrm{sgn}[K(\theta)]) \tag{7}$$



Rys. 1. Charakterystyka amplitudowa i fazowa filtru średniej ruchomej dla parametru m = 12

Fig. 1. Gain and phase characteristic of moving-average filters for n = 12



Rys. 2. Położenie zer i biegunów transmitancji filtru średniej ruchomej na płaszczyźnie zmiennej z

Fig. 2. Zeros and poles placement for moving-average filter transfer function on z plane

Charakterystykę amplitudową i fazową filtru średniej ruchomej dla parametru m = 12 przedstawia rysunek 1. Transmitancja filtru średniej ruchomej posiada m zer rozłożonych równomiernie na kole jednostkowym zmiennej z (|z|=1) oraz jeden biegun z=0. Bieguny i zera transmitancji tego filtru przdstawia rysunek 2. Pulsację graniczną filtru wyznaczamy ze wzoru:

$$\theta_g = \frac{\pi}{2m} \tag{8}$$

Filtr górnoprzepustowy budujemy na podstawie przekształcenia:

$$z(n) = x(n - \frac{m-1}{2}) - y(n) \tag{9}$$

gdzie: z(n) - sygnał wyjściowy filtru górnoprzepustowego,
x(n) - sygnał wejściowy,
y(n) - sygnał wyjściowy filtru średniej ruchomej.

Filtr ten posiada transmitancję:

$$K'(z) = \frac{X(z)}{Z(z)} = z^{-\frac{m-1}{2}} - \frac{1}{m}\,\frac{1 - z^{-m}}{1 - z^{-1}} \tag{10}$$

Ostatnią zależność możemy przedstawić jako równoległe połączenie filtrów o transmitancjach $K_1(z)$ i $K_2(z)$:

$$K'(z) = K_1(z) - K_2(z) \hat{=} A(\theta)\, e^{j\Phi(\theta)} \tag{11}$$

gdzie:

$$K_1(z) = z^{-\frac{m-1}{2}} \hat{=} A_1(\theta)\, e^{j\Phi_1(\theta)} \tag{12}$$

$$K_2(z) = \frac{1}{m}\,\frac{1 - z^{-m}}{1 - z^{-1}} \hat{=} A_2(\theta)\, e^{j\Phi_2(\theta)} \tag{13}$$

Można udowodnić, że:

$$A^2(\theta) = A_1^2(\theta) + A_2^2(\theta) - 2\, A_1(\theta)\, A_2(\theta) \cos[\Phi_1(\theta) - \Phi_2(\theta)] \tag{14}$$

$$\mathrm{tg}\, \Phi(\theta) = \frac{A_1(\theta) \sin[\Phi_1(\theta)] - A_2(\theta) \sin[\Phi_2(\theta)]}{A_1(\theta) \cos[\Phi_1(\theta)] - A_2(\theta) \cos[\Phi_2(\theta)]} \tag{15}$$

W naszym przypadku $\Phi_1(\theta) = \Phi_2(\theta)$, stąd:

$$A^2(\theta) = [A_1(\theta) + A_2(\theta)]^2 \tag{16}$$

$$\Phi(\theta) = \Phi_1(\theta) = \Phi_2(\theta) \tag{17}$$

W ten sposób wykazano, że zastosowanie opóźnienia sygnału x o $\frac{m-1}{2}$ zapewnia brak zniekształceń charakterystyk amplitudowej i fazowej filtru średniej ruchomej. Filtr ten posiada dużą nierównomierność charakterystki amplitudowej oraz skoki (o wartość π) charakterystyki fazowej. Powoduje to niedopuszczalne zniekształcenia przetwarzanego sygnału. Ze wzoru (9) wynika, że wartość m powinna być nieparzysta, aby wartość $\frac{m-1}{2}$ była całkowita.

3. Nowa klasa filtrów

Jeżeli zastosujemy następujące przekształcenie filtru średniej ruchomej:

$$G_i(z) = \frac{1}{m}\,\frac{1-z^{-m}}{1-z^{-1}} - a_i\, z^{-\frac{m-1}{2}} \tag{18}$$

gdzie: a_i - parametr,

to otrzymujemy na podstawie (16) charakterystykę amplitudową :

$$A(\theta) = \frac{1}{m}\,\frac{\sin(m\theta/2)}{\sin(\theta/2)} - a_i \tag{19}$$

i zgodnie z (17) charakterystykę fazową:

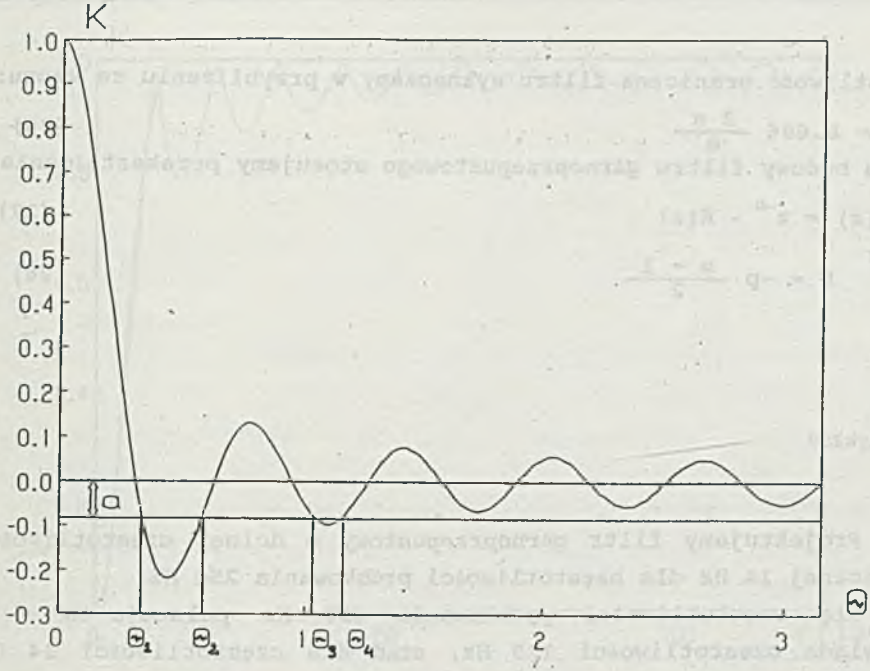
$$\Phi(\theta) = -\frac{m-1}{2}\,\theta \tag{20}$$

Charakterystykę amplitudową filtru (18) przedstawia rysunek 3. Zera tej transmitancji występują dla pulsacji $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ i θ_4.

Łącząc kaskadowo filtry $G_i(z)$ uzyskujemy transmitancję:

$$K(z) = B \prod_{i=1}^{p} \left[\frac{1}{m}\,\frac{1-z^{-m}}{1-z^{-1}} - a_i\, z^{-\frac{m-1}{2}}\right] \tag{21}$$

Wartości a_i dobieramy tak, aby zera transmitancji przypadały dla tych pulsacji dla których filtr średniej ruchomej posiada maksima fal charakterystyki amplitudowej. Takie położenie zer uzyskujemy, gdy kolejne wartości a_i równe są wysokości fal charakterystyki amplitudowej filtru średniej ruchomej. Stąd:



Rys. 3. Charakterystyka amplitudowa filtru ze wzoru (18)

Fig. 3. Gain characteristic for filter in equ. 18

$$a_k = \frac{1}{m} \frac{\sin[\pi(2k+1)/2]}{\sin[\pi(2k+1)/2m]} \quad ; \quad k = 1,2,\ldots \tag{22}$$

Aby uzyskać prawdziwie liniową charakterystykę fazową dana wartość powinna występować dwa razy w ciągu $\{a_i\}$.

Współczynnik B dobieramy tak, aby filtr miał transmitancję jednostkową dla pasma przepustowego, czyli :

$$B = \prod_{i=1}^{p} \frac{1}{(1 - a_i)} \tag{23}$$

Tak zaprojektowany filtr posiada następujaca charakterystykę amplitudową i fazową:

$$A(\theta) = \prod_{i=1}^{p} \left[\frac{1}{m} \frac{\sin(m\theta/2)}{\sin(\theta/2)} - a_i\right] \tag{24}$$

$$\Phi(\theta) = -p \cdot \frac{m-1}{2} \theta \tag{25}$$

Częstotliwość graniczną filtru wyznaczamy w przybliżeniu ze wzoru:

$$\theta_g = 0.696 \frac{2\pi}{m} \tag{26}$$

W celu budowy filtru górnoprzepustowego stosujemy przekształcenie:

$$K_G(z) = z^{-D} - K(z) \tag{27}$$

gdzie:

$$D = -p \frac{m-1}{2} \tag{28}$$

4. Przykład

Projektujemy filtr górnoprzepustowy o dolnej częstotliwości granicznej 14 Hz dla częstotliwości próbkowania 250 Hz.

Dla częstotliwości próbkowania 250 Hz pulsacja $\theta = \pi$ odpowiada częstotliwości 125 Hz, stąd dla częstotliwości 14 Hz otrzymujemy pulsację graniczną:

$$\theta_g = \frac{14\ \pi}{125} = 0.352 \tag{29}$$

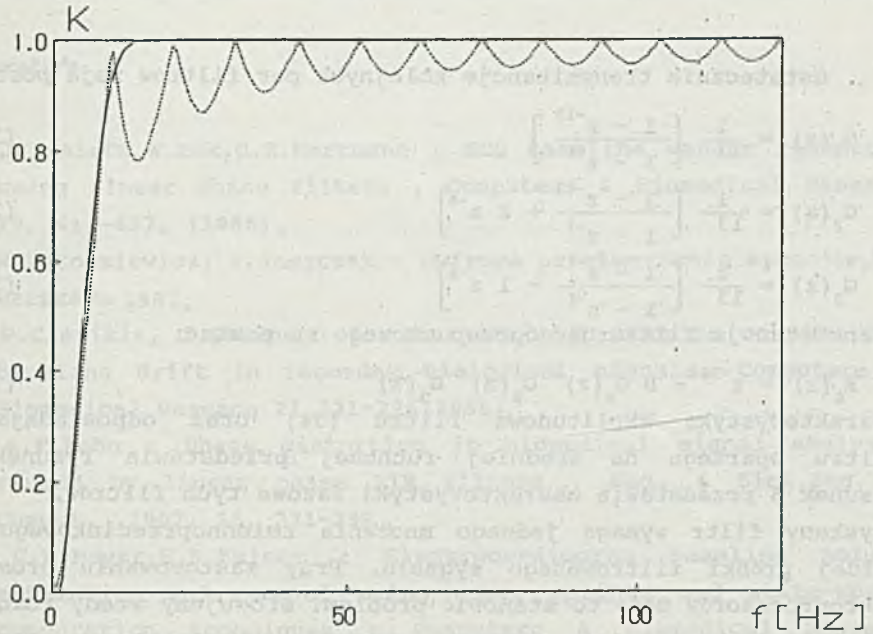
Na podstawie wzoru (26) otrzymujemy:

$$m = 0.696 \frac{2\pi}{\theta_g} = 12.4 \tag{30}$$

Wybieramy najbliższą wartość nieparzystą; stąd m = 13. Na podstawie zależności (22) wyznaczamy ciąg $\{a_k\}$:

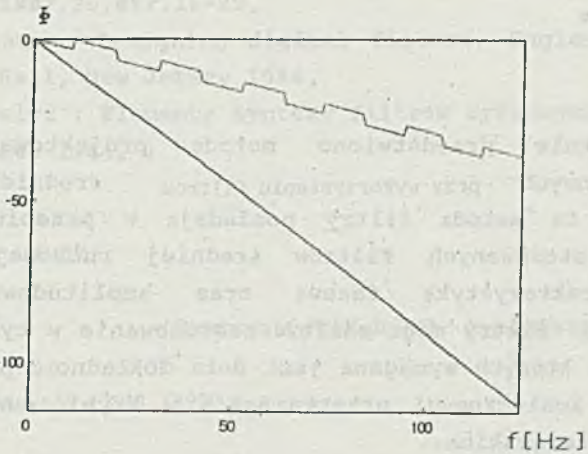
$a_1 = -0.217$, $a_2 = 0.135$, $a_3 = -0.102$, $a_4 = 0.087$.

Arbitralnie przyjmujemy p = 6, a kolejne współczynniki wynoszą: 0, 0, -0.217, -0.217, 0.135, 0.135. Jednak zastosowanie takich współczynników jest kłopotliwe. Ze wzoru (18) wynika, że w filtrze występuje dzielenie przez wartość m, stąd stosujemy współczynniki wymnożone przez m, a całość transmitancji dzielimy przez m. Współczynniki po wymnożeniu przez m i zaokrągleniu w dół wynoszą: 0, 0, -2, -2, 1, 1. Ze wzoru (23) wyznaczamy czynnik skalujący B = 0.88.



Rys. 4. Charakterystyki amplitudowe filtrów: średniej ruchomej (linia przerywana) oraz nowego filtru (linia ciągła)

Fig. 4. Gain characteristic for: moving-avwerage filter (break line) and new filter (solid line)



Rys. 5. Charakterystyki fazowe filtrów: średniej ruchomej (linia przerywana) oraz nowego filtru (linia ciągła)

Fig. 5. Phase characteristic for: moving-average filter (break line) and new filter (solid line)

Ostatecznie transmitancje kolejnych par filtrów mają postać:

$$G_1(z) = \frac{1}{13}\left[\frac{1 - z^{-13}}{1 - z^{-1}}\right] \tag{31}$$

$$G_2(z) = \frac{1}{13}\left[\frac{1 - z^{-13}}{1 - z^{-1}} + 2\ z^{-6}\right] \tag{32}$$

$$G_3(z) = \frac{1}{13}\left[\frac{1 - z^{-13}}{1 - z^{-1}} - 1\ z^{-6}\right] \tag{33}$$

Transmitancja filtru górnoprzepustowego ma postać:

$$K_G(z) = z^{-36} - B\ G_1(z)^2\ G_2(z)^2\ G_3(z)^2 \tag{34}$$

Charakterystykę amplitudową filtru (34) oraz odpowiadającego filtru opartego na średniej ruchomej przedstawia rysunek 4. Rysunek 5 przedstawia charakterystyki fazowe tych filtrów.

Uzyskany filtr wymaga jednego mnożenia zmiennoprzecinkowego dla każdej próbki filtrowanego sygnału. Przy zastosowaniu prostych mikroprocesorów może to stanowić problem. Stosujemy wtedy rozbicie operacji mnożenia na operację mnożenia i dzielenia. W tym przykładzie będzie występowało mnożenie przez 88 oraz dzielenie przez 100.

5. Podsumowanie

W artukule przedstwiono metodę projektowania filtrów górnoprzepustowych przy wykorzystaniu filtrów średniej ruchomej. Projektowane tą metodą filtry posiadają w przeciwieństwie do powszechnie stosowanych filtrów średniej ruchomej prawdziwie liniową charakterystykę fazową oraz amplitudową o dużej równomierności. Filtry mogą znaleźć zastosowanie w tych systemach medycznych, w których wymagana jest duża dokładność pomiarów przy jednoczesnej konieczności przetwarzania w trybie on-line, np. w systemach holterowskich.

Literatura

[1] J.A.Alstè,W.Eck,O.E.Herrmann : ECG baseline wander reduction using linear phase filters , Computers & Biomedical Reseach 19, 417-427, (1986).

[2] W.Borodziewicz, K.Jaszczak : Cyfrowe przetwarzanie sygnałów,WNT, Warszawa 1987.

[3] P.Ciarizia, P.Barone : A recursive algorithm to compute the baseline drift in recorded biological signals, Computers & Biomedical Reseach 21,221-226(1988).

[4] A.F.Kohn : Phase distortion in biomedical signal analysis caused by linear phase FIR filters , Med. & Biol.Eng, & Comput. ,1987, 25, 231-238 .

[5] C.R.Mayer,H.N.Keiser : Electrocardiogram baseline noise estimation and removal using cubic splines and state-space computation techniques : Computers & Biomedical Reseach 10,459-470(1977).

[6] N.V.Thakor,D.Moreau : Design and analysis of quantised coefficient digital filters ; application to biomedical signals processing with microprocessors, Med.& Biol.Eng.& Comput., 1987,25,str.18-25.

[7] C.S.Williams : Designing digital filters, Englewood Cliffs, Prentice Hall, New Jersey 1986.

[8] A.Wojtkiewicz : Elementy syntezy filtrów cyfrowych WNT,Warszawa 1984.

Recenzent: Prof.dr hab. inż. Ryszard Tadeusiewicz

Wpłynęło do Redakcji 13.11. 1990 r.

Abstract

The paper deals with a new class of integer coefficient digital filters for on-line reduction of low-frequency noises. Design in based on simple moving-averege filters.

The filter is created by the cascade connection of several moving average filters. Zeros of the included filters are placed in a way allowing decreasing of undesired ripples. Owing to this it is possible to remove all ripples from the amplitude characteristic which are inside the useful bandpass.

The filters have true linear phase characteristic. This is fundamental for biomedical signal processing.