ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1993
Seria: AUTOMATYKA z. 108 Nr kol. 1150

Danuta RASZTABIGA
Franciszek MARECKI

STEROWANIE OPERATYWNE ELASTYCZNĄ LINIĄ WALCOWNICZĄ

Streszczenie. W artykule przedstawiono probabilistyczny problem sterowania ELW. NA wejściu ELW znajdują się magazyny buforowe, do których są dostarczone w losowych chwilach czasu losowe partie wsadu. W sytuacji losowego dopływu wsadu do ELW oraz losowego poboru wyrobów z magazynów buforowych przedstawiony jest model symulacyjny ELW (i heurystyczne algorytmy sterowania procesem walcowania. Celem sterowania ELW) dla takiego problemu jest minimalizacja strat wynikających z braku wyrobów w magazynach buforowych i przestoju dalszych agregatów.

COMPETENT CONTROL OF FLEXIBLE ROLLING LINE

Summary. The paper presents a probabilistic control problem for FRL. The input and ouput of FRL contain buffers which are supplied by the random batch parts in the random time moments. A simulation model for FRL and heuristic control algoritms for rolling process are presented. Control objectne is represented by the cost minization resulting from the lack of products in buffers and the down-time of further units.

ОПЕРАТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИБКОАВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ПРОКАТНОЙ ЛИНИЕЙ

Резюме. В статье представлена пробабилистическая проблема управления гибкоавтоматизированной прокатной линией (ГПЛ). Предпологается, что в ГПЛ в случайные моменты доставляются партии всада. На входе и выходе ГПЛ находятся буферные склады, которые имеют неограниченный объем. Запасы всада в буферном складе пополняются постоянно доставляемым материалом. Продукты из ГПЛ передаются порциями к следующим агрегатам, которые должны работать непрерывно. Целью управления ГПЛ для такой проблемы является минимизация потерь из-за нехватки полупродуктов в буферных магазинах.

1. Wstęp

Jednym z problemów sterowania operatywnego (dyspozytorskiego) Elastyczną Linią Walcowniczą (ELW) jest decydowanie o sekwencji, wielkości i asortymencie wsadu, wyborze produktu do realizacji oraz wyborze agregatu (złożenia walców), w którym należy wymienić narzędzia - walce.

Decyzje podejmowane dla ustalenia harmonogramu ELW sprowadzają się w praktyce do stosowania reguł heurystycznych. Celem ich stosowania jest ustalenie takiego harmonogramu procesu walcowania, aby były spełnione ograniczenia związane z jego przebiegiem.

ELW umożliwia produkcję różnych asortymenów wyrobów. Dla każdego asortymentu wymagane jest odpowiednie narzędzie w każdym agregacie ELW. Produkcja wyrobów różnych asortymentów wiąże się z koniecznością wymiany zużytych narzędzi. Wymiana narzędzi powoduje przestoje ELW, co zmniejsza efektywność jej pracy. Zakłada się, że narzędzia są wielofunkcyjne tzn., że mogą być wykorzystywane do produkcji wyrobów różnych asortymentów.

W referacie jest przedstawiony probalistyczny problem sterowania ELW. Zakłada się, że do ELW są dostarczane w losowych chwilach czasu losowe partie wsadu. Na wejściu i wyjściu ELW znajdują się magazyny buforowe. Magazyny te mają nieograniczoną pojemność. Zapasy wsadu w magazynie buforowym uzupełniane są przez stały w czasie strumień masy wsadu. Produkty z ELW są przekazywane porcjami do dalszych agregatów. Agregaty te powinny pracować w sposób ciągły. Dla zapewnienia ciągłości pracy agregatów zlokalizowano przed nimi magazyny buforowe dla odpowiednich produktów. W każdym magazynie buforowym może znajdować się produkt jednego typu. Brak produktu powoduje określone straty produkcyjne. Równoczesna produkcja różnych asortymentów w ELW powoduje konieczność wymiany narzędzi i przestoju ELW.

Celem sterowania ELW dla takiego problemu jest minimalizacja strat wynikających z braku wyrobów w magazynach buforowych i przestoju dalszych agregatów.

W sytuacji losowego dopływu wsadu do ELW oraz losowego poboru wyrobów z magazynów buforowych harmonogramowanie procesu walcowania nie jest możliwe. Dlatego też dla sterowania operatywnego przedstawiony jest model symulacyjny ELW i heurystyczne algorytmy sterowania procesem walcowania. Model matematyczny zawiera zmienne decyzyjne dotyczące sekwencji produkcji określonego asortymentu oraz wymiany narzędzi określonych agregatów.

Dla ELW wyróżnia się zmienne decyzyjne procesu walcowania oraz wymiany walców, określające sekwencje i wielkość asortymentu produktu dla określonego wsadu oraz wybór agregatu, w którym należy wymienić walce.

Opis ELW przedstawiono w [2,3]. W definicji żywotności wykrojów ELW (parametr wykrojów złożeń walców) przyjęto liczbę ton materiału, którą można odwalcować na danym wykroju aż do jego zużycia. W niniejszym referacie żywotność wykrojów ELW zdefiniowana jest dopuszczalną odległością powierzchni wykrojów na zużytym złożeniu walca.

2. Podstawowe definicje i założenia

Przyjmujemy następujące oznaczenia:

m - numer typu wsadu ($m = 1,\dots,M$),

n - numer typu produktów ($n = 1,\dots,N$),

i - numer złożenia walców ELW ($i = 1,\dots,I$),

j - liczba wykrojów na złożeniu walca ($j = 0,1,\dots,J_i$),

k - numer etapu decyzyjnego ($k = 1,\dots,K$).

Dla wprowadzenia zapisu macierzowego przyjmiemy, że

$$J = \max_{1\le i\le I} J_i \tag{1}$$

Załóżymy, że liczba produktów, które można uzyskać z ELW, jest liczbą wykrojów ostatniego złożenia, czyli:

$$N = J_I \tag{2}$$

Załóżmy, że dana jest ELW, w której z M typów wsadu można otrzymać N typów produktów.

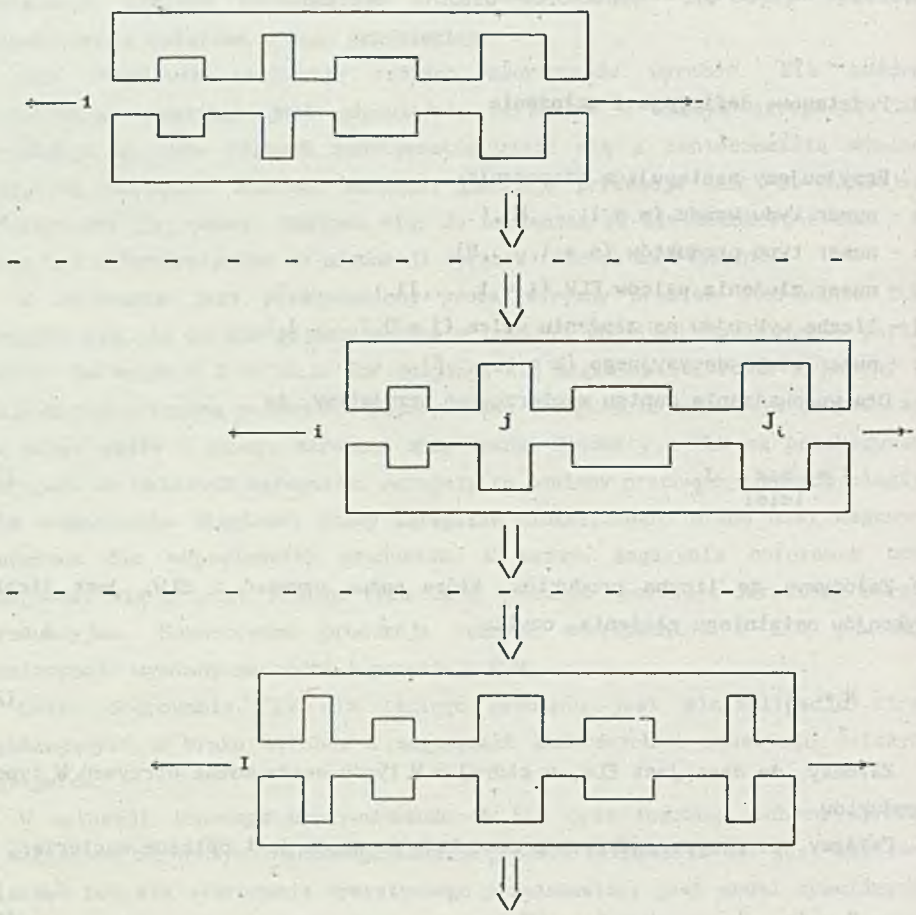
Załóżmy, że przyporządkowanie produktów do wsadu jest opisane macierzą:

$$R = [r_{m,n}] \qquad \begin{matrix} m = 1,\dots,M \\ n = 1,\dots,N \end{matrix} \tag{3}$$

Elementy tej macierzy są określone następująco:

$$r_{m,n} = \begin{cases} 1, \text{ jeśli z wasdu m-tego typu można uzyskać produkt n-tego typu} \\ 0, \text{ w przypadku przeciwnym} \end{cases} \tag{3a}$$

Załóżmy, że ELW składa się z I złożeń walców (agregatów). W każdym agregacie może być J_i wykrojów. Ciąg wykrojów tworzy linię technologiczną. (rys.1)



Rys.1. ELW - marszruty technologiczne (i - numer agregatu, I - liczba agregatów, j - numer wykroju, J_i - liczba wykrojów i-tego agregatu)

Fig.1. Flexible Rolling Line (FRL) - the technological routes (i- assembly number, I - number of assemblies, j - pass number in an assembly, J - number of passes of i-th assembly)

Ciąg numerów wykrojów dla uzyskania n-tego produktu tworzy marszrutę technologiczną.

Definicja 1. Marszruty technologiczne produktów są dane w postaci macierzy:

$$\Lambda = [\lambda_{i,n}] \qquad \begin{matrix} i = 1,\dots,I \\ n = 1,\dots,N \end{matrix} \tag{4}$$

Elementy tej macierzy określamy następująco:

$$\lambda_{i,n} = \begin{cases} j\ , & \text{jeśli dla uzyskania n-tego produktu wsad musi być przepuszczony przez j-ty wykrój i-tego walca,} \\ -1, & \text{jeśli w produkcji n-tego produktu i-ty walec nie jest używany,} \end{cases} \tag{4a}$$

Z punktu widzenia sterowania procesem walcowania istotne znaczenie ma charakterystyka statyczna wykroju. Charakterystyka ta określa odległość między powierzchniami walców w wykroju w zależności od masy przewalcowanego materiału.

W praktycznych warunkach charakterystykę tą można otrzymać w wyniku identyfikacji.

W ogólnym przypadku charakterystyka statyczna i-tego walca jest funkcją:

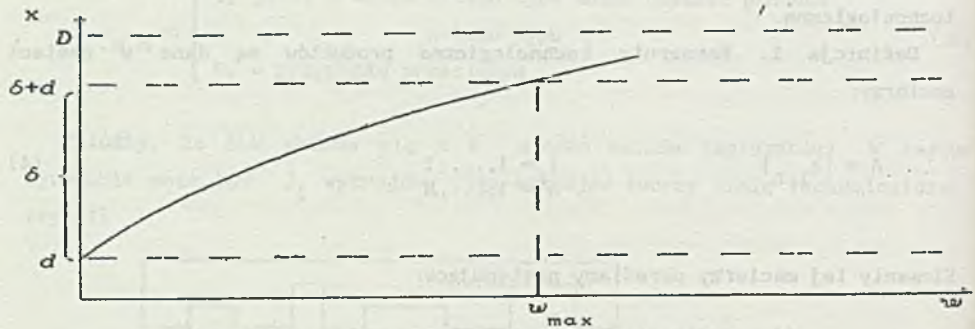
$$x_{i,j} = f_{i,j,m,n}(\omega) \tag{5}$$

Charakterystyka taka jest pokazana na rys.2.

Jeżeli j-ty wykrój i-tego walca leży na marszrucie technologicznej N_k produktów, to liczba L wszystkich charakterystyk statycznych wyniesie:

$$L = M \sum_{k=1}^{k=I\cdot J} N_k \tag{6}$$

co określa rozmiary problemu identyfikacji.



Rys.2. Charakterystyka statyczna wykroju (d - nominalna odległość między powierzchniami walców w wykroju, σ - dopuszczalne zwiększenie odległości między powierzchniami walców w wykroju, x - rzeczywista odległość między powierzchniami walców w wykroju, ω - wielkość wsadu przepuszczonego przez wykrój (w tonach lub w sztukach))

Fig.2. The statistical characteristic of passes (d - nominal distance between faces of rollers in the passes, σ - bounding gain of distance between faces of rollers in the pass, x - real distance between faces of rollers in the pass, ω - volume of stock rolled in the pass (in tons or pieces))

W praktyce przyjmuje się (dla uproszczenia) liniowe charakterystyki wykrojów:

$$x_{i,j} = a_{i,j} \cdot \omega + d_{i,j} \tag{7}$$

gdzie:

$a_{i,j}$, $d_{i,j}$ - stałe współczynniki.

W takim przypadku na podstawie wielkości wsadu można określić odległość między powierzchniami walców.

Nawet w przypadku liniowej charakterystyki o postaci:

$$x_{i,j} = a_{i,j,n} \cdot \omega + d_{i,j} \tag{7a}$$

nie można określić odległości pomiędzy powierzchniami walców, jeżeli współczynniki $a_{i,j,n}$ są różne dla różnych produktów.

W dalszym ciągu załóżmy, że dane sa parametry wykrojów zapisane w macierzach:

- **nominalne wymiary wykrojów** opisuje macierz

$$D = [d_{i,j}] \qquad \begin{array}{l} i = 1,\dots,I \\ j = 1,\dots,J \end{array} \tag{8}$$

gdzie:

$d_{i,j}$ - nominalna odległość powierzchni walców j-tego wykroju na nowym i-tym walcu.

- **dopuszczalne wymiary wykrojów** opisuje macierz

$$G = [g_{i,j}] \qquad \begin{array}{l} i = 1,\dots,I \\ j = 1,\dots,J \end{array} \tag{9}$$

gdzie:

$g_{i,j}$ - rzeczywista odległość powierzchni walców j-tego wykroju na zużytym i-tym walcu.

- **tolerancję zużycia wykrojów** opisuje macierz

$$\Delta = [\sigma_{i,j}] \qquad \begin{array}{l} i = 1,\dots,I \\ j = 1,\dots,J \end{array} \tag{10}$$

gdzie:

$\sigma_{i,j}$ - dopuszczalne zwiększenie odległości powierzchni walców w j-tym wykroju i-tego walca.

Na podstawie $g_{i,j}$ oraz stanu $\kappa^k_{i,j}$ można określić przepustowość ELW.

Przepustowość ELW opisuje macierz:

$$P = [p^k_{i,j}] \qquad \begin{array}{l} i = 1,\dots,I \\ j = 1,\dots,J \end{array} \tag{11}$$

gdzie:

$p^k_{i,j}$ dopuszczalne zużycie j-tego wykroju i-tego złożenia.

Ponadto

$$\forall_{1 \le i \le I} \quad \forall_{1 \le j \le J} \quad p^k_{i,j} = g_{i,j} - \kappa^k_{i,j} \tag{12}$$

oraz

$$\forall_{1 \le i \le I} \quad \forall_{1 \le j \le J} \quad 0 \le p^k_{i,j} \le \sigma_{i,j} \tag{12a}$$

Dla wykrojów nieistniejących przyjmujemy:

$$\forall_{1 \le i \le I} \quad \forall_{J_i \le j \le J} \quad p^k_{i,j} = -1 \tag{13}$$

Przepustowość marszruty technologicznej produktów opisuje wektor:

$$P = [p^k_n] \qquad n = 1,\dots,N \tag{14}$$

gdzie:

p^k_n - przepustowość linii dla n-tego produktu.

Ponadto

$$p^k_n = \min_{1 \le i \le I} p^k_{i,\lambda_{i,n}} \tag{14a}$$

W przypadku gdy:

$$\forall_{1 \le n \le N} \quad p^k_n = 0 \tag{15a}$$

nie można walcować żadnego produktu,

$$\exists_n \quad \min_{1 \le i \le I} p^k_{i,\lambda_{i,n}} = 0 \tag{15b}$$

nie można walcować n-tego produktu (n-ta marszruta wykluczona),

$$\forall_{1 \le n \le N} \quad \min_{1 \le i \le I} p^k_{i,\lambda_{i,n}} = 0 \tag{15c}$$

ELW jest zatrzymana - dla wymiany złożeń.

Stan ELW można określić podając odległość między powierzchniami walców w każdym wykroju.

Definicja 2. Stan ELW jest macierzą:

$$X = [\kappa^k_{i,j}] \qquad \begin{matrix} i = 1,\dots,I \\ j = 1,\dots,J \end{matrix} \tag{16}$$

gdzie:

$\kappa_{i,j}$ - odległość powierzchni walców w j-tym wykroju i-tego złożenia.

Dla wykrojów nieistniejących przyjmiemy:

$$\underset{1 \le i \le I}{\forall} \quad \underset{J_i \le j \le J}{\forall} \quad \kappa_{i,j} = -1 \tag{16a}$$

Jeżeli w k-tej operacji i-te złożenie jest wymieniane, to przyjmujemy, że:

$$\underset{1 \le j \le J_i}{\forall} \quad \kappa^k_{i,j} = d_{i,j} \tag{17}$$

Złożenie może być wymienione, jeżeli spełnia warunek:

$$\underset{1 \le j \le J_i}{\exists} \quad \kappa^k_{i,j} = g_{i,j} \tag{17a}$$

Zatem współrzędne stanu ELW spełniają warunek:

$$\underset{1 \le i \le I}{\forall} \quad \underset{J_i \le j \le J}{\forall} \quad d_{i,j} \le \kappa^k_{i,j} \le g_{i,j} \tag{18}$$

Stan ELW jest mierzalny. W szczególności można go określić po k-tej operacji walcowania lub wymiany walców. Stąd przyjmiemy oznaczenie X^k. Stan X^o jest stanem początkowym (dany) a stan X^k końcowy (nieznany).

Przyjmując liniową charakterystykę statyczną wykroju (7a) można wyznaczyć przepustowość tego wykroju dla n-tego produktu z m-tego wsadu. Jeżeli dany jest (z identyfikacji) stan wykroju $\kappa^k_{i,j}$, to z (7a) otrzymamy ekwiwalentną wielkość wsadu:

$$\omega = \frac{x^k_{i,j} - d_{i,j}}{a_{i,jm,n}} \tag{19}$$

W analogiczny sposób wyznaczymy maksymalną wielkość wsadu:

$$\omega_{max} = \frac{d_{i,j}}{a_{i,j,m,n}} \tag{20}$$

Stąd przepustowość $p_{i,j,m,n}$ określamy jako:

$$p_{i,j,m,n} = \omega_{max} - \omega = \frac{x^k_{i,j} - d_{i,j} + e_{i,j}}{a_{i,j,m,n}} \tag{21}$$

Przepustowość marszruty technologicznej dla n-tego produktu z m-tego wsadu wyznaczymy jako:

$$p^k_{m,n} = \min_{1 \le i \le I} p_{i,j,m,n} \tag{22}$$

W (19) i (20) przyjmujemy:

$$j = \lambda_{i,n} \tag{23}$$

Jeżeli w stanie X^k jest spełniony warunek:

$$\exists_n \forall_m (r_{m,n} = 1) \Rightarrow (p^k_{m,n} = 0) \tag{24}$$

to ELW nie może produkować n-tego wyrobu.

Jeżeli w stanie X^k jest spełniony warunek:

$$\forall_{1 \le n \le N} \forall_m (r_{m,n} = 1) \Rightarrow (p^k_{m,n} = 0) \tag{25}$$

to ELW nie może produkować żadnego produktu.

W przypadku (24) możliwa jest produkcja wyrobów, które nie spełniają warunku (24), natomiast w przypadku (25) muszą być wymienione pewne walce ELW.

Przyjmiemy, że można wymienić i-ty walec, który spełnia warunek:

$$\exists_{1 \le j \le J_i} \quad x_{i,j} = d_{i,j} + \sigma_{i,j} \tag{26}$$

Załóżmy, że pojemności magazynów buforowych przed agregatami są zapisane w wektorze:

$$B = [b_n] \qquad n = 1,\dots,N \tag{27}$$

gdzie:

b_n - pojemność magazynu buforowego n-tego produktu (przed agregatem A_n).

Wydajności ELW oraz agregatów dla poszczególnych produktów są zapisane w macierzy:

$$V = [v_{n,l}] \qquad \begin{array}{l} n = 1,\dots,N \\ l = 1,2 \end{array} \tag{28}$$

gdzie:

$v_{n,1}$ - wydajność n-tego agregatu (dla n-tego produktu),

$v_{n,2}$ - wydajność ELW dla n-tego produktu.

Wydajność jest rozumiana jako liczba ton materiału obrabianego w jednostce czasu.

Przyjmiemy, że wydajności spełniają warunek:

$$\forall_{1 \le n \le N} \quad v_{n,1} < v_{n,2} \tag{28a}$$

Straty jednostkowe przestojów agregatów są zapisane w wektorze

$$H = [h_n] \qquad n = 1,\dots,N \tag{29}$$

gdzie:

h_n - strata przestoju n-tego agregatu w jednostce czasu.

Załóżmy, że jednostkowe dostawy wsadu są zapisane w wektorze:

$$D = [d_m] \qquad m = 1,\dots,M \tag{30}$$

gdzie:

d_m - dostawa wsadu m-tego typu w jednostce czasu.

Przyjmiemy, że pojemność magazynów buforowych dla wsadu przed ELW nie jest ograniczona.

3. Sterowanie

Sterowanie polega na podejmowaniu decyzji o produkcji n-tego asortymentu z m-tego wsadu lub wymianie walców.

Definicja 3a. Sterowanie k-tej operacji walcowania jest wektorem:

$$U^k = [u_l^k] \qquad l = 1,\dots,M+2 \tag{31}$$

Elementy tego wektora określamy następująco:

u_1^k - typ produktu, który ma być produkowany,

u_2^k - wielkość wyrobu,

u_{m+2}^k - wielkość m-tego wsadu (m = 1,...M).

Sterowanie dopuszczalne musi spełniać następujące warunki:

$$\exists_m \, (u_1^k = n) \Rightarrow (p_{m,n}^k > 0) \tag{32}$$

Ponadto

$$u_2^k = \sum_{m+1}^{m=M} u_{m+2}^k \tag{33}$$

oraz

$$u_{m+2}^k = p_{m,n}^k$$

Przy wyborze u_2^k, czyli składników u_{m+2}^k występuje problem związany z różnymi charakterystykami statycznymi. Można np. wybierać jeden wsad μ, który spełnia warunek:

$$\max p_{m,n}^k = p_{\mu,n}^k \tag{34}$$

a następnie przyjąć

$$u_{m+2}^k = p_{\mu,n}^k \tag{34a}$$

oraz dla $m \neq \mu$

$$u_{m+2}^k = 0 \tag{34b}$$

Definicja 3b.: Sterowanie k-tej wymiany walców jest wektorem:

$$Y^k = [y_i^k] \qquad i = 1,\dots,I \tag{35}$$

przy czym

$$y_i^k = \begin{cases} 1, & \text{jeśli i-ty walec ma być wymieniony w k-tej operacji} \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym.} \end{cases} \tag{36}$$

Załóżmy, że czasy wymiany walców są dane w wektorze:

$$T\ [\ \tau_i] \qquad i = 1,\dots,I \tag{37}$$

gdzie:

τ_i - czas wymiany i-tego walca.

Czas przestoju ELW podczas wymiany złożeń jest zależny od liczby brygad (suwnic), bowiem walce mogą być wymieniane równolegle lub sekwencyjnie. Jeśli walce są wymieniane równocześnie, to czas ich wymiany τ^k obliczamy jako:

$$\tau^k = \max_{1 \le i \le I} y_i \cdot \tau_i \tag{38}$$

Przy wymianie sekwencyjnej otrzymamy:

$$\tau^k = \sum_{i=1}^{i=I} y_i \cdot \tau_i \tag{39}$$

Zapis wsadu po k-tej operacji jest wektorem:

$$S^k = [s_m^k] \qquad m = 1,\dots,M \tag{40}$$

gdzie:

s_m^k -zapas wsadu m-tego typu.

Przyjmiemy, że w procesie walcowania musi być spełniony warunek:

$$\forall_{1\le m\le M} \quad u_{m+2}^k \le s_m^{k-1} \tag{41}$$

Zapas produktów po k-tej operacji jest wektorem:

$$\Phi^k = [\varphi_n^k] \qquad n = 1,\dots,M \tag{42}$$

gdzie:

φ_n^k - zapas produktu n-tego typu.

Przyjmiemy, że w procesie walcowania musi być spełniony warunek:

$$\forall_{1\le n\le N} \quad \varphi_n^k \le b_n \tag{43}$$

Czas ϑ^k operacji walcowania wsadu ELW wyznaczamy ze wzoru:

$$\vartheta^k = \frac{u_2^k}{w_n} \tag{44}$$

przy czym

$$n = u_1^k \tag{45}$$

Oznaczmy przez t^k chwilę zakończenia k-tej operacji. ($t^o = 0$).

Zatem dla operacji walcowania wsadu otrzymamy:

$$t^k = t^{k-1} + \vartheta^k \tag{45a}$$

a dla operacji wymiany walców:

$$t^k = t^{k-1} + \tau^k \tag{45b}$$

Czas ϑ^k wyznaczamy z (44), natomiast czas τ^k odpowiednio z (38) lub z (39).

4. Równania stanu

Załóżmy, że dany jest stan początkowy ELW X^o, zamówienie na produkty Z^k, wydajność ELW oraz agregatów dla poszczególnych produktów. Należy wyznaczyć najkrótszy czas realizacji zamówień.

Równania stanu mają postać:

$$X^k = f\,(x^{k-1},\ U^k,\ Y^k) \tag{46}$$

4.1. Operacja wymiany złożen

Jeżeli stan X^{k-1} spełnia warunek:

$$\underset{1\le n\le N}{\forall}\ \min_{1\le i\le I}\ (g_{i,\lambda_{i,n}} - x^{k-1}_{i,\lambda_{i,n}} = 0) \wedge (z^{k-1}_{n,m} = 0)] \tag{47}$$

to w k-tej operacji następuje wymiana złożeń, czyli:

$$\underset{i}{\exists}\ y^k_i = 1 \tag{48}$$

$$x^k_{i,j} = \begin{cases} d_{i,j}, & \text{dla } y^k_i = 1 \\ x^{k-1}_{i,j}, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \tag{48a}$$

oraz

$$\forall_{1 \le n \le M} \quad z^{k}_{n,m} = z^{k-1}_{n,m} \tag{48b}$$

Poadto dla sekwencyjnej wymiany walców

$$t^{k} = t^{k-1} + \sum_{i=1}^{i=I} y^{k}_{i} \cdot \tau_{i} \tag{48c}$$

natomiast dla równoczesnej wymiany walców

$$t^{k} = t^{k-1} + \max_{1 \le i \le I} y^{k}_{i} \cdot \tau_{i} \tag{48d}$$

Zapasy wsadu wyznaczamy ze wzoru:

$$s^{k}_{m} = s^{k-1}_{m} + d_{m} \cdot (t^{k} - t^{k-1}) \quad m = 1,\dots,M \tag{49}$$

Zapasy produktów wyznaczamy ze wzoru:

$$\varphi^{k}_{n} = \max\,[0, \varphi^{k-1}_{n} - v_{n,2} \cdot (t^{k} - t^{k-1})] \tag{50}$$

Zatem, by zapas nie był zerowy, musi być spełniony warunek:

$$\tau^{k} < \frac{\varphi^{k}_{n}}{v_{n,2}} \tag{51}$$

Sterowanie U^{k} dla operacji wymiany złożeń jest wektorem zerowym.

4.2. Operacja walcowania wsadu

Jeżeli stan X^{k-1} spełnia warunek:

$$\forall_{1 \le n \le N} \quad [\min_{1 \le i \le I} (g_{i,\lambda_{i,n}} - x^{k-1}_{i,\lambda_{i,n}} > 0) \wedge (z^{k-1}_{n,m} > 0) \tag{52}$$

oraz

$$\forall_{1 \le i \le I} \quad y_i^k = 0 \tag{53}$$

i realizowany jest n-ty produkt, to na podstawie U^k otrzymamy:

$$x_{i,j}^k = \begin{cases} x_{i,j}^k + u_2^k, \text{ dla } (u_1^k = n) \wedge (j = \lambda_{i,n}) \\ x_{i,j}^{k-1}, \text{ w przypadku przeciwnym} \end{cases} \tag{53a}$$

oraz

$$z_{i,j}^k = \begin{cases} z_{i,j}^{k-1} + u_2^k, \text{ dla } (i = u_1^k) \\ z_{i,j}^{k-1}, \text{ w przypadku przeciwnym} \end{cases} \tag{53b}$$

Ponadto

$$t^k = t^{k-1} + \frac{u_2^k}{v_{n,1}} \tag{54}$$

Zapasy wsadu wyznaczamy ze wzoru:

$$s_m^k = s_m^{k-1} - u_{m+2}^k + d_m \cdot (t^k - t^{k-1}) \tag{55}$$

Zapasy produktów wyznaczamy ze wzoru:

$$\varphi_n^k = \begin{cases} \varphi_n^{k-1} + u_2^k - v_{n,2} \cdot (t^k - t^{k-1}), & \text{dla } n = u_1^k \\ \max\,[0, \varphi_n^{k-1} - v_{n,2} \cdot (t^k - t^{k-1})], & \text{dla } n \ne u_1^k \end{cases} \tag{56}$$

Zatem, aby nie nastąpiło przepełnienie n-tego magazynu buforowego, musi być spełniony warunek:

$$\vartheta^k \le \frac{b_n - \varphi_n^{k-1}}{v_{n,1} - v_{n,2}} \tag{57}$$

co wynika z (45) dla $n = u_1^k$.

5. Opis matematyczny

W równaniach stanu zakładano, że sterowanie w k-tej operacji jest zadane. Obecnie rozważymy dopuszczalne sterowanie Y^k oraz U^k.

Do operacji wymiany walców wektor Y^k ma niezerowe współrzędne, a wektor U^k jest zerowy, natomiast dla operacji walcowania wsadu wektor U^k ma niezerowe współrzędne, a wektor Y^k jest zerowy. Ponieważ przestoje ELW mogą powodować przestoje dalszych agregatów, zatem przyjmiemy, że wymiany złożeń dokonuje się tylko w przypadkach koniecznych.

Jeżeli

$$\forall_{1\le n\le N} \min_{1\le i\le I} \left[g_{i,\lambda_{i,n}} - x^{k-1}_{i,\lambda_{i,n}} \right] = 0 \tag{58}$$

to w stanie X^{k-1} na ELW nie można realizować żadnego produktu i trzeba dokonać wymiany niektórych założeń.

W przypadku, gdy wiele złożeń spełnia warunek (1), powstaje problem najlepszego wyboru w sencsie przyjętego kryterium. Jeżeli warunek (58) nie jest spełniony, to należy wybrać:

- numer produktu ($u^k_1 = n$), musi spełniać warunek:

$$\left[\min_{1\le i\le I} \left(g^{k-1}_{i,\lambda_{i,n}} - \kappa_{i,\lambda_{i,n}} \right) > 0 \right] \wedge (\varphi^{k-1}_n < b_n) \wedge \left(\sum_{m=1}^{m=M} s^{k-1}_m \cdot r_{m,n} > 0 \right) \tag{59}$$

- tonaż produktu (u^k_2), musi spełniać warunek:

$$0 < u^k_2 \le \min \left\{ \min \left(g_{i,\lambda_{i,n}} - x^{k-1}_{i,\lambda_{i,n}} \right); \left(b_n - \varphi^{k-1}_n \right) \frac{w_{n,1}}{w_{n,1} - w_{n,z}}; \sum_{m=1}^{m=M} s^{k-1}_m \cdot r_{m,n} \right\} \tag{60}$$

- typy i tonaże wsadów (u^k_{m+2}), muszą spełniać warunek:

$$\forall_{1 \le m \le M} \; (u^k_{m+2} > 0 \Longrightarrow (r_{m,n} = 1) \tag{61}$$

Tonaże wsadów muszą spełniać warunki:

$$\forall_{1 \le m \le M} \; u^k_{m+2} \le s^{k-1}_m \tag{61a}$$

oraz

$$\sum u^k_{m+2} = u^k_2 \tag{61b}$$

Spośród sterowań dopuszczalnych należy wybrać najlepsze z punktu widzenia przyjętego kryterium optymalizacji.

Załóżmy, że w procesie walcowania należy minimalizować przestoje agregatów. Dla rejestracji tych przestojów wprowadzimy wektor:

$$V^k = [\upsilon^k_n] \qquad n = 1,\ldots,N \tag{62}$$

gdzie: υ^k_n - sumaryczna strata przestoju n-tego agregatu.

Elementy wektora (62) wyznaczamy następująco:

$$\upsilon^k_n = \begin{cases} \upsilon^{k-1}_n + h_n \cdot [(t^k - \max(\psi^k_n, t^{k-1})], \text{ jeśli } t^k_n > \psi^k_n \\ 0, \text{ w przypadku przeciwnym} \end{cases} \tag{63}$$

W obliczeniach należy zapamiętać wektor:

$$\psi^k = [\psi^k_n] \qquad n = 1,\ldots,N \tag{64}$$

gdzie: ψ^k_n - chwila, w której po k-tej operacji zapas n-tego produktu spadnie do zera.

Wartości początkowe przyjmujemy następująco:

$$\psi_n^o = \frac{\varphi_n^o}{v_{n,2}} \qquad n = 1,\dots,N \tag{65}$$

Jeśli k-ta operacja była wymianą walców, to

$$\psi_n^k = \frac{\varphi_n^{k-1}}{v_{n,2}} \qquad n = 1,\dots,N \tag{65a}$$

W przypadku, gdy k-ta operacja polegała na walcowaniu n-tego produktu, to

$$\psi_n^k = \begin{cases} t^{k-1} + \dfrac{\varphi_n}{v_{n,2}}, & \text{dla } u_1^k = n \\ \psi_n^k, & \text{dla } u_1^k \neq n \end{cases} \tag{65b}$$

Aby nie naliczać wielokrotnie tych samych strat w (63) przyjęto różnicę $t^k - t^{k-1}$, gdzie:

$$t^k = \max(\psi_n^k, t^{k-1}) \tag{66}$$

Jeżeli

$$t^{k-1} > \psi_n^{k-1} \tag{67}$$

to dla k-1-szej operacji według (63) wyznacza się stratę dla przedziału czasu od ψ_n^{k-1} do t^{k-1}. Zatem, jeśli dla k-tej operacji mamy:

$$t^k > \psi_n^k = \psi_n^{k-1} \tag{68}$$

to stratę należy naliczyć tylko dla przedziału czasu od t^{k-1} do t^k. Uzasadnia to wzór (66).

6. Algorytmy heurystyczne

Z punktu widzenia przyjętego kryterium można przyjąć następujące reguły heurystyczne:

- *Wybór produktu*

Aby nie nastąpił przestój agregatu, zaleca się realizować produkt n, którego najwcześniej może zabraknąć w magazynie buforowym. Zatem korzystając z (10a) lub (10b) wyznaczamy:

$$\psi_n^k = \min_{1 \le \upsilon \le N} (\psi_\upsilon^{k-1}) \tag{69}$$

- *Wybór ilości produktu*

Ilość wybranego produktu u_2^k musi spełniać warunek (60).
Ponadto przyjmuje się, że:

$$u_2^k < w_{n,1} \cdot (\psi_n^k - \psi_l^k) \tag{70}$$

jeśli ψ_l^k jest kolejnym terminem ($l \neq n$), wyznaczonym według (69).

- *Wybór wsadu*

Dla realizacji n-tego produktu zaleca się wybór m-tego wsadu, którego zapas jest największy, tzn:

$$S_m^k = \max_{1 \le \mu \le M} S_\mu^k \cdot r_{\mu,n} \tag{71}$$

- *Wybór walców do wymiany*

Aby ograniczyć przestój ELW zaleca się wymianę złożeń o największych czasach τ_i.

Załóżmy, że dany jest zbiór β^k walców przeznaczonych do wymiany:

$$\exists_j (x_{i,j}^k = g_{i,j}^k) \Longrightarrow (i \in \beta^k) \tag{72}$$

Ze zbioru tego wyznaczamy i-ty walce, jeśli spełnia warunek:

$$\tau_i = \max_{i \in \beta^k} \tau_i \tag{73}$$

Jeśli po wymianie i-tego walca na ELW można realizować pewne produkty, to sprawdzamy warunek:

$$\forall_{1 \le n \le N} \quad t^{k+1} < \psi_n^{k+1} \tag{74}$$

Jeżeli po wymianie pierwszego walca na ELW nie można realizować żadnego produktu, trzeba wymienić kolejne walce aż do "odetkania" pewnej marszruty technologicznej.

6.1. Algorytmy "czarnej skrzynki"

W praktyce produkcyjnej ELW może być traktowana jak "czarna skrzynka". Oznacza to, że nieznany jest stan ELW. Mimo to podejmuje się decyzje o realizacji zamówień. Efektywność tych algorytmów można oszacować symulując proces walcowania.

- Algorytm maksymalnego zamówienia

W algorytmie tym w stanie X^{k-1} wybiera się n-te zamówienie, jeśli spełnia ono warunek:

$$\max_{1 \le \nu \le N} z_\nu^{k-1} = z_n^k \tag{75}$$

Ponadto u_2^k wynika z (60).

- Algorytm minimalnej wydajności

W algorytmie tym w stanie X^{k-1} wybiera się n-te zamówienie, jeśli spełnia ono warunek:

$$\min_{\nu \in \gamma^{k-1}} \omega_\nu = \omega_n \tag{76}$$

przy tym

$$\gamma^{k-1} = \{\nu: z_\nu^{k-1} > 0\} \tag{77}$$

Ponadto u_2^k wynika z (60).

- Algorytm maksymalnego czasu

Algorytm ten uogólnia dwa poprzednie algorytmy. Wybierane jest n-te zamównienie, które spełnia warunek:

$$\max_{1\le\nu\le N} \frac{z_\nu^{k-1}}{\omega_\nu} = \frac{z_n^{k-1}}{\omega_n} \tag{78}$$

Statystycznym uzasadnieniem dla przedstawionych algorytmów "czarnej skrzynki" jest stosowanie heurystyk przeciwnych, tzn. wybierających zamównienie o minimalnych współczynniku (78).

6.2. Algorytmy przepustowości marszrut

W algorytmie tym wybiera się w stanie X^{k-1} n-ty produkt spełniający warunek:

$$\max_{\alpha\in\gamma^{k-1}} p_\nu^{k-1} = p_n^{k-1} \tag{79}$$

przy czym

$$p_\nu^{k-1} = \min_{1\le i\le I} (g_{i,j} - x_\nu^{k-1}) \tag{80}$$

Ponieważ algorytm ten nie daje gwarancji uzyskania minimalnego czasu T^k, dlatego stosuje się algorytm minimalnej przepustowości.

- Algorytm minimalnej przepustowości

W algorytmie tym wyznaczamy:

1) produkt n, który ma być realizowany

$$p_n^{k-1} = \min_{1\le m\le N} p_m^{k-1} \tag{81}$$

2) ilość realizowanego produktu

$$u_n^k = \min (p_n^{k-1}, z_n^{k-1}) \tag{82}$$

3) zmodyfikowany stan po pierwszym kroku (ogólnie po k-tym kroku, (k=1,...,K).

$$x_{i,j}^{k} = \begin{cases} x_{i,j}^{k-1} + u_n^k, & \text{jeśli } j = \lambda_{i,n} \\ x_{i,j}^{k-1}, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \tag{83}$$

4) zmodyfikowane przepustowości wykrojów

$$p_{i,j}^{k} = g_{i,j} - x_{i,j}^{k} \qquad \begin{matrix} i = 1,\dots,L \\ j = 1,\dots,J \end{matrix} \tag{84}$$

5) zmodyfikowane przepustowści marszrut

$$p_m^k = \min_{1 \le i \le I} p_{i,\lambda_{i,m}}^{k} \tag{85}$$

Jeżeli

$$\exists_m \; p_m^k > 0 \tag{86}$$

to powtarzamy obliczenia od 1) do 5).

- Algorytm maksymalnej przepustowości przyjmuje się:

W algorytmie maksymalnej przepustowości przyjmuje się:

$$p_n^k = \max_{1 \le m \le N} p_m^{k-1} \tag{87}$$

Heurystyka maksymalnej przepustowości zakłada się, że w fazie pomiędzy dwoma kolejnymi "zatkaniami" ELW należy zrealizować jak najwięcej zamówień.

7. Heurystyczne algorytmy wymiany walców

Algorytmy wymiany walców ELW dotyczą przypadku zatrzymania procesu walcowania, gdy każda marszruta zostanie zatkana. Przyjmiemy, że walce i-tego złożenia mogą być wymienione, jeśli co najmniej jeden wykrój jest całkowicie zużyty, tzn.:

$$\beta = \{i: \exists_n x_{i,j} = g_{i,j}\} \tag{88}$$

gdzie: β - zbiór numerów złożeń, które mogą być wymienione.

7.1. Algorytm czasów wymiany walców

Oznaczmy przez X^K stan zatkanej linii a przez X^o stan linii po wymianie walców. Załóżmy, że

$$|\beta| > 1 \tag{89}$$

W algorytmie czasów wymiany walców porządkujemy narastająco walce, które należą do zbioru β według czasów τ_i. Następnie wykonywane są dwa kroki obliczeniowe w pętli:

- wymiana walca o aktualnie najmniejszym czasie τ_i,
- sprawdzenie, czy dostępna jest co najmniej jedna marszruta.

W pierwszym kroku wyznaczamy:

$$x^o_{i,j} = \begin{cases} e_{i,j}, & \text{jeśli i-te złożenie jest wymieniane,} \\ x_{i,j}, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \tag{90}$$

W drugim kroku sprawdzamy warunek:

$$\exists_n \min_{1 \le i \le N} x^o_{i,j} < g_{i,\lambda_{i,n}} \tag{90a}$$

Jeżeli warunek (36a) nie jest spełniony, to powtarzamy (90) i (90a) dla kolejnego złożenia ze zbioru β. Czas przestoju linii jest sumą czasów wymienianych walców.

Drugi skrajny wariant tego algorytmu przyjmuje, że po wymianie walców wszystkie marszruty muszą być dostępne. Zatem warunek (90a) przyjmie postać:

$$\forall_{1 \le n \le N} \min_{1 \le i \le N} x^o_{i,j} < g_{i,\lambda_{i,n}} \tag{90b}$$

7.2. Algorytm przepustowości walców

W algorytmie tym walce ze zbioru β są porządkowane rosnąco według przepustowości. Przepustowość i-tego walca jest określona następująco:

$$p_i = \sum_{j=1}^{j=J_i} (g_{i,j} - x_{i,j}) \tag{91}$$

Następnie wykonywane są dwa kroki obliczeniowe w pętli:

- wymiana walca o aktualnie najmniejszej przepustowości p_i,
- sprawdzenie, czy dostępna jest co najmniej jedna (lub w drugim wariancie wszytkie) marszruta.

Dalej wykorzystywane są formuły (90) i (90a).

7.3. Algorytm przepustowości marszrut

W algorytmie tym marszruty są porządkowane malejąco według zamówień z_n. Następnie ze zbioru β wyznaczamy i-ty walce (lub walce), który spełnia warunek:

$$x_{i,\lambda_{i,n}} = g_{i,\lambda_{i,n}} \tag{92}$$

Dalej wyznaczamy stan X^o. Warunek (90a) jest więc spełniony. W drugim wariancie dla spełnienia warunku (90b) powtarzamy obliczenia dla kolejnych zamówień z_n.

Algorytm ten preferuje wymianę walców, które dają możliwości realizacji największych zamówień.

7.4. Algorytm przepustowości wykrojów

W algorytmie tym dla zamówień należących do zbioru β wyznaczany jest wykrój stanowiący "wąskie gardło". Zatem określamy zapotrzebowanie $\Pi_{i,j}$ na wykrój:

$$\Pi_{i,j} = \sum_{n \in \alpha_{i,j}} z_n \tag{93}$$

przy czym

$$\alpha_{i,j} = \{n: (\lambda_{i,n} = j) \wedge (i \in \beta)\} \tag{94}$$

Następnie wyznaczamy

$$\Pi_{r,s} = \max_{i,j} \Pi_{i,j} \tag{95}$$

Tak określone złożenie r jest wymienione, by spełniony był warunek (90a). Jeśli warunek ten nie jest spełniony, to powtarzamy obliczenia, wyznaczając kolejne złożenia do wymiany. Kontynuując obliczenia można dojść do spełnienia warunku (90b).

8. Zakończenie

Zaproponowany model symulujący i algorytmy sterowania ELW pozwalają na nieprzerwaną pracę agregatów (walcowni finalnych) poprzez utrzymanie każdego produktu w magazynie wyjściowym. Z otrzymanego harmonogramu dla różnych heurystyk algorytmu sterowania ELW otrzymuje się numery zużytych złożeń i chwile ich wymiany.

Sterowanie operatywne ELW polega na podejmowaniu decyzji:

- o wyborze produktu i wsadu,
- o wyborze złożeń do wymiany.

Decyzje te są podejmowane na podstawie reguł heurystycznych, uwzględniających stan procesu. Z uwagi na zakłócenia dostaw wsadu oraz poboru produktów sterowania optymalne nie jest możliwe.

Literatura

[1] Marecki F., Rasztabiga D.: "Modele matematyczne i algorytmy sterowania procesem walcowania ciągłego". Raport z pracy n-b. RP.I.02. Gliwice 1990.

[2] Rasztabiga D., Marecki F.: "Harmonogramowanie Elastycznej Linii Walcowniczej". Materiały konferencyjne IX Krajowej Konferencji Automatyki Białystok-Białowieża 1991 (w druku).

[3] Rasztabiga D., Marecki F.: "Równania stanu procesu walcowania" ZN Pol. Śl. Automatyka, Gliwice 1991 (w druku).

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Konrad Wala

Wpłynęło do Radakcji 31.07.91 r.

COMPETENT CONTROL OF FLEXIBLE ROLLING LINE

Abstract

One of the problems of Flexible Rolling Line (FRL) competent (operator's) control is a decision on a sequence, quantity and assortment of charge, a choice of product to be manufactured and a selection of unit (roll assembly) in which tools - rolls should be replaced.

In practice, decisions made to establich FRL schedule lead naturally to the use of heuristic rules. The purpose of their use is to establish such a rolling process schedule so as to enable it to meet requirements related to its course.

The FRL allows manufacturing a various product range. In each FRL unit a proper tool is required for an individual assortment. The production of goods within different assortment is connected with replacement of worn out tools. The tool renewal causes FRL down-times which reduces its effectiveness. It is assumed that the tools are multifunctional i.e. they can be utilized for manufacturing goods of various range.

The paper present a probabilistic problem of FRL control. It is assumed that random lots of charges are delivered to the FRL at random instants of time. Buffer stores are placed at the entry and exit of the FRL. These stores are of unlimited capacity. In the buffer store, the charge reserves are restocked by a charge mass flow at a constant time. The FRL products are conveyed by portions to the further units. These units should be operated continuously. Buffer stores for proper products are provided before them to ensure that the units are operated continuously. The product of one type can be located in each buffer store. The absence of product causes specified production losses. Coincident production of various assortment on the FRL causes the tool replacement and the FRL down-time.

The purpose of FRL control is the minimization of losses resulting from the lack of products in buffer stores and the down-time of further units.

In view of the random charge supplied to the FRL and random product uptake from buffer stores the schedule generation is impossible. Therefore, a simulation model of FRL and heuristic control algorithm for rolling process control are demonstrated for the competent control. Mathematical model includes decision variables relating to the sequence of producing a certain product and tool replacement of individual units.

In the case of FRL, decision variables for rolling process and roll replacement are distinguished which determine the sequences and product range

for ceratin charge and the choice of unit in which roll replacement is required.

The description od FRL is presented in [2 ,3]. In the definition of FRL pass life (the parameter of roll assembly passes), the number of tonnes of material has been accepted which can be rolled on a given till its wear. In this paper the life of FRL passes is determined by the permissible distance of pass surfaces on a used roll assembly.