

Brunon SZADKOWSKI

Adam CICHY

METODA SZYBKIEGO POMIARU PRZESUNIĘCIA FAZOWEGO SYGNAŁÓW
SINUSOIDALNYCH O INFRANISKIEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

Streszczenie. W artykule przedstawiono koncepcję pomiaru przesunięcia fazowego sygnałów sinusoidalnych polegającą na próbkowaniu badanych sygnałów w krótkich odstępach czasu i obliczeniu mierzonego przesunięcia fazowego z obowiązujących wówczas zależności. Przedstawiono schemat blokowy ilustrujący zasadę pomiaru oraz wyprowadzono odpowiednie zależności i przeanalizowano błąd metody. Przedstawiono również wyniki doświadczalnej weryfikacji proponowanej metody.

METHOD OF FAST MEASUREMENT OF INFRA-LOW FREQUENCY SINUSOIDAL
SIGNAL PHASE SHIFT

Summary. The idea of phase shift measurement of sinusoidal signals basing on sampling of signals at short time intervals and computing the phase shift according to suitable formulas has been described. The block diagram illustrating the principle of measurement has been presented. Suitable functions have been derived and the method error has been analysed. Results of experimental verification have been given too.

МЕТОД СКОРОГО ИЗМЕРЕНИЯ ФАЗ СДВИГА ОВОГО СИНУСОИДАЛЬНЫХ
СИГНАЛОВ ИНФРАНИЗКОЙ ЧАСТОТЫ

Резюме. В статье представлена концепция измерения фаз сдвига ового синусоидальных сигналов, которая заключается в развертке измеряемых сигналов в коротких временных интервалах и вычислению измеряемого фаз сдвига ового на основе соответственных формул. Представляется блокочая

схема, которая иллюстрирует принцип действия, а также выводятся соответственные зависимости и анализируется погрешность метода. Представляются результаты опытной верификации предполагаемого метода.

1. WPROWADZENIE

Stosowanie sygnałów sinusoidalnych o infraniskiej częstotliwości ($10^{-3} + 10^1$) Hz nie jest wprawdzie powszechne, lecz do pewnych celów specjalnych - na przykład do badania właściwości dielektryków - może być bardzo przydatne [2]. Budowa odpowiedniej aparatury pomiarowej nadającej się do pomiarów przy tak małych częstotliwościach jest zagadnieniem wymagającym jeszcze rozwiązania wielu różnych problemów [4]. Jednym z takich problemów jest skrócenie czasu pomiaru przesunięcia fazowego, który w przypadku zastosowania typowych fazomierzy [1] jest porównywalny z okresem zmian badanych sygnałów (np. 1000 s). Pewne możliwości skrócenia czasu pomiaru występują w przypadku zastosowania metod polegających na próbkowaniu badanych sygnałów w krótkich odstępach czasu i wykorzystaniu wzajemnych zależności między wartościami pobranych próbek oraz przesunięciem fazowym. Tego rodzaju metody wyznaczania przesunięcia fazowego nie są powszechnie stosowane i w literaturze opisywane są dość rzadko.

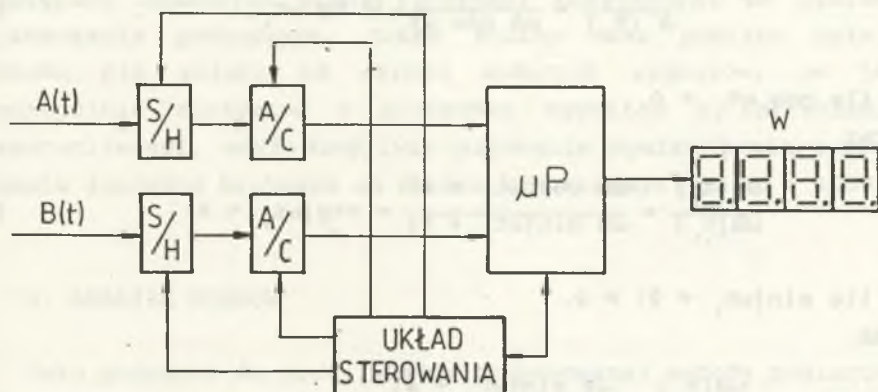
Na przykład metoda opisana w pracy [3] polega na pobieraniu próbek w określonych chwilach, jednak tutaj do obliczenia przesunięcia fazowego konieczna jest, oprócz zmierzonych próbek, znajomość amplitud badanych sygnałów. Jeśli amplitudy nie są stałe, to konieczność ich zmierzenia powoduje, że czas pomiaru nie może być skrócony do wartości mniejszych niż odstęp czasowy między szczytami badanych sygnałów. Tym samym stosowanie takiej metody staje się niecelowe, bowiem tyle samo czasu wymagałby pomiar realizowany klasycznym fazomierzem cyfrowym [1]. W dalszym ciągu autorzy przedstawiają propozycję zmodyfikowanej metody pobierania próbek, w której nie jest wymagana znajomość amplitud badanych sygnałów, dzięki czemu możliwe jest znaczące skrócenie czasu pomiaru - praktycznie do wartości równych założonym odstępom czasu między pierwszą i ostatnią próbką.

2. OPIS METODY

Na rys.1 przedstawiono schemat blokowy proponowanego układu do szybkiego pomiaru przesunięcia fazowego dwóch sygnałów sinusoidalnych $A(t)$ i $B(t)$, bez wymagania znajomości amplitud tych sygnałów. Zasada pomiaru, w najbardziej ogólnym ujęciu, polega na pobraniu w określonych chwilach próbek przebiegów $A(t)$ i $B(t)$ (za pomocą układów próbkująco-pamiętających S/H, sterowanych z odpowiedniego układu) i obliczeniu interesującego nas przesunięcia fazowego z przedstawionych w dalszym ciągu zależności (równ. 9 lub 10). Odpowiednie obliczenia realizowane są w bloku mikroprocesorowym μP , a wynik wyświetlany jest na wyjściowym wskaźniku cyfrowym W. W dalszym ciągu wyznaczymy szczegółowe zależności, według których realizowany jest pomiar, zakładając, że do wejścia układu doprowadzone są dwa sygnały sinusoidalne opisane równaniami:

$$A(t) = A \sin(\omega t), \quad (1)$$

$$B(t) = B \sin(\omega t + \Phi), \quad (2)$$



Rys.1. Schemat blokowy układu do szybkiego pomiaru przesunięcia fazowego sygnałów $A(t)$ i $B(t)$

Fig.1. Block-diagram of system for fast measurement of $A(t)$ and $B(t)$ signal phase shift

gdzie:

A - amplituda sygnału A(t),

B - amplituda sygnału B(t),

Φ - kąt przesunięcia fazowego między przebiegami A(t) i B(t),

ω - pulsacja sygnałów A(t) i B(t).

Pochodne sygnałów A(t) i B(t) względem czasu wynoszą odpowiednio:

$$A'(t) = \omega A \cos \omega t, \quad (3)$$

$$B'(t) = \omega B \cos (\omega t + \Phi). \quad (4)$$

W dowolnej chwili czasu t_1 można zdefiniować pewne stosunki (por. równ. 5, 6, 7, 8), które są funkcjami kątów fazowych poszczególnych sygnałów:

$$\frac{A'(t_1)}{\omega A(t_1)} = \frac{\omega A \cos \omega t_1}{\omega A \sin \omega t_1} = \operatorname{ctg} \omega t_1, \quad (5)$$

o ile $\sin \omega t_1 \neq 0$,

lub

$$\frac{\omega A(t_1)}{A'(t_1)} = \frac{\omega A \sin \omega t_1}{\omega A \cos \omega t_1} = \operatorname{tg} \omega t_1, \quad (6)$$

o ile $\cos \omega t_1 \neq 0$,

oraz

$$\frac{B'(t_1)}{\omega B(t_1)} = \frac{\omega B \cos(\omega t_1 + \Phi)}{\omega B \sin(\omega t_1 + \Phi)} = \operatorname{ctg}(\omega t_1 + \Phi), \quad (7)$$

o ile $\sin(\omega t_1 + \Phi) \neq 0$,

lub

$$\frac{\omega B(t_1)}{B'(t_1)} = \frac{\omega B \sin(\omega t_1 + \Phi)}{\omega B \cos(\omega t_1 + \Phi)} = \operatorname{tg}(\omega t_1 + \Phi), \quad (8)$$

o ile $\cos(\omega t_1 + \Phi) \neq 0$.

Z zależności (5) oraz (6) i (7), po uwzględnieniu (1), (2), (3) i (4), możemy obliczyć interesujące nas przesunięcie fazowe Φ między sygnałami A(t) i B(t):

$$\Phi = \arccotg \left[\frac{B'(t_1)}{\omega B(t_1)} \right] - \arccotg \left[\frac{A'(t_1)}{\omega A(t_1)} \right], \quad (9)$$

o ile $B(t_1) \neq 0$ i $A(t_1) \neq 0$,

lub

$$\Phi = \arctg \left[\frac{\omega B(t_1)}{B'(t_1)} \right] - \arctg \left[\frac{\omega A(t_1)}{A'(t_1)} \right], \quad (10)$$

o ile $B'(t_1) \neq 0$ i $A'(t_1) \neq 0$.

Z otrzymanych równań wynika, że do wyznaczenia przesunięcia fazowego Φ dwóch sygnałów niezbędna jest znajomość wartości chwilowych $A(t)$ i $B(t)$ oraz odpowiednich pochodnych $A'(t_1)$ i $B'(t_1)$ badanych sygnałów, jak również znajomość pulsacji ω . Wartości chwilowe $A(t_1)$ i $B(t_1)$ uzyskuje się próbując w określonej chwili t_1 badane sygnały. Natomiast pochodne sygnałów w chwili t_1 wyznacza się na podstawie kilku próbek pobranych w okolicy chwili t_1 stosując metody różniczkowania numerycznego. Czas potrzebny do uzyskania wyniku pomiaru Φ determinowany jest czasami próbkowania, przetwarzania i odstępami czasowymi między próbkami niezbędnymi do operacji wyznaczania pochodnych. Zatem łączny czas pomiaru opisaną metodą nie zależy od okresu badanych sygnałów, co jest szczególnie korzystne w przypadku sygnałów o infraniskiej częstotliwości, gdyż umożliwia uzyskanie wyniku pomiarowego w czasie znacznie krótszym od okresu wynoszącego np. $10 + 1000$ s.

3. ANALIZA BŁĘDÓW

Jako podstawę do oceny błędów proponowanej metody pomiarowej przyjęto równanie (9). Obliczając różniczkę zupełną funkcji Φ i przechodząc na przyrosty skończone, otrzymuje się równanie na błąd pomiaru $\Delta\Phi$ (tzw. niedokładność skrajną, bezwzględną):

$$\Delta\Phi = \left| \frac{\partial\Phi}{\partial\omega} \Delta\omega \right| + \left| \frac{\partial\Phi}{\partial A(t_1)} \Delta A(t_1) \right| + \left| \frac{\partial\Phi}{\partial A'(t_1)} \Delta A'(t_1) \right| + \left| \frac{\partial\Phi}{\partial B(t_1)} \Delta B(t_1) \right| + \left| \frac{\partial\Phi}{\partial B'(t_1)} \Delta B'(t_1) \right|, \quad (11)$$

gdzie:

- $\Delta\omega$ - bezwzględna niedokładność pulsacji ω ,
 $\Delta A(t_1)$ - bezwzględna niedokładność próbki $A(t_1)$,
 $\Delta A'(t_1)$ - bezwzględna niedokładność pochodnej $A'(t_1)$,
 $\Delta B(t_1)$ - bezwzględna niedokładność próbki $B(t_1)$,
 $\Delta B'(t_1)$ - bezwzględna niedokładność pochodnej $B'(t_1)$.

Poszczególne pochodne cząstkowe wynoszą odpowiednio:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\omega} = \frac{\omega B(t_1) B'(t_1)}{\omega^2 B^2(t_1) + [B'(t_1)]^2} \cdot \frac{1}{\omega} + \frac{\omega A(t_1) A'(t_1)}{\omega^2 A^2(t_1) + [A'(t_1)]^2} \cdot \frac{1}{\omega}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial A(t_1)} = \frac{\omega A(t_1) A'(t_1)}{\omega^2 A^2(t_1) + [A'(t_1)]^2} \cdot \frac{1}{A(t_1)}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial A'(t_1)} = \frac{\omega A(t_1) A'(t_1)}{\omega^2 A^2(t_1) + [A'(t_1)]^2} \cdot \frac{1}{A'(t_1)}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial B(t_1)} = \frac{\omega B(t_1) B'(t_1)}{\omega^2 B^2(t_1) + [B'(t_1)]^2} \cdot \frac{1}{B(t_1)}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial B'(t_1)} = \frac{\omega B(t_1) B'(t_1)}{\omega^2 B^2(t_1) + [B'(t_1)]^2} \cdot \frac{1}{B'(t_1)}. \quad (16)$$

Bezwzględna niedokładność $\Delta\Phi$, określona zależnością (11), po uwzględnieniu równań (12)...(16) opisana jest zależnością:

$$\Delta\Phi = \frac{\omega B(t_1) B'(t_1)}{\omega^2 B^2(t_1) + [B'(t_1)]^2} \cdot \left[\Delta^\circ\omega + \Delta^\circ B(t_1) + \Delta^\circ B'(t_1) \right] + \frac{\omega A(t_1) A'(t_1)}{\omega^2 A^2(t_1) + [A'(t_1)]^2} \cdot \left[\Delta^\circ\omega + \Delta^\circ A(t_1) + \Delta^\circ A'(t_1) \right], \quad (17)$$

gdzie:

$$\Delta^\circ \omega = \frac{\Delta \omega}{\omega}, \quad \Delta^\circ A(t_1) = \frac{\Delta A(t_1)}{A(t_1)}, \quad \Delta^\circ B(t_1) = \frac{\Delta B(t_1)}{B(t_1)},$$

$$\Delta^\circ A'(t_1) = \frac{\Delta A'(t_1)}{A'(t_1)}, \quad \Delta^\circ B'(t_1) = \frac{\Delta B'(t_1)}{B'(t_1)},$$

oznaczają niedokładności względne.

Natomiast względna niedokładność $\Delta^\circ \Phi$ określona jest równaniem:

$$\begin{aligned} \Delta^\circ \Phi = \frac{\Delta \Phi}{\Phi} = & k_B [\Delta^\circ \omega + \Delta^\circ B(t_1) + \Delta^\circ B'(t_1)] + \\ & + k_A [\Delta^\circ \omega + \Delta^\circ A(t_1) + \Delta^\circ A'(t_1)], \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie:

$$k_A = \frac{\omega A(t_1) A'(t_1)}{\omega^2 A^2(t_1) + [A'(t_1)]^2} \cdot \frac{1}{\Phi},$$

$$k_B = \frac{\omega B(t_1) B'(t_1)}{\omega^2 B^2(t_1) + [B'(t_1)]^2} \cdot \frac{1}{\Phi},$$

Po uwzględnieniu równań (1), (2), (3) i (4) współczynniki k_A i k_B przyjmują postać:

$$k_A = \sin(\omega t_1) \cos(\omega t_1) \frac{1}{\Phi}, \quad (19)$$

$$k_B = \sin(\omega t_1 + \Phi) \cos(\omega t_1 + \Phi) \frac{1}{\Phi}. \quad (20)$$

Maksymalne wartości współczynników k_A i k_B wynoszą:

$$k_{A_{\max}} = \frac{1}{2\Phi}, \quad (21)$$

$$k_{B_{\max}} = \frac{1}{2\Phi}. \quad (22)$$

Ostatecznie względna niedokładność pomiaru przesunięcia fazowego omawianą metodą określona jest równaniem:

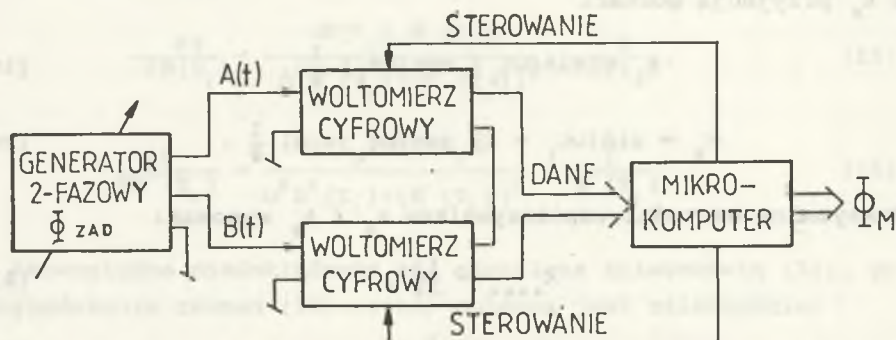
$$\Delta^\circ \Phi = \frac{1}{2\Phi} [2\Delta^\circ \omega + \Delta^\circ A(t_1) + \Delta^\circ A'(t_1) + \Delta^\circ B(t_1) + \Delta^\circ B'(t_1)]. \quad (23)$$

Interesująca nas niedokładność pomiarów zależy od niedokładności względnych poszczególnych składników równania (23), jak również od wyboru chwili próbkowania t_1 . Niedokładności wyznaczania wartości chwilowych $A(t_1)$ i $B(t_1)$ są wynikiem błędów próbkowania i przetwarzania analogowo-cyfrowego, a ponadto tutaj również wpływ mają inne zakłócenia o charakterze przypadkowym. Na niedokładności wyznaczania pochodnych $A'(t_1)$ i $B'(t_1)$ mają wpływ zastosowane algorytmy obliczeń numerycznych, jak również niedokładności wyznaczenia wartości chwilowych - danych dla algorytmów różniczkowania numerycznego. Stosunkowo najmniejszy wpływ na niedokładność wyznaczenia przesunięcia fazowego ma niedokładność pulsacji $\Delta^\circ \omega$ sygnałów badanych. Dlatego też można z dobrym przybliżeniem przyjąć, że zależność (23) sprowadza się do postaci:

$$\Delta^\circ \Phi \approx \frac{1}{2\Phi} [\Delta^\circ A(t_1) + \Delta^\circ B(t_1) + \Delta^\circ A'(t_1) + \Delta^\circ B'(t_1)]. \quad (24)$$

4. WYNIKI POMIARÓW SPRAWDZAJĄCYCH

Opisana metoda pomiaru przesunięcia fazowego sprawdzona została doświadczalnie w układzie przedstawionym na rys.2.



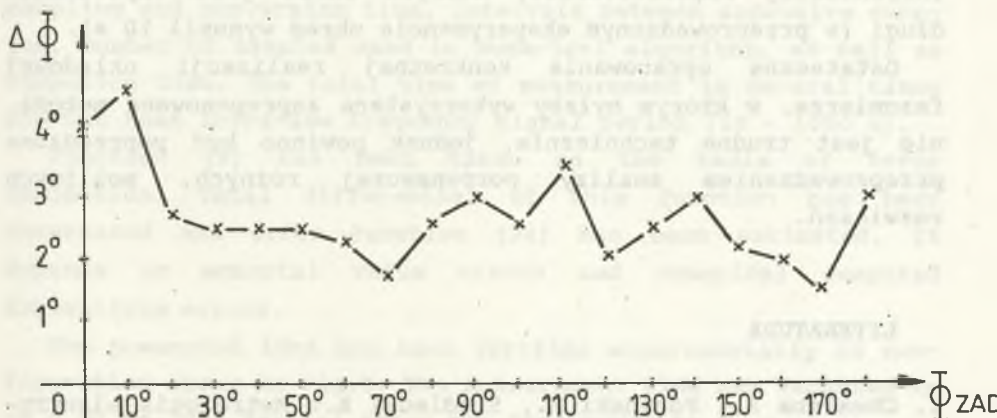
Rys.2. Schemat układu zestawionego w celu doświadczalnego sprawdzenia proponowanej koncepcji pomiaru przesunięcia fazowego

Fig.2. Diagram of system made for experimental verification of proposed phase shift measurement idea

Źródłem przebiegów sinusoidalnych, przesuniętych w fazie, był generator 2-fazowy, umożliwiający zadawanie przesunięcia fazowego w zakresie $0 + 179^\circ$, z rozdzielczością 1° , pracujący przy częstotliwości 0,1 Hz. Rolę układów S/H oraz przetworników a/c spełniały woltomierze cyfrowe sprzężone z mikrokomputerem, pełniącym rolę układu arytmetycznego i sterującego (por. rys.1). Prosty program realizował różniczkowanie numeryczne oraz obliczał na bieżąco przesunięcie fazowe według zależności (10). Jako metodę różniczkowania numerycznego zastosowano najprostsza i tym samym najmniej dokładną metodę obliczania ilorazu różnicowego. Pomiar przeprowadzono w ten sposób, że za pomocą nastawnego generatora 2-fazowego zadawano znane przesunięcie fazowe Φ_{ZAD} sygnałów A(t) i B(t), a następnie mierzono to przesunięcie opisaną metodą - otrzymując wyniki Φ_M . Bezwzględny błąd $\Delta\Phi$ sprawdzanej metody pomiarowej obliczono z zależności:

$$\Delta\Phi = \Phi_M - \Phi_{ZAD} \quad (25)$$

Charakterystykę błędów $\Delta\Phi$ wyznaczanych według równania (25) dla różnych, kolejno zadawanych przesunięć fazowych Φ_{ZAD} przedstawiono na rys.3.



Rys.3. Charakterystyka zmian bezwzględnego błędu pomiaru przesunięcia fazowego $\Delta\Phi$ za pomocą układu z rys.2

Fig.3. Characteristic of absolute phase shift measurement error in the system from fig.2

Czas pomiaru Φ_H , tzn. czas potrzebny na pobranie próbek, przetworzenie oraz wykonanie obliczeń zawierał się w granicach (40 + 50) ms.

5. PODSUMOWANIE

Zaproponowana metoda pomiaru przesunięcia fazowego została sprawdzona doświadczalnie i mimo zastosowania najprostszego, najmniej dokładnego algorytmu różniczkowania, bezwzględny błąd metody był stosunkowo mały i zawierał się w granicach od jednego do kilku stopni kątowych (por. rys.3). Można zatem stwierdzić, że przeprowadzone badania potwierdziły słuszność przyjętej koncepcji pomiaru. Istotną cechą przedstawionej metody jest to, że czas pomiaru jest w zasadzie stały i w przybliżeniu równy odstępowi czasowemu między pierwszą i ostatnią próbą (nie licząc czasów próbkowania i przetwarzania). Czas ten zależy w dużej mierze od przyjętego algorytmu numerycznego różniczkowania i w przeprowadzonym eksperymencie wynosił (40+50) ms. Podane wartości czasu można uznać za wystarczająco małe w przypadku pomiarów sygnałów o infraniskiej częstotliwości, których okres jest odpowiednio długi (w przeprowadzonym eksperymencie okres wynosił 10 s).

Ostateczne opracowanie konkretnej realizacji układowej fazomierza, w którym byłaby wykorzystana zaproponowana metoda, nie jest trudne technicznie, jednak powinno być poprzedzone przeprowadzeniem analizy porównawczej różnych, możliwych rozwiązań.

LITERATURA

1. Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A.: Metrologia elektryczna. WNT, Warszawa 1991.
2. von Hippel A.R.: Dielektryki i fale. PWN, Warszawa 1963.
3. Staszuk W., Sawczenko W.: Metod izmierienija faz w diapazonie infranizkich czastot i jewo rrealizacyja. Izmeritielnaja Tiechnika nr 4, s.45, 1984.

4. Szadkowski B.: Synteza metod pomiaru immitancji. ZN Pol. Sl. ser. Elektryka, nr 802, z. 93, Gliwice 1984.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Zygmunt Kuśmierk

Wpłynęło do Redakcji 15 marca 1994

Abstract

The idea of fast measurement of infra-low frequency sinusoidal signals phase shift has been presented in this paper. The block diagram of system has been shown in Fig.1.

The principle of operation is based on sampling of phase-shift sinusoidal signals $A(t)$ and $B(t)$ at any moment of time. After sampling, values of derivatives of both signals are determined by means of numerical algorithm. It is possible to determine functions of phase shift basing on calculated derivatives and signal instantaneous values (see formula (5) and (6) or (7) and (8)). The phase shift of $A(t)$ and $B(t)$ signals can be calculated, if the pulsation ω is known, according to formula (9) or (10).

Time, which is necessary for measurement process, depends on sampling and conversion time, intervals between successive samples, number of samples used in numerical algorithm, as well as computing time. The total time of measurement is several times shorter than infra-low frequency signal period ($10 + 1000$ s).

Function (9) has been taken as the basis of error estimation. Total differential of this function has been determined and error function (24) has been estimated. It depends on momental value errors and numerical computed derivatives errors.

The presented idea has been verified experimentally in configuration shown in Fig.2. The measurement time has amounted to $40 + 50$ ms, the maximal error has been equal to 5° .

The proposed method enables determining sinusoidal signals phase shift during time which is several times shorter than the typical measurement time. The system realization is simple. It does not use any complicated equipment.