ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2002
Seria: BUDOWNICTWO z. 95 Nr kol. 1559

Tomasz Majewski*
Politechnika Gdańska

WPŁYW SMUKŁOŚCI I MIMOŚRODU NA NOŚNOŚĆ ŻELBETOWYCH ELEMENTÓW MIMOŚRODOWO ŚCISKANYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono wyniki analizy nośności mimośrodowo ściskanych ścian żelbetowych. Obliczenia wykonano dla płaskiego stanu odkształcenia, stosując metodę elementów skończonych. Do opisu betonu zastosowano prawo sprężysto-plastyczne Druckera-Pragera ze wzmocnieniem i osłabieniem, zbrojenia sprężysto-plastyczne, prawo von Misesa.

INFLUENCE OF SLENDERNESS AN ECCENTRICITE ON THE BEARING CAPACITY OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS

Summary. In this paper, the results of calculations for reinforced concrete walls subject to eccentric loading are presented. The numerical calculations are carried out for plane strain with a finite element metod. To describe the behaviour of concrete, an elastic-plastic constitutive law by Drucker-Prager with hardening and softening was used. The reinforcement was modeled with an elasto-plastic law by von Mises.

1. Wstęp

Nośność żelbetowych elementów mimośrodowo ściskanych zależy od wielu różnych parametrów, takich jak: klasa betonu, klasa stali, stopień zbrojenia, wymiary przekroju poprzecznego, wysokość elementu, warunki podparcia oraz mimośród obciążenia. W artykule określono wpływ mimośrodu obciążenia oraz smukłości elementu na nośność ścian. W analizie dla płaskiego stanu odkształcenia wykorzystano metodę elementów skończonych. Do opisu zachowania się betonu zastosowano prawo sprężysto-plastyczne wg Druckera-Pragera ze wzmocnieniem i osłabieniem. Zachowanie stali opisane zostało prawem sprężysto-

* Opiekun naukowy: Dr inż. Jacek Tejchman, prof. Politechniki Gdańskiej

plastycznym wg von Misesa. Obliczenia porównano z wynikami doświadczeń wykonanych dla słupów przez Lloyd i Rangana [1] oraz Kima i Yanga [2].

2. Model betonu

Zachowanie betonu opisane zostało za pomocą niestowarzyszonego prawa materiałowego sprężysto–plastycznego wg Druckera-Pragera z izotropowym wzmocnieniem i osłabieniem [3],[4]. W obliczeniach przyjęto stały moduł sprężystości. Powierzchnia plastyczności f i powierzchnia potencjału plastycznego g przedstawione są następującymi zależnościami (rys.1):

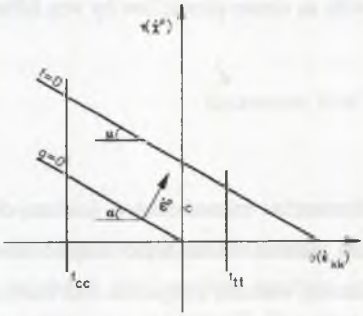
$$f = \tau + \mu(\kappa^p)p - c, \tag{1}$$

$$g = \tau + \alpha(\kappa^p)p, \tag{2}$$

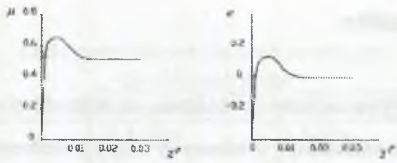
$$\tau = \sqrt{\frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}}, \tag{3}$$

gdzie:

τ - drugi niezmiennik dewiatora naprężenia, s_{ij} - tensor dewiatora naprężenia ($s_{ij}=\sigma_{ij}-p$), p - naprężenie średnie, σ_{ij} - tensor naprężenia, c - kohezja, κ^p - drugi niezmiennik dewiatora odkształceń plastycznych, μ - miara tarcia, α - miara zmian objętościowych.



Rys. 1. Powierzchnia plastyczności f i potencjału plastycznego g w płaszczyźnie τ i p
Fig. 1. Yield and flow potential curves in the τ-p plane



Rys. 2. Miara tarcia $\mu=\sin\phi$ i miara zmian objętościowych $\alpha=\sin\beta$ w funkcji κ^p
Fig. 2. Measures of frictional strength $\mu=\sin\phi$ and volume change $\alpha=\sin\beta$ versus κ^p

Miarę tarcia μ i miarę zmian objętościowych α przyjęto wg rys. 2, gdzie $\mu=\sin\phi$ i $\alpha=\sin\beta$. Parametr ϕ oznacza mobilizowany kąt tarcia wewnętrznego, parametr β mobilizowany kąt dylatancji. Parametry μ i α określane są na podstawie wyników doświadczeń ściskania w jednoosiowym stanie naprężenia. Od strony ściskania i od strony rozciągania liniowa powierzchnia zniszczenia $f=0$ została zamknięta liniowymi nasadkami $p=f_{cc}$ (ściskanie) i $p=f_{tt}$, (rozciąganie), gdzie f_{cc} i f_{tt} są wytrzymałością betonu odpowiednio na ściskanie i rozciąganie w dwuosiowym stanie naprężenia. Zastosowane prawo zawiera następujące funkcje i stałe materiałowe: funkcje $\mu=f(\kappa^p)$ i $\alpha=f(\kappa^p)$ oraz 5 stałych materiałowych: E – moduł sprężystości, ν – liczba Poissona, c, f_{cc} i f_{tt}. W obliczeniach nie uwzględniono pełzania betonu.

3. Model stali

Do opisu zbrojenia wykorzystano stowarzyszone sprężysto-plastyczne prawo materiałowe wg von Misesa. W prawie tym funkcje powierzchni plastyczności f i potencjału plastycznego g mają następującą postać:

$$f = g = \tau - c(\kappa^p) \tag{4}$$

Dla $\kappa^p<0.05\%$ kohezja c wzrasta liniowo od 0 do $f_y/2$, natomiast dla $\kappa^p\geq 0.05\%$ przyjmuje stałą wartość równą $f_y/2$ (f_y jest granicą plastyczności stali).

4. Badania doświadczalne

W celu określenia wpływu zmiany mimośrodu na nośność elementu Lloyd i Rangan [1] przeprowadzili badania mimośrodowo ściskanych słupów żelbetowych. Do badań przyjęto słupy o przekroju poprzecznym 0.1 m × 0.3 m i wysokości 1.5 m. Całkowity stopień zbrojenia wynosił 2% (zbrojenie symetryczne), grubość otulenia była równa 0.01 m. Na obu końcach słupy podparte były przegubowo. Mimośród obciążenia wynosił e=0.01 m, 0.03 m i 0.04 m.

Celem badań Kima i Yanga [2] było określenie wpływu smukłości na nośność elementów mimośrodowo ściskanych. Badania wykonano dla żelbetowych słupów przegubowo podpartych na końcach. Wymiary słupów, przekrój poprzeczny 0.08 m × 0.08 m, całkowity stopień zbrojenia 1.98% (zbrojenie symetryczne), grubość otulenia 0.015 m. Obciążenie przykładano na stałym mimośrodzie e=0.024 m. Parametrem zmiennym była wysokość słupów (0.24 m ÷ 2.4 m).

5. Obliczenia numeryczne

Obliczenia numeryczne wykonane zostały dla ścian, w płaskim stanie odkształcenia. Wpływ mimośrodu obciążenia badano na ścianach, których wymiary przyjęto na podstawie badań [1]. Do obliczeń przyjęto ściany o wysokości 1.5 m, przekroju poprzecznym 0.1 m × 1.0 m. Całkowity stopień zbrojenia wynosił 2%, przy grubości otulenia równej 0.01 m. Ściany zbrojone były symetryczne. Założono pełną współpracę zbrojenia głównego z betonem. Na końcach ściany podparto przegubowo. Obciążenie przykładane było na zmiennym mimośrodzie (e=0.00 m ÷ 0.04 m).

W celu określenia wpływu smukłości wykonano obliczenia ścian, których wymiary przyjęto na podstawie badań [2]. Wymiary przekroju poprzecznego 0.08 m × 1.0 m, całkowity stopień zbrojenia 1.98% (zbrojenie symetryczne). Grubość otulenia wynosiła 0.015 m. Obciążenie przykładano na stałym mimośrodzie e=0.24 m. Założono pełną współpracę zbrojenia głównego z betonem (brak poślizgu), lub możliwość pełnego poślizgu na styku stal-beton. Ściany na obu końcach podparte były przegubowo. W obliczeniach przyjęto stałe materiałowe wg tab.1.

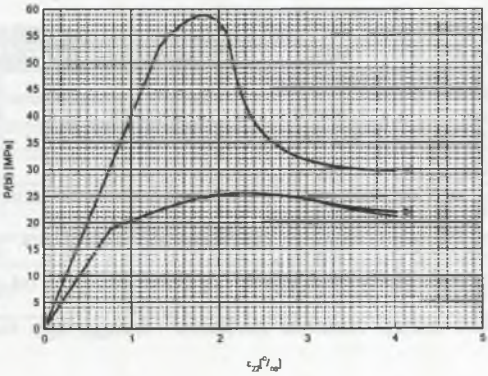
Tabela 1

Stałe materiałowe dla betonu przyjęte do obliczeń ścian

	Obliczenia [1]	Obliczenia [2]
E	38.4 GPa	23.7 GPa
ν	0.2	0.2
ϕ_p	40°	40°
ϕ_{cr}	20°	20°
β_p	10°	10°
β_{cr}	0°	0°
κ^p	0.3%	0.3%
c	10.0 MPa	4.6 MPa
f_{cc}	-	25.5 MPa
f_u	2.0 MPa	1.5 MPa

W celu porównania wyników obliczeń numerycznych z badaniami obliczone nośności ścian pomnożone zostały przez grubości słupów (odpowiednio 0.3 dla ścian o wymiarach wg [1] i 0.08 dla ścian o wymiarach wg [2]). Przeliczone wyniki porównano z obliczeniami nośności wg PN-B-03264:1999 [10].

Na rys.3 przedstawiono wykresy zależności σ =P/(bl) w funkcji pionowych odkształceń obliczone dla jednoosiowo ściskanej próbki betonowej (h=150 mm, b=150 mm) przy założeniu gładkiej dolnej i górnej podstawy (l=1.0 m - długość próbki, f_c - wytrzymałość betonu przy jednoosiowym ściskaniu). Obliczona wytrzymałość betonu wynosi 25.5 MPa i 59.0 MPa. Wartości odpowiadają wytrzymałości betonu w doświadczeniach.



Rys.3. Wykres zależności σ–ε dla próbki betonu (jednoosiowe ściskanie): a) obliczenia [1], b) obliczenia [2]

Fig. 3. Calculated stress-strain curve during uniaxial compression for the concrete specimen: a) calculations [1], b) calculations [2]

Dla stali przyjęto następujące stałe materiałowe: E_s=210 GPa, ν=0.3, f_y=430 MPa (obliczenia wg [1]), E_s=210 GPa, ν=0.3, f_y=387 MPa (obliczenia wg [2]).

Do obliczeń metodą elementów skończonych zastosowano elementy prostokątne, w których każdy składał się z 4 elementów trójkątnych. Elementy trójkątne opisano liniowymi funkcjami kształtu. Obliczenia wykonano dla płaskiego stanu odkształcenia. W obliczeniach uwzględniono duże odkształcenia (tzw. podejście „updated Lagrangian"). Do rozwiązywania nieliniowego układu równań ruchu zastosowano zmodyfikowaną metodę Newtona-Raphsona. Obliczenia przeprowadzono dla globalnej, sprężystej macierzy sztywności. Dla wszystkich przypadków obciążenia przyrost siły pionowej był stały. Za nośność ścian przyjmowano siłę, przy której nie uzyskano zbieżności obliczeń z uwagi na ich wyboczenie.

6. Wyniki

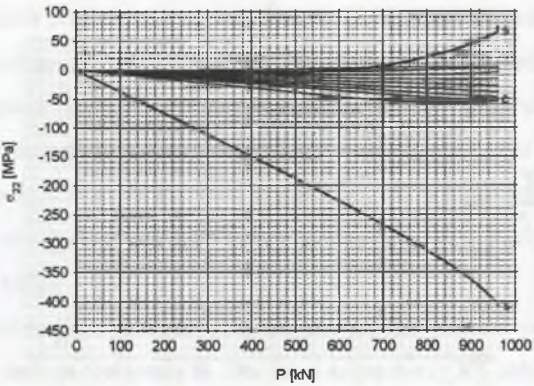
Tabela 2 zawiera wyniki nośności ścian dla różnych wielkości mimośrodu obciążenia. Wyniki numeryczne porównano z wynikami analitycznymi wg [10] oraz wynikami doświadczeń [1]. Uzyskano dobrą zgodność obliczeń z doświadczeniami. Wyniki numeryczne są zbliżone do wyników nośności obliczonych wg [10]. Przy zwiększeniu mimośrodu obciążenia nośność ściany maleje.

Tabela 2

Nośność ścian dla różnych wielkości mimośrodu działającego obciążenia – e

Mimośród e	MES	Doświadczenia [1]	Obliczenia [10]
e=0.00 m	1929 kN	-	2028 kN
e=0.01 m	1266 kN	1192 kN	1267 kN
e=0.02 m	962 kN	-	983 kN

Rysunek 4 przedstawia przykładowy rozwój pionowych naprężeń normalnych σ_{22} w środku wysokości ściany (e=0.02 m) w funkcji przyłożonego obciążenia – dla ściany wg [1]. Naprężenia σ_{22} w zbrojeniu strefy rozciąganej są dużo mniejsze od granicy plastyczności (σ_{22}=70 MPa<< f_{yd}=430 MPa). Nośność zbrojenia rozciąganego nie jest więc w pełni wykorzystana.



Rys. 4. Pionowe naprężenia normalne σ_{22} w środku wysokości ściany w funkcji obciążenia (e=0.02 m, s-stal, c-beton)

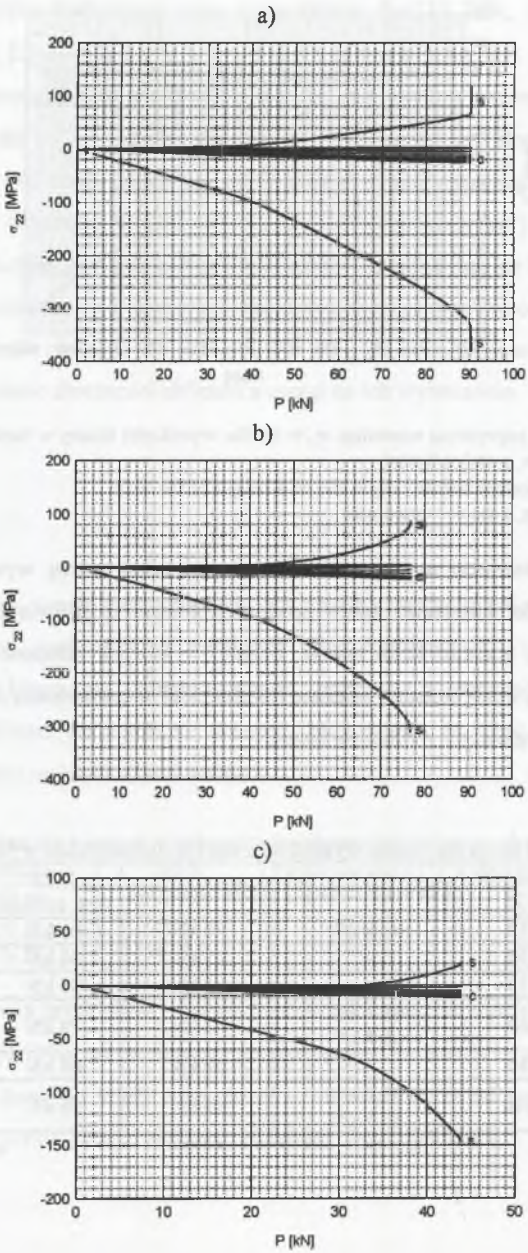
Fig. 4. Vertical normal stresses σ_{22} in the mid-height of the wall (e=0.02 m, s-steel, c-concrete)

W tabeli 3 zestawiono wyniki obliczeń nośności ścian różnej wysokości przy stałej wielkości mimośrodu. Uzyskano dobrą zgodność obliczeń z doświadczeniami. Wraz ze wzrostem smukłości nośność ścian maleje. Ściany, w których założono pełną współpracę zbrojenia z betonem, miały nośność większą (około 15%) w porównaniu do ścian, w których przyjęto pełny poślizg betonu wzdłuż zbrojenia.

Tabela 3

Nośność ścian dla różnej wysokości i stałym mimośrodzie e=0.024 m

Wysokość	Smukłość λ	Doświadczenia [2]	Obliczenia [10]	MES (brak poślizgu)	MES (pełen poślizg)
l=0.24 m	10	83.1 kN	98 kN	91 kN	87 kN
l=0.48 m	20	-	92 kN	88 kN	84 kN
l=0.72 m	30	-	86 kN	85 kN	81 kN
l=1.44 m	60	63.7 kN 65.7 kN	63 kN	78 kN	74 kN
l=1.90 m	80	-	52 kN	68 kN	59 kN
l=2.40 m	100	38.2 kN 35.0 kN	40 kN	56 kN	44 kN

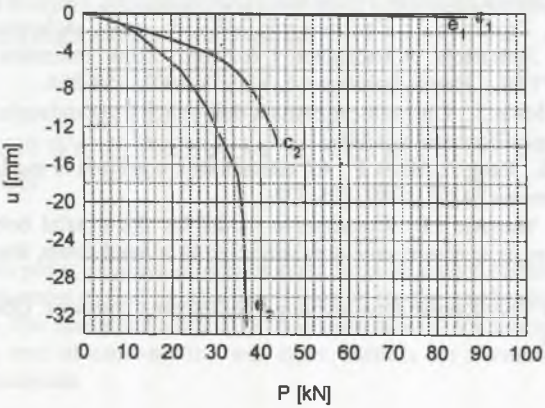


Rys. 5. Naprężenia normalne σ_{22} w środku wysokości ścian w funkcji przyłożonego obciążenia: a) λ=10, b) λ=60, c) λ=100, (e =0.024 m, s-stal, c-beton)

Fig. 5. Vertical normal stresses σ_{22} at the mid-height of the wall (a-λ =10, b-λ =60, c-λ=100, e=0.024 m, s-steel, c-concrete)

Na rys. 5 pokazano przykładowy rozwój pionowych naprężeń normalnych σ_{22} w środku wysokości dla różnych smukłości λ (λ =10, 60, 100). Zniszczenie wszystkich ścian nastąpiło w wyniku wyczerpania nośności betonu w strefie ściskanej. Naprężenia w zbrojeniu rozciąganym były dużo mniejsze od granicy plastyczności f_{yd}=387 MPa (np. σ_{22}<120 MPa dla λ=10). W zbrojeniu ściskanym dla ścian krępych ($\lambda \leq 30$) naprężenia σ_{22} były bliskie f_{yd}, natomiast dla ścian smukłych (λ>30) były dużo mniejsze od f_{yd} (np. dla λ=10, σ_{22}=380 MPa, dla λ=100, σ_{22}=150 MPa).

Rysunek 6 przedstawia obliczone i pomierzone przemieszczenia poziome w połowie wysokości ścian w funkcji obciążenia P. Dla ścian krępych ($\lambda \leq 30$) obliczone ugięcia były identyczne z pomierzonymi. Dla ścian smukłych (λ>30) ugięcia pomierzone są większe od obliczonych.



Rys. 6. Przemieszczenia poziome w środku wysokości ścian w funkcji obciążenia (e-doświadczalne, c-MES, 1-ściana krępa λ=10, 2-ściana smukła λ=100)
Fig. 6. Horizontal deflection at the mid-height of the wall (e-experimental, c-FEM, 1-short wall - λ=10, 2-slender wall - λ=100)

7. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że:

1. Uzyskano dobrą zgodność obliczeń z doświadczeniami.
2. Wzrost mimośrodu obciążenia i smukłości elementu powoduje znaczny spadek nośności.

3. Uwzględnienie w obliczeniach numerycznych pełnego poślizgu między zbrojeniem głównym a betonem powoduje spadek nośności o 10% - 20%.

LITERATURA

1. Lloyd N.A., Rangan B: Studies on High-Strength Concrete Columns under Eccentric Compression, ACI Structural Journal, V, 1996, 631-638.
2. Kim J.K., Yang J.K.: Buckling behavior of slender high-strength concrete columns, Engineering Structure, 1, 1995, 39-51.
3. Tejchman J., Wu W.: Numerical study on shear band patterning in a Cosserat continuum, Acta Mechanica, 99, 1993, 61-74.
4. Tejchman J.: Modeling of shear localization and autogeneous dynamic effects in granular bodies, Publication Series of the Institute for Rock an Soil Mechanics, University of Karlsruhe, 140, 1997.
5. Tejchman J.: Analiza nośności smukłych słupów żelbetowych mimośrodowo ściskanych, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, 585, 2001, 281-288.
6. Majewski T., Tejchman J.: Zastosowanie MES do opisu zachowania się elementów żelbetowych, Symulacja w badaniach i rozwoju, Zbiór referatów VIII Warsztatów Naukowych PTSK, Gdańsk-Sobieszewo, VIII-IX 2001, 259-266.
7. Klisiński M., Mróz Z.: Opis niesprężystych deformacji i uszkodzenia betonu, Rozprawy 193, Politechnika Poznańska, 1988.
8. Pietruszczak S., Jiang J., Mirza F.: An elastoplastic constitutive model for concrete, Int. J. Solids Structures 24 (7), 1988, 705-722.
9. Warnke K.J., Warnke E.P.: Constitutive model for the triaxial behavior of concrete, IABSE seminar on concrete structures subjected to triaxial stress, Bergamo, Italy, 1975, 1-31
10. PN-B-03264:1999 Konstrukcje betonowe żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Michał Knauff

Abstract

Results of numerical calculations of reinforced concrete walls subjected to eccentric compression are presented. The influence of the slenderness and the eccentricity on the load – bearing capacity was investigated. To describe concrete, an elastic-plastic constitutive law by Drucker-Prager was used. To simulate the behaviour of reinforcement, an elastic-plastic constitutive law von Mises was used. Numerical results were compared with experimental tests. A satisfactory agreement was achieved.