

Maciej MAJOR*
Politechnika Częstochowska

PROPAGACJA FALI PRZYSPIESZENIA W NIELINIOWYM MATERIALE SPRĘŻYSTYM

Streszczenie. W niniejszej pracy rozważa się propagację płaskiej fali przyspieszenia w nieliniowo sprężystym materiale Zahorskiego. Na wstępie obliczono współrzędne zredukowanego tensora akustycznego i określono prędkości propagacji fal. Dalej w oparciu o wektory jednostkowe o kierunku amplitudy wyznaczono składowe promienia akustycznego.

ACCELERATION WAVE PROPAGATION IN NONLINEAR ELASTIC MATERIALS

Summary. The paper considers the propagation of acceleration waves in Zahorski nonlinear elastic materials. At the first the acoustic tensor is calculated and velocity of the propagation waves is defined. Then with the aid of unit vectors in the direction of the amplitude the components of acoustic ray are determined.

1. Wyprowadzenie podstawowych zależności

Rozważamy deformację określającą proste ścinanie (patrz np. [3], str. 55).

$$x^1 = X^1 + KX^2; \quad x^2 = X^2; \quad x^3 = X^3 \quad (1)$$

Przyjmujemy kartezjański układ współrzędnych materialnych $\{X^\alpha\}$ i przestrzennych $\{x^i\}$.

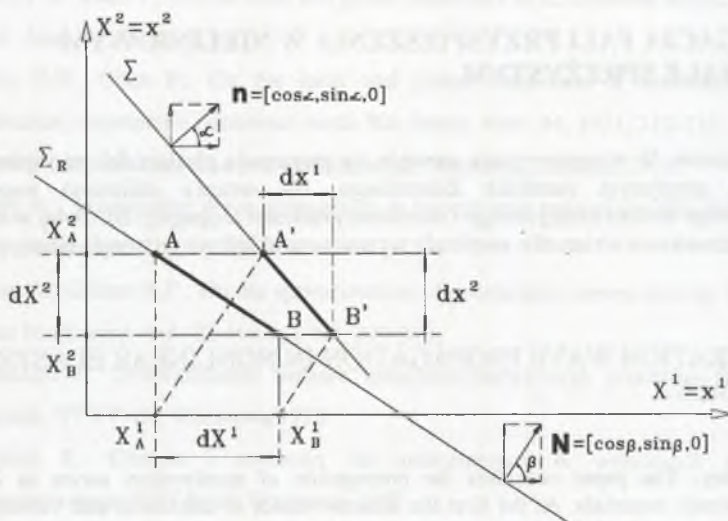
Układy te parametryzują tę samą przestrzeń oraz wzajemnie się pokrywają. Dla przyjętej deformacji (1) gradient deformacji, jego odwrotność oraz lewy i prawy tensor deformacji wynoszą:

$$[x'^\alpha] = \begin{bmatrix} 1 & K & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad [X^\alpha_i] = \begin{bmatrix} 1 & -K & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[B^{\nu}] = \begin{bmatrix} 1+K^2 & K & 0 \\ K & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad [C_{\text{aff}}] = \begin{bmatrix} 1 & K & 0 \\ K & 1+K^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

natomiast niezmienniki tensorów deformacji przybierają wartości:

$$I_1 = I_2 = 3 + K^2; \quad I_3 = 1. \quad (3)$$



Rys. 1. Rzut elementu powierzchniowego w konfiguracji odniesienia B_R i w konfiguracji chwilowej B na płaszczyznę $X^1 X^2$ oraz $x^1 x^2$

Fig. 1. View surfaces component in the related configuration B_R and in the instantaneous configuration B at the plane $X^1 X^2$ and $x^1 x^2$

Zgodnie z opisem deformacji (1) otrzymujemy:

$$dx^1 = dX^1 + KdX^2; \quad dx^2 = dX^2; \quad dx^3 = dX^3 \quad (4)$$

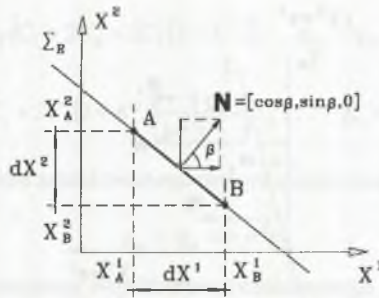
Pola elementów powierzchniowych w obu konfiguracjach wynoszą:

$$dS_R = \sqrt{(dX^1)^2 + (dX^2)^2} \cdot dX^3 \quad (5)$$

$$dS = \sqrt{(dx^1)^2 + (dx^2)^2} \cdot dx^3 = \sqrt{(dX^1 + dX^2)^2 + (dX^2)^2} \cdot dX^3,$$

tak więc:

$$\frac{dS}{dS_R} = \sqrt{1 + 2K \frac{dX^1 dX^2}{(dX^1)^2 + (dX^2)^2} + K^2 \frac{(dX^2)^2}{(dX^1)^2 + (dX^2)^2}} \quad (6)$$



Rys. 2. Rzut elementu powierzchniowego w konfiguracji odniesienia B_R na płaszczyznę X^1X^2
 Fig. 2. View surfaces component in the related configuration B_R at the plane X^1X^2

Zgodnie z rys. 2. (gdzie A jest punktem początkowym, a B końcowym) funkcje $\sin \beta$ i $\cos \beta$ odpowiednio wynoszą:

$$\sin \beta = \frac{dX^1}{\sqrt{(dX^1)^2 + (dX^2)^2}}; \quad \cos \beta = -\frac{dX^2}{\sqrt{(dX^1)^2 + (dX^2)^2}} \quad (7)$$

Wstawiając zależności (7) do równania (6), otrzymujemy ostateczną postać ilorazu elementów powierzchniowych konfiguracji chwilowej i konfiguracji odniesienia:

$$\frac{dS}{dS_R} = \sqrt{1 - K \sin 2\beta + K^2 \cos^2 \beta} \quad (8)$$

Przechodzimy do transformacji współrzędnych wektora \mathbf{N} w konfiguracji odniesienia na współrzędne wektora \mathbf{n} w konfiguracji chwilowej. Zgodnie z [4] mamy:

$$n_k = JX^{\alpha} N_{\alpha} \frac{dS_R}{dS} \quad (9)$$

Dla wektora $\mathbf{N} = [\cos \beta, \sin \beta, 0]$ (patrz rys. 2.) otrzymujemy wektor \mathbf{n} o współrzędnych:

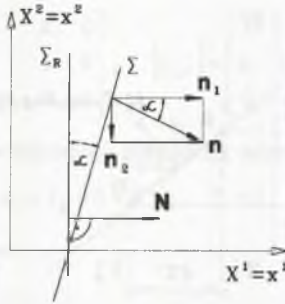
$$n_1 = X^{\alpha_1} N_{\alpha} \frac{dS_R}{dS} = \frac{\cos \beta}{\sqrt{1 - K \sin 2\beta + K^2 \cos^2 \beta}} = \cos \alpha \quad (10)$$

$$n_2 = X^{\alpha_2} N_{\alpha} \frac{dS_R}{dS} = \frac{\sin \beta - K \cos \beta}{\sqrt{1 - K \sin 2\beta + K^2 \cos^2 \beta}} = \sin \alpha; \quad n_3 = 0.$$

Zakładając, że kąt $\beta = 0$ uzyskujemy powierzchnię nieciągłości Σ_R prostopadłą do płaszczyzny ścinania i otrzymujemy związki:

$$\frac{dS}{dS_R} = \sqrt{1 + K^2}; \quad n_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + K^2}}; \quad n_2 = -\frac{K}{\sqrt{1 + K^2}}, \quad (11)$$

gdzie K jest miarą ścinania i odpowiada tangensowi kąta α (patrz [6]).



Rys. 3. Położenie płaszczyzn Σ_R i Σ dla kątów $\beta = 0$, $\alpha \neq 0$, oraz odpowiadające im wektory normalne \mathbf{N} i \mathbf{n}

Fig. 3. Surfaces location Σ_R and Σ for angles $\beta = 0$, $\alpha \neq 0$, and adequate normal vectors \mathbf{N} and \mathbf{n}

W wyniku deformacji wektor $\mathbf{N} = [1, 0, 0]$ przechodzi w wektor \mathbf{n} o współrzędnych:

$$\mathbf{n} = \left[\frac{1}{\sqrt{1+K^2}}, -\frac{K}{\sqrt{1+K^2}}, 0 \right] \quad (12)$$

2. Propagacja płaskiej fali przyspieszenia we wstępnie odkształconym materiale Zahorskiego

Zakładamy, że płaska fala przyspieszenia propaguje w materiale Zahorskiego, dla którego potencjał sprężysty opisany jest zależnością (patrz. [5]):

$$W = \sigma\rho = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) + C_3(I_1^2 - 9) \quad (13)$$

Funkcje materiałowe dla przyjętego potencjału wynoszą:

$$\sigma_1 = \frac{1}{\rho}(C_1 + 2C_3I_1); \quad \sigma_2 = \frac{C_2}{\rho}; \quad \sigma_{11} = \frac{2C_3}{\rho}. \quad (14)$$

Ośrodek poddany jest deformacji wstępnej, odpowiadającej prostemu ścinaniu opisanej w punkcie poprzednim. Zgodnie z [4] tensor funkcji materiałowych pierwszego rzędu wynosi:

$$A_i^{\alpha k \beta} = \rho \left\{ 2\sigma_1 g_{ik} g^{\alpha\beta} + \right. \\ \left. + 2\sigma_2 [2x_i^\alpha x_k^\beta - g_{ik} C^{\alpha\beta} - x_i^\beta x_k^\alpha + (I_1 g_{ik} - B_{ik}) g^{\alpha\beta}] + 4\sigma_{11} x_i^\alpha x_k^\beta \right\} \quad (15)$$

Tensor akustyczny q_{ik} w konfiguracji chwilowej zapiszemy w postaci równania:

$$q_{ik} = A_i^{\alpha \beta} x_r^\alpha x_s^\beta n_r n_s. \quad (16)$$

Po obliczeniu współrzędne tensora akustycznego przyjmują wartości:

$$q_{11} = \frac{2}{1+K^2} [C_1 + 2C_2 + 2C_3(5+K^2)]; \quad q_{12} = q_{21} = -2C_2 \frac{K}{1+K^2}; \quad (17)$$

$$q_{22} = q_{33} = 2 \left[[C_1 + 2C_3(3+K^2)] \frac{1}{1+K^2} + C_2 \right]; \quad q_{13} = q_{23} = q_{31} = q_{32} = 0.$$

Przechodzimy do obliczenia zredukowanego tensora akustycznego. Zgodnie z [4] mamy:

$$\dot{q}_{ik} = q_{ik} - n_i n_k q_{kk}. \quad (18)$$

Uwzględniając (14) otrzymujemy współrzędne zredukowanego tensora akustycznego:

$$\begin{aligned} \dot{q}_{11} &= \frac{2K^2}{(1+K^2)^2} [C_1 + C_2 + 2C_3(5+K^2)]; & \dot{q}_{12} &= \frac{2K}{(1+K^2)^2} [C_1 + C_2 + 2C_3(3+K^2)]; \\ \dot{q}_{21} &= \frac{2K}{(1+K^2)^2} [C_1 + C_2 + 2C_3(5+K^2)]; & \dot{q}_{22} &= \frac{2}{(1+K^2)^2} [C_1 + C_2 + 2C_3(3+K^2)]; \\ \dot{q}_{33} &= q_{33} = \frac{2}{1+K^2} [C_1 + C_2(1+K^2) + 2C_3(3+K^2)]; & \dot{q}_{13} &= \dot{q}_{23} = \dot{q}_{31} = \dot{q}_{32} = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Pamiętając, że ρu^2 jest wartością własną tensora \dot{q}_{ik} , wyznaczamy prędkości u_i . W wyniku obliczeń otrzymujemy:

$$\begin{aligned} u_1^2 &= \frac{\dot{q}_{11} + \dot{q}_{22}}{\rho} = \frac{2}{\rho(1+K^2)^2} \left\{ (C_1 + C_2)(1+K^2) + 2C_3[(6+K^2)K^2 + 3] \right\}; \\ u_2 &= 0; \quad u_3^2 = \frac{\dot{q}_{33}}{\rho} = \frac{2}{\rho(1+K^2)} [C_1 + C_2(1+K^2) + 2C_3(3+K^2)]. \end{aligned} \quad (20)$$

Przechodzimy do wyznaczenia jednostkowych wektorów odpowiadających kierunkowi wektora amplitudy fali, pamiętając, że $\mathbf{d}^{(i)}$ jest wektorem własnym tensora \dot{q}_{ik} .

Dla prędkości u_1 i u_3 mamy odpowiednio:

$$\mathbf{d}^{(1)} = \left[\frac{K}{\sqrt{1+K^2}}, \frac{1}{\sqrt{1+K^2}}, 0 \right]; \quad \mathbf{d}^{(3)} = [0, 0, 1] \quad (21)$$

Promień akustyczny zgodnie z [1] zapiszemy w postaci równania:

$$R^\alpha = \frac{1}{\rho U^2} A_i^\alpha \epsilon_{ik}^\beta \cdot d^i d^k \cdot N_\beta. \quad (22)$$

Prędkość U w konfiguracji odniesienia \mathbf{B}_R obliczymy korzystając z zależności (por. [4]):

$$U^2 x^i{}_\delta x^{j\delta} n_i n_j = u^2. \quad (23)$$

Dla prędkości u_1 otrzymujemy:

$$\frac{1}{U_1^2} = \frac{\rho(1+K^2)}{2\left\{(C_1+C_2)(1+K^2)+2C_3\left[(6+K^2)K^2+3\right]\right\}} \quad (24)$$

Dla $d^1, d^2 \neq 0$ i $d^3 = 0$ oraz wektora $\mathbf{N} = [1, 0, 0]$ mamy dwaście współrzędnych $A_i^{\alpha k \beta}$

$$A_1^1{}^1 = 2\left[C_1 + 2\left[C_2 + C_3(5+K^2)\right]\right]; \quad A_1^1{}^2 = A_2^1{}^1 = A_2^2{}^1 = -2C_2K; \quad (25)$$

$$A_2^1{}^2 = 2\left[C_1 + C_2(1+K^2) + 2C_3(3+K^2)\right]; \quad A_1^2{}^1 = 8C_3K; \quad A_1^2{}^2 = -2C_2;$$

$$A_2^2{}^1 = 4(C_2 + 2C_3); \quad A_1^3{}^1 = A_1^3{}^2 = A_2^3{}^1 = A_2^3{}^2 = 0.$$

Podstawiając (24) i (25) do (22), otrzymujemy współrzędne promienia akustycznego dla prędkości u_1 :

$$R^1 = 1; \quad R^2 = \frac{4C_3K(1+K^2)}{(C_1+C_2)(1+K^2)+2C_3\left[(6+K^2)K^2+3\right]}; \quad R^3 = 0. \quad (26)$$

Dla prędkości u_3 w oparciu o (23) otrzymujemy:

$$\frac{1}{U_3^2} = \frac{\rho}{2\left[C_1 + C_2(1+K^2) + 2C_3(3+K^2)\right]} \quad (27)$$

Dla $d^1, d^2 = 0$ i $d^3 \neq 0$, oraz wektora $\mathbf{N} = [1, 0, 0]$ mamy trzy współrzędne $A_i^{\alpha k \beta}$:

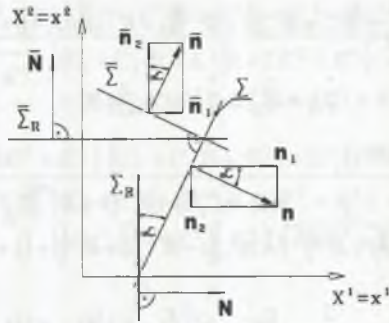
$$A_3^1{}^1 = 2\left[C_1 + C_2(1+K^2) + 2C_3(3+K^2)\right]; \quad A_3^2{}^1 = -2C_2K; \quad A_3^3{}^1 = 0. \quad (28)$$

Podstawiając (27) i (28) do (22) otrzymujemy współrzędne promienia akustycznego dla prędkości u_3 :

$$R^1 = 1; \quad R^2 = -\frac{C_2K}{C_1 + C_2(1+K^2) + 2C_3(K^2+3)}; \quad R^3 = 0. \quad (29)$$

Przyjmujemy teraz, że płaszczyzna nieciągłości $\bar{\Sigma}$ propaguje w kierunku $\bar{\mathbf{n}}$ prostopadłym do kierunku propagacji \mathbf{n} płaszczyzny Σ . Wobec prostopadłości wektorów normalnych \mathbf{n} i $\bar{\mathbf{n}}$ otrzymujemy:

$$\bar{n}_1 = \sin \alpha = \frac{K}{\sqrt{1+K^2}}; \quad \bar{n}_2 = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+K^2}}; \quad \bar{n}_3 = 0. \quad (30)$$



Rys.4. Kierunki propagacji wzajemnie prostopadłych płaszczyzn Σ , $\bar{\Sigma}$ oraz Σ_R , $\bar{\Sigma}_R$

Rys.4. The directions of the propagation perpendicular surfaces Σ , $\bar{\Sigma}$ and Σ_R , $\bar{\Sigma}_R$

Podstawiając do (16) powyższe zależności, gradient deformacji (patrz (2)) oraz funkcje materiałowe (14) otrzymujemy współrzędne tensora akustycznego \bar{q}_{ik} dla płaszczyzny $\bar{\Sigma}$

$$\begin{aligned} \bar{q}_{11} &= \frac{2}{1+K^2} [C_1(1+K^2(3+K^2)) + C_2(1+K^2(4+K^2)) + 2C_3(3(1+6K^2) + K^4(14+3K^2))]; \\ \bar{q}_{22} &= \frac{2}{1+K^2} [C_1(1+K^2(3+K^2)) + C_2(2+K^2(3+K^2)) + 2C_3(5+K^2(14+8K^2+K^4))]; \\ \bar{q}_{33} &= \frac{2}{1+K^2} [(C_1+2C_3(3+K^2))(1+K^2(3+K^2)) + C_2(1+K^2)]; \\ \bar{q}_{12} = \bar{q}_{21} &= \frac{2K}{1+K^2} [C_2+4C_3(1+K^2)(2+K^2)]; \quad \bar{q}_{13} = \bar{q}_{23} = \bar{q}_{31} = \bar{q}_{32} = 0 \end{aligned} \tag{31}$$

Przechodzimy do wyznaczenia zredukowanego tensora akustycznego $\dot{\bar{q}}_{ik}$. Zgodnie z (18), uwzględniając (30) i (31) otrzymujemy współrzędne zredukowanego tensora akustycznego:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{q}}_{11} &= \frac{2}{(1+K^2)^2} [(C_1+C_2)(1+K^2(3+K^2)) + 2C_3(3+K^2(14+8K^2+K^4))]; \\ \dot{\bar{q}}_{12} &= -\frac{2K}{(1+K^2)^2} [(C_1+C_2)(1+K^2(3+K^2)) + 2C_3(1+K^2(8+6K^2+K^4))]; \\ \dot{\bar{q}}_{21} &= -K\dot{\bar{q}}_{11} = \frac{2K}{(1+K^2)^2} [(C_1+C_2)(1+K^2(3+K^2)) + 2C_3(3+K^2(14+8K^2+K^4))]; \\ \dot{\bar{q}}_{22} &= -K\dot{\bar{q}}_{12} = -\frac{2K^2}{(1+K^2)^2} [(C_1+C_2)(1+K^2(3+K^2)) + 2C_3(1+K^2(8+6K^2+K^4))]; \end{aligned} \tag{32}$$

$$\dot{\bar{q}}_{33} = \bar{q}_{33} = \frac{2}{1+K^2} \left[(C_1 + 2C_3(3+K^2))(1+K^2(3+K^2)) + C_2(1+K^2) \right];$$

$$\dot{\bar{q}}_{13} = \dot{\bar{q}}_{23} = \dot{\bar{q}}_{31} = \dot{\bar{q}}_{32} = 0$$

Prędkości propagacji wynoszą:

$$\bar{u}_1^2 = \frac{\dot{\bar{q}}_{11} + \dot{\bar{q}}_{22}}{\rho} = \frac{2}{\rho(1+K^2)^2} \left\{ (C_1 + C_2)(1+K^2(3+K^2))(1+K^2) + 2C_3 \left[(1+K^2) \left[3+K^2(1+(3+K^2)^2) \right] + 2K^2 \right] \right\}, \quad (33)$$

$$\bar{u}_2 = 0; \quad \bar{u}_3^2 = \frac{\dot{\bar{q}}_{33}}{\rho} = \frac{2}{\rho(1+K^2)} \left[(C_1 + 2C_3(3+K^2))(1+K^2(3+K^2)) + C_2(1+K^2) \right]$$

Dla prędkości \bar{u}_1 i \bar{u}_3 otrzymujemy odpowiednio:

$$\stackrel{(1)}{\mathbf{d}} = \left[-\frac{1}{\sqrt{1+K^2}}, \frac{K}{\sqrt{1+K^2}}, 0 \right]; \quad \stackrel{(3)}{\mathbf{d}} = [0, 0, 1]. \quad (34)$$

Przechodzimy do wyznaczenia promieni akustycznych $\stackrel{(1)}{R}^\alpha$ i $\stackrel{(3)}{R}^\alpha$ dla prędkości \bar{u}_1 i \bar{u}_3 . Do ich wyznaczenia niezbędne są współrzędne wektora $\bar{\mathbf{N}}$, które obliczymy z warunku (por. [4]):

$$\bar{N}_\alpha = \frac{1}{J} x'^\alpha \bar{n}_i \frac{dS}{dS_R} \quad (35)$$

Z obliczeń wynika, że:

$$\bar{N}_1 = \frac{K}{\sqrt{(1+K^2)+K^2}}; \quad \bar{N}_2 = \frac{1+K^2}{\sqrt{(1+K^2)+K^2}}; \quad \bar{N}_3 = 0. \quad (36)$$

Przyjmując $K=0$ otrzymujemy wektor $\bar{\mathbf{N}} = [0, 1, 0]$.

Dla $\bar{d}^1, \bar{d}^2 \neq 0$ i $\bar{d}^3 = 0$, oraz wektora $\bar{\mathbf{N}}$ mamy dwanaście współrzędnych $A_i^{\alpha k P}$

$$A_1^1{}^2 = A_1^2{}^2 = A_2^2{}^2 = 8C_3K; \quad A_1^1{}^2 = 4(C_2 + 2C_3);$$

$$A_2^1{}^2 = -2C_2; \quad A_2^1{}^2 = -2C_2K; \quad A_1^2{}^2 = 2[C_1 + C_2 + 6C_3(3+K^2)]; \quad (37)$$

$$A_2^2{}^2 = 2[C_1 + 2(C_2 + C_3(5+K^2))]; \quad A_1^3{}^2 = A_1^3{}^2 = A_2^3{}^2 = A_2^3{}^2 = 0.$$

Uwzględniając (33) i (23) otrzymujemy:

$$\frac{1}{\bar{U}_1^2} = \frac{\rho(1+K^2)(K^4 + 3K^2 + 1)}{2 \left\{ (C_1 + C_2) \left[(1+K^2)(3+K^2) \right] (1+K^2) + 2C_3 \left[(1+K^2) \left[3+K^2(1+(3+K^2)^2) \right] + 2K^2 \right] \right\}} \quad (38)$$

Wartości współrzędnych promienia akustycznego zgodnie z (22) wynoszą:

$$\begin{aligned} \bar{R}^{(1)} &= \frac{K(1+3K^2+K^4) \left[(C_1+C_2)(1+K^2) + 2C_3(3+4K^2+K^4) \right]}{\sqrt{(1+K^2)^2+K^2} \left\{ (C_1+C_2)(1+K^2)(1+3K^2+K^4) + \right. \\ &\quad \left. + 2C_3 \left[(1+3K^2+K^4)(3+4K^2+K^4) + 2K^2 \right] \right\}}; \\ \bar{R}^{(2)} &= \frac{(1+K^2)(1+3K^2+K^4) \left[(C_1+C_2)(1+K^2) + 2C_3(3+4K^2+K^4) \right]}{\sqrt{(1+K^2)^2+K^2} \left\{ (C_1+C_2)(1+K^2)(1+3K^2+K^4) + \right. \\ &\quad \left. + 2C_3 \left[(1+3K^2+K^4)(3+4K^2+K^4) + 2K^2 \right] \right\}}; \end{aligned} \quad (39)$$

$$\bar{R}^{(3)} = 0.$$

Uwzględniając (33) i (23) otrzymujemy:

$$\frac{1}{\bar{U}_3^2} = \frac{\rho(K^4+3K^2+1)}{2[(C_1+2C_3(3+K^2))(1+K^2(3+K^2))+C_2(1+K^2)]} \quad (40)$$

Dla $\bar{d}^1, \bar{d}^2 = 0$ i $\bar{d}^3 \neq 0$, oraz wektora $\bar{\mathbf{N}} = [0,1,0]$ mamy trzy współrzędne $A_i^{\alpha\beta}$:

$$A_{33}^{22} = 2[C_1+C_2+2C_3(3+K^2)]; \quad A_{33}^{13} = -2C_2K; \quad A_{33}^{32} = 0. \quad (41)$$

Zgodnie z zależnością (22) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \bar{R}^{(3)} &= \frac{K[C_1+2C_3(3+K^2)] \sqrt{K^4+3K^2+1}}{[C_1+2C_3(3+K^2)] [1+K^2(3+K^2)]+C_2(1+K^2)}; \\ \bar{R}^{(3)} &= \frac{[C_1(1+K^2)+C_2+2C_3(1+K^2)(3+K^2)] \sqrt{K^4+3K^2+1}}{[C_1+2C_3(3+K^2)] [1+K^2(3+K^2)]+C_2(1+K^2)}; \quad \bar{R}^{(3)} = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

3. Wnioski

Z przeprowadzonych obliczeń widać, że wartości prędkości zależą od wstępnego odkształcenia określonego parametrem ścinania K . Widać również na podstawie obliczeń, że wraz ze zmianą parametru K zmieniają się wartości współrzędnych promienia akustycznego.

Nie zamieszczona w pracy analiza numeryczna (dla $K \in \langle 0;1,5 \rangle$ zgodnie z [6] oraz stałych C_1, C_2, C_3 przyjętych w oparciu o [6] oraz [2]) wykazała, że dla powierzchni propagacji Σ określonej wektorem normalnym \bar{n} prędkości u_1 i u_3 maleją. Podobnie w przypadku powierzchni $\bar{\Sigma}$ określonej wektorem normalnym \bar{n} prędkości \bar{u}_1 i \bar{u}_3 maleją.

Interesujący wynik uzyskano przy transformacji wektora $\bar{\mathbf{n}}$ prostopadłego do powierzchni $\bar{\Sigma}$ na wektor $\bar{\mathbf{N}}$ prostopadły do powierzchni $\bar{\Sigma}_R$ w konfiguracji \mathbf{B}_R . Z obliczeń wynika, że dla zachowania płaszczyzny powierzchni $\bar{\Sigma}_R$ parametr ścinania może zmieniać się w przedziale $K \in (0, \sqrt{2}/2)$. Przyjmując wartość powyżej $\sqrt{2}/2$, otrzymujemy inny obiekt geometryczny.

LITERATURA

1. Braun M.: Beschleunigungswellen in anisotropen hyperelastischen Stoffen, Acta Mechanica 19, 1974, 237-249.
2. Kosiński S.: Odbicie i ewolucja fali uderzeniowej w wybranych materiałach hipersprężystych, IPPT PAN, Warszawa 1995.
3. Wesołowski Z.: Wprowadzenie do nieliniowej teorii sprężystości, Politechnika Poznańska, Poznań 1972.
4. Wesołowski Z.: Zagadnienia dynamiczne nieliniowej teorii sprężystości, PWN, Warszawa 1974.
5. Zahorski S.: A form of elastic potential for rubber-like materials, Archives of Mechanics, 5, 1959, 613-617.
6. Zahorski S.: Doświadczalne badania niektórych własności mechanicznych gumy, Rozprawy Inżynierskie 10, (1), 1962, 191-207.

Recenzent: Prof. zw. dr hab. Józef Nizol

Abstract

The problem discussed in this paper runs on propagation of the discontinuity plane disturbance in initially deformed elastic continuum. The paper considers the propagation of plane acceleration waves in Zahorski nonlinear elastic materials.

At the first the acoustic tensor is calculated and velocity of the propagation waves is defined. Then with the aid of unit vectors in the direction of the amplitude the components of acoustic ray are determined.