ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2002
Seria: BUDOWNICTWO z. 95 Nr kol. 1559

Anna RAWSKA-SKOTNICZNY*
Politechnika Opolska

INTERAKCJA ZGINANIA I ŚCINANIA W STALOWYCH BELKACH O PRZEKROJACH MONOSYMETRYCZNYCH KLASY 1

Streszczenie. W artykule zaprezentowano model matematyczny do określenia krzywych interakcji zginanych i ścinanych belek o przekrojach monosymetrycznych dwuteowych klasy pierwszej. Przedstawiono również linearyzację krzywych interakcji do celów inżynierskich.

INTERACTION OF BENDING AND SHEAR IN STEEL MONOSYMETRICAL BEAMS OF FIRST CLASS

Summary. In article mathematical model was presented for qualification of curves interaction of bending and shears beams, monosymetrical I-profile first class. Linearisation of curves was also presented.

1. Wprowadzenie

Projektowanie ciągłych belek stalowych wymaga uwzględniania w pobliżu podpór środkowych interakcji momentów zginających i dużych sił poprzecznych. Obciążenia równoległe do płaszczyzny środnika generują naprężenia styczne, które w zakresie sprężystym mają rozkład paraboliczny, a w stanie plastycznym prostokątny. W wyniku interakcji może nastąpić znaczne obniżenie nośności przekroju, co może prowadzić do zniszczenia belki. Zagadnieniami współdziałania momentu zginającego i siły ścinającej w przekrojach bisymetrycznych zajmowali się m.in. Biezuchow [1], Palczewski [2] oraz Heyman i Dutton [3], a w kraju Mutermilch, Olszewski i Łubiński [4] oraz Gwóźdź [5].

---

* Opiekun naukowy: Prof. dr inż. Roman Jankowiak

2. Interakcja naprężeń normalnych i stycznych w przekrojach bi- i monosymetrycznych

Do dalszych rozważań przyjęto definicję granicznego stanu naprężeń podaną przez Palczewskiego. Zgodnie z jego koncepcją naprężenia uplastyczniające przekrój poprzeczny belki można rozdzielić na dwie strefy naprężeń granicznych: pierwszą, skrajną, charakteryzującą wpływ naprężeń normalnych σ i drugą, środkową, opisującą wpływ naprężeń stycznych τ (rys.1). Dla przekrojów bisymetrycznych dwuteowych otrzyma się wtedy formułę interakcyjną:

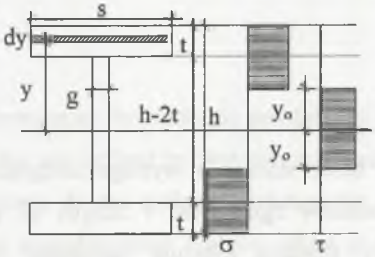
$$\frac{M}{M_{pl}} = 1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2 , \tag{1}$$

gdzie: M_{pl}, V_{pl} – odpowiednio moment i siła tnąca przy czystym zginaniu i ścinaniu. Przyjmując oznaczenia jak na rys.1, mamy:

$$M = 2R\int_{h/2-t}^{h/2} sydy + 2R\int_{y_o}^{h/2-t} gydy , \tag{2a}$$

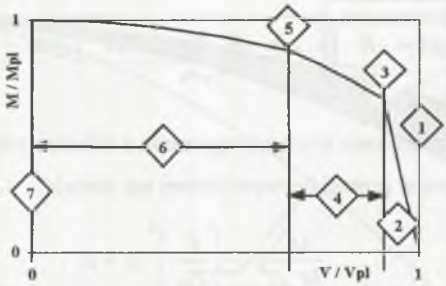
$$V = \frac{R}{\sqrt{3}}\int_{-y_o}^{y_o} gdy , \tag{2b}$$

w których R – granica plastyczności.



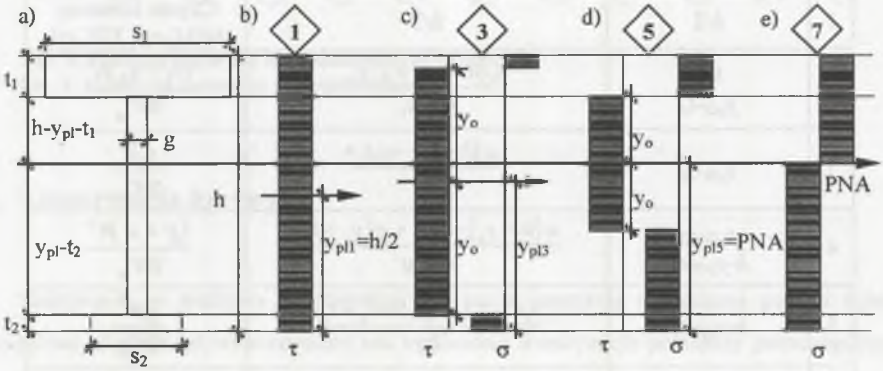
Rys. 1. Model Palczewskiego
Fig. 1. Palczewski model's

Bazując na definicji Palczewskiego zbudowano model dla przekrojów monosymetrycznych dwuteowych, który powstał przez rozbudowanie półki górnej dwuteowników zwykłych, zapewniając warunki wymagane dla przekrojów klasy pierwszej (rys. 3a). W modelu Palczewskiego oś obojętna przy pełnym uplastycznieniu przekroju (PNA) znajduje się zawsze w stałym położeniu, natomiast w proponowanym modelu zmienia się od y_{pl1}=h/2 przy czystym ścinaniu (rys. 3b) do y_{pl}=PNA przy czystym zginaniu (rys.3e).



Rys. 2. Przedziały i punkty charakterystyczne krzywej interakcji M-V
Fig. 2. Compartments and characteristic points of curve of interaction M-V

Na rysunkach 3b, c, d, e przedstawiono wykresy naprężeń normalnych i stycznych dla granicznych punktów krzywej interakcji (rys. 2), dla których otrzymujemy układy równań (3).



Rys. 3. Analizowany model przekroju monosymetrycznego
Fig. 3. Analysed model of monosymetrical section

Dla punktu 1: $M = 0$, $V = V_{pl}$. (3a)

Dla punktu 3:
$$\begin{cases} M = -R \int_{-y_{pl3}}^{-y_{pl3}+t_2} s_2 y dy + R \int_{y_o}^{h-y_{pl3}} s_1 y dy , \\ V = \frac{R}{\sqrt{3}} \int_{-y_o}^{y_o} g dy . \end{cases} \tag{3b}$$

Dla punktu 5:
$$\begin{cases} M = -R \int_{-y_{pl}}^{-y_{pl}+t_2} s_2 y dy - R \int_{-y_{pl}+t_2}^{-y_o} g y dy + R \int_{h-y_{pl}-t_1}^{h-y_{pl}} s_1 y dy , \\ V = \frac{R}{\sqrt{3}} \int_{-y_o}^{y_o} g dy . \end{cases} \tag{3c}$$

Dla punktu 7: $\begin{cases} M = -R\int\limits_{-y_{pl}}^{-y_{pl}+t_2} s_2 y dy - R\int\limits_{-y_{pl}+t_2}^{0} g y dy + R\int\limits_{0}^{h-y_{pl}-t_1} g y dy + R\int\limits_{h-y_{pl}-t_1}^{h-y_{pl}} s_1 y dy = M_{pl}, \\ V = 0. \end{cases}$ (3d)

Krzywe interakcji otrzymano przez wyrugowanie z układów równań wielkości y_o. Krzywa interakcji przedstawiona w postaci bezwymiarowej ma postać:

$$\frac{M}{M_{pl}} = 1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2 A_i + B_i, \tag{4}$$

gdzie: A_i oraz B_i są parametrami zależnymi od geometrii przekroju i dla poszczególnych odcinków i punktów krzywej interakcji (rys.2) podane zostały w tabeli 1.

Tabela 1

Parametry krzywych interakcji M-V dla przekrojów monosymetrycznych

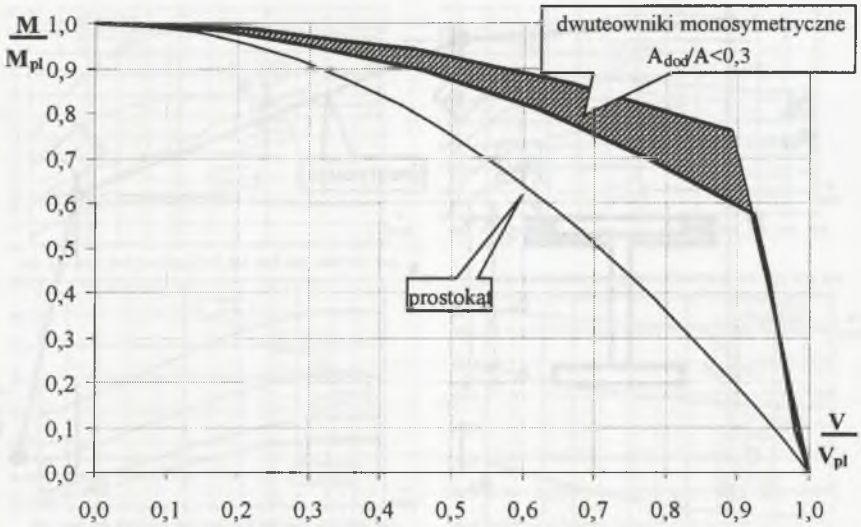
i	Zakres y_o	y_{pli}	A_i
1	$h/2$	$h/2$	Czyste ścinanie, $M/M_{pl}=0$, $V/V_{pl}=1$
2	$h/2$ $y_{pl3}-t_2$	$\frac{s_1(h-y_o)+s_2 y_o}{s_1+s_2}$	$\frac{(s_1+s_2)h^2}{8W_{pl}}$
3	$y_{pl3}-t_2$	$\frac{s_1(h+t_2)-s_2 t_2}{2s_1}$	$\frac{s_1 h^2}{8W_{pl}}$
4	$y_{pl3}-t_2$ $h-y_{pl5}-t_1$	$\frac{s_1(h-y_o)-s_2 t_2+g(y_o+t_2)}{s_1+g}$	$\frac{(g+s_1)h^2}{8W_{pl}}$
5	$h-y_{pl5}-t_1$	$\frac{s_1 t_1-s_2 t_2+g(h+t_2-t_1)}{2g}$	$\frac{gh^2}{8W_{pl}}$
6	$h-y_{pl5}-t_1$ 0	jw	$\frac{gh^2}{4W_{pl}}$
7	0	jw	Czyste zginanie, $M/M_{pl}=1$, $V/V_{pl}=0$

$$B_2 = \frac{s_1(h-y_{pl2})^2 + s_2 y_{pl2}^2 - 2W_{pl}}{2W_{pl}},\quad B_5 = \frac{-g(h-y_{pl4}-t_1)^2}{2W_{pl}},\quad B_6=0$$

$$B_3 = \frac{s_1(h-y_{pl3})^2 + 2s_2 t_2(y_{pl3}-0{,}5t_2) - 2W_{pl}}{2W_{pl}}$$

$$B_4 = \frac{s_1(h-y_{pl4})^2 + 2s_2 t_2(y_{pl4}-0{,}5t_2) + g(y_{pl4}-t_2)^2 - 2W_{pl}}{2W_{pl}}$$

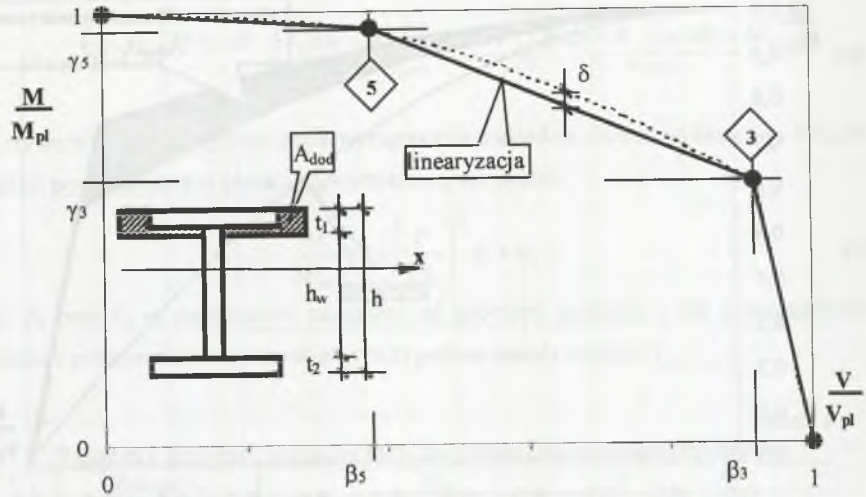
Rysunek 4 przedstawia rodzinę krzywych interakcyjnych dla analizowanych przekrojów monosymetrycznych.



Rys. 4. Rodzina krzywych dla analizowanych przekrojów
Fig. 4. Family of curves for analysed sections

3. Linearyzacja krzywych

Stosowanie w praktyce inżynierskiej krzywych interakcji w podanej postaci byłoby uciążliwe, dlatego też wykorzystano ich trójliniową linearyzację pomiędzy poszczególnymi punktami załomu. Jako punkty załomu przyjęto punkt „3", w którym cała półka dolna przekroju i część górnej uplastycznia się pod wpływem naprężeń normalnych, oraz punkt „5", w którym półka górna i dolna oraz część środnika uplastyczniają się pod wpływem naprężeń normalnych (dla przekrojów bisymetrycznych punkty te pokrywają się, tak więc linearyzacja jest dwuliniowa). Punkty załomu oznaczono współrzędnymi β oraz γ (rys. 5), a dokładne zależności pozwalające wyznaczyć wartości współrzędnych dla dowolnego przekroju dwuteowego monosymetrycznego podano w tabeli 2. Dla przekrojów analizowanych w artykule, utworzonych na bazie dwuteowników zwykłych przez rozbudowę półki górnej przy zachowaniu klasy przekroju, utworzono nomogramy (rys. 6.), pozwalające w szybki sposób odczytać wartość współczynników A_i i B_i w zależności od stopnia asymetrii A_{dod}/A (gdzie A jest polem całkowitym przekroju, A_{dod} wg rys. 5.).

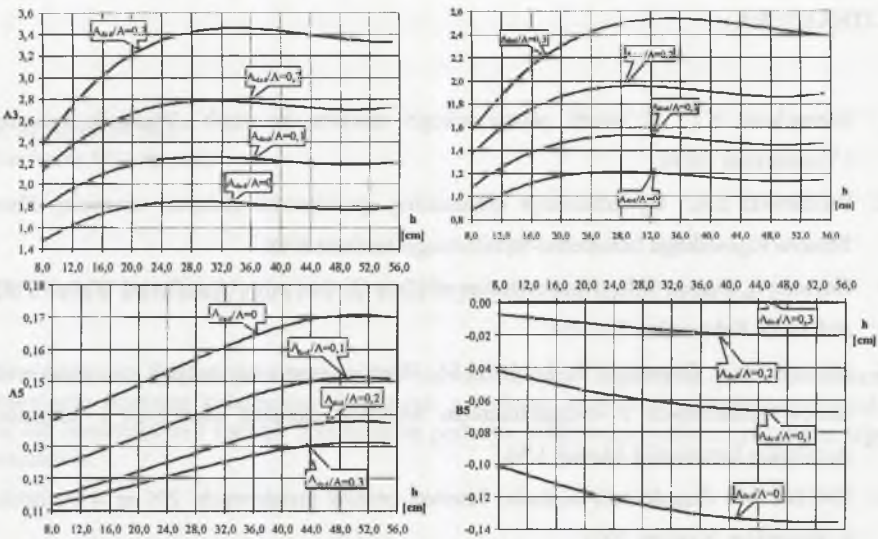


Rys. 5. Linearyzacja krzywych interakcji M-V
Fig. 5. Linearisation of curves interaction M-V

Tabela 2

Współrzędne punktów załomu dla linearyzacji krzywych

i	β_i	γ_i
3	$1-\frac{(s_1+s_2)t_2}{s_1 h}$	$1-\beta_3^2 A_3+B_3$
5	$\frac{s_2 t_2 - s_1 t_1 - g(h+t_2+t_1)}{gh}$	$1-\beta_5^2 A_5+B_5$



Rys. 6. Nomogramy do określania wartości współczynników A_i i B_i
Fig. 6. Graph to defining of value of coefficients A_i and B_i

4. Wnioski

Krzywe interakcji zbudowane na podstawie definicji Palczewskiego mają kształt zbliżony do krzywych interakcji dla przekrojów bisymetrycznych, są jednak nieco mniej wypukłe. Wynika z tego wniosek, iż nie można przyjmować normowych krzywych bisymetrycznych [6] dla projektowania przekrojów monosymetrycznych, gdyż prowadziłoby to do zawyżenia nośności, a co za tym idzie przekroczenia nośności granicznej nawet o 18%.

Zależności interakcyjne dla przekrojów monosymetrycznych nie były przedmiotem dotychczasowych badań doświadczalnych, dlatego też należałoby wyprowadzone zależności zweryfikować empirycznie.

Linearyzacja krzywych znacznie upraszcza projektowanie z uwzględnieniem interakcji zginania i ścinania. Błąd δ wynikający z linearyzacji krzywych przekrojów monosymetrycznych nie przekracza 8% po stronie bezpiecznej i można przyjąć, że jest to wystarczająco dokładne przybliżenie.

LITERATURA

1. Biezuchow N.I.: K tieorii płasticzeskogo rasczeta na izgib. Wiestnik Inżenierow i Tiechnikow 10/36.
2. Palczewski S.A.: Opriedielienije niesuszcziej sposobnostii stalnych stierżniej. Sbornik Trudow Kijewskogo Inżenierno-Stroitielnogo Instituta 8/48.
3. Heyman J., Dutton V.L.: Plastic Design of Plate Girders with Unstiffened Webs. Welding and Metal Fabrication 22/1954.
4. Mutermilch J., Olszewski E., Łubiński M.: Wymiarowanie konstrukcji stalowych według stanów granicznych z uwzględnieniem wpływu naprężeń stycznych i odkształceń. Archiwum Inżynierii Lądowej 1/56.
5. Gwóźdź M.: Zagadnienia nośności losowej prętów metalowych. ZN nr 4 Politechniki Krakowskiej, Kraków 1997.
6. PN-90/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Szymon Pałkowski

Abstract

In article mathematical model was presented for qualification of curves interaction of bending and shears beams, monosymetrical I-profile first class. Linearisation of curves was also presented.