ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1992
Seria: AUTOMATYKA z. 109 Nr kol. 1175

Maciej Hapke
Instytut Informatyki
Politechniki Poznańskiej

MINIMALNO-CZASOWE PROGRAMOWANIE SIECIOWE Z ROZMYTYMI CZASAMI WYKONYWANIA OPERACJI

TIME OPTIMAL PROJECT SCHEDULING WITH FUZZY ACTIVITY DURATION

OPTIMIERUNG AUF NETZWERKEN MIT UNSCHARFEN ZEITEN DES AUSFÜHRENS DER OPERATIONEN

Streszczenie: Treścią referatu jest próba rozwiązania problemu rozdziału zasobów odnawialnych między operacje niepodzielne i zależne dla trzech kryteriów: czasu trwania projektu, maksymalnego opóźnienia oraz średniego czasu przepływu operacji, przy niepewnych parametrach typu czasowego. Przez parametry typu czasowego rozumie się: czas wykonywania, moment gotowości oraz pożądane terminy zakończenia poszczególnych operacji. Niepewność tych parametrów modeluje się za pomocą liczb rozmytych typu L-R.

Summary: This paper presents a method for solving a problem of an allocation of renewable resources among nonpreemptable and dependent activities for three criteria: project completion time, maximum lateness, mean flow time under uncertain time parameters. By time parameters we understand: duration, ready time and due date of particular activities. Uncertainty of these parameters is modelled by means of L-R fuzzy numbers.

Zusammenfassung: In diesem Beitrag wird ein Vorgehen für die Lösung eines folgenden Problems dargestellt: Verteilung von erneuerbaren Mitteln zwischen unzerlegbare Operationen, in Abhängigkeit von drei Kriterien: Dauer des Projektes, maximale Verzögerung und mittlere Flußzeit, bei ungewissen Zeitparametern. Als Zeitparameter versteht man: Ausführungszeit, Bereitschaftszeitpunkt und gewünschte Beendigungstermine von einzelnen Operationen. Die Ungewißheit von diesen Parametern wird mittels unscharfer Zahlen vom Typ L-R modelliert.

1. Wstęp

W pracy tej rozpatrywany jest problem rozdziału zasobów odnawialnych między niepodzielne operacje przy niepewnych parametrach typu czasowego. Problem ten ma duże zastosowanie praktyczne w planowaniu różnego rodzaju złożonych przedsięwzięć, a w szczególności w planowaniu produkcji. Podczas sporządzania planów można się spotkać z operacjami, dla których nie jest możliwe dokładne określenie czasu wykonywania, momentu gotowości czy pożądanego terminu zakończenia. Istnieje wiele różnych

podejsc do deterministycznej wersji problemu rozdziału zasobów odnawialnych między niepodzielne operacje projektu. Wspomnieć należy tu pracę [1]. Dotychczas rzadko jednak uwzględniano niepewne parametry czasowe. Niektore proby to [2],[3],[6], lecz ograniczały się one do modelu PERT. Tu proponuje się inną metodę modelowania niepewności parametrow czasowych operacji i transformacji problemu do deterministycznego problemu zastępczego, która pozwala na uwzględnienie ograniczeń zasobowych. W rozdziale następnym przedstawia się sformułowanie problemu, a następnie zastosowaną koncepcję agregacji informacji niepewnych (modelowanych za pomocą liczb rozmytych) polegającą na transformacji problemu niedeterministycznego do deterministycznego problemu zastępczego. Dalej przedstawia się algorytmy heurystyczne rozwiązania deterministycznego problemu zastępczego i implementację komputerową proponowanego podejścia w postaci systemu PROFAD.

2. Sformułownie problemu

System rozdziału zasobow jest charakteryzowany [4] przez cztery komponenty:

$$S = \{ R, Z, \succ, C \},$$

gdzie

R - skończony zbior zasobow odnawialnych,

Z - skończony zbior operacji projektu,

$\succ$ - relacja częściowego porządku nałozona na elementy zbioru Z, wyrazana najczęściej graficznie za pomocą acyklicznego, skierowanego grafu ograniczeń kolejnosciowych, w którym każda operacja Z_j przedstawiona jest za pomocą numerowanej krawędzi o numerze wyzszym od wszystkich numerów krawędzi przedstawiających poprzedniki operacji j,

C - skonczony zbior kryteriow oceny wykonania projektu.

Horyzont czasowy wykonania projektu T_h dzieli się na jednostkowe okresy $t=1,2,\ldots,T_h$. Zbior R składa się z p typów zasobów odnawialnych $R^r_1 \ldots R^r_p$, których uzywanie w każdym okresie t jest ograniczone do $N_1 \ldots N_p$ jednostek.

Zbiór Z składa się z n niepodzielnych operacji, mających dyskretne ządania zasobowe. Ządanie zasobowe operacji Z_j jest opisane przez wektor:

$$r_{mj} = [r_{j1} \ldots r_{jp}],$$

ktorego elementy określają liczbę jednostek zasobów odnawialnych $(1 \ldots p)$ zadanych w każdym okresie czasu. Dla każdej operacji Z_j $(j = 1 \ldots n)$ określone są ponadto:

- czas wykonywania $\tilde{p}_j$,

- moment przybycia $\tilde{a}_j$,
- pożądany termin zakończenia $\tilde{d}_j$.

Przyjmuje się, że wszystkie parametry czasowe $\tilde{p}_j, \tilde{a}_j, \tilde{d}_j$ związane z operacją Z_j są niepewne. W tej pracy reprezentowane są one przez liczby rozmyte oznaczane znakiem ~.

Zbiór kryteriów C składa się z następujących kryteriów czasowych:
- długość uszeregowania: $\widetilde{CT}$,
- maksymalne opóźnienie: $\widetilde{ML}$;
- średni czas przepływu: $\widetilde{MFT}$.

Matematyczne sformułowanie problemu wykorzystuje następującą definicję zero-jedynkowej zmiennej decyzyjnej x_{jt}:

$x_{jt} = 1$, gdy wykonywanie zadania Z_j kończy się w okresie t;

$x_{jt} = 0$ w przeciwnym wypadku.

Dwie wartości: $\tilde{e}_j$ - najwcześniejszy moment rozpoczęcia wykonywania operacji Z_j oraz $\tilde{l}_j$ - najpóźniejszy moment rozpoczęcia wykonywania operacji Z_j, wynikające z ograniczeń kolejnościowych, są obliczane za pomocą metody ścieżki krytycznej.

Niech B_j będzie zbiorem wszystkich bezpośrednich poprzedników operacji Z_j. Problem rozdziału zasobów między operacje z rozmytymi czasami wykonywania może być opisany jako następujący wielokryterialny zero-jedynkowy problem rozmyty:

$$\min \widetilde{CT} = \sum_{t=\tilde{e}_n}^{\tilde{l}_j} t\, x_{nt} \tag{1}$$

$$\min \widetilde{ML} = \max_j \{ 0, \sum_{t=\tilde{e}_j}^{\tilde{l}_j} t x_{jt} - \tilde{d}_j \} \tag{2}$$

$$\min \widetilde{MFT} = 1/n \sum_{j=1}^{n} \sum_{t=\tilde{e}_j}^{\tilde{l}_j} (t x_{jt} - \tilde{a}_j) \tag{3}$$

przy ograniczeniach:

- wykonywanie każdej operacji nie może zacząć się wcześniej niż zakończone zostanie wykonywanie wszystkich operacji ze zbioru B_j.

$$\sum_{t=\tilde{e}_j}^{\tilde{l}_j} (t-\tilde{p}_j) x_{jt} - \sum_{t=\tilde{e}_f}^{\tilde{l}_f} t\, x_{ft} \geq 0 \qquad j=1\ldots n+1; \forall f \in B_j \tag{4}$$

- w żadnym okresie czasu nie mogą być przekroczone ograniczenia zasobowe :

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{q=t}^{t+p_j-1} r_{jt} x_{jq} \le N_{kt} \qquad k=1,\dots,p\ ; \quad t=1,\dots,T\ ; \qquad (5)$$

Problem (1)-(5) może być rozwiązany jedną ze znanych metod wielokryterialnego zero-jedynkowego programowania rozmytego (patrz praca [5]). Jednakże z powodu dużego rozmiaru problemu zastosowanie procedury dokładnej nie ma większego sensu. Dlatego do rozwiązania tego problemu proponujemy zastosowanie procedury heurystycznej.

3. Koncepcja agregacji informacji niedokładnych

3.1 Zbiór rozmyty i liczba rozmyta jako model parametru niepewnego

Def. *zbioru rozmytego.*

Zbiorem rozmytym A, określonym w przestrzeni X, jest zbiór uporządkowanych par [3]:

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in X \}$$

gdzie $\mu_A(x)$ jest funkcją przynależności do zbioru A.

Def. α - *odcięcia zbioru rozmytego*

W niniejszej pracy stosujemy operację α - *odcięcia zbioru rozmytego*, przekształcającą zbiór rozmyty w zbiór klasy P(X):

$$A_\alpha = \{ x \in X \mid \mu_A(x) \ge \alpha \} \qquad \alpha \in [0,1].$$

W praktyce wszystkie parametry rozmyte mogą zostać opisane przez płaskie liczby rozmyte w reprezentacji L-R [3]. Możemy je zapisać w następującej postaci:

$$\tilde{M} = (m1, m2, \alpha, \beta)_{LR},$$

gdzie $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$,

[m1,m2] - rdzeń przedziału rozmytego,

m1,m2 - dolna i górna wartość m,

α,β - lewe i prawe rozmycie.

Funkcja przynależności może być wyrażona za pomocą dwóch funkcji L i R.

$$\mu_M(u) = L\left(\frac{m-u}{\alpha}\right), \quad \text{jeśli } r \le m,$$

$$\mu_M(u) = R\left(\frac{u-m}{\beta}\right), \quad \text{jeśli } r \ge m.$$

W tej pracy proponujemy zastosowanie L-R płaskiej liczby rozmytej reprezentowanej przez pięcio-odcinkową krzywą łamaną przedstawioną na rys. 3.1. Takie liczby rozmyte będziemy definiować symbolicznie w następujący sposób (symbole wyjaśnione są na rys. 3.1):

$$M = (L, X_l, Y_l, M_l, M_r, X_r, Y_r, R)$$

Rys.3.1. Płaska liczba rozmyta
Fig.3.1. Flat fuzzy number

Rys.3.2. Ostra liczba rozmyta
Fig.3.2. Sharp fuzzy number

3.2 Transformacja problemu niedeterministycznego do deterministycznego problemu zastępczego

Powszechnie przyjęte podejście do rozwiązywania problemów decyzyjnych z niepewną informacją polega na [7]:

(i) - zamodelowaniu niepewności,

(ii) - przekształceniu problemu z niepewną informacją do deterministycznego problemu zastępczego,

(iii) - rozwiązaniu deterministycznego problemu zastępczego i ewentualnym powrocie do punktu poprzedniego po zmianie parametrow przekształcenia.

Adaptacja tego podejścia przebiega w naszym przypadku według następujących kroków:

ad (i). Zastosujemy podejście zaproponowane w pracy [8]. Rozpatruje się tam wszystkie dane rozmyte na trzech poziomach odcięcia :

$\alpha = 1$: $\mu(x) = 1$ -oznacza, ze wartość x z pewnością należy do zbioru dostępnych wartości,

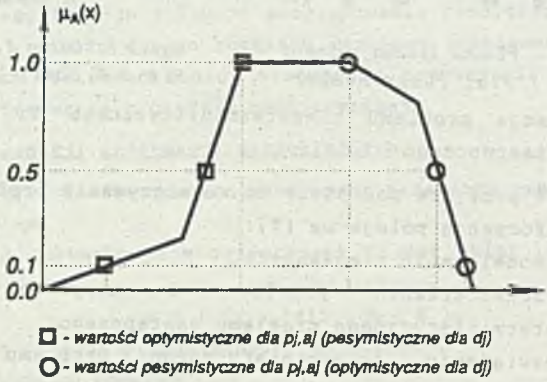
$\alpha = \lambda_A$: $\mu(x) \geq \lambda_A$ -oznacza, ze bardzo mozliwe jest to, ze wartość x należy do zbioru dostępnych rozwiązań. Wartość x z funkcją przynalezności $\mu(x) \geq \lambda_A$ ma duze znaczenie przy podejmowaniu decyzji,

$\alpha = \varepsilon$: $\mu(x) < \varepsilon$ -oznacza, ze słabo możliwa jest przynależność x do zbioru dostępnych rozwiązań.

W niniejszej pracy decydentowi proponuje się trzy następujące wartości poziomow odcięcia :$\alpha = 1$, $\alpha = \lambda_A = 0.5$, $\alpha = \varepsilon = 0.1$. Mozna je zmienić wykorzystując odpowiednie opcje pakietu oprogramowania.

ad (ii). Na kazdym z poziomów odcięcia mamy dwie skrajne wartości parametru rozmytego, z ktorych jedna jest "optymistyczna", a druga "pesymistyczna". W przypadku minimalizacji funkcji celu "optymistycznymi" są oczywiscie mniejsze, z dwóch skrajnych, wartości czasow wykonywania i momentów przybycia oraz wieksze terminów zakończenia. Transformacja do

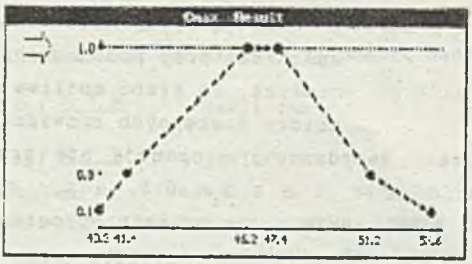
problemu deterministycznego polega więc na wyznaczeniu dla każdej liczby rozmytej sześciu wartości zdeterminowanych liczby rozmytej na odpowiednich poziomach α-odcięcia. Wartości te bierze się pod uwagę przy konstrukcji harmonogramu projektu i rozdziału zasobów, odpowiednio, w wersji optymistycznej i pesymistycznej.



Rys.3.3. Liczba rozmyta na trzech poziomach odcięcia

Fig.3.3. Three level cuts of fuzzy number

ad (iii). Zastosujemy heurystyki dla dwóch scenariuszy: optymistycznego i pesymistycznego na trzech poziomach α. W rezultacie zastosowania tej metody otrzymujemy sześć różnych uszeregowań i tyleż wyników optymalizacji rozpatrywanej funkcji kryterialnej, z których to wyników odtwarzany jest rezultat rozmyty.



Rys. 3.4. Graficzna prezentacja wyniku

Fig.3.4. Fuzzy result

Procedury heurystyczne zastosowane w trzecim kroku są opisane w rozdziale następnym.

4. Procedury rozwiazywania deterministycznego problemu zastepczego

Rozpatrujemy problemy z pojedynczymi kryteriami typu czasowego. Dla rozwiązania deterministycznych problemów zastępczych zastosujemy dwie rózne heurystyki: iteracyjną i priorytetową [9]. Kazda z nich przebiega w dwóch fazach. Faza pierwsza polega na utworzeniu listy czynności, według ktorej są one kolejno brane pod uwagę w fazie drugiej. Faza druga polega na ustalaniu kolejnosci wykonywania czynności projektu w połączeniu z rozdziałem zasobów.

Faza druga metod iteracyjnych przebiega w następujący sposób: Czynnosci są, jedna po drugiej, pobierane z listy i porządkowane, jeśli spełniają ograniczenia zasobowe. W fazie tej występują dwie rózne techniki porządkowania kolejnosci wykonywania czynności.

- szeregowanie "do przodu" (forward scheduling) - czynności startują tak wcześnie, jak to jest mozliwe,
- szeregowanie "od tyłu" (backward scheduling) - czynności startują tak późno, jak to jest mozliwe.

Obie techniki należą do grupy metod szeregowych.

Procedury szeregujące według techniki szeregowania od tyłu dają częściej korzystniejsze wyniki niz procedury zewierające technikę do przodu.

W metodzie priorytetowej projekt jest najpierw poddawany porządkowaniu techniką do przodu, a uzyskany tą drogą czas trwania projektu jest punktem wyjścia do porządkowania techniką od tyłu. Następnie projekt poddawany jest wielokrotnemu porządkowaniu technikami do przodu i od tyłu tak długo, az nie zostanie znalezione lepsze rowiązanie.

Mozna tu zastosować pewną analogię. Załózmy, ze mamy pudełko z drewnianymi klockami o róznych długosciach i rozmiarach. Jeśli będziemy nim poruszać, to klocki będą się przemieszczać w ten sposób, ze będą one zajmowały coraz mniejszą jego część. Pudełkiem przestaniemy poruszać wtedy, kiedy zauwazymy, ze objętość zajmowana przez klocki przestanie się zmniejszać.

W fazie drugiej metody priorytetowej czynności są porządkowane według metody rownoległej podczas jednokrotnego wykonania algorytmu.

5. Pakiet PROFAD i przykłady obliczeń

Idee zawarte w poprzednich rozdziałach były podstawą napisania oprogramowania wspomagającego wybór kolejności wykonywania operacji projektu w warunkach niepewności. Uwzględniono trzy wymienione kryteria minimalizacji uszeregowania.

Ponizej przedstawimy rozwiązanie przykładowego problemu dla kazdego z kryteriow wykorzystując metody priorytetowe. Projekt ten składa się z

osmiu operacji. Występują w nim trzy typy zasobów odnawialnych. Rysunki 5.1 i 5.2 przedstawiają ograniczenia kolejnościowe poszczególnych operacji oraz ograniczenia zasobowe projektu. Dalej zamieszczone są wydruki prezentujące przykładowe dane wejściowe (rys. 5.3), rezultaty rozmyte (rys. 5.4., 5.5, 5.6) oraz uszeregowanie otrzymane w wyniku zastosowania procedury minimalizującej Cmax (rys. 5.7).

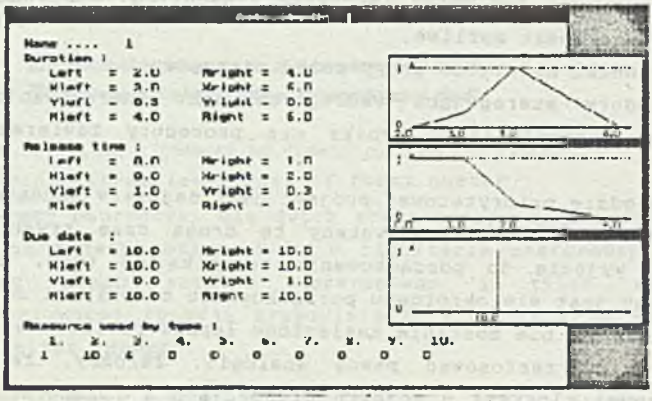
Nr	Pred	Succ
1		4
2		3
		5
3	2	4
4	1	6
	3	7
5	2	8
6	4	8
7	4	
8	5	
	6	

Rys.5.1. Ograniczenia kolejnościowe
Fig.5.1. Precedence constraints

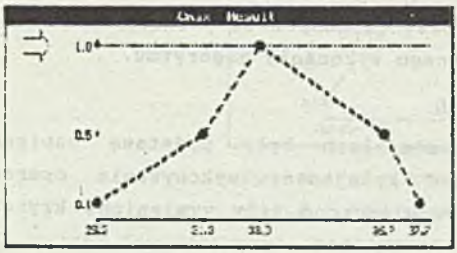
Current Resource Constraints by type :

Res 1	100
Res 2	100
Res 3	100
Res 4	0
Res 5	0
Res 6	0
Res 7	0
Res 8	0
Res 9	0
Res 10	0

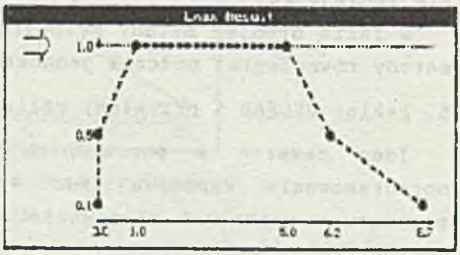
Rys.5.2. Ograniczenia zasobowe
Fig.5.2. Resource constraints



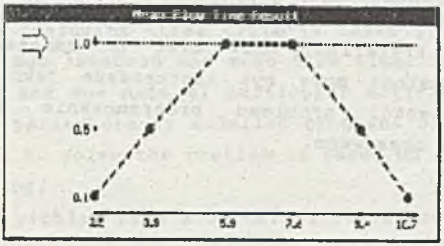
Rys.5.3 Przykładowe dane wejściowe
Fig.5.3 Examples input data



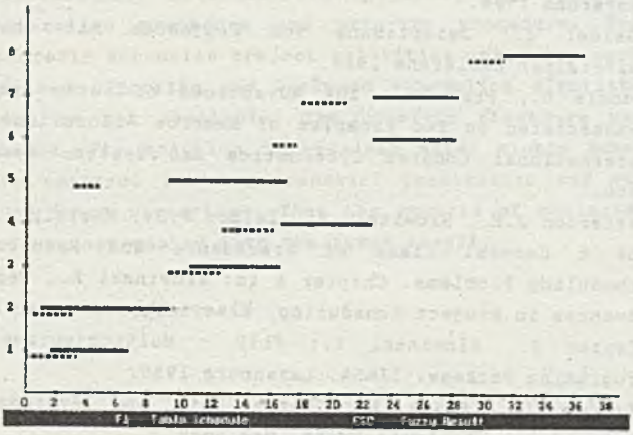
Rys.5.4. Rozmyty rezultat minimalizacji Cmax
Fig.5.4. Cmax fuzzy result



Rys.5.5. Rozmyty rezultat minimalizacji Lmax
Fig.5.5. Lmax fuzzy result



Rys.5.6. Rozmyty rezultat minimalizacji Mean Flow Time
Fig.5.6. Mean Flow Time fuzzy result



Rys.5.7. Wykres Ganta dla minimalizacji Cmax
Fig.5.7. Gant chart for Cmax result

6. Podsumowanie

W pracy zaprezentowano szesc algorytmow rozdziału ograniczonych zasobow odnawialnych między niepodzielne operacje, ktorych czasy wykonywania są rozmyte, dla trzech kryteriow optymalizacji. Dla wiekszosci badanych problemow w przypadku minimalizacji Cmax i Lmax algorytm wykorzystujący metodę iteracyjną daje rozwiązania nie lepsze od rozwiązan otrzymanych algorytmem wykorzystującym metode priorytetową.

Problem składający się z dwudziestu osmiu operacji rozwiązywany jest przez algorytm priorytetowy na komputerze klasy IBM PC AT 16 MHz w ciągu dwunastu sekund. Algorytm iteracyjny rozwiązuje go w ciagu paru minut.

Zaletą zaproponowanej metody jest mozliwość oglądania wynikow na roznych poziomach odcięcia i uzyskiwania kształtu prawego i lewego rozmycia otrzymanego rezultatu. Rezultat w postaci liczby rozmytej informuje o rozkładzie stopnia mozliwosci osiągnięcia konkretnej wartości rozpatrywanego kryterium. Moze mieć to znaczenie praktyczne, gdzie zaproponowana metoda moze byc zastosowana jako narzędzie uogolnionej analizy wrazliwości problemu programowania sieciowego na zmianę parametrow typu czasowego.

LITERATURA

[1] Słowinski R., Węglarz J.: Advances in Project Scheduling, Elsevier, Amsterdam 1989.

[2] Geidel J.: Zeitplanung von Projekten mit unsharfen Daten, Universität Karlsruhe 1989.

[3] Dubois D., Prade H.: The Advantages of Fuzzy Aproach in OR/MS Demonstrated on Two Exemples of Resorce Allocations Problems, 5th International Congres Cybernetics and Systems Research, Vienna, 1980.

[4] Patterson J.H., Słowinski R., Talbot F.B., Węglarz J.: An Algorithm for a General Class of Precedence and Resource Constrained Scheduling Problems. Chapter 1 in: Słowinski R., Węglarz J. (eds.) Advances in Project Scheduling, Elsevier, Amsterdam 1989.

[5] Czyzak P., Słowinski R.: FLIP - Multiobjective Fuzzy Linear Programing Package. IIASA, Laxenburg 1990.

[6] Dubois D., Prade H.: Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications. Academic Press, New York.

[7] Słowinski R., Teghem J.: Stochastic Versus Fuzzy Approaches to Multiobjective Mathematical Programming under Uncertainty, Kulwer Academic Publishers, 1990.

[8] Rommelfanger H., Fulpal - An Interactive Method for Solving (Multiobjective) Fuzzy Linear Programming Problems, Chapter 5 in Słowinski R., Teghem J. (eds.) Stochastic Versus Fuzzy Approaches to Multiobjective Mathematical Programming under Uncertainty, Kulwer Academic Publishers, 1990.

[9] Li K.Y., Willis R.J.: An Iterative Scheduling Technique for Resource Constrained Project Scheduling, Department of Information Systems Monash University, 1989.

Recenzent: Prof.dr h.inz. Franciszek Marecki
Wpłynęło do Redakcji do 30.04.1992 r.

Abstract:

In this paper a method for solving a problem of an allocation of renewable resources among nonpreemptable and dependent activities is presented. There are following three criteria taken into account: project completion time, maximum lateness and mean flow time. The time parameters: duration, ready time and due date of particular activities are uncertain. Uncertainty of these parameters is modelled by means of L-R fuzzy numbers. The proposed approach to solve the problem is based on following steps:

- uncertainty modelling,
- transformation the problem with uncertain information to a supplementary deterministic problem,
- solution of the supplementary deterministic problem and recovering an uncertain result of optimization for the goal function.

The supplementary deterministic problem is solved using two heuristics: iterative procedure and priority procedure. The iterative procedure repeatedly schedules project activities using two serial methods: Forward Scheduling Algorithm and Backward Scheduling Algorithm until the better solution is not available. The priority procedure uses parallel scheduling method. The solution is obtained after single scheduling. The heuristics are employed for two scenario: pessimistic and optimistic on three levels of fuzzy parameters. Then the results of optimisation of the time criterion are aggregated into the fuzzy result.