ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1992
Seria: AUTOMATYKA z. 109 Nr kol. 1175

Longin Stolc
Politechnika Gdańska

OKREŚLANIE PRZEŁĄCZEŃ W ZESPOŁACH MAGAZYNUJĄCYCH POPRAWIAJĄCYCH DOPUSZCZALNOŚĆ WIELOHORYZONTOWEGO STEROWANIA SYSTEMEM PRODUKCYJNYM W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

DETERMINATION OF COMMUTATIONS IN STORE UNITS WHICH CORRECT FEASIBILITY IN MULTIHORIZON CONTROL OF PRODUCTION SYSTEM IN UNCERTAIN CONDITIONS

DETERMINATION DES RENVERSEMENTS DES SYSTEMES DE STOCKAGE EN POINT DE VUE D'AMELIORATION DU RÉGLAGE MULTIHORIZONS DANS LE CONDITIONS HASARDEUSES

Streszczenie: W pracy przedstawiono metodę rozwiązania problemu sterowania systemem produkcyjnym w warunkach niepewności z zastosowaniem metody wielohoryzontowej. Niepewność uwzględniana jest w podproblemie wyznaczania obciążeń systemu - liniowe statyczne modele niedeterministyczne (stochastyczne lub rozmyte). Dla rozwiązań otrzymanych dla wartości średnich wyznacza się odpowiednie miary dopuszczalności oraz dokonuje ich poprawy między innymi poprzez przełączenia jednostek magazynujących.

Summary: A method of solving a production system control problem in uncertain conditions using multihorizon method is presented in this paper. Uncertainty is taken into account in load evaluating subproblems which have a form of linear static non-deterministic models (stochastic or fuzzy). For solutions obtained for mean values, appropriate feasibility measures are evaluated. They are corrected, among other things, by switching store units.

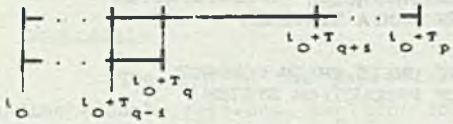
Résumé: Solution d'un problème du réglage concernant le système de production dans les conditions hasardeuses obtenue par la méthode multi-horizons est exposée. Les conditions hasardeuses font la part du sous-problème du calcul de charge du système par l'intermédiare des modèles linéaires, stochastiques ou flous. Pour les résultats obtenus à l'aide des valeurs moyennes les mesures d'admissibilité sont calculées. L'amélioration suivante de ces resultats est achevée (entre autres) par les renwersemements des unités de stockage.

1. Wstęp

W pracy rozpatrywana jest klasa systemów produkcyjnych (SP), w których zachodzą ciągłe lub okresowo ciągłe procesy produkcyjne. Problem sterowania produkcją w SP polega na wyznaczaniu takich decyzji dopuszczalnych (natężenia przepływu mediów produkcyjnych, przełączenia reżimów pracy zespołów produkcyjnych, remonty itp.), które kształtują jego działalność w czasie $[t_o, t_o+T_p]$ tak aby zadania stawiane SP realizowane były w sposób najlepszy [4,5,6]. Brak efektywnych metod bezpośredniego rozwiązania prowadzi do metody wielohoryzontowej proponowanej np. w [4,5]. Rozwiązanie można sprowadzić wówczas do rozwiązania ciągu p+1 problemów optymalizacyjnych, definiowanych dla częściowych horyzontów sterowania T_q, $q \in \overline{0,p}$ [5]:

$$\max_{\substack{D_q(t_\mu) \in \mathcal{D}(t_\mu) \\ t_\mu \in [t_o, t_o+T_q],\ \mu = \overline{0,n_q-1}}} \{ Q_q(t_o, t_o+T_q) \} \tag{1}$$

gdzie: $\mathbf{D}_q(t_\mu)$ – wektor decyzyjny wyznaczany w chwili t_μ,
$\mathcal{Z}_q(t_\mu)$ – zbiór rozwiązań dopuszczalnych definiowany w chwili t_μ,
Q_q – miara jakości realizacji zadań SP,
n_q – liczba przedziałów dyskretyzacji $[t_o, t_o+T_q]$ $(n_q = T_q/\Delta t)$.



Rys. 1. Częściowe horyzonty czasowe
Fig. 1. Partial time horizons

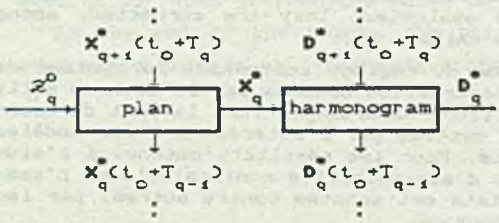
Problemy częściowe (1) rozwiązywane są szeregowo dla T_p, T_{p-1}, ..., T_1, T_o, przy czym $T_{q+1} > T_q$. Składowymi wektora decyzyjnego $\mathbf{D}_q(t_\mu)$ są istotne dla danego horyzontu czasowego T_q decyzje podejmowane w chwili t_μ. Kryteria wyboru składowych wektora $\mathbf{D}_q(t_\mu)$ dla problemów częściowych podano w [5]. Problemy dla częściowych horyzontów czasowych sterowania T_q powiązane są między sobą warunkiem na wektor stanu SP w chwili $t_o + T_q$:

$$\mathbf{X}_q(t_o + T_q) \in \mathbf{X}^*_{q+1}(t_o + T_q) \tag{2}$$

gdzie: $\mathbf{X}_q(t_o + T_q)$ – wektor stanu SP w chwili $t_o + T_q$ w problemie dla T_q,
$\mathbf{X}^*_{q+1}(t_o + T_q)$ – wymagania na wektor stanu w chwili $t_o + T_q$ określone z rozwiązania problemu (1) dla T_{q+1}.

Wektor decyzyjny $\mathbf{D}_q(t_\mu)$ w problemie częściowym dla T_q można podzielić na decyzje o charakterze strukturalnym (np. przełączenia) oraz liczbowym (obciążenia). W pracach [1,5,8,9] przyjmuje się (po przyjęciu założeń podanych np. w [4,5]), że problem dla T_q rozwiązywany jest szeregowo (rys. 2):

- wyznaczenie optymalnego planu obciążeń w przedziale $[t_o, t_o+T_q]$,
- wyznaczenie decyzji o charakterze strukturalnym na podstawie optymalnego planu obciążeń.



Rys. 2. Dekompozycja podproblemu dla T_q
Fig. 2. Decomposition of subproblem for T_q

Wielkości $\mathbf{X}^*_{q+1}(\cdot)$ oraz $\mathbf{D}^*_{q+1}(\cdot)$ oznaczają odpowiednie otrzymane z rozwiązań zagadnień optymalizacyjnych dla T_{q+1} optymalne wektory stanu i wektory decyzyjne przekazywane do podproblemu dla T_q, $\mathbf{X}^*_q(\cdot)$ oraz $\mathbf{D}^*_q(\cdot)$ – analogiczne wektory wyznaczane w problemie dla T_q i przekazywane do T_{q-1}, $\mathbf{D}^*_q$ – wektor decyzyjny przekazywany do realizacji.

Modele optymalizacyjne (1) budowane są na podstawie aktualnej predykcji zakłóceń i należy je traktować jako modele niedeterministyczne. Dalej przyjmuje się, że podproblemy wyznaczania planu obciążeń opisane są liniowymi statycznymi modelami niedeterministycznymi (stochastycznymi lub rozmytymi) [1,3,5,7,8]. Wyznaczenie planu obciążeń sprowadza się zatem do rozwiązania odpowiedniego dla danego T_q zadania liniowego programowania niedeterministycznego. W rozwiązaniu (co wynika z budowy liniowego statycznego modelu – roz. 2) otrzymuje się zarówno wektor obciążeń, jak i pewne decyzje strukturalne. Decyzje te określone są poprzez zmienne bazowe roz-

wiązania i definiują reżimy pracy zespołów produkcyjnych w poszczególnych podokresach (bez podawania harmonogramu przełączeń). Pozwala to określić struktury systemu produkcyjnego, które nie będą występowały w danych podokresach. Znajomość takich struktur pozwala między innymi na elastyczne przełączenia jednostek magazynujących (w zakresie dopuszczalnych przełączeń) przeznaczonych dla reżimów nie występujących w danym podokresie dla innych celów. Ponieważ modele planowania są niedeterministyczne, rozwiązanie ma również postać niedeterministyczną. W miarę aktualizacji danych dotyczących predykcji zakłóceń sterowanie ulega korekcji. W zależności od wielkości zmian predykcji korekcji może ulec także struktura systemu (baza rozwiązania). Przełączeń jednostek magazynujących proponuje się dokonywać w taki sposób, aby zminimalizować ryzyko zmian w strukturze systemu. Przyjmując odpowiednie miary dopuszczalności rozwiązania (roz. 3), zagadnienie minimalizacji ryzyka zmiany struktury sprowadza się do maksymalizacji miary dopuszczalności dla danego przyjętego do realizacji rozwiązania bazowego podproblemu planowania. W praktyce najczęściej realizowane jest rozwiązanie optymalne otrzymane dla wartości średnich modelu. W pracach [1,7,8,9] proponowano przyjmowanie innych rozwiązań, dopuszczalnych dla wartości średnich (nie optymalnych), lecz o wyższej wartości miary dopuszczalności przyjmowanego rozwiązania. W metodach tych nie dokonywano ingerencji w strukturę systemu.

2. Model matematyczny dla celów planowania

Model matematyczny dla celów sterowania SP dla danego horyzontu czasowego sterowania T_q budowany jest przy przyjęciu podstawowych założeń, do których można zaliczyć [1,5]:

1. Przedział czasowy sterowania $[t_o, t_o+T_q]$ dzieli się na podprzedziały $[t_\mu, t_{\mu+1}]$, $\mu \in \overline{0, n_q-1}$, w których wszystkie wielkości mają wartości stałe.
2. Procesy produkcyjne zachodzące w poszczególnych reżimach pracy zespołów produkcyjnych $(ZP^{(k,r_k)}, k \in \overline{1,K}, r_k \in \overline{1,K_k})$ w $[t_\mu, t_{\mu+1}]$ mają charakter ustalony. ZP może pracować w jednym reżimie lub znajdować się w postoju.
3. Zadania produkcyjne dla SP definiowane są w postaci ograniczeń na wskaźniki jakości i na ilości poszczególnych produktów i półproduktów w rozłacznych przedziałach czasowych $[t_\nu, t_{\nu+1}]$ będących wielokrotnością $[t_\mu, t_{\mu+1}]$. Długości poszczególnych przedziałów $\Delta t_\nu = t_{\nu+1} - t_\nu$ określone są warunkami na realizację zamówień (np. terminy realizacji). Natężenia dopływu surowców $F_{oi}^{(*)}$ w poszczególnych $[t_\nu, t_{\nu+1}]$ są stałe (uśrednione).
4. Czasy trwania oraz koszty przełączeń reżimów pracy są pomijalnie małe.

Powyższe założenia pozwalają na sformułowanie (1) w postaci dyskretnego modelu statycznego. Do podstawowych zależności opisujących model należą:

Zadania produkcyjne dla SP

Zadania produkcyjne dla SP w $[t_o, t_o+T_q]$ określane są w postaci skumulowanej dla poszczególnych podprzedziałów $[t_\nu, t_{\nu+1}]$. Można je zapisać w pos-

tacl (dla wszystkich produktów):

$$F_j^{min}(t_\nu,t_{\nu+1}) \le \int_{t_\nu}^{t_{\nu+1}} F_{j\nu}(t)dt = F_{j\nu}\Delta t_\nu \le F_j^{max}(t_\nu,t_{\nu+1}) \quad (3)$$

$$J_{j\nu} \in \mathcal{J}_j \quad (4)$$

gdzie: $F_j^{min}(t_\nu,t_{\nu+1}), F_j^{max}(t_\nu,t_{\nu+1})$ - minimalne i maksymalne ilości j-tego produktu, które mogą lub muszą być wytworzone w przedziale czasu $[t_\nu,t_{\nu+1}]$, $\Delta t_\nu = t_{\nu+1} - t_\nu$,

$J_{j\nu}$, $\mathcal{J}_j$ - wektor wskaźników jakości oraz zbiór dopuszczalnych wartości $J_{j\nu}$ j-tego produktu w $[t_\nu,t_{\nu+1}]$.

Możliwości zaopatrzenia w surowce mają postać analogiczną do (3).

Do zadań produkcyjnych można również zaliczyć warunki na wektor stanu (2).

Miara jakości realizacji zadań

Miarą jakości realizacji zadań jest zysk definiowany dla T_q jako [5,6]:

$$Q(t_o,t_o+T_q) = \sum_\nu (\sum_j C_j F_{j\nu} - \sum_i C_{oi} F_{oi\nu}) - \sum_k \sum_{r_k} d_\nu^{(k,r_k)} K_\nu^{(k,r_k)} \Delta t_\nu) - K_q \quad (5)$$

gdzie: C_j, C_{oi} - ceny jednostkowe j-tego produktu i i-tego surowca,

F_j, F_{oi} - natężenia przepływu j-tego produktu i i-tego surowca,

$K_\nu^{(k,r_k)}$ - natężenie przepływu kosztów ruchowych k-tego ZP w r_k-tym reżimie pracy w przedziale $[t_\nu,t_{\nu+1}]$, zależne od natężeń przpływu surowców i produktów w poszczególnych reżimach pracy $(F_{oi\nu}^{(k,r_k)}, F_{j\nu}^{(k,r_k)})$,

$d_\nu^{(k,r_k)}$ - zmienne binarne określające pracę k-tego ZP w r_k-tym reżimie pracy w czasie $[t_\nu,t_{\nu+1}]$,

K_q - koszty stałe w $[t_o,t_o+T_q]$.

Charakterystyki zespołów produkcyjnych

Zgodnie z założeniami procesy przebiegające w ZP znajdują się w stanach ustalonych i opisywane są modelami statycznymi. Zmiennymi niezależnymi są natężenia przepływu surowców $F_{oi}^{(k,r_k)}$, $k \in \overline{1,K}$, $r_k \in \overline{1,R_k}$ oraz zmienne strukturalne $d_\nu^{(k,r_k)}$. Zasady tworzenia modeli dla typowych procesów przemysłowych przedstawiono np. w [4,5].

Warunek, że ZP w danym $[t_\nu,t_{\nu+1}]$ pracuje tyko w jednym reżimie lub znajduje się w postoju, można zapisać:

$$\sum_{r_k \in \overline{1,R_k}} d_\nu^{(k,r_k)} \le 1 \quad (6)$$

gdzie: $d_\nu^{(k,r_k)}$ - jak w (5) zmienne binarne określające pracę k-tego ZP w r_k-tym reżimie pracy.

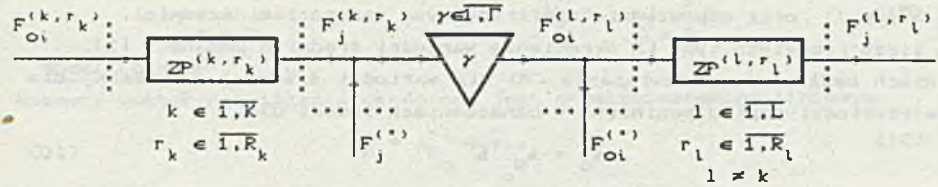
Charakterystyki powiązań w SP

Powiązania w SP przedstawiono na rys. 3. Opisywane są one przez bilanse materiałowe w poszczególnych węzłach technologicznych γ ($\gamma \in \overline{1,\Gamma}$).

$$V_{\nu+1}^\gamma = V_\nu^\gamma + (\sum_k \sum_{r_k} \sum_j F_{j\nu}^{(k,r_k)} d_\nu^{(k,r_k)} h_\nu^{(k,r_k)} - \sum_l \sum_{r_l} \sum_i F_{oi\nu}^{(l,r_l)} d_\nu^{(l,r_l)} h_\nu^{(l,r_l)}) \Delta t_\nu \quad (7)$$

gdzie: $h_\nu^{(k,r_k)}$, $h_\nu^{(l,r_l)}$ - zmienne binarne opisujące połączenia w węzłach γ.

W (7) dla przejrzystości zapisu pominięto w oznaczeniach $h_\nu^{(k,r_k)}$ i $h_\nu^{(l,r_l)}$ indeks węzła γ.



Rys. 3. Schemat strukturalny systemu produkcyjnego
Fig. 3. Structural scheme of the production system

Warunki bilansowe uzupełnia się ograniczeniami na możliwości magazynowe:

$$V_{min}^{\gamma} \leq V_{\nu+1}^{\gamma} \leq V_{max}^{\gamma} \tag{8}$$

Model budowany zgodnie z powyższymi zasadami ma postać nieliniowego mieszanego zadania programowania statycznego. Jak wspomniano wcześniej, rozwiązanie powyższego problemu sprowadza się do szeregowego rozwiązania podproblemów: planowanie → harmonogramowanie (rys 2). Wprowadzając do modelu (3) - (8) zmiany polegające na linearyzacji charakterystyk ZP, umownym przyjęciu założenia o możliwości jednoczesnej pracy ZP we wszystkich reżimach (zastąpienie warunku (6) ograniczeniem na sumaryczny czas pracy ZP), otrzymuje się dla celów planowania liniowy model statyczny [4].

Do podstawowych czynników wprowadzających niepewność należy zaliczyć: dostawy surowców, odbiory produktów oraz przestoje awaryjne. W modelu liniowym planowania czynniki te uwzględniane są w niedeterministycznej postaci współczynników modelu. Podobnie uwzględnić można zakłócenia wynikające ze zmian wskaźników jakości surowców. Czynniki te wpływają głównie na wektor prawych stron ograniczeń [1,7,8,9]. W zależności od ilości dostępnych danych o zakłóceniach zagadnienie planowania obciążeń sprowadza się do odpowiedniego zagadnienia niedeterministycznego programowania liniowego (stochastycznego lub rozmytego).

3. Miary dopuszczalności

Zagadnienie planowania obciążeń dla danego horyzontu T_q można formalnie zapisać w postaci (po dadaniu zmiennych osłabiających):

$$\max_{x_q \in \mathcal{X}_q} \{ Q_q = c_q^T x_q \}, \quad \dim x_q = \dim c_q = n$$

$$\mathcal{X}_q : \begin{cases} A_q x_q = \tilde{b}_q, & \dim A_q = m \times n \\ x_q \geq 0, & \dim \tilde{b}_q = m \end{cases} \tag{9}$$

Niektóre elementy wektora $\tilde{b}_q$ są niezdeterminowane. W zależności od modelu są one opisane jako zmienne losowe lub rozmyte.

W przypadku zagadnienia stochastycznego wektor $\tilde{b}_q$ zdefiniowany jest przez wektor wartości średnich $\bar{b}_q$ oraz macierz kowariancji $cov(b_q)$. Dla problemu rozmytego wektor ten definiowany jest przez wektor funkcji opisujących u ($u_j = u(b_j)$) oraz odpowiednio zdefiniowanymi wartościami średnimi.
Dla liczb rozmytych typu LR określenie wartości średnich podano w [3].

Niech będzie dane rozwiązanie (9) dla wartości średnich $\bar{b}_q$ (dalej dla przejrzystości zapisu pominięto w oznaczeniach indeks q):

$$\bar{x}_o = A_{\Theta_o}^{-1} \bar{b} \tag{10}$$

gdzie: Θ_o - zbiór indeksów bazowych rozwiązania (9),
$A_{\Theta_o}^{-1}$ - bazowa macierz odwrotna rozwiązania optymalnego.

Składowymi wektora rozwiązania $\bar{x}_o$ są stany realizacji zadań produkcyjnych, obciążenia ZP w poszczególnych realizowanych w $[t_o, t_o+T_q]$ reżimach pracy oraz stany zapasów.

Zmiana realizacji b względem przyjętej do rozwiązania $\bar{b}$ powoduje zmiany wartości wektora x względem $\bar{x}$. Jeśli rozwiązanie x pozostaje dopuszczalne dla bazy Θ_o, wówczas przy stałej strukturze rozwiązania należy dokonać jedynie korekcji sterowania. Jako miarę dopuszczalności sterowania można przyjąć miarę spełnienia warunków dopuszczalności przyjętego rozwiązania bazowego podproblemu planowania (9). Dla rozwiązania (10) warunek ten ma postać

$$\Theta_o = \Theta_{dop} \Leftrightarrow \tilde{x}_o = A_{\Theta_o}^{-1} \tilde{b} \geq 0 \tag{11}$$

Należy zauważyć, że w przypadku zdeterminowanego wektora cen c, powyższe, dla rozwiązania optymalnego zagadnienia (9), stanowi również warunek optymalności rozwiązania. Miary dopuszczalności sterowania można sformułować jako odpowiednie miary spełnienia warunku (11).

Model stochastyczny

W przypadku modelu stochastycznego jako naturalna wydaje się być miara dopuszczalności określona przez prawdopodobieństwo spełnienia warunku dopuszczalności rozwiązania bazowego (warunek (11)):

$$\alpha = p(\Theta_o = \Theta_{dop}) = p(\tilde{x}_o \geq 0) = p(A_{\Theta_o}^{-1} \tilde{b} \geq 0) \tag{12}$$

Metodę wyznaczenia wartości α w (12), gdzie parametry rozkładu prawdopodobieństwa określone są przez wartości średnie i macierz kowariancji $\tilde{x}$:

$$E(\tilde{x}_o) = A_{\Theta_o}^{-1} \bar{b}, \qquad cov(\tilde{x}_o) = A_{\Theta_o}^{-1} cov(b) (A_{\Theta_o}^{-1})^{-1} \tag{13}$$

przedstawiono w [10].
Ze względu na dużą pracochłonność przy wyznaczaniu (12) w [10] proponuje się przyjęcie uproszczonych miar dopuszczalności, jak:

$$\alpha = \min_{\theta \in \Theta_o} (\alpha_\theta), \qquad \forall_{\theta \in \Theta_o} \quad \alpha_\theta = p(x_\theta \geq 0) \tag{14}$$

gdzie: $p(x_\theta \geq 0)$ - prawdopodobieństwo określone na podstawie rozkładów brzegowych wektora $\tilde{x}_o$,
lub zgodną z (14) między innymi dla rozkładów normalnych (prosta do wyzna-

czenia, jednak miara (14) daje bardziej oczywistą interpretację otrzymanej wartości w porównaniu ze współczynnikiem zmienności (15)):

$$\alpha = \min_{\theta \in \Theta_o} \{ \alpha_\theta \}, \qquad \forall_{\theta \in \Theta_o} \alpha_\theta = \frac{var(x_\theta)}{E(x_\theta)} \tag{15}$$

Model rozmyty

Rozmyty wektor rozwiązania określony jest przekształceniem liniowym:

$$\tilde{x}_o = A_{\Theta_o}^{-1} \otimes \tilde{b} \tag{16}$$

gdzie: $\otimes$ - operacja rozmytego mnożenia macierzy przez wektor,

$\tilde{x}_o$ - rozmyty wektor rozwiązania bazowego Θ_o.

Dla wektora $\tilde{b}$ opisanego liczbami rozmytymi typu LR określanie punków charakterystycznych oraz wyznaczanie funkcji opisujących składowych wektora rozwiązania (16) podano w [3]. Jako miarę dopuszczalności przyjęto [3,8]:

$$\alpha = \min_{\theta \in \Theta_o} \{ \alpha_\theta \}, \qquad \forall_{\theta \in \Theta_o} \alpha_\theta = \frac{\int_0^\infty u_\theta(x_\theta)dx_\theta}{\int_{-\infty}^\infty u_\theta(x_\theta)dx_\theta} \tag{17}$$

gdzie: $u_\theta(x_\theta)$ - funkcje opisujące dla zmiennej rozwiązania x_θ.

Miara dopuszczalności (17) w modelu rozmytym stanowi pewien analog do miar (14) i ewentualnie (15) w problemie stochastycznym. Jeśli powyżej zdefiniowana miara dopuszczalności α wynosi jeden, odpowiada to przypadkowi, że każda realizacja predykcji jest realizowalna w obrębie przyjętego rozwiązania bazowego (struktury SP).

4. Poprawianie miary dopuszczalności

W dotychczasowych pracach w celu poprawy miary dopuszczalności rozwiązania nie ingerowano w ograniczenia. W pracach [3,8,9,10] przedstawiono metody oparte na przechodzeniu od rozwiązania optymalnego $\bar{x}_o$ do innych rozwiązań dopuszczalnych $\bar{x}_i$ dla $\bar{b}$. Metody te pozwalały na poprawę miary dopuszczalności rozwiązania kosztem pogorszenia oczekiwanej wartości funkcji celu. W [10] podano zasady wyznaczania nowych rozwiązań bazowych, pozwalających otrzymywać rozwiązania zdeterminowane z określoną miarą dopuszczalności (kompensowanie losowości ograniczeń zmiennymi osłabiającymi).

Badania opracowanych wcześniej algorytmów liniowego programowania niedeterministycznego na przykładowych modelach wykazały, że wartość miar dopuszczalności (12), (14), (15), jak i (17) silnie zależy od możliwości magazynowania (ograniczenia (8) w modelu planowania).

Określanie wielkości zasobów magazynowych tak, aby przy losowych odbiorach zapewnić z określonym prawdopodobieństwem zapotrzebowanie, przedstawiono np. w [2]. Ze względu na ograniczone możliwości magazynowania w SP (określona liczba jednostek magazynowych) metodyki tej stosować nie można. Powstaje zatem problem rozlokowania istniejących w systemie zbiorni-

ków, przy spełnieniu warunków ich dopuszczalnych przełączeń tak, aby zwiększyć miarę dopuszczalności bez zmiany rozwiązania bazowego. W problemie sterowania oznacza to zwiększenie odporności realizowanej struktury SP na zakłócenia.

Niech będzie dane rozwiązanie dopuszczalne $\bar{x}_l$ (a w szczególnym przypadku optymalne $\bar{x}_o$) niedeterministycznego problemu planowania (9) dla wartości oczekiwanych $\bar{b}$. Ponadto niech dana jest bazowa macierz odwrotna A_Θ^{-1} oraz związany z nią zbiór indeksów zmiennych bazowych Θ (w oznaczeniach pominięto indeks "l" określający rozpatrywane rozwiązanie x_l).

Dodatkowo niech są dane dla wyjściowej struktury systemu:

- Λ_o - zbiór indeksów zmiennych x_i problemu (9) odpowiadających natężeniom przepływu surowców produkcyjnych $F_{o\cdot}^{(\cdot)}$ w (3) - (7),
- Λ - zbiór indeksów zmiennych x_i odpowiadających natężeniom przepływu produktów $F_{\cdot}^{(\cdot)}$ w (3) - (7),
- H_o - macierz opisująca strukturę połączeń strumieni zasilających węzły magazynujące (h_o^γ - γ-ty wiersz macierzy H_o odpowiadający węzłowi γ ($\gamma \in \overline{1,\Gamma}$) zawierający indeksy strumieni związanych z tym węzłem i zawartych w Λ_o),
- H - analogiczna do H_o macierz dla strumieni odbieranych z węzła γ, elementy wiersza h^γ zawierają się w Λ,
- P - macierz binarna (dim $P = \Gamma \times \Gamma$), opisująca dopuszczalne przełączenia jednostek magazynujących ($p_{i,j} = 1$ - dopuszczalne przełączenia między węzłami γ_i i γ_j, w przeciwnym przypadku $p_{i,j} = 0$).

Ponadto dla wymaganych stanów zapasów dane są:

- z^o - wektor stanów zapasów w chwili początkowej,
- z - wektor wymaganych stanów zapasów określony z rozwiązania (9) na końcu rozpatrywanego przedziału czasu.

Wszystkie podane wielkości opisujące strukturę systemu można podać dla każdego podprzedziału czasowego dyskretyzacji w podproblemie planowania. Długości tych podprzedziałów (podział $[t_c, t_o + T_q]$) nie muszą być jednakowe. Określone są one przyjętym sposobem dyskretyzacji i najczęściej pierwszy przedział ma długość $[t_o, t_o + T_{q-1}]$. Wymagany wektor stanów zapasów w chwili początkowej każdego następnego przedziału czasowego równy jest wektorowi stanów końcowych przedziału poprzedniego. Często, ze względu na korekty sterowania oraz aktualizację predykcji zakłóceń, sterowania dla dalszych podokresów wyznaczane są po realizacji podokresów poprzednich. Z tego względu w oznaczeniach pominięto indeksy przedziałów czasowych i rozpatruje się przełączenia jednostek magazynujących w pierwszym podokresie.

Ograniczenia na możliwości magazynowe w węzłach γ:

$$v^\gamma_{min} \le v^\gamma \le v^\gamma_{max}$$

uzupełnione są opisem jednostek magazynujących przez:

- V - macierz pojemności jednostek magazynujących (v^γ - γ-ty wiersz macierzy V określający pojemności pojedynczych zbiorników (jednostek magazynujących) z grupy o określonej pojemności przypisa-

nych do węzła γ),

$\mathbf{L}$ - macierz liczebności poszczególnych jednostek ($\mathbf{l}^{\gamma}$ - γ-ty wiersz macierzy $\mathbf{L}$ określający liczebności pojedynczych jednostek magazynujących z danej grupy (o pojemnościach określonych przez wektor $\mathbf{v}^{\gamma}$) znajdujących się w węźle γ.

Pojemność maksymalna przypisana do danego węzła jest określona:

$$\forall_{\gamma \in \overline{1,\Gamma}} \quad V^{\gamma}_{max} = \mathbf{l}^{\gamma} \cdot (\mathbf{v}^{\gamma})^{T} \tag{18}$$

gdzie $\mathbf{l}^{\gamma}$ i $\mathbf{v}^{\gamma}$ - γ-ty wiersz odpowiednio macierzy $\mathbf{L}$ i $\mathbf{V}$.

Natomiast minimalne potrzeby magazynowe określają wektory stanów $\mathbf{z}^{o}$ i $\mathbf{z}$:

$$V^{\gamma}_{min} = \max \{ z^{o,\gamma} , z^{\gamma} \} \tag{19}$$

gdzie: $z^{o,\gamma}$, z^{γ} - składowe wektorów $\mathbf{z}^{o}$ i $\mathbf{z}$

Dopuszczalne przełączenia jednostek magazynujących w SP, dla przyjętego rozwiązania bazowego, jednoznacznie opisane są przez macierz $\mathbf{P}$ oraz (18) i (19). Przełączenie pojemności ΔV z węzła i do j dopuszczalne jest, jeśli:

$$\exists_{i \in \overline{1,\Gamma}} \quad p_{i,j} = 1 \quad \wedge \quad V^{i}_{max} - \Delta V \geq V^{i}_{min} \tag{20}$$

Warunek (20) przedstawia wszystkie możliwe przełączenia do węzła "i" z dopuszczalnych do przełączeń na podstawie macierzy $\mathbf{P}$ węzłów γ ($\gamma \in \overline{1,\Gamma}$) w rozpatrywanym podokresie. Dopuszczalne jest przełączanie nadmiaru możliwości magazynowych do różnych węzłów, z tym że jedna jednostka przechodzi do jednego węzła.

Wartość ΔV ograniczona jest zawartością wierszy $\mathbf{l}^{i}$ i $\mathbf{v}^{i}$ macierzy $\mathbf{L}$ i $\mathbf{V}$. Po dokonaniu przełączenia zmieniana jest zawartość wektorów $\mathbf{l}^{i}$, $\mathbf{v}^{i}$ i $\mathbf{l}^{j}$, $\mathbf{v}^{j}$ zgodnie z przełączanymi jednostkami. W wektorze $\mathbf{l}^{i}$ zmniejsza się o jeden liczebność jednostek w grupie odpowiadającej przekazywanej do węzła "j" jednostki, w wektorze $\mathbf{l}^{j}$ zwiększa się o jeden odpowiadającą danej grupie składową. Ponadto, jeżeli w węźle "j" nie występowały jednostki z grupy o pojemności przekazywanej z węzła "i", do wektora $\mathbf{v}^{j}$ wpisać odpowiednią dla tej grupy pojemność jednostkową (jednostki magazynującej).

Na podstawie bazy Θ rozwiązania można dokonać redukcji w opisie struktury systemu reprezentowanego przez macierze $\mathbf{H}_{o}$ i $\mathbf{H}$. Z opisu eliminowane są strumienie surowców i produktów (elementy zbiorów Λ_{o} i Λ będące zmiennymi niebazowymi rozwiązania). Dla macierzy tych w węzłach $\gamma \in \overline{1,\Gamma}$ mamy:

$$\text{jeśli} \quad \exists_{\theta \in \Lambda_{o} \wedge \theta \notin \Theta} \quad \wedge \quad \exists_{h^{\gamma}_{o,i} = \theta} \quad \text{to} \quad h^{\gamma}_{o,i} = 0 \tag{21}$$

oraz

$$\text{jeśli} \quad \exists_{\theta \in \Lambda \wedge \theta \notin \Theta} \quad \wedge \quad \exists_{h^{\gamma}_{i} = \theta} \quad \text{to} \quad h^{\gamma}_{i} = 0 \tag{22}$$

Na podstawie zredukowanych zgodnie z (21) i (22) macierzy $\mathbf{H}_{o}$ i $\mathbf{H}$ można określić węzły, w których potrzeby magazynowe są stałe (zasilanie i odbiory równe są zero) oraz określone od góry (zasilanie równe zero). Zbiór Λ_{v} zawierający indeksy γ tych węzłów określony jest przez:

$$\gamma \in \Lambda_v \Leftrightarrow \forall_i \; h^{\gamma}_{o,i} = 0 \tag{23}$$

Następnie na podstawie niezbędnych pojemności wymaganych w γ ($\gamma \in \Lambda_v$) zgodnie z (19), wyznacza się jednostki magazynujące nie podlegające przełączeniom:

$$\min_{l_i \in \overline{0, l_i^{\gamma}}} \langle \sum_i l_i^{\gamma} \cdot v_i \rangle, \quad \sum l_i^{\gamma} \cdot v_i^{\gamma} \geq V_{min} \tag{24}$$

gdzie: l_i^{γ}, v_i^{γ} - i-ty element wektorów odpowiednio l^{γ}, v^{γ}.

Pozostałe jednostki z węzła γ przeznaczone są do przełączeń.

Dla poprawy miary dopuszczalności proponuje się postępowanie:

- Na podstawie przyjętego rozwiązania bazowego wyznaczyć wektory $\mathbf{z}^o$ i $\mathbf{z}$, oraz obliczyć minimalne potrzeby magazynowe (19).
- Dokonać redukcji macierzy połączeń $\mathbf{H}_o$ i $\mathbf{H}$ zgodnie z (21) i (22).
- Określić dla węzłów spełniających (23) zbiór Λ_v, niezbędne pojemności na podstawie (24) i wyznaczyć jednostki podlegające przełączeniom.
- Wyznaczyć miary dopuszczalności α_θ problemu wyjściowego zgodnie z (14) dla modelu stochastycznego lub (17) dla modelu rozmytego.
- Określić indeks θ, dla którego miara jest najmniejsza ($\alpha = \alpha_\theta$).
- W przypadku gdy: indeks θ (zmienna rozwiązania x_θ) określa:
  - stan zapasów (x_θ jest γ-tym elementem wektora $\mathbf{z}$), zmian dokonujemy w węźle γ,
  - strumień surowców lub produktów ($\theta \in \Lambda_o \vee \theta \in \Lambda$), na podstawie $\mathbf{H}_o$ lub $\mathbf{H}$ (indeks θ jest elementem $\mathbf{H}_o$ lub $\mathbf{H}$), określić węzeł γ, z którym ten strumień jest związany (θ zawarta jest w wierszu γ) i w węźle tym dokonać zmian.
- Dla wybranego wyżej węzła γ wyznaczyć węzeł j spełniający warunki dopuszczalnych przełączeń (20). Węzeł j dobierany jest wg zasad:
  - w jednej iteracji przełączana jest jedna jednostka magazynująca (ze zbioru jednostek należących do grupy, dla której liczebność w danym węźle jest różna od zera ($l_i^{\gamma} \neq 0$)),
  - jeśli dla danego γ dopuszczalne jest przełączenie z węzła niezasilanego ($j \in \Lambda_v$), wybrać ten węzeł,
  - w innym przypadku wyznaczyć nowy węzeł γ z dopuszczalnymi przełączeniami ze zbiorem Λ_v i najmniejszej możliwej mierze dopuszczalności α_θ ($\alpha_\theta > \alpha$),
  - jeśli nie istnieją dopuszczalne przełączenia ze zbiorem Λ_v lub w węzłach z tym zbiorem związanych brak wolnych jednostek magazynujących, dla γ wybierany jest węzeł spełniający warunki dopuszczalnych przełączeń i związany ze zmienną o maksymalnej mierze dopuszczalności α_θ.
- Dokonać zmian w macierzach $\mathbf{L}$, $\mathbf{V}$ oraz w wektorze ograniczeń $\mathbf{b}$ zgodnie z dokonanym wyborem i wyznaczyć nowe miary dopuszczalności dla nowego $\mathbf{b}$). Następnie przejść do poszukiwania nowych przełączeń.
- Jeśli następne przełączenia nie prowadzą do poprawy miary dopuszczalności, zakończyć postępowanie.

Powyżej przedstawiono zasady dokonywania przełączeń jednostek magazynujących dla jednego (w praktyce najczęściej pierwszego) podprzedziału dysktretyzacji czasu w podproblemie planowania. Postępowanie to można rozszerzyć na większą liczbę podprzedziałów. Dla każdego z tych zagadnień należy określić z rozwiązania liniowego podproblemu planowania wielkości określające strukturę systemu oraz dokonać redukcji zgodnie z (21) i (22). Ponadto warunek na dopuszczalne przełączenia (20) należy uzupełnić warunkiem zgodności w czasie (ten sam przedział czasowy dyskretyzacji).

5. Podsumowanie

Przedstawiona metodyka przełączeń jednostek magazynujących opracowywana była przy założeniu, że wymiar rozwiązywanego zagadnienia nie ulegnie powiększeniu w porównaniu ze zdeterminowanym problemem planowania i stanowić ma uzupełnienie dla wcześniej opracowanych metod programowania niedeterministycznego (metody postoptymalizacyjne). Dotyczy to głównie algorytmów poszukiwania rozwiązań zdeterminowanych z odpowiednią miarą dopuszczalności [10]. Uzupełnieniem dla tych metod jest wyznaczanie dopuszczalnego zakresu składowych wektora rozwiązania problemu programowania liniowego dla danego zakresu zmian wektora prawych stron zbioru ograniczeń [11]. Pozwala to w praktyce na określanie dopuszczalnych zmian sterowania (korekcji) w zakresie stałej struktury systemu.
Należy zaznaczyć, że równolegle prowadzone są prace nad podobnymi metodami dla projektowania systemów przemysłowych (ilości, wielkości oraz dopuszczalne połączenia między węzłami) możliwie niewrażliwych na zakłócenia, przy ograniczonych kosztach instalacji.

LITERATURA

[1] Cipkowski W., Kwiesielewicz M., Stolc L.: Multilevel-multihorizon control of production system in uncertain conditions. Systems Science, vol.17, no.2, 1991.

[2] Gessing R., Duda Z.: Sterowanie w strukturze dwupoziomowej przy zróżnicowanej informacji poszczególnych decydentów. Konferencja na temat Teoria sterowania i optymalizacji ciągłych układów dynamicznych i procesów dyskretnych, Mądralin koło Otwocka, 1-4 lipca 1991.

[3] Kwiesielewicz M., Stolc L.: Solving linear programming problem with non-deterministic constraints using fuzzy numbers arithmetic. Int. J. Systems Sci. Vol.20, No.4, 1989.

[4] Milkiewicz F.: Problemy optymalizacji systemów produkcyjnych na przykładzie kombinatu rafineryjnego. Zesz. Nauk. Politechniki Gdańskiej, Elektryka XXII, 1968.

[5] Milkiewicz F.: Sformułowanie i koncepcja rozwiązania problemu sterowania produkcją i zbytem produktów. Archiwum Automatyki i Telemechaniki, tom XXVI, zesz. 4, 1980.

[6] Milkiewicz F., Stolc L.: Wspomagane komputerowo wielohoryzontowe sterowanie w wybranych klasach systemów. Konferencja na temat: Teoria sterowania i optymalizacji ciągłych układów dynamicznych i procesów dyskretnych, Mądralin koło Otwocka, 1-4 lipca 1991.

[7] Stolc L., Kwiesielewicz M.: Methods of non-deterministic linear programming in multihorizon system production control. Advances in Modelling & Simulation, Vol. 20, No 3, 1990.

[8] Stolc L.,Kwiesielewicz M.: Metoda wielohoryzontowego sterowania systemami produkcyjnymi w warunkach niepewności. Zesz. Nauk. Politechniki Śląskiej, Automatyka Z. 100, Gliwice 1990.

[9] Stolc L.,Kwiesielewicz M.: Methods of non-deterministic linear programming - Further discusion in multihorizon system production control. Advances in Modelling & Simulation, Vol. 24, No. 2, 1991.

[10] Stolc L.: Stochastic linear programming method for right-hands sides random vector, Int. J. Systems Sci., Vol. 22, No. 7, 1991.

[11] Stolc L., Specifing a range of changes for a solution in the non-deterministic linear programming problem, Advances in Modelling & Analysis, Vol. 14, No. 4, 1993 (w druku).

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Mirosław Zaborowski

Wpłynęło do readakcji do 30.04.1992r

Abstract: In this paper the control of production systems with continuous or semi-continuous production processes are considered. The multihorizon method is used to solve the control problem. Thus the solution of production optimal control leads to solve a sequence of optimal subproblems, linked by a condition on a state vector. In many cases a load planning sub-problem of the system may be described in the form of linear non-deterministic optimization problem (using linear models of stochastic or fuzzy programming).
Feasibility measures defined in the paper may be interpreted as measures of a system structure insensitivity to disturbances. A correction of the feasibility measure is obtained, among other things, by feasible commutation of storage units. Sets of feasible technological nodes are related to the storage units (nodes in which the storage units may be switched on). Consequently the store units are disposed to correct the feasibility measure and maintain a basis solution of the original problem (feasible basis), obtained as a solution for a initially defined structure of production system with mean values of disturbances (mean parameters of linear models).