ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1992

Seria: AUTOMATYKA z. 109 Nr kol. 1175

Stanisław Zdrzałka
Politechnika Wrocławska

HARMONOGRAMOWANIE ZADAŃ, GRUPOWANIE I PORCJOWANIE Z PRZEZBROJENIAMI MASZYN

SCHEDULING JOBS, BATCHING AND LOT-SIZING WITH SETUPS

ПРОБЛЕМЫ РАСПИСАНИЯ ЗАДАЧ, ГРУППИРОВАНИЯ И ПОРЦИОННОГО РАСПИСАНИЯ С ПЕРЕНАЛАДКАМИ

Streszczenie: W pracy przedstawiono klasyfikację problemów oraz przegląd wyników w dziedzinie harmonogramowania, grupowania i porcjowania zadań z uwzględnieniem przezbrojeń.

Summary: In the paper, we present a classification of problems and a review of results in the area of scheduling, batching and lotsizing with setups.

Резюме: В работе приводится классификация и обзор результатов в классе проблем расписания задач, группирования и порционного расписания с переналадками.

1. Wstęp

W dalszym ciągu przez *harmonogramowanie zadań*, *grupowanie* i *porcjowanie* rozumiemy następujące szczegółowe zagadnienia decyzyjne związane z realizacją procesów produkcji - rozwiązywane na poziomie sterowania operacyjnego.

Harmonogramowanie zadań polega na przydzieleniu każdemu zadaniu jednego lub więcej odcinków czasu na jednej lub więcej maszynach (procesorach, jednostkach wytwórczych, itp.) w ten sposób, aby żadne dwa odcinki czasu na tej samej maszynie nie pokrywały się (maszyna może w danej chwili wykonywać co najwyżej jedno zadanie) i żeby żadne dwa odcinki przydzielone temu samemu zadaniu nie pokrywały się (każde zadanie może być w danej chwili wykonywane na co najwyżej jednej maszynie). Ponadto uwzględnia ono specyficzne wymagania związane ze strukturą systemu wytwarzania i bierze pod uwagę różnorodne charakterystyki zadań. Zagadnienie harmonogramowania polega na znalezieniu harmonogramu wykonywania skończonego zbioru zadań na pewnym skończonym zbiorze maszyn, spełniającego zadane wymagania (tzn. dopuszczalnego) i minimalizującego przyjętą funkcję celu. Często jest to problem znalezienia tylko harmonogramu dopuszczalnego. Jeśli harmonogram jest jednoznacznie określony przez podanie kolejności wykonywania zadań, mówimy wtedy o *problemie szeregowania zadań* lub o *problemie kolejnościowym*. Pierwsze łączne ujęcia modeli, problemów i metod harmonogramowania i szeregowania przedstawione zostały w klasycznych już dziś książkach [10], [3]. Praca [29], dalsze rozwinięcie [20], jest najnowszym obszernym przeglądem z tej dziedziny. Harmonogramowanie zadań (operacji) stanowi jedną z najlepiej rozwiniętych dziedzin harmonogramowania produkcji.

Łączenie zadań podobnych w grupy w celu zmniejszenia czasu lub kosztów przezbrojeń maszyn nazywane jest *grupowaniem* (ang. batching). Jest to zagadnienie decyzyjne, które wiąże się z koncepcjami technologii grupowej [17], [7], [35], [54]. Podstawowym problemem tej technologii jest to, jak wykorzystać podobieństwa pomiędzy zadaniami (częściami, produktami) dla obniżenia kosztów przezbrojeń i transportu. Wyznaczyła ona sobie jako główne cele: (1) standaryzację, oraz (2) uzyskiwanie oszczędności w produkcji poprzez grupowanie produktów technologicznie podobnych. Wysiłek związany ze standaryzacją skupiony został na procesie projektowania. Cel drugi realizowany jest poprzez definiowanie rodzin produktów - w oparciu o podobieństwa w procesie wytwarzania, np. podobne lub takie same uzbrojenie maszyn, podobne marszruty technologiczne - i następnie całościowe lub grupowe przetwarzanie produktów poszczególnych rodzin w jednym gnieździe produkcyjnym, np. [13]. Ponieważ w gnieździe produkcyjnym można wykonywać wiele rodzin produktów o podobnych wymaganiach, a przy przejściu z produktu jednej do produktu innej rodziny wymagane jest przezbrojenie (brak jest przezbrojenia pomiędzy produktami tej samej rodziny), wyłania się problem: czy wykonywać produkty każdej rodziny razem, minimalizując liczbę przezbrojeń, czy też grupami, godząc się na większą ilość przezbrojeń i minimalizując równocześnie inny, ważniejszy wskaźnik jakości.

Przez *porcjowanie* (ang. lot-sizing) rozumiemy zagadnienie podziału zadań składających się z wielu *identycznych elementów*, zwanych dalej *częściami, na porcje* (podzbiory). Celem porcjowania są harmonogramy produkcji spełniające zadane wymagania zasobowe i ekonomiczne; nazywane jest ono również *harmonogramowaniem przez porcjowanie* [54]. W literaturze można znaleźć wiele różnorodnych wersji i podejść do problemu porcjowania. Jest ono przedmiotem nieustannych badań już od 1958 roku, kiedy to Manne [32] zaproponował metodę harmonogramów dominujących, znanych później jako harmonogramy Wagnera-Whitina [57]; w pracy [CMW] można znaleźć najświeższe rezultaty dotyczącego tego podejścia. Podejście oparte na harmonogramach cyklicznych podsumowane zostało w pracy [16], najświeższe wyniki w tej dziedzinie przynosi praca [1]. Jeszcze inne rezultaty dotyczące harmonogramowania przez porcjowanie zawarte są w pracach [34], [66], [54].

Zagadnienia harmonogramowania i szeregowania zadań (HS) oraz zagadnienia grupowania i porcjowania (GP) rozpatrywane są na ogół oddzielnie. W rozważanych dotąd modelach HS zakłada się, że zadania są zdefiniowane przez uprzednio przeprowadzone grupowanie lub porcjowanie, a główny wysiłek skoncentrowany jest na aspektach kolejnościowych problemów optymalizacyjnych. Z kolei w modelach GP akcent jest położony na ograniczenia typu zasobowego i ekonomicznego, przy równoczesnym pominięciu kwestii kolejnościowych. W modelach HS, w odróżnieniu do GP, pomija się zjawiska związane z przezbrojeniami maszyn. Różne są także metody rozwiązywania problemów optymalizacyjnych z tych dwóch klas. Jeżeli chodzi o HS, to dominują podejścia wykorzystujące strukturalne własności poszczególnych modeli, np. zasada zamiany zadań przyległych (reguły Smitha, Johnsona, Jacksona, Monmy), zasada ścieżki krytycznej (metody blokowe eliminacji rozwiązań zdominowanych) itp. W przypadku GP dominującą rolę odgrywają modele szczegółowe, uwzględniające wiele uwarunkowań i ograniczeń, o bardzo złożonej strukturze, zawierające wiele zmiennych dyskretnych i ciągłych, i prowadzące do skomplikowanych problemów optymalizacji dyskretnej. Dla efektywnego rozwiązywania tych problemów stosuje się różnorodne strukturalne metody optymalizacji, prowadzące na ogół do algorytmów heurystycznych.

W niniejszej pracy przedstawiamy modele i zagadnienia harmonogramowania zadań rozszerzone o elementy pozwalające ująć łącznie aspekty kolejnościowe z aspektami grupowania i porcjowania. Podejście takie pozwala wykorzystać prostotę modeli i zgromadzone do tej pory wyniki na polu tradycyjnego harmonogramowania zadań do całościowego rozwiązywania tych trzech zagadnień. Potrzeba takiego podejścia wynika z wielu zastosowań. Na przykład, w komputerowo zintegrowanych systemach wytwarzania decyzje związane z grupowaniem lub porcjowaniem zadań są wewnętrznie skorelowane z decyzjami dotyczącymi harmonogramów wykonywania zadań. Klamrą spinającą powyższe zagadnienia jest w przedstawianym opracowaniu zjawisko przezbrojeń maszyn, które było dotąd powszechnie pomijane w modelach harmonogramowania zadań. Przedstawiamy klasyfikację problemów, przegląd wyników dotyczących złożoności obliczeniowej, informacje o algorytmach aproksymacyjnych i dokładnych. Praca rozszerza modele i uaktualnia wyniki przedstawione w pracach przeglądowych [61] i [41].

2. Klasyfikacja problemów

Omawiane dalej modele są uogólnieniami klasycznych sformułowań harmonogramowania zadań, i dlatego wykorzystywać będziemy dalej terminologię i notację powszechnie stosowaną w tej dziedzinie [20], [29].

Dany jest zbiór zadań $J=\{J_1,\dots,J_n\}$, które mają być wykonywane na maszynach ze zbioru $M=\{M_1,\dots,M_m\}$. W danej chwili każde zadanie może być wykonywane przez co najwyżej jedną maszynę i każda maszyna może wykonywać co najwyżej jedno zadanie.

2.1. *Charakterystyki zadań i struktury maszyn*

W problemach *jednomaszynowych* i problemach z *równoległymi identycznymi maszynami* każde zadanie J_j składa się z pojedynczej operacji o czasie wykonywania p_j. W *problemach przepływowych* (ang. flow shop) i *otwartych* (ang. open shop) każde zadanie składa się z m operacji $O_{1j},\dots,O_{mj}$, gdzie O_{ij} jest wykonywana na M_i przez p_{ij} jednostek czasu. W problemie przepływowym operacje wykonywane są w porządku wyznaczonym przez rosnące indeksy maszyn, natomiast w problemie otwartym porządek wykonywania operacji jest dowolny. Inne struktury maszyn, jak jednorodne i różne maszyny równoległe oraz problem gniazdowy (ang. job shop) nie będą w tym opracowaniu omawiane.

Innymi typowymi charakterystykami zadania J_j są: r_j - czas gotowości (do realizacji), d_j - pożądany termin wykonania, $\bar{d}_j$ - linia krytyczna, q_j - czas dostarczenia, w_j - waga (wartość), C_j - czas zakończenia wykonywania. Ograniczenia kolejnościowe zadane są za pomocą skierowanego, acyklicznego grafu $G=(J,E)$ ze zbiorem wierzchołków J i zbiorem łuków E; jeżeli w G istnieje ścieżka z J_i do J_j, to zadanie J_i może być rozpoczęte po zakończeniu wykonywania zadania J_j; w przyjętej dalej symbolicznej notacji zapisujemy je, używając symbolu "prec".

2.2. *Przezbrojenia maszyn*

Przezbrojenia maszyn uwzględniane są w modelu w następujący sposób.

- *Czas przezbrojenia:* Z każdym przezbrojeniem związany jest czas, w którym na maszynie nie może być wykonywane żadne zadanie. W harmonogramie dopuszczalnym wygodnie jest interpretować przezbrojenie jako fikcyjne zadanie o długości równej czasowi przezbrojenia.
- *Koszt przezbrojenia:* Z każdym przezbrojeniem związany jest koszt uwzględniany w w funkcji kryterialnej zagadnienia.
- *Porcjowanie zadania:* Dwa kolejne przezbrojenia wyznaczają początek i koniec wykonywania porcji zadania na maszynie; w szczególności przezbrojenia te określają czasy rozpoczęcia i zakończenia wykonywania każdej części wchodzącej w skład porcji. Zgodnie z tą interpretacją czasy i koszty przezbrojeń mogą być zerowe, same zaś przezbrojenia są zdarzeniami wyznaczającymi przedział czasu, w którym części danej porcji okupują maszynę.

Wyróżniamy trzy następujące typy zagadnień harmonogramowania zadań z przezbrojeniami maszyn.

2.2.1. *Przezbrojenia pomiędzy zadaniami*

Dla każdej pary zadań (J_i,J_j) określony jest czas przezbrojenia $s_{ij}\geq 0$ (koszt przezbrojenia $c_{ij}\geq 0$), potrzebny przy przejściu od wykonywania zadania J_i do wykonywania J_j. Czasy przezbrojeń są *niezależne od kolejności (wykonywania zadań)*, jeżeli $s_{ij}=s_j$ dla każdego i oraz j, to znaczy czasy te zależą tylko od zadań wykonywanych po przezbrojeniu maszyny; w przeciwnym przypadku mówimy o czasach przezbrojeń *zależnych od kolejności*. W wielu modelach przyjmuje się założenie, że czasy przezbrojeń spełniają *nierowność trójkąta*, to znaczy, że $s_{ij}\leq s_{ik}+s_{kj}$ dla każdego i,k oraz j. Jest ono naturalnie spełnione wszędzie tam, gdzie przezbrojenia odbywają się w możliwie najkrótszym czasie i możliwie najmniejszym kosztem.

Powyższe pojęcia definiuje się dla kosztów przezbrojeń w analogiczny sposób. Początkowe i końcowe przezbrojenia maszyny można traktować tak samo jak pozostałe, jeżeli założy się, że przed i po zakończeniu wykonywania zadań maszyna jest uzbrojona do wykonywania fikcyjnego zadania. Dla wielomaszynowych problemów może okazać się konieczne wprowadzenie dodatkowych indeksów dla rozróżnienia przezbrojeń na poszczególnych maszynach.

2.2.2. *Grupowanie*

W zagadnieniach grupowania zbiór zadań rozbity jest na B rozłącznych podzbiorów $I_1,I_2,\ldots,I_B$ zwanych *rodzinami* i dla każdej pary rodzin (I_a,I_b) określony jest czas (koszt) przezbrojenia $s_{ab}\geq 0$ $(c_{ab}\geq 0)$, $s_{bb}=c_{bb}=0$ dla każdego b; jeżeli maszyna wykonuje zadanie z rodziny I_b bezpośrednio po zadaniu z rodziny I_a, to po wykonaniu tego ostatniego musi ulec przezbrojeniu, którego czas (koszt) wynosi s_{ab} (c_{ab}).

Niech π będzie ciągiem zadań wykonywanych na maszynie; przez $\pi(i)$ oznaczmy i-te zadanie w π. Każdy maksymalny podciąg zadań w π należących do tej samej rodziny nazywamy dalej *grupą*. Ciąg grup $L_1,\ldots,L_v$ taki, że $\pi=(L_1,\ldots,L_v)$, jest *grupową reprezentacją* ciągu π; przezbrojenie maszyny występuje tylko przy przejściu od wykonywania ostatniego zadania w L_i do pierwszego w L_{i+1}, $1\leq i\leq v-1$. Grupowanie możemy interpretować jako zagadnienie zarówno łączenia zadań w grupy, jak i rozbicia rodzin na grupy.

Harmonogramy, w których każda rodzina tworzy jedną grupę, nazywamy *grupowymi*. Stanowią one oddzielną klasę harmonogramów rozpatrywanych w technologii grupowej. Jeżeli B=n, to otrzymujemy model rozpatrywany poprzednio, z przezbrojeniami pomiędzy zadaniami.

Do modelu grupowania można wprowadzić dalszą komplikację w postaci podziału zbioru rodzin na A podzbiorów $T_1,T_2,\ldots,T_A$ zwany dalej *typami rodzin*. Oprócz czasów (kosztów) przezbrojeń s_{ab} (c_{ab}) występujących pomiędzy grupami będącymi podzbiorami rodzin tego samego typu, występują jeszcze dodatkowe czasy (koszty) przezbrojeń $\bar{s}_{fg}$ $(\bar{c}_{fg})$, które należy uwzględnić przy przechodzeniu pomiędzy grupami należącymi do różnych typów rodzin. Te pierwsze nazywane są *małymi*, natomiast drugie, z uwagi na znaczne większe rozmiary, *dużymi (głównymi) czasami (kosztami) przezbrojeń*.

2.2.3. *Porcjowanie*

Obok podziału zbioru zadań J na B rodzin $I_1,I_2,\ldots,I_B$, w zagadnieniach porcjowania przyjmuje się, że każde zadanie J_j składa się z Q_j jednakowych części, posiadających takie same czasy wykonywania p_j/Q_j i takie same pozostałe charakterystyki. Każdy maksymalny ciąg części tego samego zadania wykonywanych kolejno na maszynie nazywamy *porcją*; istota zagadnienia polega na podziale zadań na porcje. W problemach porcjowania wyróżniamy modele *dyskretne*, w których czasy wykonywania porcji są wielokrotnościami elementarnych kwantów czasu p_j/Q_j, oraz modele *ciągłe*, gdzie dowolny podział czasu wykonywania zadania wyznacza czasy wykonywania porcji - i tym samym również same porcje. W tym drugim przypadku, jeżeli p jest czasem wykonywania porcji, to jako liczbę części wchodzących w skład porcji przyjmujemy Q_jp/p_j, bez względu na to, czy jest to liczba całkowita, czy też nie. Ciągłe modele stanowią dobrą aproksymację dyskretnych dla wystarczająco dużych Q_j, są znacznie łatwiejsze do analizy niż dyskretne, i co jest ważne, pozwalają stosować niektóre podejścia wykorzystywane w tradycyjnych zagadnieniach harmonogramowania zadań.

Przy przejściu od wykonywania porcji zadania J_i do porcji zadania J_j wymagane jest (małe) przezbrojenie, z czasem s_{ij} lub kosztem c_{ij}, jeżeli zadania należą do tej samej rodziny. Jeżeli $J_i \in I_a$, $J_j \in I_b$ oraz $a \neq b$, to (oprócz małego przezbrojenia) wymagane jest duże (główne) przezbrojenie z czasem $\bar{s}_{ab}$ lub kosztem $\bar{c}_{ab}$. W problemach porcjowania przyjmuje się na ogół, że czasy i koszty przezbrojeń są niezależne od kolejności.

W zagadnieniach porcjowania rolę elementarnej jednostki pracy przyjmuje część. I tak, w miejsce czasu zakończenia wykonywania zadania rozpatruje się czas zakończenia wykonywania części, przy czym istotnym elementem jest tu wybór sposobu, w jaki jest on wyznaczany. Jeżeli część może być dostarczona natychmiast po jej wykonaniu, po wykonaniu porcji lub zadania, to *czas zakończenia wykonywania części* definiowany jest jako, odpowiednio, *jej rzeczywisty czas wykonania*, *czas wykonania ostatniej części w porcji* lub *ostatniej części w zadaniu*. Zauważmy, że w pierwszym przypadku otrzymujemy model zagadnienia grupowania, w którym wszystkie zadania rodziny są identyczne.

W wielomaszynowych zagadnieniach porcjowania podstawowe w klasycznych modelach założenie, że żadne zadanie nie może być wykonywane w tym samym czasie na więcej niż jednej maszynie, przestaje obowiązywać. Przyjmuje się natomiast, że żadna porcja nie może być równocześnie wykonywana na dwóch lub więcej maszynach. Dopuszcza się różne rozmiary porcji tego samego zadania na różnych maszynach, jednakże w problemie przepływowym wykonywanie porcji na danej maszynie nie może być rozpoczęte, jeżeli wszystkie jej części - a więc również porcje zawierające te części - nie przeszły operacji na maszynie poprzedzającej.

2.3. *Funkcje celu*

Rozważane są dwa ogólne typy funkcji celu. Typ pierwszy zawiera standardowe funkcje kryterialne zagadnień harmonogramowania, których argumentami są czasy wykonania zadań C_j, w przypadku zadań porcjowania, czasy wykonania części. Przyjmują one postać f_{max} lub Σf_j, gdzie:

$$f_{max}(C_1, \ldots, C_n) = \max_{j \in J} f_j(C_j), \quad \Sigma f_j(C_1, \ldots, C_n) = \Sigma_{j \in J} f_j(C_j);$$

f_j jest funkcją rzeczywistą i niemalejącą. Najważniejsze z nich, wykorzystywane w dalszym ciągu, zdefiniowane są następująco:

$C_{max} = \max_{j \in J} C_j$ - czas wykonania wszystkich zadań,

$L_{max} = \max_{j \in J} L_j = \max_{j \in J}(C_j - d_j)$ - maksymalna nieterminowość,

$\Sigma(w_j)C_j = \Sigma_{j\in J}(w_j)C_j$ - łączny (ważony) czas wykonania zadań,

$\Sigma(w_j)T_j = \Sigma_{j\in J}(w_j)T_j$, gdzie $T_j = \max\{0, C_j - d_j\}$ - łączne (ważone) opóźnienie,

$\Sigma(w_j)U_j = \Sigma_{j\in J}(w_j)U_j$, gdzie $U_j = 1$, jeżeli $C_j > d_j$, $U_j = 0$, w przeciwnym przypadku - suma (ważona) zadań opóźnionych.

Typ drugi zawiera jedną funkcję, którą jest całkowity koszt przezbrojeń.

2.4. *Notacja symboliczna problemów*

Stosować będziemy trójpolowy zapis problemów $\alpha|\beta|\gamma$, wprowadzony przez Grahama i innych [20], patrz również [29], dla konwencjonalych problemów harmonogramowania zadań, uzupełniony o informacje dotyczące czasów i kosztów przezbrojeń. Przez $\circ$ oznaczamy symbol pusty.

Pierwsze pole opisuje strukturę maszynową i ma postać $\alpha = \alpha_1\alpha_2$, gdzie $\alpha_1 \in \{\circ, P, F, O\}$ ($\circ$ = pojedyncza maszyna, P = równoległe identyczne maszyny, F = problem przepływowy, O = problem otwarty) oraz $\alpha_2 \in \{\circ, m\}$ ($\circ$ = dowolna liczba maszyn, m = liczba maszyn jest ustalona i wynosi m).

Pole drugie β opisuje charakterystyki zadań. Obok tradycyjnej zawartości tego pola, patrz np. [20], [29], wprowadzamy do niego opis przezbrojeń $\beta_1\beta_2$:

$\beta_1 \in \{\circ, s_j, s_{ij}, s_b, s_{ab}, s_b\bar{s}_f, s_j\bar{s}_f\}$,

gdzie $\circ$ = zerowe czasy przezbrojeń, s_j (s_{ij}) = przezbrojenia pomiędzy zadaniami (również zagadnienie porcjowania) z niezerowymi czasami, niezależnymi (zależnymi) od kolejności, s_b (s_{ab}) = zagadnienie grupowania z czasami przezbrojeń niezależnymi (zależnymi) od kolejności, $s_b\bar{s}_f$ ($s_j\bar{s}_f$) = zagadnienia grupowania (porcjowania) z małymi i dużymi czasami przezbrojeń, niezależnymi od kolejności;

$\beta_2 \in \{\circ$, discr, cont$\}$,

gdzie $\circ$ = zagadnienie inne niż porcjowanie, discr (cont)= zagadnienie porcjowania z dyskretnymi (ciągłymi) porcjami.

Trzecie pole γ, opisujące funkcję celu, przyjmuje postać $\gamma = \gamma_1(\Delta) + \gamma_2 + \gamma_3$, gdzie γ_1 oznacza funkcję celu pierwszego typu, w której definicja czasów wykonania części, w przypadku zadania porcjowania, określona jest przez Δ, a γ_2 i γ_3 są łącznymi kosztami, odpowiednio, małych i dużych przezbrojeń.

$\gamma_1 \in \{\circ, C_{max}, L_{max}, \Sigma C_j, \Sigma w_jC_j, \Sigma T_j, \Sigma w_jT_j, \Sigma U_j, \Sigma w_jU_j\}$,

przy czym $\gamma_1 = \circ$ oznacza brak składowej pierwszego typu w funkcji celu.

$\Delta \in \{\circ$, item, sublot, lot$\}$,

gdzie $\circ$ = zagadnienie inne niż porcjowanie (w tym przypadku pomijany jest nawias przy γ_1), item (sublot, lot) = czas wykonania części zdefiniowany jest jako rzeczywisty termin jej wykonania (jako czas wykonania ostatniej części w porcji, jako czas wykonania ostatniej części w zadaniu). Dwa ostatnie składniki mają postać

$\gamma_2 \in \{\circ, \Sigma c_j, \Sigma c_{ij}, \Sigma c_b, \Sigma c_{ab}\}$, $\gamma_3 \in \{\circ, \Sigma\bar{c}_f, \Sigma\bar{c}_{fg}\}$,

gdzie $\circ$ = brak składowej dane typu, Σx_a = suma kosztów wszystkich przezbrojeń typu x_a.

Na przykład, $1||\Sigma c_{ij}$ oznacza problem minimalizacji łącznego kosztu przezbrojeń w jednomaszynowym zagadnieniu harmonogramowania z przezbrojeniami pomiędzy zadaniami, w którym koszty przezbrojeń zależą od kolejności, a czasy są zerowe. Wszystkie zadania są niepodzielne i gotowe do realizacji w chwili zerowej.

$1|r_j,s_b|L_{max}$ jest problemem minimalizacji maksymalnej nieterminowości w jednomaszynowym zagadnieniu grupowania, w którym czasy przezbrojeń nie są zależne od kolejności, a zadania mają określone czasy gotowości do realizacji r_j.

$P|s_j\bar{s}_f,cont|\Sigma w_jC_j(sublot)+\Sigma c_j+\Sigma\bar{c}_f$ jest problemem porcjowania zadań na równoległych, identycznych maszynach, w którym występują małe i duże przezbrojenia niezależne od kolejności, z niezerowymi czasami. Zadania są dzielone na porcje w sposób ciągły i gotowe do realizacji w chwili zerowej. Czas wykonania części wyznaczony jest przez czas wykonania ostatniej części w porcji (część może być dostarczona po wykonaniu całej porcji). Celem jest minimalizacja kosztu przebywania części w systemie wytwarzania plus kosztu wszystkich małych i dużych przezbrojeń.

3. Złożoność obliczeniowa, algorytmy dokładne i heurystyczne

Bieżący stan badań w dziedzinie harmonogramowania, grupowania i porcjowania zadań z uwzględnieniem przezbrojeń przedstawiony został w skondensowanej formie w Tabelach 1 i 2. Zawierają one informacje o złożoności obliczeniowej poszczególnych problemów oraz o algorytmach dokładnych i heurystycznych. W tym ostatnim przypadku informacje ograniczają się do podania złożoności obliczeniowej algorytmu i wskazania literatury; w przypadku algorytmów heurystycznych złożoność obliczeniowa jest pomijana - należy przyjąć, że jest ona z reguły wielomianowa. Zgodnie z zasadą przyjętą w tej pracy, uwzględnione zostały tylko problemy (odnosi się to szczególnie do zagadnień porcjowania), które mieszczą się w ramach wyznaczonych przez ogólny model zagadnień harmonogramowania zadań - najważniejsze jest tu założenie o jednostkowej przepustowości maszyn.

W tabelach pojawia się wielkość ρ określająca dokładność algorytmu heurystycznego. Jest ona zdefiniowana następująco. Niech H(I) będzie wartością funkcji celu otrzymaną przez heurezę H dla problemu konkretnego I, a OPT(I) minimalną wartością funkcji celu dla I. Dokładność algorytmu H, dla najgorszego przypadku, określona jest (dla zagadnień minimalizacji, w których OPT(I)>0 dla każdego I) w tej pracy przez

ρ = sup{H(I)/OPT(I): po wszyskich I}.

W rozważanych modelach nie rozpatruje się kwestii podzielności zadań, tak jak jest ona formułowana w konwencjonalnych problemach. Porcjowanie zadań jest jednak w pewnych przypadkach równoważne dzieleniu (przerywaniu) w sensie tradycyjnym, np. gdy czas wykonania części wyznaczony jest przez czas wykonania zadania, a porcje są ciągłe.

Wśród wyników teoretycznych wybija się obserwacja poczyniona przez Monmę i Pottsa [37], że zasada przyległych zadań, prowadząca w przypadku zagadnień klasycznych do słynnych algorytmów Smitha, Jacksona i Johnsona, przenosi się w odpowiednich zagadnieniach grupowania na zadania tych samych rodzin - dla czasów przezbrojeń zależnych od kolejności i spełniających nierówność trójkąta. Wynik działania tej zasady jest zatem następujacy.

Tabela 1

Złożoność obliczeniowa problemów z przezbrojeniami pomiędzy zadaniami i problemów grupowania

Problem	Przezbrojenia pomiędzy zad. B=n	Harmonogramowanie grupowe	Grupowanie
$1\|s_{ab}\|C_{max}$	NP-tr. (Komiwojażer ≡ ×) Alg. dokładne i heuryst.: [28]	NP-tr. (Komiwojażer ≡ ×) (Jak w 1 kolumn.)	NP-tr. (Komiwojażer = ×) (Jak w 1 kolumn.)
$1\|s_b\|L_{max}$	O(nlogn) np. [29] (Alg. Jacksona)	O(nlogn) [41][64] (Alg. Jacksona dla zagregowanych zad.)	NP-tr. (już dla $s_b=s$) [6] B ustalone: $O(B^2n^{2B})$ [37] $d_j<0$: heureza z $\rho=3/2$ [62.64]
$1\|r_j,s_b\|C_{max}$	O(nlogn) [64][29] (Jak wyżej)	O(nlogn) [62][64] (Jak wyżej)	NP-tr.(już dla $s_b=s$) [64][6] (Jak wyżej)
$1\|\|L_{max}+\Sigma c_b$	O(nlogn) (Jak wyżej)	O(nlogn) (Jak wyżej)	NP-tr. (już dla $c_b=c$) [6] B ustalone: $O(B^2n^{2B})$ [37][41]
$1\|s_b\|L_{max}+\Sigma c_b$	O(nlogn) (Jak wyżej)	O(nlogn) (Jak wyżej)	NP-tr. [6]
$1\|s_{ab}\|L_{max}$	NP-tr. (Komiwojażer ∝ ×)	NP-tr. (Komiwojażer ∝ ×)	NP-tr. B ustalone: $O(B\,n^{B^2+B})$ [37]
$1\|c_b=1,prec\|\Sigma c_b$	-	-	NP-tr. [43] B=2: $O(n^2)$ [43]
$1\|s_b\|\Sigma w_jC_j$	O(nlogn) np. [29] (Alg. Smitha dla dla p_j+s_j)	O(nlogn) [37][41] (Alg. Smitha dla zagregowanych zadań)	Otwarty (otwarty dla $w_j=1$) B ustalone: $O(B^2n^{2B})$ (dla $w_j=1$, $O(B^2n^B)$) [37] Alg. dokładny: [33]
$1\|\|\Sigma w_jC_j+\Sigma c_b$	O(nlogn) (Jak wyżej)	O(nlogn) (Jak wyżej)	Otwarty (otwarty dla $w_j=1$) B ustalone: $O(B^2n^B)$ [37]
$1\|s_b\|\Sigma w_jC_j+\Sigma c_b$	O(nlogn) (Jak wyżej)	O(nlogn) (Jak wyżej)	Otwarty
$1\|s_{ab}\|\Sigma C_j$	Otwarty	Otwarty	Otwarty B ustalone: $O(B^2n^B)$ [2] Heurezy: [21][25][2] Alg. dokł.(B=2): [44]

$1\|\|\Sigma c_{ab}$	NP-tr. Komiwojażer ≡ x (Jak w 3 kolumn.)	NP-tr. Komiwojażer ≡ x (Jak w 3 kolumn.)	Np-tr. Komiwojażer ≡ x Alg. wielomianowe: [18][28] Heurezy: [28]
$1\|\|\Sigma w_jC_j+\Sigma c_{ab}$	NP-tr. Alg. dokładne i heurezy: [4]	NP-tr.	NP-tr.
$1\|s_b\|\Sigma U_j$	O(nlogn) np. [29] (A.Moor&Hudgson)	Otwarty	NP-tr. (już dla $s_b=s$) B ustalone: $O(B^2n^{B+1})$ [37]
$1\|\|\Sigma U_j+\Sigma c_b$	O(nlogn) np. [29] (Jak wyżej)	Otwarty	NP-tr. (już dla $c_b=c$) B ustalone: $O(B^2n^{B+1})$[37,41]
$1\|p_j=1,\bar{d}_j\|\Sigma c_{ab}$	-	-	Otwarty (NP-tr. dla dowolnych p_j, [6]) Algorytmy dokładne: [19][36] [15][26]
$P\|s_b\|C_{max}$	NP-tr. np. [29] Heurezy [29]	NP-tr. np. [29] Heurezy [29]	NP-tr. np. [29]
$P\|s_b\|\Sigma C_j$	O(nlogn) np.[29] (Reguła SPT)	Otwarty	Otwarty
$P\|\|\Sigma C_j+\Sigma c_b$	O(nlogn) np.[29] (Jak wyżej)	Otwarty	Otwarty
$F2\|s_b\|C_{max}$ $(F2\|\|C_{max}+\Sigma c_b)$	O(nlogn) [60]	O(nlogn) [46] m>2: heurezy [59]	Otwarty B ustalone: $O(B^2n^{2B})$ [37]
$F2\|s_{ab}\|C_{max}$	NP-tr. (Komiwojażer ∝ x) Spec. przypadki: O(nlogn)[48,49,50] Heurezy:[22,23,24]	NP-tr. (Komiwojażer ∝ x)	NP-tr. (Komiwojażer ∝ x)
$O2\|s_b\|C_{max}$	Otwarty	Otwarty	Otwarty

Komiwojażer ∝ x oznacza redukowalność, w sensie teorii NP-zupełności, problemu. Komiwojażer do rozważanego problemu x; ≡ oznacza równoważność.

Tabela 2

Złożoność obliczeniowa problemów porcjowania

Problem	Sposób wyznaczania czasu wykonania części Δ = item	Δ = lot	Δ = sublot
$1\|s_j,*\|L_{max}^{(\Delta)}+\Sigma c_j$	O(nlogn) [45] (Alg. Jacksona, zad. nie są dzielone)	O(nlogn) (Jak w 1 kolumnie)	O(nlogn) (Jak w 1 kolumnie)
$1\|r_j,q_j,s_j,cont\|C_{max}^{(\Delta)}$ (Dla d_j<0: $1\|r_j,s_j,cont\|L_{max}^{(\Delta)}$)	NP-tr. [65] Heureza z ρ=3/2 [65]	NP-tr. [65] (Jak w 1 kolumnie)	NP-tr. [65] (Jak w 1 kolumnie)
$1\|s_j,*\|\Sigma w_jC_j^{(\Delta)}$	O(nlogn) [14] (Alg. Smitha, zadan. nie są dzielone)	O(nlogn) [41] (Jak w 1 kolumnie)	Otwarty n=1,*=cont: O(1)[14] n=1,*=discr: [40] n>1:heurezy [14][40]
$1\|cont\|\Sigma w_jC_j^{(\Delta)}+\Sigma c_j$	O(nlogn) (Jak wyżej)	O(nlogn) (Jak wyżej)	O(nlogn) [41]
$1\|s_j,*\|\Sigma U_j^{(\Delta)}$ $(1\|*\|\Sigma U_j^{(\Delta)}+\Sigma c_j)$	NP-tr. [27]	NP-tr. [27]	NP-tr. [27]
$P2\|s_j,*\|C_{max}^{(\Delta)}$ $(P2\|*\|C_{max}^{(\Delta)}+\Sigma c_j)$	NP-hard [37][41]	NP-hard [37][41]	NP-hard [37][41]
$P\|s_j,cont\|C_{max}^{(\Delta)}$	Heurezy (oszac. ρ): [38][12]	(Jak w 1 kolumnie)	(Jak w 1 kolumnie)
$P\|s_j\bar{s}_b,cont\|C_{max}^{(\Delta)}$	Heurezy:[52][58][53]	(Jak w 1 kolumnie)	(Jak w 1 kolumnie)
$F2\|s_j,*\|C_{max}^{(\Delta)}$	Otwarty n=1: O(1) [42]	Otwarty (Jak w 1 kolumnie)	Otwarty (Jak w 1 kolumnie)

* odnosi się do obydwu sposobów podziału zadania: cont i discr.

Jeżeli (zależne od kolejności) czasy przezbrojeń spełniają nierówność trójkąta, to istnieje harmonogram optymalny, w którym zadania tej samej rodziny

$(1|s_{ab}|L_{max})$: występują w kolejności niemalejących d_j;

$(1|s_{ab}|\Sigma w_jC_j)$: występują w kolejności niemalejących p_j/w_j;

$(1|s_{ab}|\Sigma w_jU_j)$:, nie spóźnione, występują w kolejności niemalejących p_j/w_j;

$(F2|s_{ab}|C_{max})$: i oraz j występują w kolejności i,j, jeżeli $\min(p_{1i},p_{2j})\le\min(p_{1j},p_{2i})$.

Własność ta umożliwia konstrukcję algorytmów programowania dynamicznego, które są wielomianowe ze względu na n i wykładnicze ze względu na B. Jednakże z wyjątkiem bardzo małych B ich znaczenie jest wyłącznie teoretyczne.

Wobec tego, że pojawienie się przezbrojeń w modelu harmonogramowania zadań wyraźnie pomniejszyło zbiór problemów rozwiązywalnych w wielomianowym czasie, dużego znaczenia nabierają algorytmy heurystyczne. Jak wynika z Tabel 1 i 2, są one powszechnie proponowane do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych, jednakże analiza ich dokładności przeważnie polega na badaniach eksperymentalnych. Pierwsze analityczne podejścia do szacowania dokładności heurez, wykorzystujące metodę analizy najgorszego przypadku, pojawiły się w pracach Monmy i Pottsa [38], Chena [12] i autora [62], [63], [64 i [65].

Ponieważ przedstawione modele harmonogramowania są znacznie bliższe rzeczywistości niż konwencjonalne i równocześnie zachowują prostotę charakteryzującą te ostatnie, można spodziewać się intensyfikacji badań w kierunku proponowanym w niniejszej pracy.

Zagadnienia harmonogramowania z przezbrojeniami maszyn wychodzące poza ramy nakreślone w pracy lub zawierające w swoich sformułowaniach elementy specjalne, odbiegające od ogólnego modelu, rozważane są w pracach [5], [44], [31], [39], [55], [47].

LITERATURA

[1] Axsater, S.: An extension of the extended basic period approach for economic lot scheduling problems, J. Opt. Theory Appl. 52(1987),179-189.

[2] Ahn B.H., Hyun J.H.: Single facility multi-class job scheduling, Computers and Operations Research 17(1990), 265-272.

[3] Baker K.R.: Introduction to Sequencing and Scheduling, Wiley, New York, 1974.

[4] Barnes J.W., Vanston L.K.: Scheduling Jobs with Linear Delay Penalties and Sequence Dependent Setup Costs, Operations Research 29(1981), 146-159.

[5] Bellman R., Esogbue A.O., Nabeshima I.: Mathematical Aspects of Scheduling and Applications, Pergamon Press, New York, 1982.

[6] Bruno J., Downey P.: Complexity of Task Sequencing with Deadlines, Set-Up Times and Changeover Costs, SIAM J. Comput. 7(1978), 393-404.

[7] Burbidge J.L.: The Introduction of Group Technology, Wiley, New York 1975.

[8] Cattrysse, D., Maes J., Van Wassenhove L.N.: Set partitioning and column generation for capacitated dynamic lotsizing, European J. Oper. Res. 46(1990), 38-47.

[9] Coffman E.G., Garey M.R., Johnson D.S.: An application of bin-packing to multi-processor scheduling, SIAM Journal of Computing 7(1978). 1-16.

[10] Conway R.W., Maxwell W.L., Miller L.W.: Theory of scheduling, Addison-Wesley, Reading 1967.

[11] Corwin B.D., Esogbue A.O.: Two-machine flowshop scheduling problems with sequence dependent setup times: A dynamic programming approach, Nav. Res. Logist. Q. 21(1974), 515-524.

[12] Chen B.: A better heuristic for preemptive parallel machine scheduling with batch set-up times, Report 9131/A, Erasmus University, Rotterdam 1991.

[13] Darrow W.P., Gupta J.N.D.: Integrated Group Technology and MRP Systems Through Lot Sizing and Scheduling, Computers ind. Engng 16(1989), 287-296.

[14] Dobson G., Karmarkar U.S. and Rummel J.L.: Batching to minimize flow times on one machine, Management Science, 33(1987), 784-799.
[15] Driscoll W.C., Emmons H.: Scheduling Production on One Machine with Changeover Costs. AIIE Transactions 9(1977), 188-395.
[16] Elmaghraby S.: The economic lot scheduling problem ELSP: Review and extensions. Management Science 24(1978), 587-596.
[17] Gallagher C.C., Knight W.A.: Group Technology, Butterworth, London, 1973.
[18] Gilmore P.C., Gomory R.E.: Sequencing a one state-variable machine: a solvable case of the travelling salesman problem. Operations Research 12(1964), 655-679.
[19] Glassey C.R.: Minimum changeover scheduling of several products on one machine. Operations Research 16(1968), 342-352.
[20] Graham R.L. et al.: Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey, Ann. Discrete Math. 5(1979), 287-326.
[21] Gupta J.N.D.: Optimal Scheduling for Single Facility with Two Job Classes, Comput.& Ops Res. 11(1984), 409-413.
[22] Gupta J.N.D., Darrow W.P.: Approximate schedules for the two-machine flowshop with sequence dependent setup times. Indian Journal of Management and Systems, 1(1985), 6-11.
[23] Gupta J.N.D., Darrow W.P.: The two-machine sequence dependent flowshop scheduling problem. European J. Oper. Res. 24(1986), 439-446.
[24] Gupta J.N.D.: Flowshop schedules with sequence dependent setup times. Journal Oper. Res. Society of Japan, 29(1986), 206-219.
[25] Gupta J.N.D.: Single facility scheduling with multiple job classes, European J. Oper. Res. 8(1988), 42-45.
[26] Hu T.C., Kuo Y.S., Ruskey F.: Some optimum algorithms for scheduling problems with changeover costs, Operations Research 35(1987), 94-99.
[27] Kovalyov M.Y., Potts C.N., Van Wassenhove L.N.: Single machine scheduling with set-ups to minimize the number of late items. Report , Econometric Institute, Erasmus University, Rotterdam 1990.
[28] Lawler E.L., Lenstra J.K., Rinnooy Kan A.H.G., Shmoys D.B. (ed.): The Traveling Salesman Problem. A Guided Tour of Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, Chichester 1985.
[29] Lawler E.L., Lenstra J.K., Rinnooy Kan A.H.G., Shmoys D.B.: Sequencing and scheduling: algorithms and complexity, Report BS-R8909, Centre for Mathematics and Computer Science, Amsterdam 1989.
[30] Lenstra J.K., Rinnooy Kan A.H.G., Brucker P.: Complexity of Machine Scheduling Problems, Ann. Discrete Math. 1(1977), 343-363.
[31] Lockett A.G. Muhlemann A.P.: A scheduling problem involving sequence dependent changeover costs, Ops Res. 20(1972), 895-902.
[32] Manne A.S.: Programming of economic lot sizes. Management Science 4/2(1958), 115-135
[33] Mason A.J., Anderson E.J.: Minimizing flow time on a single machine with job classes and setup times, to appear in Naval Res. Logistics, 1991.

[34] Maxwell W.: The scheduling of economic lot sizes, Naval. Res. Logist. Quart.11(1964), 89-124.

[35] Mitrofanov S.P.: Scientific Principles of Group Technology, National Lending Library, U.K., 1966.

[36] Mitsumori S.: Optimal production scheduling of multi-commodity in flow line, IEEE Trans. Systems Man and Cyber., SMC-2(1972), 486-493.

[37] Monma C.L., Potts C.N.: On the complexity of scheduling with batch setup times, Operations Research 37(1989), 798-804.

[38] Monma C.L., Potts C.N.: Analysis of heuristics for preemptive parallel machine scheduling with batch set-up times, to appear in Operations Research, 1991.

[39] Moore J.E.: An Algorithm for a Single Machine Scheduling Problem with Sequence Dependent Setup Times and Scheduling Windows, AIIE Trans. 7(1975), 35-41.

[40] Naddef D., Santos C.: One-pass batching algorithms for the one machine problem, Discrete Appl. Math. 21(1988), 133-145.

[41] Potts C.N., Van Wassenhove L.N.: Integrating scheduling with batching and lot-sizing: a review of algorithms and complexity, Report 9008/A, Econometric Institute, Erasmus University, Rotterdam 1990.

[42] Potts C.N., Baker K.R.: Flow shop scheduling with lot streaming, Operations Research Letters, 8(1989), 297-303.

[43] Richter K.: The robot sequencing problem: polynomial algorithm and complexity, Optimization 16(1985), 597-605.

[44] Sahney V.: Single server,two machine sequencing with switching times, Operations Research 22(1972), 24-36.

[45] Santos C., Magazine M.: Batching in single operation manufacturing systems, Operations Research Letters 49(1985), 99-103.

[46] Sekiguchi Y.:Optimal schedule in a GT-type flow-shop under series-parallel precedence constraints, J. Opns Res. Soc. Japan 28(1983), 226-251.

[47] So K.C: Some heuristics for scheduling jobs on parallel machines with setups, Management Science, 36(1990), 467-475.

[48] Sule D.R.: Sequencing n jobs on two machines with setup, processing and removal times separated, Naval Res. Logistics Quarterly 29(1982), 517-519.

[49] Sule D.R., Huang K.Y.: Sequencing on two and three machines with setup, processing and removal times separated, International Journal of Production Research 21(1983), 723-732.

[50] Szwarc W., Gupta J.N.D.: A flow-shop with sequence-dependent additive setup times, Naval Res. Logistics, 34(1987), 619-627.

[51] Szwarc W.: Flow Shop Problems with Time Lags, Management Science 29(1983), 477-481.

[52] Tang S.: Scheduling batches on parallel machines with major and minor set-ups, European J. Oper. Res. 46(1990), 28-37.

[53] Tang C.S., Wittrock R.J.: Parallel machines scheduling with major and minor setups, RC 11412, IBM T.J. Watson Research Center, Yorktown Heights, 1985.

[54] Toczyłowski E.: Niektóre metody strukturalne optymalizacji do sterowania w dyskretnych systemach wytwarzania, WNT, Warszawa 1989.

[55] Unal A.T., Kiran A.S., Uzsoy R.: Due date determination on a single machine with

part type dependent setup times, Research Memorandum No.91-22, Purdue University, 1991.

[56] Vakharia A.J., Chang Y.L.: A simulated annealing approach to scheduling a manufacturing cell, Nav. Res. Logist. 37(1990), 559-577.

[57] Wagner H.M., Whitin T.: Dynamic version of the economic lotsizing model, Management Science 5/3(1958), 89-96.

[58] Wittrock R.J.: Scheduling Parallel Machines with Setups, Research Report RC 11740 3/3/86, IBM T.J. Watson Resarch Center, Yorktown Heights 1986.

[59] Vakharia A.J., Chang Y.L.: A simulated annealing approach to scheduling a manufacturing cell, Nav. Res. Logist. 37(1990), 559-577.

[60] Yoshida T., Hitomi K.: Optimal two stage production scheduling with setup times separated, AIIE Transactions 11(1979), 261-263.

[61] Zdrzałka S.: Problemy szeregowania zadań z przezbrojeniami maszyn. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Automatyka z.94 (1988), 373-391.

[62] Zdrzałka S.: Approximation algorithm for single-machine sequencing with delivery times and unit batch set-up times, European J. Oper. Res. 51(1991), 199-209.

[63] Zdrzałka S.: Single machine sequencing with delivery times and equal batch set-up times: 3/2 approximation algorithm, Research Report ICT 33/91, Technical University of Wrocław, 1991.

[64] Zdrzałka S.: Analysis of an approximation algorithm for single-machine scheduling with delivery times and sequence independent batch setup times, Research Report ICT 43/91, Technical University of Wrocław, 1991.

[65] Zdrzałka S.: Preemptive scheduling with release dates, delivery times and sequence independent setup times, Research Report, Technical University of Wrocław, 1991.

[66] Zipkin P.H.: Computing optimal lot sizes in the economic lot scheduling problem. Operations Research 39(1991), 56-63.

Recenzent: Prof.dr h.inż. Eugeniusz Toczyłowski

Wpłynęło do Redakcji do 30.04.1992 r.

Abstract:

Batching and lotsizing problems, on the one hand, and scheduling and sequencing problems, on the other, are nearly always considered in the literature separately. We understand by batching the decision problem of whether or not to schedule similar jobs contiguously, and by lotsizing, the decision on when and how to split a production lot of identical items into sublots. Scheduling and sequencing problems are concerned with optimal allocation of limited machine resources to jobs, activities, over time. In the paper, we consider a general scheduling model involving machine setups, which combines batching and lotsizing with scheduling. In the paper, the element which brings together the three fields is the phenomenon of machine setups. A review of problems, computational complexity results and algorithms for this general model is given.