

Janusz HAURYŁKIEWICZ
Politechnika Koszalińska

OCENA BEZPIECZEŃSTWA OBIEKTU GEOTECHNICZNEGO Z NIEJEDNORODNĄ PROBABILISTYCZNIE PRZESTRZENIĄ STANÓW

Streszczenie. Przedstawiono przykłady porównania ocen bezpieczeństwa rozmaitych obiektów geotechnicznych: ocen uwzględniających niejednorodność probabilistyczną przestrzeni stanów i ocen jej nieuwzględniających. Przeprowadzono analizę teoretyczną oceny bezpieczeństwa w niejednorodnej przestrzeni stanów otrzymując wyrażenie uwzględniające niejednorodność. Podano przykład liczbowy.

EVALUATION OF GEOTECHNICAL OBJECT SAFETY WHEN THE STATE SPACE IS PROBABILISTICALLY UNHOMOGENEOUS

Summary. Examples of geotechnical objects safety evaluation have been presented: evaluations taking unhomogeneity into account compared with ones do not doing that. Theoretical analysis of safety evaluation in unhomogeneous state space has been performed and algebraic expression taking unhomogeneity into account has been worked out. Numerical example has been done.

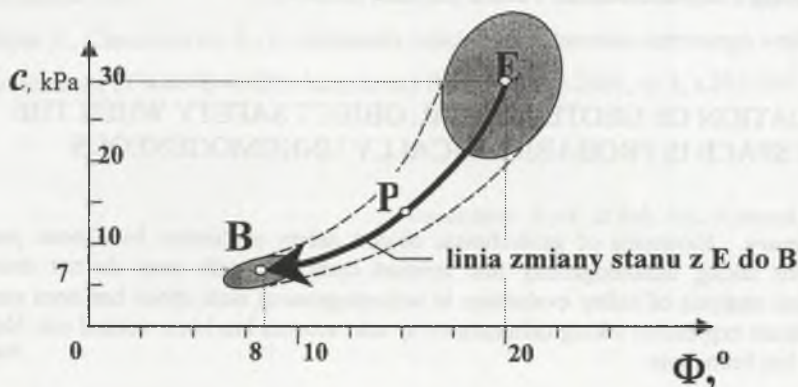
1. Wstęp

Dość typową cechą zagadnień geotechnicznych jest probabilistyczna niejednorodność przestrzeni stanów rozważanego obiektu geotechnicznego, która oznacza, że w różnych punktach przestrzeni stanów są w ogólności różne rozkłady prawdopodobieństwa wielowymiarowej zmiennej losowej opisującej stan obiektu. Zróżnicowanie dotyczy może typu rozkładu, ale zazwyczaj ograniczone jest do parametrów rozkładu pewnego określonego typu. Otóż niejednorodność ta nie jest uwzględniana w powszechnie stosowanych probabilistycznych obliczeniach ocen bezpieczeństwa, a może na te oceny wpływać znacząco.

Celem niniejszej pracy jest zilustrowanie przykładowi tezy o istotnym wpłynie niejednorodności przestrzeni na ocenę bezpieczeństwa obiektu geotechnicznego (rozd. 2) oraz przedstawienie analizy teoretycznej prowadzącej do algebraicznego wyrażenia oceny bezpieczeństwa uwzględniającej niejednorodność (rozd. 3).

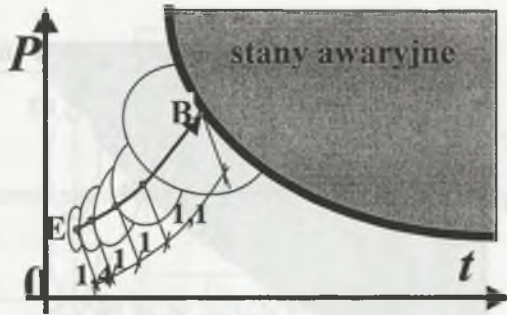
2. Przykłady wpływu niejednorodności na ocenę bezpieczeństwa

Przykład 1 – wzrost wilgotności gruntu podłoża pewnego obiektu (rys. 1 wg [1]). W przestrzeni stanów (c – spójność, Φ – kąt tarcia wewnętrznego) jednostkowe elipsy rozkładu normalnego w stanie ocenianym E i w stanie granicznym B są różne i – hipotetycznie – zmieniają się płynnie, co uwzględniając otrzymuje się prawdopodobieństwo awarii $7 \cdot 10^{-11}$ wobec prawdopodobieństwa $3 \cdot 10^{-5}$ nie uwzględniającego niejednorodności.

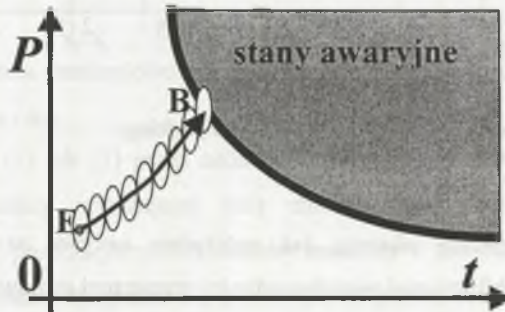


Rys. 1. Zagadnienie degradacji pewnego podłoża gruntowego wskutek zawilgocenia
Fig. 1. Problem of ground degradation caused by moisturing

Przykład 2 – załamanie struktury szkieletu gruntowego wskutek wzrostu naprężenia efektywnego z biegiem czasu (rys. 2 wg [2]). W przestrzeni stanów (P – obciążenie pola zabudowy, t – czas utrzymywania obciążenia na danym polu) jednostkowe elipsy rozkładu normalnego w stanie ocenianym E i w stanie granicznym B są różne i – hipotetycznie – zmieniają się płynnie, co uwzględniając otrzymuje się prawdopodobieństwo awarii $3 \cdot 10^{-6}$ wobec prawdopodobieństwa $6 \cdot 10^{-58}$ nie uwzględniającego niejednorodności (elipsy stałe).



metoda metryczna: $s = 4,5$

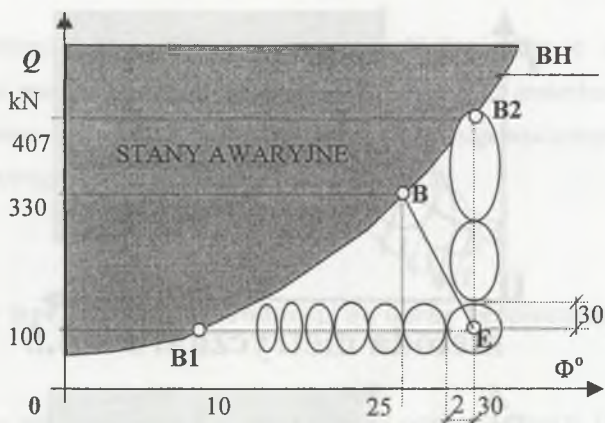


metoda probabil.: $s = 16$

Rys. 2. Zagadnienie kollapsu konsolidacyjnego słabego podłoża pod obszarem zabudowy;
 a – metryczna ocena bezpieczeństwa, b – probabilistyczna ocena bezpieczeństwa;
 P – obciążenie pola zabudowy, t – czas utrzymywania obciążenia na danym polu

Fig. 2. Problem of weak ground consolidational collaps under the urban area;
 a – metric safety evaluation, b – probabilistic safety evaluation;
 P – urban area load, t – load duration on the area

Przykład 3 – wyparcie gruntu spod fundamentu (rys. 3 wg [1]). W przestrzeni stanów (Φ – kąt tarcia wewnętrzny, Q – obciążenie osiowe pionowe) jednostkowe elipsy rozkładu normalnego w stanie ocenianym E i w stanach granicznych B, B1, B2 są różne i – hipotetycznie – zmieniają się płynnie, co uwzględniając otrzymuje się prawdopodobieństwo awarii $4 \cdot 10^{-7}$ wobec prawdopodobieństwa $6,2 \cdot 10^{-3}$ nie uwzględniającego niejednorodności Φ lub prawdopodobieństwa $6,8 \cdot 10^{-15}$ nie uwzględniającego niejednorodności Q .



Rys. 3. Zagadnienie nośności podłoża fundamentu płytkiego
 Fig. 3. Bearing capacity of shallow foundation

Przytoczone przykłady ukazują, jak radykalnie wpływa na ocenę bezpieczeństwa uwzględnianie probabilistycznej niejednorodności przestrzeni stanów. Ponieważ - jak dotąd - obliczenia dotyczące przestrzeni niejednorodnej wykonywane są etapami na kolejnych odcinkach linii zmiany stanu obiektu, podjęto analizę możliwości uzyskania wyrażenia określającego w formie zamkniętej ocenę bezpieczeństwa obiektu geotechnicznego.

3. Analiza teoretyczna

Wyrażenie określające ocenę bezpieczeństwa jako długość łuku linii zmiany stanu obiektu pomiędzy stanami E i B można otrzymać ze wzoru

$$l = \int_E^B ds = \int_E^B \sqrt{dx^T V^{-1} dx}, \quad (1)$$

gdzie: dx - różniczka wektora x , V - macierz nieokreśloności, T - operacja transpozycji.

Jeśli jedynym źródłem nieokreśloności jest losowość wektora stanu, wtedy V staje się macierzą kowariancji C .

Na przykład w dwuwymiarowej przestrzeni stanów (x_1, x_2) z niejednorodnym rozkładem normalnym wzór (1) przyjmuje postać

$$I = \int_{x_{1E}}^{x_{1B}} \sqrt{\begin{bmatrix} 1 & a \\ \sigma_1^2 & r\sigma_1\sigma_2 \\ r\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a \end{bmatrix}} dx_1, \quad (2)$$

skąd po wykonaniu mnożenia macierzowego i po uporządkowaniu otrzymuje się

$$I = \int_{x_{1E}}^{x_{1B}} \sqrt{\frac{1}{1-r^2} \left[\frac{1}{\sigma_1^2} - \frac{2ar}{\sigma_1\sigma_2} + \left(\frac{a}{\sigma_2} \right)^2 \right]} dx_1, \quad (3)$$

gdzie: σ_1 , σ_2 – odchylenia standardowe zmiennych x_1 , x_2 , współczynnik korelacji między tymi zmiennymi, $a = dx_2 / dx_1$.

Obliczanie wyrażeń (1) lub (3) przez całkowanie wyrażenia pierwiastkowego wymaga określenia zarówno funkcji wyrażającej linię zmiany stanu obiektu, jak i funkcji wyrażających zmienność poszczególnych elementów macierzy V lub wielkości a , r , σ_1 , σ_2 wzdłuż tej linii zmiany stanu. Nietrudno się przekonać, na przykładzie chociażby wyrażenia (3), że wstawienie tam nawet niezbyt wyrafinowanych funkcji prowadzi do utworzenia nader skomplikowanych wyrażeń, których całki najczęściej nie da się obliczyć analitycznie w postaci jawnej.

W niniejszej pracy proponuje się sposób dużo łatwiejszy – całkowania nie funkcji pierwiastkowej w wyrażeniach (1) lub (3), lecz całkowania funkcji m aproksymującej to wyrażenie pierwiastkowe na podstawie kilku wartości tej funkcji w wybranych punktach przestrzeni stanów. Wtedy obliczenie oceny bezpieczeństwa I odbywa się według wzoru

$$I = \int_{x_{1E}}^{x_{1B}} m dx_1, \quad (4)$$

i obejmuje następujące etapy:

1. Wyznaczenie dla stanu ocenianego E , stanu granicznego B i dla paru stanów pośrednich P_i odchyłeń standardowych, współczynników korelacji, pochodnych cząstkowych linii zmiany stanu i obliczenie dla tych stanów wartości funkcji pierwiastkowej (np. w przypadku dwuwymiarowym jako wyrażenia pierwiastkowego we wzorze (3)).

2. Wyznaczenie funkcji ciągłej m aproksymującej funkcję pierwiastkową na podstawie wartości obliczonych we wskazanych powyżej stanach.

3. Obliczenie całki (4).

4. Przykład liczbowy

Dotyczy on obliczenia oceny bezpieczeństwa budowli posadowionej na podłożu z gruntu spoistego zagrożonego wzrostem wilgotności (rys. 1 – za pracą [1]). Bezpieczeństwo analizuje się w przestrzeni wyznaczonej przez Φ - kąt tarcia wewnętrznego gruntu [°], i przez c – spójność [kPa]. Linia zmiany stanu wg rys. 1 jest określona równaniem

$$c = 0,293 \Phi^{1,49}, \quad (5)$$

pochodna natomiast

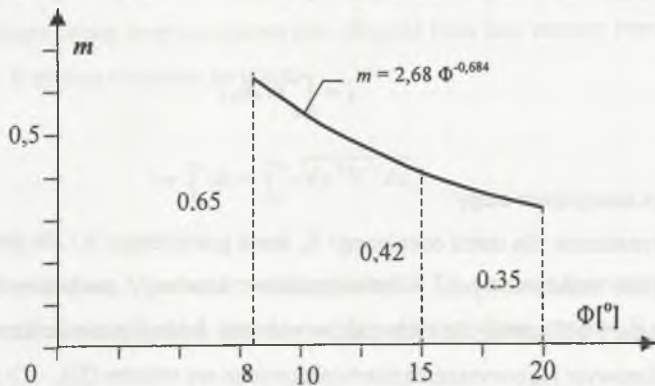
$$a = dc / d\Phi = 0,437 \Phi^{0,49}. \quad (6)$$

Etap 1. Potrzebne do dalszych obliczeń wielkości w punktach E, P, B są następujące

Punkt	Φ	c	σ_{Φ}	σ_c	r	a	m
E	20	30	3	10	0,3	1,90	0,346
P	15	13	2,5	6	0,4	1,65	0,419
B	8	7	2	2	0,5	1,21	0,647

Etap 2. Funkcję aproksymującą rozkład wartości m otrzymano (za pomocą kalkulatora) w postaci (por. rys. 4)

$$m = 2,68 \Phi^{-0,684}. \quad (7)$$



Rys. 4. Wykres funkcji aproksymującej m wg wzoru (7)

Fig. 4. Graph of function approximating m according Eq. (7)

Etap 3. Ocena bezpieczeństwa wg wzoru (4)

$$l = \int_0^{20} 2,68 \Phi^{-0,684} d\Phi = 5,50, \quad (8)$$

co dla rozkładu normalnego odpowiada prawdopodobieństwu awarii $P_f = 1,9 \cdot 10^{-8}$.

Warto zwrócić uwagę na związek wartości funkcji aproksymującej na rys. 4 z wielkościami jednostkowej elipsy gęstości prawdopodobieństwa dla rozkładu normalnego na rys. 1. Jest to zależność typu odwrotnego: im większa elipsa, tym mniejsza wartość funkcji m . Oczywiście, jest to konsekwencja wzoru (1), gdzie wyrażenie podcałkowe maleje wraz ze wzrostem macierzy nieokreśloności.

Z innego jeszcze punktu widzenia funkcję m można traktować jako „maszynę” przeliczającą różnice współrzędnych na wkład tej różnicy w ocenę bezpieczeństwa wyrażoną za pomocą odległości. Na przykład w otoczeniu stanu E zmiana kąta tarcia wewnętrznego o 1° oznacza zmianę wskaźnika bezpieczeństwa o 0,35.

Trzeba dodać, że:

- zakładając funkcję aproksymującą jako łamaną w punkcie P otrzymuje się oceny

$$l = 5,64 \text{ i } P_f = 8,5 \cdot 10^{-9},$$

- zakładając funkcję aproksymującą jako prostą między E i B otrzymuje się oceny

$$l = 5,96 \text{ i } P_f = 1,3 \cdot 10^{-9}.$$

Podane w pracy [1] wartości $l = 6,4$ i $P_f = 7 \cdot 10^{-11}$ były wyznaczane za pomocą przybliżonej konstrukcji graficznej.

Zwraca się uwagę na znaczne zmiany prawdopodobieństwa awarii P_f odpowiadające nieznacznym zmianom wskaźnika bezpieczeństwa l .

5. Wnioski

Praca wykazuje, że w metrycznej metodzie oceny bezpieczeństwa, odpowiedniej do stosowania w przypadku probabilistycznie niejednorodnych przestrzeni stanów, nie jest konieczna dyskretyzacja linii zmiany stanu i obliczanie składowych oceny na poszczególnych odcinkach tej linii. Możliwe jest uzyskanie oceny na podstawie jednego obliczenia za pomocą wyrażenia całkowitego jawnie określającego wskaźnik bezpieczeństwa. Przydatna okazuje się przy tym aproksymacja funkcji podcałkowej funkcją znacznie prostszą.

LITERATURA

1. Haurýkiewicz J.: Krzywizna przestrzeni stanów a bezpieczeñstwo w geotechnice; Mat. Jubil. Sesji Nauk. „Geotechnika w Budownictwie i Inżynierii Środowiska” poświęconej 45-leciu pracy naukowej i 70-leciu urodzin Profesora Eugeniusza Dembickiego; Wyd. Politech. Gdańsk., Gdańsk, czerwiec 2000, s.169-174.
2. Racinowski R., Haurýkiewicz J.: Badania geosystemu w strefie oddziaływania urbanistycznego do potrzeb oceny jego stanu; w: Funkcjonowanie geosystemów w zróżnicowanych warunkach morfoklimatycznych – monitoring, ochrona, edukacja; Stowarzyszenie Geomorfologów Polskich, Bogucki Wydawnictwo Naukowe, Poznań 2001, s.453-465.

Recenzent: Prof. zw. dr hab. inż. Eugeniusz DEMBICKI

Abstract

Probabilistical unhomogeneity of state space of objects is common feature of geotechnical problems but usually it is not taken into consideration when safety of the object is assessed. Three examples of probabilistical unhomogeneity of geotechnical object state space have been presented. They deal with ground degradation caused by moisturing, with problem of weak ground consolidational collaps under the urban area and with bearing capacity of shallow foundation. It has been shown in these examples that evaluation of safety of the geotechnical object depends substantially on taking unhomogeneity into account. Theoretical analysis of safety assessment calculation has been performed and expression of index of safety in closed form taking unhomogeneity into account has been worked out. Because to calculate the expression one has to solve usually very complex integral, it is very simpler to perform integration of approximated function. Numerical example regarding safety of building based on ground degradable by moisturing has been done.