ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1987

Seria: GÓRNICTWO z. 145 Nr kol. 885

Mirosław CHUDEK
Lucjan STEFAŃSKI

TEORETYCZNE UJĘCIE WPŁYWU PODZIEMNEJ EKSPLOATACJI ZŁÓŻ NA DEFORMACJĘ POWIERZCHNI PRZY UWZGLĘDNIENIU WARSTWOWEJ BUDOWY GÓROTWORU

Streszczenie. Na podstawie wyników badań modelowych [1],[3],[7] i prac teoretycznych [4],[5] uwzględniających mechanizm deformacji górotworu o warstwowej budowie i znanych własnościach geomechanicznych, określono parametr rozproszenia wpływów podziemnej eksploatacji złóż Ω zależny od wytrzymałości skał na rozciąganie R_{rs}, głębokości z wybierania pokładu, ciężaru objętościowego $\gamma_{śr}$ skał oraz kąta nachylenia warstw α.

Wykorzystując własności rozkładu normalnego Gaussa podano krzywą wpływów $W(x,z)$ jako funkcję naturalnych parametrów górotworu głębokości z, wybiegu frontu x oraz nachylenia pokładu α. Na tej podstawie określono również związki pochodne opisujące deformację terenu na powierzchni w przedziale obniżeń $[o, W_{max}]$, a mianowicie: $T(x,z)$, $K(x,z)$, $U(x,z)$, $\varepsilon_x(x,z)$.

Dla pokładów o nachyleniu $\alpha > 10^o$ podano krzywe deformacji $W(x,z)_u$ od strony upadu warstw i $W(x,z)_w$ od strony wzniosu warstw, a także określono wielkość dewiacji deformacji terenu D_v. Podane w pracy wzory na obliczanie maksymalnych wskaźników deformacji powierzchni posiadają postać:

- maksymalne poziome odkształcenie

$$\varepsilon_{x_{max}} = 0,6\, W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rś}}}, \quad mm/m$$

- maksymalne nachylenie terenu

$$T_{max} = W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rś}}}, \quad mm/m$$

- maksymalna krzywizna terenu

$$K_{max} = 1,5\, W_{max} \frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}, \quad km^{-1}$$

- maksymalne przemieszczenie poziome

$$U_{max} = 0,4 \cdot W_{max}, \quad m$$

- maksymalne obniżenie terenu na powierzchni

$$W_{max} = a \cdot m,$$

a - współczynnik zależny od sposobu kierowania stropem,
m - grubość eksploatowanego pokładu (warstwy)

- średnia maksymalna szybkość tworzenia się niecki pełnej

$$V_{zmax} = \frac{V_x}{4} \cdot a \cdot m \cdot \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}}, \quad m/m\text{-}c$$

V_x - prędkość postępu frontu górniczego

- czas tworzenia się pełnej niecki obniżeniowej

$$t_{ob} = \frac{W_{max}}{V_{zmax}} = t_E + 2\, t_r = \frac{2}{V_x}\sqrt{\frac{z \cdot R_{rś}}{\gamma_{śr}}} + 2\, t_r,$$

- czas opóźnienia wpływów eksploatacji za frontem górniczym i po zakończeniu eksploatacji przed frontem ściany

$$t_r = \frac{1}{2}\, t_E = \frac{1}{V_x}\sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}},$$

- minimalny czas eksploatacji pokładu potrzebny do utworzenia maksymalnego obniżenia powierzchni W_{max}

$$t_E = \frac{2r}{V_x} = \frac{2}{V_x}\sqrt{\frac{2R_{rś}}{\gamma_{śr}}}$$

1. WSTĘP

W pracach [1, 3, 4, 5, 7] podano mechanizm deformacji górotworu wywołany eksploatacją złóż pokładowych. Załamanie się warstw stropu (rys. 1) zalegającego nad przestrzenią powstałą na wybranej części pokładu następuje, gdy moment niszczący M_{max} [5] osięgnie wartość:

$$M_{max} > W_x \cdot R_g, \tag{1}$$

gdzie:

M_{max} - moment maksymalny niszczący poszczególną warstwę w górotworze

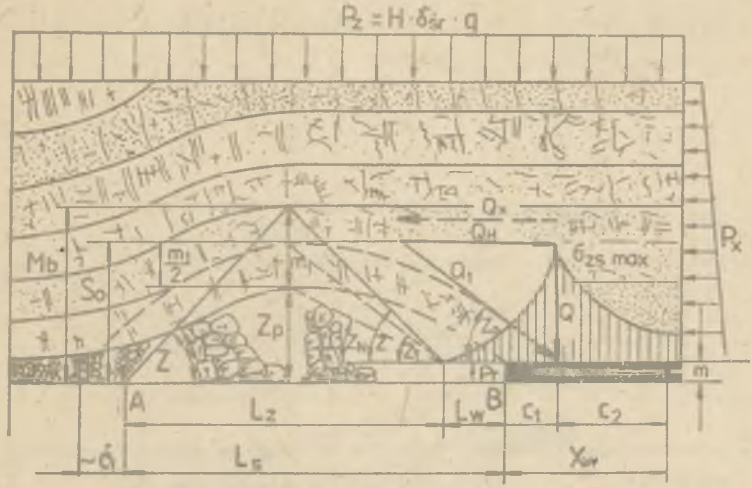
$$M_{max} = \frac{p_z \cdot L^2 \cdot y_i}{8}, \tag{2}$$

p_z - ciśnienie pierwotne

$$p_z = z \cdot \gamma_{śr}, \quad MPa$$

$\gamma_{śr}$ - średnia wartość ciężaru objętościowego obliczona do głębokości z,

a)



Rys. 1. Kształtowanie się deformacji górotworu pod wpływem podziemnej eksploatacji złóż pokładowych

a) przebieg sklepienia ciśnień oraz uginania się warstw nadkładu: L_s - rozpiętość sklepienia ciśnień, Z_p - wysokość zawału pełnego, L_w - szerokość przedziału roboczego (długość wspornika) X_w - długość strefy zwiększonych naprężeń w otoczeniu frontu eksploatacyjnego, Q_H - siła pozioma, reakcja siły Q_x; b) krzywoliniowe załamywanie się warstw nad pustkę powstałą po wybraniu części pokładu na zawał w przeciętnych warunkach geomechanicznych w świetle badań modelowych

Fig. 1. Formation of rock mass deformation cuased by underground bed exploitation

a) course of pressure arch and sagging layer overlay: L_s - span of pressure arch, Z_p - height of full caving, L_w - width of working interval (lenght of bracket), X_w - length of zone of bigger stresses around exploitation front, Q_H - horizontal force, force reaction Q_x; b) curvelinear breaking - down of strata over void left after robbing working of coal beds in average geomechanical conditions in the light of model testings

L - wybieg frontu, przy którym następuje załamanie się warstw stropu $L \geqslant L_z$, który wg [5] wynosi:

$$L_z = 14 \cdot m \sqrt{\frac{R_{rs}}{p_z}}, \quad m$$

y_i - szerokość przodka,

W_x - wskaźnik wytrzymałości warstwy karbońskiej o grubości m_i i szerokości y_i

$$W_x = \frac{m_i^2 \cdot y_i}{6},$$

R_g - wytrzymałość na zginanie warstwy zależna od wytrzymałości na rozciąganie R_{rs} i wytrzymałości na ściskanie R_{cs}.

Przyjmując, że w górotworze obciążeniem granicznym jest obciążenie jednostajne $q_i = p_z \cdot y_i$, działające nad odsłoniętą warstwą karbońską, powstałe przez wybranie pokładu na długości $x_i \equiv L \equiv L_s$ [5], z równań wartości pracy sił zewnętrznych i pracy sił wewnętrznych belki (płyty) zużytych na przemieszczenia wirtualne górotworu otrzymano warunek względnej równowagi nad sklepieniem ciśnień (rys. 1):

$$M_{max} = \frac{q_i \cdot x_i^2}{8} = \frac{m_1^2 \cdot y_i}{6} (R_{cs} + R_{rs}), \tag{3}$$

gdzie:

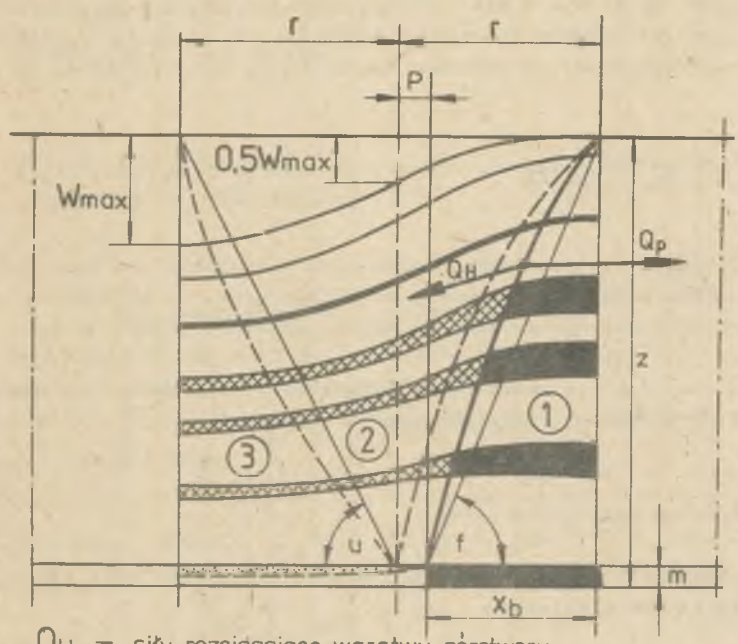
m_1 - grubość i-tej warstwy (warstw i-tych) nad eksploatowanym pokładem utrzymującej czasową równowagę sił i naprężeń; ponad sklepieniem ciśnień (rys. 1a) wg [5] wynosi:

$$m_1 = 1{,}8 \cdot m \sqrt{\frac{p_z}{R_{rs}}}, \quad m$$

Równanie (3) pozwoliło na wyprowadzenie związków opisujących wymiary przestrzeni zawałowej oraz wielkości obciążeń i naprężeń występujących w otoczeniu wyrobiska ścianowego.

Z równania równowagi sił wyprowadzono kąt zasięgu eksploatacji zawałowej w górotworze naruszonym eksploatacją górniczą [5] (rys. 1)

$$\mathrm{tg}Z = 0{,}5 \frac{p_z}{R_{rs}}, \tag{4}$$



Q_H — siły rozciągające warstwy górotworu

(1) — górotwór nienaruszony - krawędź zatrzymanej eksploatacji

(2) — górotwór naruszony eksploatacją

(3) — górotwór zrekonsolidowany

P — przesunięcie punktu przegięcia niecki obniżonej w stosunku do krawędzi eksploatacji

Q_p — siły utrzymujące warstwy górotworu w równowadze

Rys. 2. Stan górotworu po wybraniu pokładów węgla o grubości m_i przy parametrze kierowania stropem a = 0,7 (zawał)

1 - górotwór nienaruszony, 2 - górotwór w czasie deformacji, 3 - górotwór zrekonsolidowany

Fig. 2. Rock state after working of coal beds of thickness m_i at the parameter of roof control

1 - virgin rock, 2 - rock during deformation, 3 - consolidated rock

potwierdzony także badaniami modelowymi. Kąt ten [4] określony został również na podstawie równowagi sił (rys. 2) rozciągających działających w górotworze naruszonym i sił utrzymujących równowagę w górotworze nienaruszonym, co szczegółowo omówiono w pracy [9 , 8]. Zasięg X_b wpływu eksploatacji zawałowej na górotwór nienaruszony i powierzchnię wg [9] wynosi:

$$X_b = 0,86 \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \tag{5}$$

W pracy podano krzywą wpływów eksploatacji i równanie profilu niecki osiadania w części brzeżnej, natomiast pozostałe wzory na obliczenia wskaźników deformacji powierzchni (ze względu na objętość pracy) podano w formie końcowej.

Szczegółowy tok wyprowadzenia tych wzorów jest przedmiotem odrębnego szerszego opracowania przygotowanego do druku.

2. ZAŁOŻENIA PRZYJĘTE W PRACY

Dla wyprowadzenia krzywej wpływów eksploatacji złóż pokładowych na powierzchnię terenu przyjęto:

2.1. Warstwowy model górotworu, który charakteryzuje się średnią wartością parametrów obliczonych dla danej głębokości z eksploatacji pokładu o grubości m, a mianowicie:

- średnią wartość wytrzymałości na rozciąganie skał:

$$R_{rs} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Rr_i \cdot m_i}{z}, \quad \text{MPa} \tag{6}$$

gdzie:

Rr_i - wytrzymałość na rozciąganie skał tworzących jednolitą warstwę MPa, wartości wytrzymałości skał na rozciąganie zestawiono w tablicy 1,

m_i - grubość poszczególnych jednolitej warstwy karbońskiej, m,

z - głębokość eksploatacji pokładu (warstwy), m,

- średnia wartość ciężaru objętościowego:

$$\gamma_{śr} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \gamma_i \cdot m_i}{z}, \quad \text{MPa/m} \tag{7}$$

gdzie:

γ_i - ciężar objętościowy skał tworzących jednolitą warstwę karbońską o grubości m_i (wg tablicy 1).

Tablica 1

Własności fizyczne i mechaniczne skał

a) Średnie wartości wytrzymałości i ciężaru objętościowego skał poszczególnych grup stratygraficznych w GZW

Grupa stratygraficzna		R_{cs} MPa	R_{rs} MPa	$\gamma_{śr}$ MPa/m
Łaziska-libiążka	100/200	18,2	0,90	0,021
Orzeska	300	65,2	3,35	0,022
Rudzka	400	50,0	2,70	0,023
Siodłowa	500	75,0	4,30	0,022
Brzeżna	600	75,0	4,80	0,023

b) Średnie wartości wytrzymałości skał wg ich rodzajów

Rodzaj skały	$\gamma_{śr}$ MPa/m	R_{cs} MPa	R_{rs} MPa
Zlepieniec	0,0245	77,00	3,8
Piaskowiec gruboziarnisty	0,0247	84,70	4,7
Piaskowiec drobno- i średnioziarnisty	0,0248	80,30	3,0
Łupek piaszczysty	0,0246	37,15	2,6
Łupek ilasty	0,0248	48,00	3,
Węgiel	0,0130	13,70	0,

2.2. Współzależność wytrzymałości na rozciąganie R_{rs} i ściskanie R_{cs} skał w GZW wg [5], [11] wynosi:

$$20\ R_{rs} \cong R_{cs} \tag{8}$$

oraz

$$6\ R_{cw} \cong R_{cs}, \tag{9}$$

gdzie:

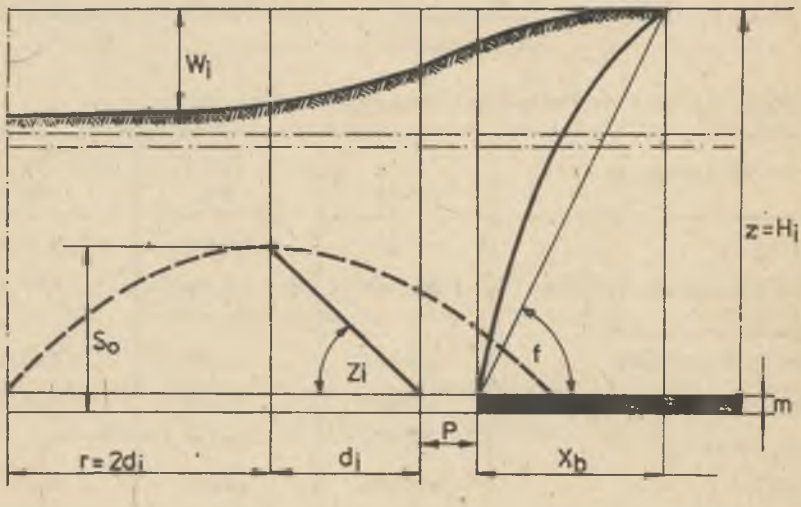
R_{cw} - wytrzymałość na ściskanie węgla w pokładzie, w 1-osiowym stanie naprężenia.

2.3. Grubość warstw w Górnośląskim Zagłębiu Węglowym do głębokości z = 1000 m wg statystyki wynosi:

- węglowych $m_w = 0{,}1 \cdot z$, (10)
- niewęglowych $m_s = 0{,}9 \cdot z$. (11)

2.4. Tworzenie się niecki następuje narastająco, począwszy od stropu eksploatowanego pokładu aż do powierzchni terenu.

Zjawisko to wywołane jest w przypadku eksploatacji na zawał załamywaniem się warstw stropowych do wysokości S_o (rys. 1 i 3), do której działają naprężenia rozciągające w warstwach osiadających na rumoszu skalnym na pełnym zawale górotworu. Odległość pozioma d_i od krawędzi wspornika



Rys. 3. Schemat do obliczeń odległości d_i załamywania się warstw
Fig. 3. Schema for calculations of distance d_i of strata breaking-down

(rys. 3), przy której na wysokości S_o następuje załamanie warstw stropu przy założeniu, że kąt $Z_i = Z$ (rys. 1 i 3), można określić następująco:

$$d_i = \frac{S_o}{tg\ Z},$$

gdzie:

S_o - wysokość strefy spękań ponad zawałem pełnym która wg [5],[6] wynosi:

$$S_o = 2,6 \cdot m \cdot \sqrt{\frac{p_z}{R_{rs}}}, \quad m \tag{11}$$

A zatem uwzględniając wartości za S_o i tg Z otrzymamy:

$$d_i = \frac{2,6 \cdot m_i \cdot \sqrt{\frac{p_z}{R_{rs}}}}{0,5 \frac{p_z}{R_{rs}}} = 5,2 \cdot m_i \sqrt{\frac{R_{rs}}{p_z}}, \tag{12}$$

gdzie:

d_i - wielkość odnosząca się dla i-tego eksploatowanego pokładu.

Jeżeli wybrane zostaną pokłady do głębokości z o łącznej grubości $m_w = 0,1 \cdot z$, to wówczas załamanie się wszystkich warstw, aż do powierzchni nastąpi w odległości d_o, która wynosi:

$$d_o = \sum_{i=1}^{n} d_i = 5,2 \cdot 0,1 \cdot z \cdot \sqrt{\frac{R_{rs}}{p_z}}$$

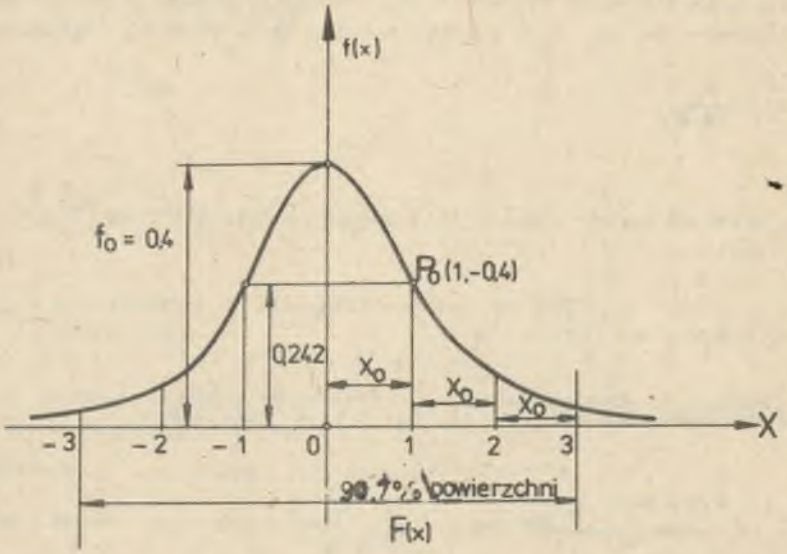
$$d_o = 0,5 \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \tag{13}$$

2.5. Niektóre własności rozkładu normalnego (rys. 4a i 4b)

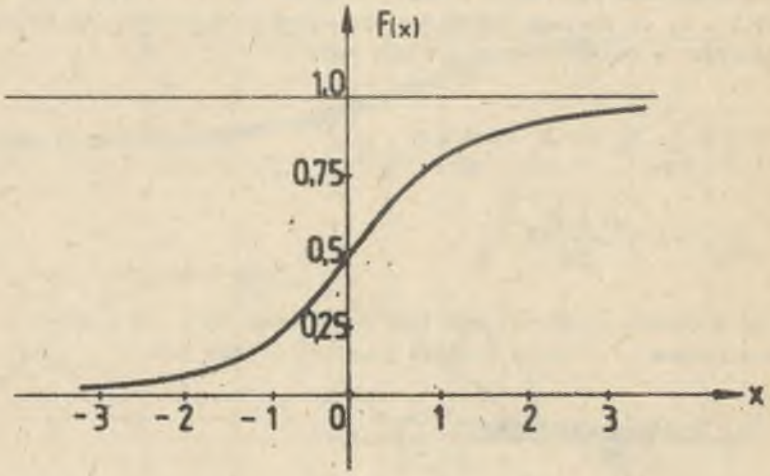
Zmienna losowa X, której funkcja gęstości wyraża się:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-(x-m)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right] (x\ R\ 0), \tag{14}$$

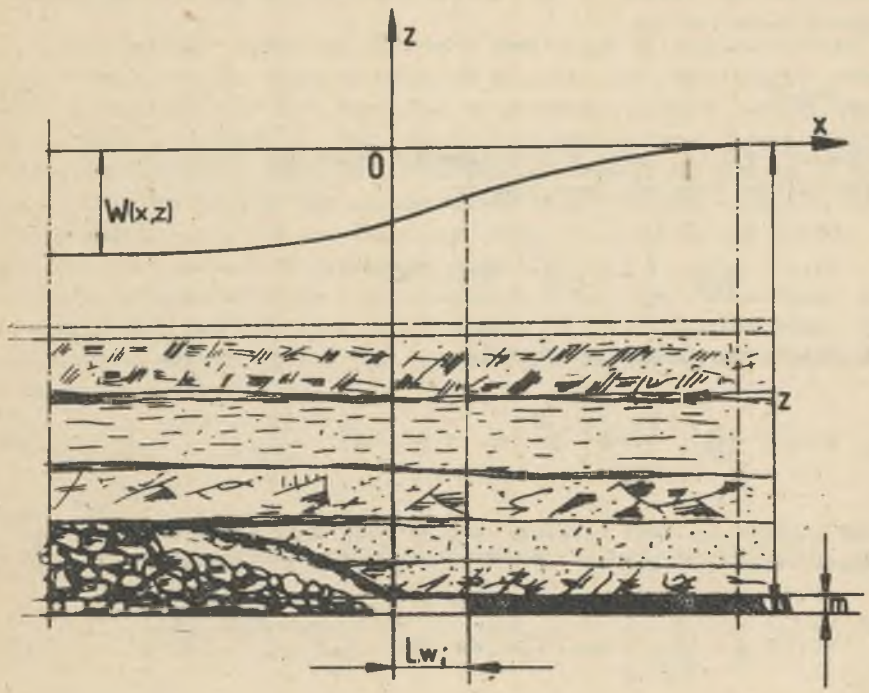
nosi nazwę zmiennej losowej o rozkładzie normalnym lub o rozkładzie Gaussa z parametrami m, σ. Parametr m - wartość przeciętna jest parametrem przesunięcia, natomiast σ - odchylenie standardowe. Rozkład normalny o parametrach m, σ oznaczono symbolem $N(m, \sigma)$.


f(x)
f0 = 0.4
P0 (1,-0.4)
0.242
x0
x0
x0
X
-3
-2
-1
0
1
2
3
99.7% powierzchni
F(x)

Rys. 4a


F(x)
1.0
0.75
0.5
0.25
x
-3
-2
-1
0
1
2
3

Rys. 4b



Rys. 4. Rozkład normalny Gaussa

a) funkcja gęstości rozkładu, b) dystrybuanta funkcji Gaussa, c) układ współrzędnych z, x rozpoczynających się od końca wspornika skalnego L_w

Fig. 4. Gaussian distribution

a) functon of distribution density, b) Gauss function distribution, c) coordinate system z, x begining from the end of rock bracket L_w

Dla zmiennej losowej X o rozkładzie N/m, dystrybuanta lub funkcja rozkładu prawdopodobieństwa ma postać:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left[\frac{-(x-m)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right] dx \tag{15}$$

Dystrybuanta zmiennej losowej X jest to funkcja F(x) określona wzorem:

$$F(x) = P(X < x), \tag{16}$$

stąd

$$0 \leqslant F(x) \leqslant 1 \tag{17}$$

Jeśli zmienna losowa X ma rozkład N(m, σ), to tzw. standaryzowana zmienna losowa postaci:

$$\frac{X - m}{\sigma} \tag{18}$$

ma rozkład N(0,1), zwany standaryzowanym rozkładem normalnym. Gęstością tego rozkładu jest funkcja:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left[\frac{-x^2}{2}\right] \quad \text{(rys. 4a)} \tag{19}$$

Dystrybuanta tej funkcji ma postać:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left[\frac{-x^2}{2}\right] dx \quad \text{(rys. 4b)} \tag{20}$$

Wykres funkcji gęstości rozkładu N[0,1] jest symetryczny względem osi rzędnych, stąd:

$$F(x) = \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{x} \exp\left[\frac{-x^2}{2}\right] dx \quad \text{dla } x \geqslant 0 \tag{21}$$

Dla przykładu można wykazać, że

$$P(|X| < 3) \approx 0{,}9973 \tag{22}$$

W interpretacji geometrycznej przyjmujemy, że pole powierzchni zawartej między osią X a krzywą gęstości rozkładu N[0,1] w przedziale [-3, 3], tzw. trzysigmowym, zajmuje w przybliżeniu 99,7% całego pola ograniczonego tą krzywą i osią x.

Praca niniejsza ma na celu zbliżenie opisu zjawiska deformacji górotworu i terenu na powierzchni do rzeczywistości poprzez uwzględnienie warstwowego modelu górotworu i mechanizmu jego deformacji pod wpływem sił ciężenia skał w kierunku miejsca, gdzie wyeksploatowano złoże (część pokładu).

2.6. Przyjęto układ współrzędnych prostokątnych z osią z poprowadzoną przez koniec wspornika skalnego, który w warunkach naturalnych przy postępującym froncie eksploatacji powoduje stałe przesunięcie niecki osiadania terenu w kierunku górotworu naruszonego w stosunku do krawędzi pokładu (rys. 1a).

3. KRZYWA WPŁYWÓW EKSPLOATACJI

Analiza szeregu niecek obniżeniowych powstałych po eksploatacji pokładów w Górnośląskim Zagłębiu Węglowym wskazuje, że profil niecki obniżeniowej zbliżony jest swym kształtem do przebiegu całki z funkcji gęstości rozkładu normalnego [2],[9]. Warstwowa budowa górotworu determinuje mechanizm deformacji warstw od stropu eksploatowanego pokładu aż do powierzchni terenu poprzez ich ciągłe osiadanie pod wpływem ciężenia, powodując występowanie sił rozciągających (rys. 2) skierowanych skośnie w stosunku do pierwotnego uławicenia warstw.

Przyjmując prostoliniowy i nieskończenie długi front eksploatacji oraz początek układu współrzędnych nad krawędzią frontu eksploatacyjnego, równanie krzywej wpływów (która jest pochodną profilu niecki osiadania) można przyjąć w postaci:

$$W(x) = W_{max} \cdot f(x), \tag{23}$$

gdzie:

f(x) - funkcja gęstości rozkładu normalnego o parametrach (0,σ), tj.:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right] \tag{24}$$

Oznaczając przez

$$\frac{1}{\sigma} = \Omega \tag{25}$$

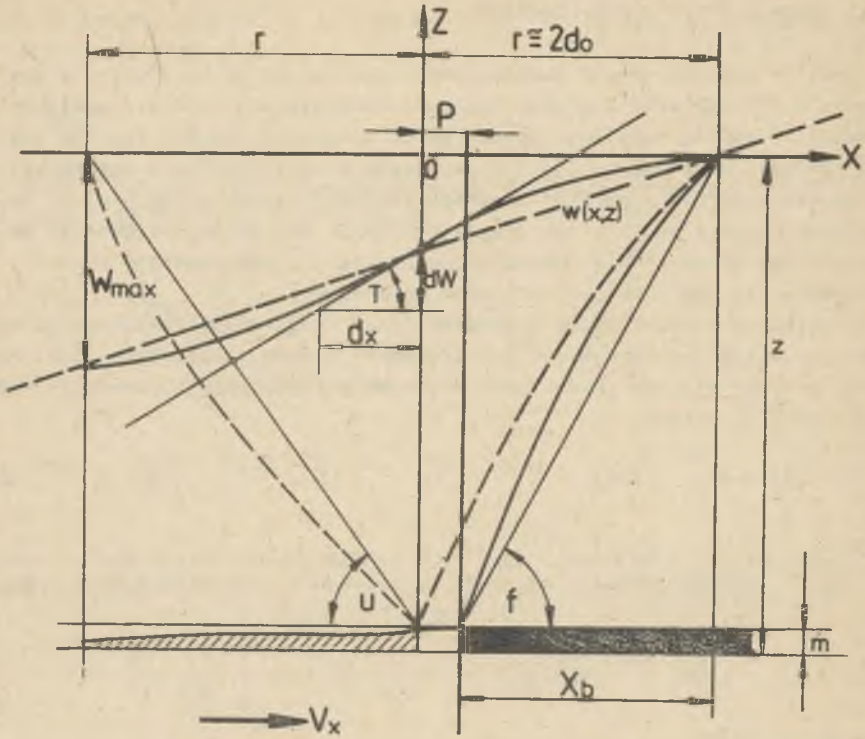
współczynnik rozproszenia wpływów, otrzymujemy równanie krzywej wpływów w postaci:

$$W(x) = W_{max} \frac{\Omega}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\Omega^2 x^2}{2}\right] \tag{26}$$

Pomiary pełnych niecek obniżeniowych [25], a w szczególności badania modelowe wykazały, że zasięg wpływów i wielkość deformacji terenu zależy od rozproszenia wpływów Ω, który w górotworze o warstwowej budowie jest funkcją naturalnych parametrów (R_{re}, $\gamma_{śr}$, z).

Korzystając z rys. 5 można stwierdzić, że rzędna krzywej wpływów w dowolnym punkcie wyraża jednocześnie nachylenie stycznej do profilu niecki w tym punkcie. Tak więc największe nachylenie otrzymamy w punkcie x = 0 i będzie ono wynosiło:

$$W(o) = W_{max} \frac{\Omega}{\sqrt{2\pi}} \tag{27}$$



Rys. 5. Schemat do obliczeń krzywej wpływów w(x,z)

Fig. 5. Scheme for calculation of influence curve w(x,z)

Wiadomo również, że oznaczając przez r promień zasięgu wpływów głównych, spełniający równość:

$$r = 2d_o = \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}}, \tag{28}$$

największą wartością nachylenia stycznej do profilu niecki osiadania jest:

$$\frac{W_{max}}{r} = W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \tag{29}$$

Porównując obie wartości (27) i (29) otrzymujemy:

$$W_{max} \frac{\Omega}{\sqrt{2\pi}} = W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}}, \tag{30}$$

stąd rozproszenie wpływów eksploatacji wynosi:

$$\Omega = \sqrt{\frac{2\pi \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \tag{31}$$

Wykorzystując wartość rozproszenia Ω (31) w równaniu (26) otrzymujemy krzywą wpływów uzależnioną od własności naturalnych górotworu:

$$W(x,z) = W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \cdot \exp\left[\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] \tag{32}$$

Uwzględniając (31) równanie profilu ustalonej niecki obniżeniowej będzie miało postać:

$$w(x,z) = W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \int_x^{\infty} \exp\left[\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] dx \tag{33}$$

Wielkość rozproszenia wpływów Ω można określić również z trójkąta wpływów

$$W_{(o)} \cdot \frac{4\, d_o}{2} = W_{max} \tag{34}$$

Funkcja $W(x)$ dla wartości $x = 0$ przyjmie wartości:

$$W(x=0) = W_{max} \frac{\Omega}{\sqrt{2\pi}} \tag{35}$$

Kładąc związek (35) do równania (34) otrzymamy:

$$W_{max} \cdot \frac{\Omega}{\sqrt{2\pi}} \cdot 2\, d_o = W_{max}, \tag{36}$$

a po uproszczeniu wyrazów parametr rozproszenia wynosi:

$$\Omega = \sqrt{\frac{2\pi \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}}$$

i jest identyczny jak (31).

4. PRZEBIEG DEFORMACJI TERENU NA POWIERZCHNI

Przyjęto prostoliniowy nieskończenie długi front eksploatacyjny, co umożliwia rozpatrywanie zagadnienia jako płaskiego.

Równanie profilu ustalonej niecki obniżeniowej, przy założeniu, że początek układu znajduje się w odległości P od krawędzi frontu eksploatacyjnego w kierunku przestrzeni wyeksploatowanej a oś x zwrócona jest w kierunku eksploatacji, ma postać:

$$w(x,z) = W_{max} \cdot \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \int_{x}^{\infty} \exp\left[-\frac{\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] dx, \tag{37}$$

przy czym zachodzi równość:

$$\lim_{x \to \infty} w(x,z) = W_{max}$$

Korzystając z uwagi podanej w zakończeniu p. 2.5 (str.24), że "pole powierzchni zawartej między osią x a krzywą gęstości w przedziale tzw. trzysigmowym zajmuje w przybliżeniu 99,7% całego pola ograniczonego tą krzywą i osią X" oraz tego, że

$$\sigma = \frac{1}{\Omega} = \frac{2\, d_o}{\sqrt{2\pi}},$$

czyli

$$3\sigma = \frac{6\, d_o}{\sqrt{2\pi}} \approx 2\, d_o, \tag{38}$$

możemy z wystarczającą dla praktyki dokładnością przyjąć że zachodzi równość:

$$\int_{-2\, d_o}^{2\, d_o} \exp\left[-\frac{\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] dx \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] dx = \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \tag{39}$$

Z równania (39) otrzymamy:

$$w(-2\, d_o, z) = W_{max}$$

eksploatacja o wybiegu większym lub równym $2\, d_o$ daje ciągły zbiór punktów, w których funkcja $w(x,z)$ osiąga maksimum.

Rozpatrując zjawisko deformacji terenu na powierzchni można wyróżnić następujące przypadki.

1. Eksploatacja pokładu odbywa się w kierunku osi x z wybiegiem x_i przy prostoliniowym nieskończenie szerokim froncie wzdłuż osi y ($y_i \gg r$) (rys. 6).

Przy tym założeniu, gdy wybieg frontu x_i osiągnie kolejno podane niżej wartości, na powierzchni utworzą się niecki:

1.1. Gdy wybieg frontu $x_i < 2\,d_o = r$, wówczas utworzy się niecka niepełna.

1.2. Gdy wybieg frontu $x_i = 2\,d_o = r$, utworzona zostanie na powierzchni niecka pełna.

1.3. Gdy wybieg frontu $x_i > 2\,d_o$, utworzy się niecka nadpełna.

2. Eksploatacja pokładu odbywa się w kierunku osi x z wybiegiem x_i o szerokości frontu $y_i = 2\,d_o$.

Przy tym założeniu utworzą się następujące niecki obniżeniowe:

2.1. Gdy wybieg frontu $x_i < 2\,d_o$, wówczas utworzy się niecka niepełna.

2.2. Gdy wybieg frontu $x_i = 2\,d_o$, utworzy się niecka pełna.

2.3. Gdy wybieg frontu $x_i > 2\,d_o$, nastąpi utworzenie się niecki nadpełnej.

3. Eksploatacja pokładu odbywa się w kierunku osi x z wybiegiem frontu x_i o szerokości $y_i < 2\,d_o$. Przy tym założeniu mogą zachodzić następujące przypadki:

gdy wybieg frontu $x_i < d_o$

gdy $x_i = 2\,d_o$,

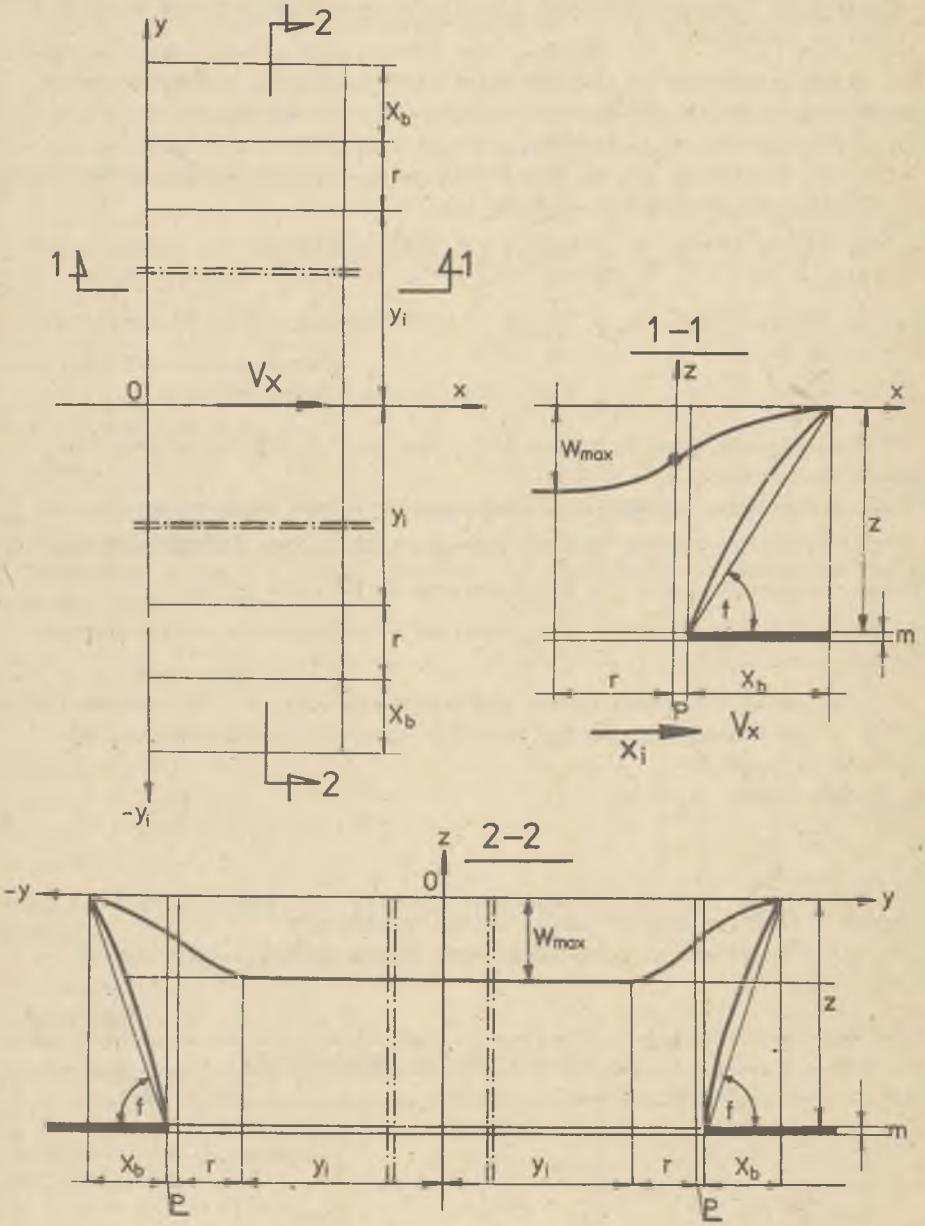
gdy $x_i > 2\,d_o$.

W każdym z tych przypadków będzie niecka niepełna.

Kryteria tworzenia się poszczególnych niecek obniżeniowych podano w tablicy 2.

Tablica 2

Lp.	Rodzaj niecki obniżeniowej		
	niepełna	pełna	nadpełna
1	$y_i > r$ $x_i < r$	$y_i > r$ $x_i = r$	$y_i > r$ $x_i > r$
2	$y_i = r$ $x_i < r$	$y_i = r$ $x_i = r$	- -
3	$y_i < r$ $x_i \leq r$ $x_i > r$	$y_i = r$ $x_i > r$ -	- - -



Rys. 6. Eksploatacja szerokim frontem z szybkością V_x

Fig. 6. Exploitation by large front with speed V_x

Z kryteriów podanych w tablicy 2 wynika, że eksploatacja zawałowa pokładów węgla wywołująca niecki niepełne i pełne o wymiarach wybieranego pola $y_i \leqslant r$ i $x_i \leqslant r$ jest niekorzystna dla ochrony obiektów na powierzchni ze względu na nachylenia terenu występujące w całej powierzchni niecki.

Korzystniejszym warunkiem dla ochrony powierzchni jest eksploatacja pokładu szerokim frontem ($y_i \gg r$) o dużym wybiegu ($x_i \gg r$), w wyniku której następuje tworzenie się niecki nadpełnej. Dla takiego przypadku minimalna powierzchnia parceli pokładu powinna wynosić:

$$F_{min} > \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \cdot \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} = \frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}} \quad (m^2) \qquad (40)$$

Przypadek ten daje płaski stan deformacji, ponieważ $y_i \gg r$. Maksymalną wartość W_{max} funkcja (33) będzie osiągać wówczas, gdy spełnione będą warunki niecki pełnej lub nadpełnej (tablica 2).

W przypadku gdy szerokość frontu $y_i = 2\ d_o$ oraz wybieg frontu $x_i = 2\ d_o$, wtedy mamy do czynienia z nieckę pełną zbliżoną swym kształtem do powierzchni dzwonowej.

5. PRZESUNIĘCIE DEFORMACJI OD KRAWĘDZI W KIERUNKU GÓROTWORU NARUSZONEGO (PRZESTRZENI WYEKSPLOATOWANEJ)

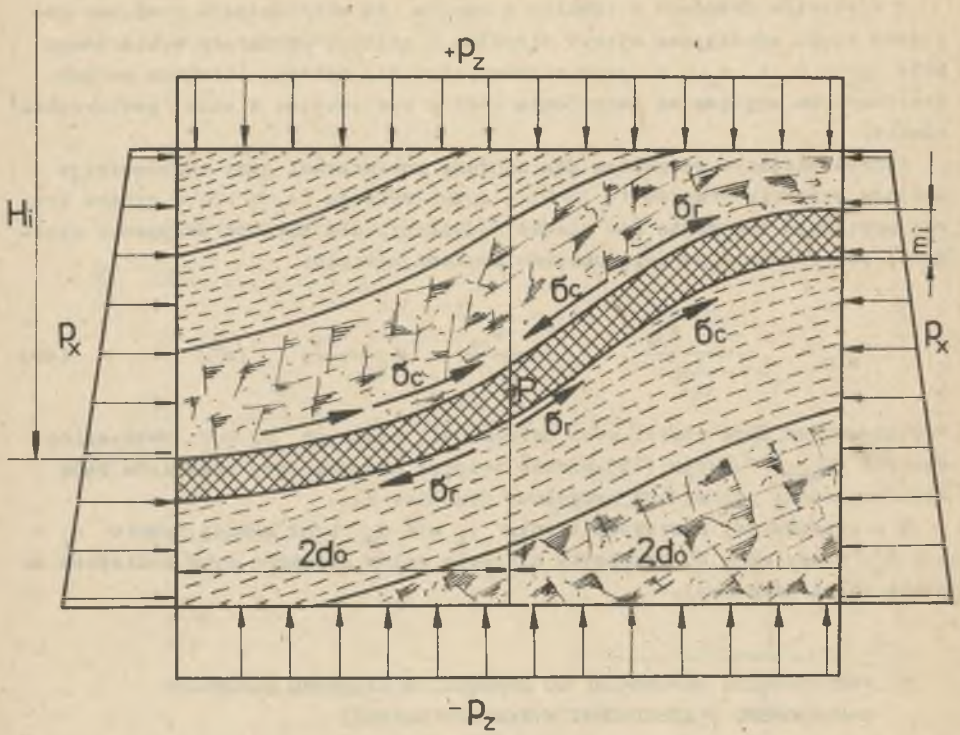
Punkt przegięcia profilu niecki osiadania w górotworze i na powierzchni jest najbardziej niekorzystnym punktem deformacji. W punkcie tym występujące obciążenia pionowe pochodzące od ciśnienia pierwotnego $+p_z$ i $-p_z$ oraz związana z nimi obciążenia boczne powodują zmianę naprężeń w linii tworzenia się niecki obniżeniowej.

Punkt przegięcia krzywej ze względu na przeciwnie skierowane kierunki działania obciążeń daje zjawisko ścinania warstw.

Zjawisko to w badaniach modelowych [3] obserwowane jest jako łamanie warstw zależne od grubości warstwy i jej wytrzymałości na rozciąganie i ściskanie oraz od głębokości zalegania.

W okresie tworzenia się niecki osiadania na powierzchni występują naprężenia rozciągające nad górotworem nienaruszonym i krawędzią frontu, które decydują o wielkości odkształceń rozciągających, natomiast w części górotworu naruszonego występują naprężenia ściskające, które determinują wielkość odkształceń ściskających.

Rozpatrując deformacje warstwy o miąższości m_i (rys. 7) na głębokości H_i w górotworze, można stwierdzić, że zachodzi zmiana naprężeń rozciągających na ściskające w stropie i spągu warstwy m_i, co przy uwzględnieniu obciążeń pionowych p_z i $-p_z$ daje zjawisko ścinania warstwy.



Rys. 7. Zmiana naprężeń w rozpatrywanej warstwie górotworu w części brzeżnej wewnętrznej i zewnętrznej

Fig. 7. Change of stresses in the discussed rock stratum in inner and outer boundry part

Jak wynika z obserwacji i pomiarów, punkt przegięcia krzywej deformacji występuje w pewnej odległości P w stosunku do krawędzi frontu górniczego.

Przesunięcie to spowodowane jest działaniem sił rozciągających Q_H (rys. 2) w kierunku powstającej pustki, tj. górotworu naruszonego.

Kierunek działania sił Q_H odchylony jest w dół od linii horyzontalnej w głąb górotworu nawet w przypadku poziomego zalegania złoża, co wynika z ciężenia powszechnego. Stąd deformacja po stronie górotworu naruszonego posiada przebieg wklęsły a po stronie górotworu nienaruszonego zasięg przebiega wg powierzchni wypukłej określonej przez zasięg X_b [5]. Z rys. 5 wynika, że przesunięcie deformacji wynosi:

$$P = r - X_b = 0{,}14\sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}}, \quad m \tag{41}$$

Zakładając: $Z = 1000$ m

$R_{ra} = 3$ MPa

$\gamma_{śr} = 0{,}025$ MPa/m

otrzymamy ze wzoru (41) przesunięcie P

$$P = 0{,}14 \sqrt{\frac{1000 \cdot 3}{0{,}025}} = 62 \text{ m}$$

Przesunięcie to wynika z działania różnych kątów deformacji:

- po stronie górotworu naruszonego najpierw kąta Z (tgZ), a następnie po dłuższym okresie czasu kąta U(tgU) (rys. 1, 8),
- po stronie górotworu nienaruszonego kąta f (tgf), przy czym przy dostatecznie długim czasie po skończonej eksploatacji i zatrzymanym froncie następuje wyrównanie i wówczas:

$$tgU = tgf \tag{42}$$

Z rysunku 5 wynika, że dla $z = H_i$ jest:

$$tgU = \frac{H_i}{2 \cdot d_o} \doteq \frac{H_i}{2 \cdot 0{,}52 \sqrt{\frac{H_i \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}}} \tag{43}$$

$$tgU \doteq \sqrt{\frac{p_z}{R_{rs}}} \tag{44}$$

Przesunięcie poziome P profilu brzeżnej części niecki osiadania w kierunku górotworu naruszonego eksploatacją na głębokości $z = H_i$ powoduje, że wielkość osiadań W_k terenu w punkcie przegięcia profilu. Czyli: $W_k < 0{,}5\ W_{max}$.

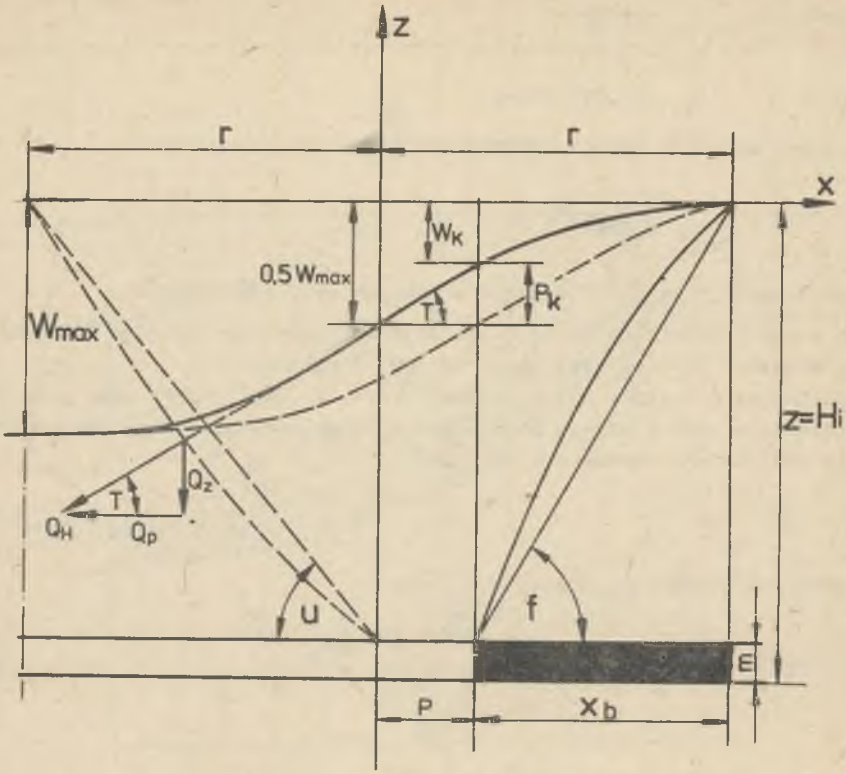
Wynika to z działania sił rozciągających skierowanych pod maksymalnym kątem T nachylenia niecki. Wielkość tych sił można określić znając działające w odległości d_o od wspornika siły pionowe Q_z, które wynoszą:

$$Q_z = d_o \cdot p_z \cdot y_i = 0{,}5 \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \cdot p_z \cdot y_i, \tag{45}$$

$$Q_z = 0{,}5 \cdot z \cdot \sqrt{p_z \cdot R_{rs}} \cdot y_i$$

Z rys. 8 wynika, że

$$Q_z = Q_H \cdot \sin T \tag{46}$$



Rys. 8. Schemat do obliczeń przesunięcia deformacji masywu górotworu
Fig. 8. Scheme for calculations of shift of rock mass deformation

Ponieważ wiadomo, że dla małych wartości kątów można przyjąć:

$$\sin T \simeq \mathrm{tg}T$$

Kąt nachylenia profilu niecki osiadania wynosi:

$$\mathrm{tg}T = T = W_{max}\sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}}$$

Stąd wielkości sił rozciągających warstwy górotworu od głębokości z do powierzchni w odległości d_o od wspornika skalnego określa wzór:

$$Q_H = \frac{Q_z}{W_{max}} \cdot \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} = \frac{0,5\, z^2 \cdot R_{rs}}{W_{max}} \cdot y_i \qquad (47)$$

Maksymalna wartość sił rozciągających wystąpi, gdy szerokość grontu $y_i \geqslant r$. Czyli:

$$Q_{H_{max}} = \frac{0,5\, z^2 \cdot R_{rs}}{W_{max}} \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \tag{48}$$

Wielkość obniżenia terenu W_k na krawędzi pokładu przy przesunięciu profilu niecki osiadania o wielkość P wyniesie:

$$0,5\, W_{max} = W_k + P_k$$

$$P_k = p \cdot tgT = P \cdot W_{max} \cdot \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \tag{49}$$

Uwzględniając wartość P (41) otrzymamy:

$$P_k = 0,14\, W_{max} \tag{50}$$

Obniżenie na krawędzi pokładu przy przesunięciu deformacji wynosi:

$$W_k = 0,5\, W_{max} - P_k = 0,5\, W_{max} - 0,14\, W_{max}$$

$$W_k = 0,36\, W_{max}$$

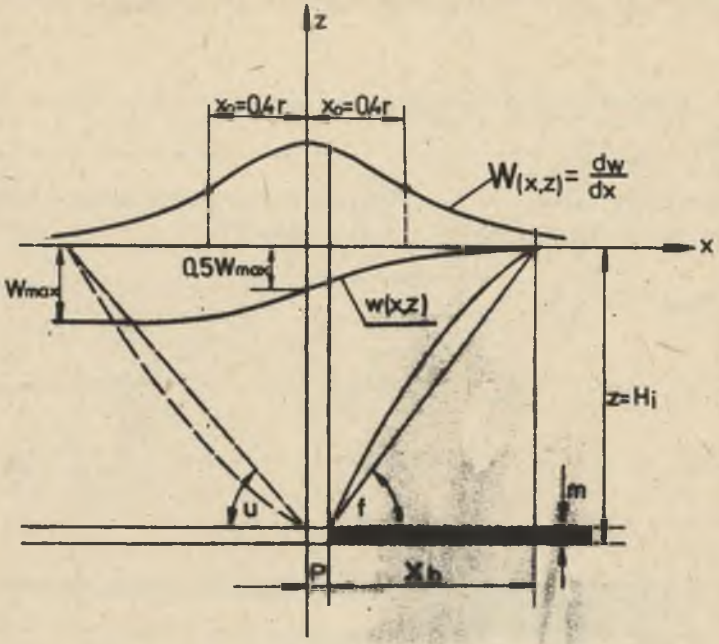
6. PRZEMIESZCZENIA W USTALONEJ NIECCE OBNIŻENIOWEJ

6.1. Płaski stan przemieszczeń w brzeżnej części profilu niecki obniżeniowej (rys. 9)

- Przemieszczenia pionowe

Przyjmując, że pokład wybrany został w dostatecznie dużym obszarze (szerokość frontu $y_i \geqslant 2\, d_o$), profil powstałej niecki obniżeniowej określa równanie:

$$w(x,z) = W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \int_x^{\infty} \exp\left[\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] dx \tag{51}$$



Rys. 9. Płaski stan przemieszczeń w brzeżnej części profilu niecki obniżeniowej

Fig. 9. Flat strata of displacements in boundry part of depression basin profile

- Nachylenie terenu

Nachylenie terenu w brzeżnej części profilu otrzymuje się jako pierwszą pochodną przemieszczeń pionowych.

$$\frac{dw(x,z)}{dx} = T(x,z) = -W_{max}\sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \cdot \exp\left[\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] \qquad (52)$$

- Krzywizna profilu niecki

Krzywiznę profilu niecki obniżeniowej określa druga pochodna funkcji (51)

$$K(x,z) = \frac{d^2w(x,z)}{dx^2} =$$

$$= W_{max}\frac{2 \cdot \pi \cdot x \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \cdot \exp\left[\frac{-\pi x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] \qquad (53)$$

- Promień krzywizny terenu

Promień jako odwrotność krzywizny

$$R(x,z) = \frac{1}{k(x,z)} =$$

$$= \frac{z \cdot R_{re}}{W_{max} \cdot 2\pi \cdot x \cdot \gamma_{śr}} \cdot \sqrt{\frac{z \cdot R_{re}}{\gamma_{śr}}} \cdot \exp\left[\frac{\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{re}}\right] \quad (54)$$

- Przemieszczenie poziome

Przemieszczenie poziome terenu jest proporcjonalne (W. Budryk - St. Knothe) do nachylenia terenu, czyli:

$$U_{(x,z)} = - B \cdot \frac{dw(x,z)}{dx} \quad (55)$$

Przyjmując wartość współczynnika proporcjonalności przesunięć poziomych $B = 0,4\ r$ oraz wielkość promienia zasięgu:

$$r = 2\ d_o \approx \sqrt{\frac{z \cdot R_{re}}{\gamma_{śr}}}$$

otrzymamy:

$$B = 0,4 \sqrt{\frac{z \cdot R_{re}}{\gamma_{śr}}}, \quad (56)$$

a stąd przesunięcie poziome terenu:

$$U(x,z) = 0,4 \sqrt{\frac{z \cdot R_{re}}{\gamma_{śr}}} \cdot W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{re}}} \cdot \exp\left[\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{re}}\right] \quad (57)$$

$$U(x,z) = 0,4 \cdot W_{max} \cdot \exp\left[\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{re}}\right] \quad (58)$$

- Odkształcenie poziome

Odkształcenie poziome $\varepsilon\ (x,z)$ określa się jako pierwszą pochodną przemieszczenia poziomego $U(x,z)$, czyli:

$$\varepsilon_{(x,z)} = \frac{dU(x,z)}{dx} \tag{59}$$

$$\varepsilon_{(x,z)} = \frac{-2,5\ W_{max} \cdot x \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}} \cdot \exp\left[\frac{-\varkappa \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] \tag{60}$$

6.2. Maksymalne wartości przemieszczeń (rys. 10)

W przypadku eksploatacji pokładów pod obiektami chronionymi istnieje konieczność prognozowania deformacji terenu chronionego, o której decydują wielkości maksymalne.

6.2.1. Maksymalne obniżenie W_{max}

Maksymalne obniżenie W_{max} występuje w odległości $r + p$ od krawędzi frontu przy założeniu, że szerokość frontu górniczego:

$$y_1 \geqslant \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \tag{61}$$

6.2.2. Maksymalne nachylenie T_{max}

Maksxmalne nachylenie terenu występuje w punkcie przegięcia profilu niecki obniżeniowej dla wartości $x = o$, czyli:

$$T_{max} = W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \quad mm/m \tag{62}$$

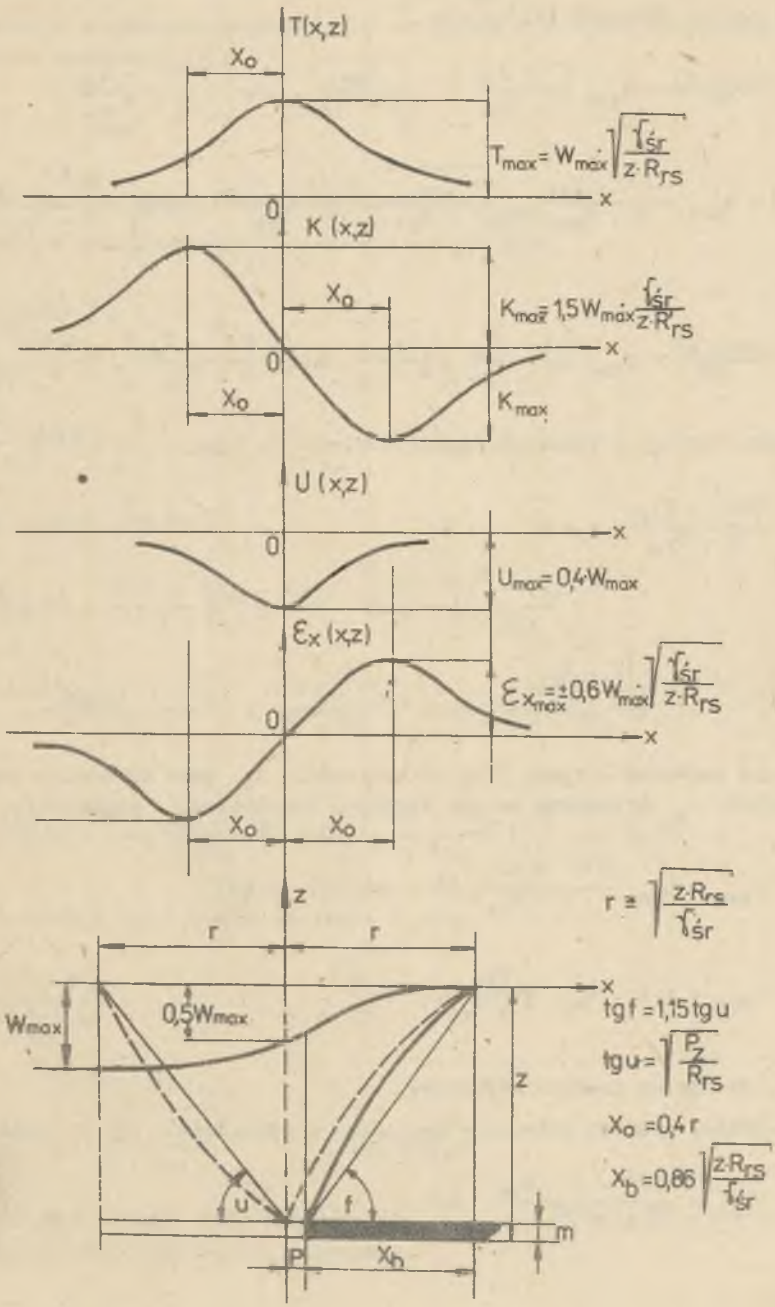
6.2.3. Maksymalna krzywizna terenu

Maksymalna krzywizna terenu K_{max} wystąpi, gdy (rys. 10)

$$\frac{dK(x_o,z)}{dx} = 0$$

oraz gdy:

$$\frac{d^2K(x_o,z)}{dx^2} < 0$$



Rys. 10. Odległości występowania maksymalnych wartości deformacji terenu
Fig. 10. Distance of occurrence of maximum values of ground deformation

Wobec tego z równania (53) mamy:

$$\frac{dK(x,z)}{dx} = W_{max}\frac{2\pi \cdot \gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}}} \cdot \exp\left[\frac{-\pi x^2 \cdot \gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}}\right] -$$

$$- W_{max}\frac{2\pi x \cdot \gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}}} \cdot \frac{2\pi x \cdot \gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}} \cdot \exp\left[\frac{-\pi x^2 \cdot \gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}}\right]$$

$$\frac{dK(x,z)}{dx} = W_{max}\frac{2\pi \cdot \gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}} \sqrt{\frac{\gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}}} \cdot \exp\left[\frac{-\pi x^2 \cdot \gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}}\right] \cdot \left(\frac{-2\pi x^2 \gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}} - 1\right)$$

Pochodna funkcji krzywizny osiągnie wartość 0, gdy:

$$\frac{2\pi x^2 \cdot \gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}} - 1 = 0 \tag{63}$$

stąd:

$$x_o = 0{,}4\sqrt{\frac{z \cdot R_{re}}{\gamma_{ér}}} \tag{64}$$

Druga pochodna krzywej (55) dla wartości X_o jest ujemna, a zatem w punkcie x_o krzywizna osiąga wartości maksymalne, a mianowicie:

$$K_{max} = W_{max}\frac{2\pi \cdot 0{,}4 \cdot \gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}} \cdot \exp[-\pi \cdot 0{,}16]$$

$$K_{max} = 1{,}5 \cdot W_{max}\frac{\gamma_{ér}}{z \cdot R_{re}}; \quad km^{-1} \tag{65}$$

6.2.4. Minimalny promień krzywizny

Minimalny promień krzywizny występuje w odległości x_o i wynosi:

$$R_{min} = \frac{0{,}66 \cdot z \cdot R_{re}}{W_{max} \cdot \gamma_{ér}}; \quad km \tag{66}$$

6.2.5. Maksymalne przemieszczenie poziome U_{max}

Maksymalne przemieszczenie poziome występuje w punkcie przegięcia profilu niecki osiadania (x = 0)

$$U_{max} = 0,4\ W_{max};\ m \tag{67}$$

6.2.6. Maksymalne odkształcenie poziome $\varepsilon(x,z)_{max}$

Maksymalne odkształcenie poziome występuje, gdy:

$$\frac{d\varepsilon(x,z)}{dx} = 0$$

oraz gdy:

$$\frac{d^2\varepsilon(x,z)}{dx^2} < 0$$

Pochodna funkcji (60) jest:

$$\frac{d\varepsilon(x,z)}{dx} = \frac{-2,5 \cdot W_{max} \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}} \cdot \exp\left[\frac{-\pi x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] +$$

$$+ \frac{2,5\ W_{max} \cdot x \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}} \cdot \frac{2\pi x \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}} \cdot \exp\left[\frac{-\pi x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right]$$

$$\frac{d\varepsilon(x,z)}{dx} = \frac{2,5\ W_{max} \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}} \exp\left[\frac{-\pi x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right]\left(\frac{2\pi x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}} - 1\right)$$

Pochodna funkcji (60) osiąga wartość 0, gdy:

$$\frac{2\pi x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}} - 1 = 0$$

stąd

$$x_o = 0,4\sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \qquad \text{(rys. 10)}$$

Druga pochodna funkcji (60) dla wartości x_o jest ujemna, a zatem funkcja (60) posiada w tym punkcie maksimum

$$\varepsilon_{(x,z)max} = \frac{2,5 \cdot W_{max} \cdot 0,4 \cdot \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}} \cdot \exp[-\pi \cdot 0,16],$$

skąd

$$\varepsilon_{x\ max} = 0,6\ W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}}, \quad mm/m \tag{68}$$

W tablicy 3 zestawiono dane charakteryzujące warunki naturalne górotworu oraz wyniki pomiarów W_{max} i ε_{max} dla 6 niecek obniżeniowych, które posłużyły do obliczenia wskaźników deformacji wzorami: (61), (62), (65), (66), (67), (68).

Wyniki obliczeń zestawiono w tablicy 4.

Tablica 3

Dane do obliczeń z kopalń

Lp.	Kopalnia	H_i m	m m	$R_{rś}$ MPa	$\gamma_{śr}$ MPa/m
1	"Polska"	540	1,4	1,60	0,024
2	"1 Maja"	243	2,4	1,10	0,022
3	"Bielszowice"	355	1,5	2,70	0,023
4	"Komuna Paryska"	100	1,6	0,50	0,020
5	"Boże Dary"	230	2,4	3,30	0,022
6	"Sośnica"	500	1,0	4,20	0,024

Tablica 4

Wskaźniki deformacji terenu

a - z pomiarów geodezyjnych
b - obliczone wzorami autorów przy założeniu, że W_{max} równe jest wartości podanej w p.a.

Lp.	Kopalnia		W_{max} m	T_{max} mm/m	$\varepsilon_{x\ max}$ mm/m	K_{max} km^{-1}	R_{min} km
1	"Polska"	a	0,56	2,9	1,5	0,018	56
		b	0,56	2,8	1,6	0,016	62
2	"1 Maja"	a	1,79	16,1	12,5	0,210	4,8
		b	1,79	16,3	9,8	0,220	4,5
3	"Bielskowice"	a	1,17	5,6	3,2	0,033	22,3
		b	1,17	5,6	3,4	0,042	23,7
4	"Komuna Paryska"	a	1,36	31,4	16,0	1,190	0,85
		b	1,36	30,0	18,0	0,820	1,20
5	"Boże Dary"	a	1,14	5,8	3,8	0,050	20,0
		b	1,14	6,0	3,6	0,049	20,0
6	"Sośnica"	a	0,84	2,8	1,7	0,015	67,0
		b	0,84	2,7	1,6	0,014	71,0

6.2.7. Odkształcenia pionowe ε_z

Odkształcenie pionowe ε_z jest pochodną obniżenia $w(x,z)$ względem zmiennej z: (dla $z \neq 0$)

$$\varepsilon_z = \frac{dw(x,z)}{dz} = -\frac{1}{2} z^{-\frac{3}{2}} \cdot W_{myx} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{R_{rs}}} \int_x^{\infty} \exp\left[\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] dx -$$

$$- W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{R_{rs}}} \cdot z^{-\frac{1}{2}} \int_x^{\infty} \exp\left[\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] \frac{\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z^2 \cdot R_{rs}} dx$$

$$\varepsilon_z = W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{R_{rs}}} \left(-\frac{1}{2} z^{-\frac{3}{2}} \int_x^{\infty} \exp\left[\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] - \right.$$

$$\left. - z^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{\pi \cdot \gamma_{śr}}{z^2 \cdot R_{rs}} \int_x^{\infty} \exp\left[\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] x^2 dx \right)$$

Wyrażenie:

$$\int_x^{\infty} \exp\left[\frac{-\pi x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] dx$$

można obliczyć w granicach $0, \infty$, stąd:

$$\int_0^{\infty} \exp\left[\frac{-\pi x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}}.$$

Analogicznie, wyrażenie:

$$\int_0^{\infty} \exp\left[\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] x^2 dx$$

osiągnie w granicach $0, \infty$ następującą wartość:

$$\int_0^{\infty} \exp\left[\frac{-\pi x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}\right] \cdot x^2 dx = \frac{1}{4} \frac{z \cdot R_{rs}}{\pi \cdot \gamma_{śr}} \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}}$$

Stąd dla $x = 0$ (nad krawędzią)

$$\varepsilon_z = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{z \cdot \sqrt{z}} \cdot W_{max} \cdot \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{R_{rs}}} \cdot \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} =$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{z}} \cdot W_{max} \cdot \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{Rr_{śr}}} \cdot \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{z \cdot R_{rs}}{\pi \gamma_{śr}} \cdot \frac{\pi \cdot \gamma_{śr}}{z^2 \cdot R_{rs}}$$

$$\varepsilon_z \cong -0{,}5 \frac{W_{max}}{z}. \tag{69}$$

7. PRZESTRZENNY STAN PRZEMIESZCZEŃ

Dla określenia przestrzennego stanu deformacji rozpatrzono zagadnienie osiadania punktów powierzchni terenu na skutek wybrania pokładu o skończonych wymiarach, tj. przyjęto, że front eksploatacji nie jest nieskończenie długi.

Będzie to miało miejsce, gdy eksploatacja była prowadzona w dwóch kierunkach (rys. 11) z prędkościami V_x i V_y.

Należy wówczas rozpatrywać zagadnienie przestrzenne (trójwymiarowe). Odpowiednikiem krzywej wpływów z zagadnienia płaskiego będzie teraz powierzchnia wpływów, którą otrzymamy obracając krzywą wpływów dookoła jej osi symetrii.

Zakładając, że początek układu znajduje się w interesującym nas punkcie w płaszczyźnie pokładu, oś X skierowana jest w kierunku eksploatacji, natomiast prostopadła do niej oś y skierowana jest wzdłuż frontu ścianowego, zaś oś z prostopadle do płyszczyzny xy w kierunku terenu na powierzchni, otrzymamy powierzchnie wpływów o równaniu:

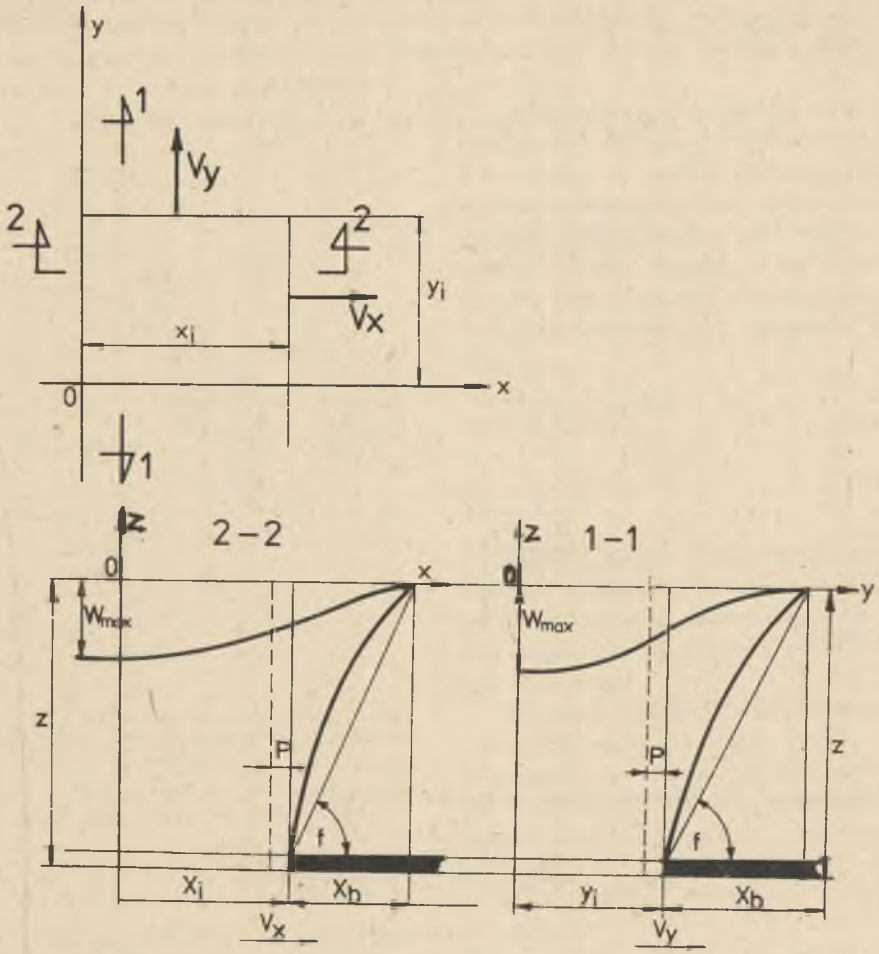
$$W(x,y,z) = C \cdot W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \exp\left[-\frac{\pi \cdot \gamma_{śr}(x^2 + y^2)}{z \cdot R_{rs}}\right] \tag{70}$$

Stałą C dobierzemy tak, aby funkcja

$$w(x,y,z) = \iint_D W(x,y,z)dxdy,$$

gdzie D - obszar wyeksploatowany,

określała końcowe wielkości obniżeń po wybraniu obszaru D.



Rys. 11. Schemat do obliczeń - prowadzenie eksploatacji w dwóch prostopadłych kierunkach z szybkością V_x i V_y wywołujący przestrzenny stan deformacji

Fig. 11. Scheme for calculations - exploitation in two perpendicular directions with speed V_x and V_y causing spatial deformation state

Teoretycznie maksymalne końcowe obniżenie punktu równe W_{max} będzie miało miejsce przy wybraniu pokładu w promieniu od 0 do $+\infty$ od danego punktu, tzn.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} W(x,y,z)dy = W_{max} \tag{71}$$

Stąd można napisać, że

$$W_{max} = c \cdot W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[\frac{-\pi \cdot \gamma_{śr} \cdot x^2}{z \cdot R_{rs}}\right] dx \cdot$$

$$\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[\frac{-\pi \cdot \gamma_{śr} \cdot y^2}{z \cdot R_{rs}}\right] dy$$

$$W_{max} = C \cdot W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\frac{\pi \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\frac{\pi \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}}} =$$

$$= C \cdot W_{max} \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}}, \tag{72}$$

czyli

$$C = \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \tag{73}$$

Powierzchnia wpływów ma ostatecznie postać:

$$W_{(x,y,z)} = W_{max} \frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}} \exp\left[\frac{-\pi \cdot \gamma_{śr}(x^2 + y^2)}{z \cdot R_{rs}}\right], \tag{74}$$

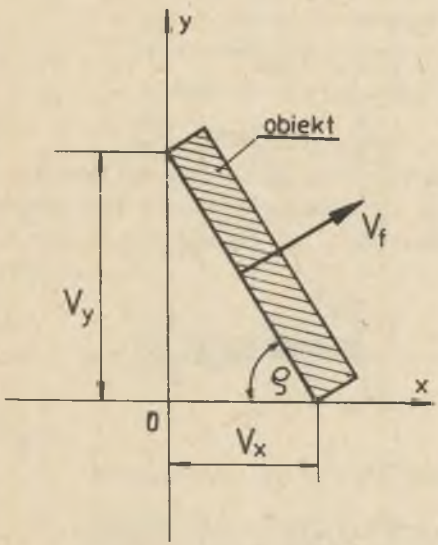
a końcowe obniżenie punktów dane jest wzorem:

$$w(x,y,z) = W_{max} \cdot \frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}} \cdot \iint_D \exp\left[\frac{-\pi \cdot \gamma_{śr}(x^2 + y^2)}{z \cdot R_{rs}}\right] dxdy \tag{75}$$

Równanie (75) wskazuje na to, że przestrzenny stan przemieszczeń opisany jest przez powierzchnię dzwonową, która przy założeniu $x_i > r$ i $y_i > r$ (niecka nadpełna) posiada płaskie dno z obrzeżem określonym równaniem (75).

Jeżeli front górniczy posiada szerokość znacznie większą od r, czyli $y_i \gg r$, a nawet szerokość osiąga wartość $y_i \to \infty$, wówczas tworzy się przy wybiegu ścian $x_i > r$ płaskie dno niecki obniżeniowej z obrzeżem opisanym równaniem (33).

Prowadzenie szerokiego frontu górniczego minimalizuje deformację powierzchni poprzez jednokierunkowe przesuwanie się obrzeża niecki w kierunku osi x układu współrzędnych.



Rys. 12. Ilustracja położenia frontu skośnie położonego w stosunku do obiektu

Fig. 12. Ilustration of front position skew towards the object

Linia frontu eksploatacyjnego nachylony pod kątem ϱ (rys. 12) w stosunku do obiektu chronionego powoduje dwukierunkowe niesymetryczne oddziaływanie deformacji na ten obiekt. Wynika to ze składowych szybkości, na które można rozłożyć szybkość V_f przesuwu frontu

$$V_x = V_f \cos \varrho \tag{76}$$

$$V_y = V_f \sin \varrho \tag{77}$$

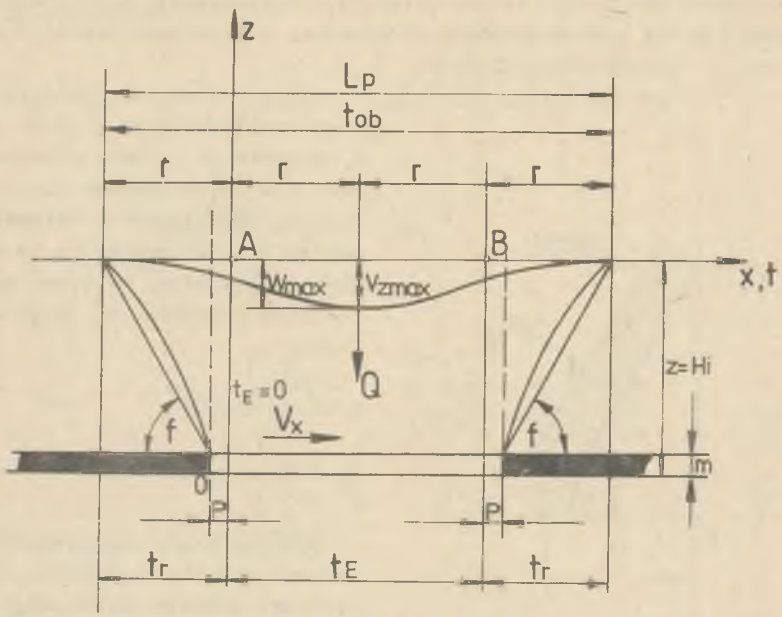
Szeroki front eksploatacji prowadzony skośnie w stosunku do głównych osi obiektu chronionego stwarza niekorzystne warunki deformacji obiektów.

Wartości wskaźników deformacji przy skośnym usytuowaniu frontu w stosunku do chronionego obiektu są przedmiotem oddzielnej pracy, wykorzystującej podane tutaj wzory.

8. WPŁYW SZYBKOŚCI I CZASU WYBIERANIA POKŁADU NA DEFORMACJĘ TERENU

Określenie maksymalnej deformacji terenu jaka może wystąpić w czasie trwania eksploatacji oraz po jej zakończeniu, to jest określenie czasu, po którym nastąpi rozpoczęcie ruchu terenu lub uspokojenie ruchu po zakończeniu eksploatacji, jest ważnym zagadnieniem dla praktyki górniczej.

Zależność deformacji terenu na powierzchni od szybkości eksploatacji stwierdzają pomiary terenu w Górnośląskim Zagłębiu Węglowym. Znaczna szybkość eksploatacji pokładu powoduje zwiększenie narastania deformacji górotworu a tym samym narastania deformacji terenu. Powolne wybieranie złoża wpływa na powolne narastanie deformacji górotworu i powierzchni. Wynika to z warstwowego modelu górotworu oraz ciężenia powszechnego, które wywołuje działania pionowych przemieszczeń mas skalnych o ciężarze Q w kierunku powstałej pustki po wybranej części złoża (rys. 13).



Rys. 13. Schemat do obliczeń czasu tworzenia się niecki dynamicznej
Fig. 13. Scheme for calculations of formation time of dynamic basin

Przyjmując początek eksploatacji pokładu o grubości m, zalegającego na głębokości $z = H_i$ w punkcie $x = 0$ układu współrzędnych (rys. 13), obserwujemy następujące fazy kształtowania się niecki obniżeniowej:

1. Po czasie t_E eksploatacji od $t_E = 0$ z postępem V_x w kierunku osi x następuje obniżenie terenu ze średnią szybkością V_z do wielkości $w(x,z)$.

2. Maksymalne wartości deformacji terenu występują z pewnym opóźnieniem po czasie t_r. Zatrzymanie eksploatacji pokładu po wybraniu go na wybiegu $x = V_x \cdot t_E$, gdy $V_x = 0$ nie zatrzymuje ruchów gorótworu i terenu na powierzchni. Uspokojenie tych ruchów następuje praktycznie po czasie t_r.

Z rys. 13 wynika, że:

$$2\,t_r + t_E = t_{ob} \tag{78}$$

$$2\,t_r + t_{ob} = t_E \tag{79}$$

Czas tworzenia się pełnej niecki obniżeniowej t_{ob} jest równy:

$$t_{ob} = \frac{W_{max}}{Vz_{max}} = t_E + 2\,t_r, \tag{80}$$

gdzie:

t_{ob} - czas obniżenia końcowego pełnej niecki [m/m-c],

Vz_{max} - średnia maksymalna szybkość tworzenia się niecki pełnej,

t_r - czas opóźnienia wpływów eksploatacji za frontem górniczym i po zakończeniu eksploatacji przed frontem,

t_E - minimalny czas eksploatacji pokładu potrzebny do wytworzenia się W_{max}.

Z rys. 13 wynika, że czas potrzebny na utworzenie się pełnej niecki składa się z czasu eksploatacji t_E oraz czasów opóźnienia wpływów.

Czas eksploatacji t_E przy szybkości posuwu frontu górniczego V_x wynosi:

$$t_E = \frac{2r}{Vx} = \frac{2}{Vx}\sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}}, \tag{81}$$

gdzie:

r - promień zasięgu wpływów głównych,

Vx - optymalna szybkość z uwagi na: ochronę powierzchni, tąpania, wyrzuty gazu i skał itd.

Uwzględniając wartość (81) w równaniu (1) otrzymamy:

$$t_{ob} = \frac{W_{max}}{Vz_{max}} = \frac{2}{Vx}\sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} + 2\,tr \tag{82}$$

Krzywa profilu niecki obniżeniowej jest symetryczna w stosunku do punktu przegięcia i w związku z tym, jak wynika z rys. 13, czas tr jest:

$$tr = \frac{1}{2}\,t_E = \frac{1}{Vx}\sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \tag{83}$$

Stąd równanie (82) przyjmie postać:

$$t_{ob} = \frac{W_{max}}{Vz_{max}} = \frac{4}{Vx}\sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \tag{84}$$

Z równania (84) szybkość osiadania terenu równa jest:

$$Vz_{max} = \frac{Vx}{4} \cdot W_{max} \cdot \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \tag{85}$$

Z równania (85) wynika, że maksymalna szybkość Vz_{max}, przy której występuje wartość W_{max}, jest największą wartością spośród pozostałych szybkości w przedziale $0, W_{max}$.

Szybkość osiadania terenu Vz_{max} w zależności od parametru kierowania stropem i grubością pokładu:

$$V_{z\,max} = \frac{Vz}{4} \cdot a \cdot m \cdot \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \tag{86}$$

Przykład a) - eksploatacja zawałowa $a = 0,7$

$Vx = 20$ m/m-c $z = 1000$ m

$m = 2$ m $R_{rs} = 3$ MPa

$\gamma_{śr} = 0,025$ MPa/m

$$V_{z\,max} = \frac{20}{4} \cdot 0,7 \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{0,025}{1000 \cdot 3}} = 0,02 \text{ m/m-c}$$

Przykład b) - eksploatacja na podsadzkę hydrauliczną $a = 0,15$

$$V_{z\,max} = \frac{20}{4} \cdot 0,15 \cdot 2 \sqrt{\frac{0,025}{1000 \cdot 3}} = 0,0045 \text{ m/m-c}$$

Stosowanie podsadzki hydraulicznej pozwala zmniejszyć szybkość narastania obniżeń terenu a tym samym deformacji.

9. DEWIACJA WPŁYWÓW

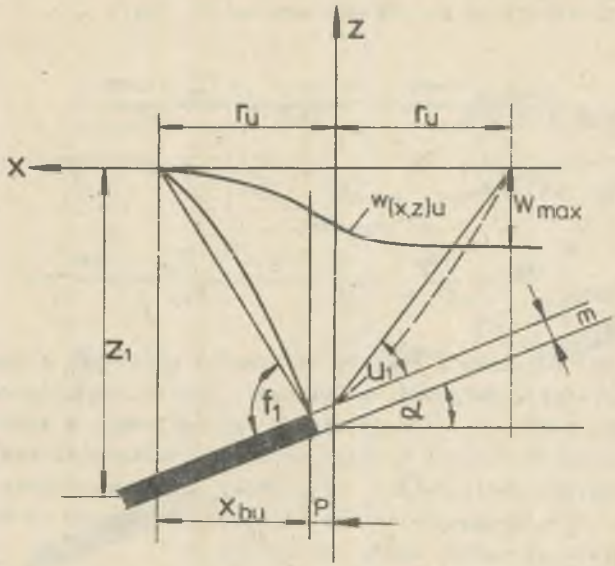
Dewiacja wpływów eksploatacji dla pokładów o nachyleniu większym od $\alpha > 10^{o}$ wynika z działania składowych obciążenia pionowego $Q \cdot \sin\alpha$ i $Q \cdot \cos\alpha$ na pustkę w strefie górotworu naruszonego [4, 5] (rys. 16). W związku z tym następuje zróżnicowanie kształtu profilu niecki obniżeniowej w zależności od kąta nachylenia pokładu.

Krzywa wpływu eksploatacji od strony upadu warstw jest:

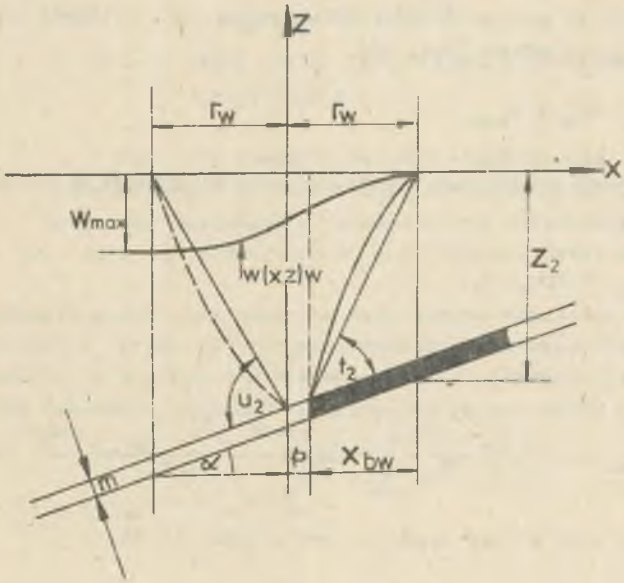
$$W(x,z)_u = W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}\cos\alpha}} \cdot \exp\left[\frac{-\pi x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}\cos\alpha}\right] \tag{87}$$

oraz funkcja profilu niecki obniżeniowej od strony upadu warstw (rys.14):

$$w(x,z)_u = W_{max} \cdot \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}\cos\alpha}} \int_{x}^{\infty} \exp\left[\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}\cos\alpha}\right] dx \tag{88}$$



Rys. 14. Przebieg profilu niecki obniżeniowej od strony wzniosu
Fig. 14. Course of depression basin profile from the side of dip of beds



Rys. 15. Przebieg profilu niecki obniżeniowej od strony wzniosu
Fig. 15. Course of depression basin profile from the side rise

Krzywa wpływu eksploatacji od strony wzniosu warstw jest:

$$W(x,z)_w = W_{max}\sqrt{\frac{\gamma_{śr}\cdot\cos\alpha}{z\cdot R_{rs}}}\exp\left[\frac{-\pi\cdot x^2\cdot\gamma_{śr}\cdot\cos\alpha}{z\cdot R_{rs}}\right] \tag{89}$$

oraz jej całka (rys. 15)

$$w(x,z)_w = W_{max}\sqrt{\frac{\gamma_{śr}\cdot\cos\alpha}{z\cdot R_{rs}}}\int_x^{\infty}\exp\left[\frac{-\pi\cdot x^2\cdot\gamma_{śr}\cdot\cos\alpha}{z\cdot R_{rs}}\right]dx \tag{90}$$

Równania (88) i (90) świadczą o tym, że deformacja górotworu i powierzchni, wywołana eksploatacją pokładów nachylonych, jest niesymetryczna.

Jest jednak taki punkt x_o w dnie niecki obniżeniowej, w którym wielkość obniżeń określonych funkcją profilu od strony wzniosu warstw $w(x_o,z)_w$ oraz przyrost obniżeń Δw wynikający z przesunięcia deformacji o wielkości D_v (dewiacja liniowa) są równe obniżeniu określonemu przez funkcję profilu od strony upadu $w(x_o,z)_u$.

Warunek ten jest spełniony, gdy:

$$w(x_o,z)_w + \Delta w = w(x_o,u)_u \tag{91}$$

Jeżeli obniżenie od strony wzniosu $w(x_o,z)_w + \Delta w$ osiągnie wartość maksymalną W_{max}, wówczas (rys. 16):

$$w(x_o,z)_w + \Delta_w = W_{max} \tag{92}$$

Przyrost obniżenia wynikający z przesunięcia deformacji w kierunku upadu warstw wynosi:

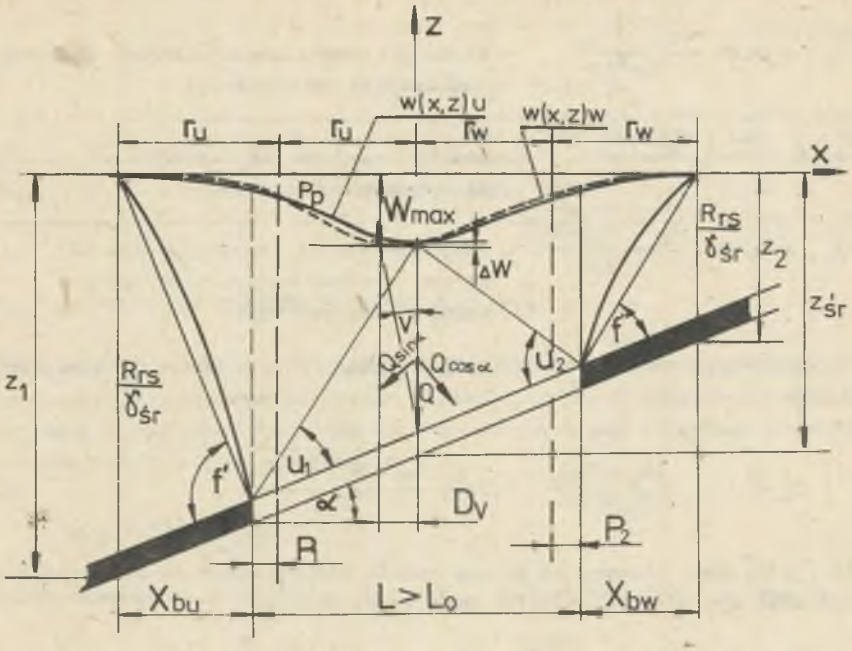
$$\Delta w = W_{max} - w(x_o,z)_w, \tag{93}$$

czyli

$$\Delta w = W_{max}/1 - \sqrt{\frac{\gamma_{śr}\cdot\cos\alpha}{z\cdot R_{rs}}}\int_{x_o}^{\infty}\exp\left[\frac{-\pi\cdot x^2\cdot\gamma_{śr}\cdot\cos\alpha}{z\cdot R_{rs}}\right]dx \tag{94}$$

Jeżeli obniżenie od strony upadu warstw osiąga wartość:

$$w(x_o,z)_w = W_{max}, \quad \text{wtedy} \quad \Delta w = 0 \tag{95}$$



---- profil niecki obniżeniowej przesunięty o wielkość dewiacji D_v

——— profil niecki obniżeniowej w układzie symetrycznym.

Rys. 16. Dewiacja wpływów eksploatacji
ΔW - dewiacja pionowa, D_v - dewiacja pozioma
Fig. 16. Deviation of exploitation influences
ΔW - vertical deviation, D_v - horizontal deviation

Przesunięcie punktu dna niecki o największym obniżeniu w kierunku upadu o wielkość D_v (rys. 16) nazywamy dewiacją liniową, która wynika z różnicy przesunięcia górotworu w kierunku powstałej pustki po wybranej części pokładu (składowa obciążeń $Q \sin\alpha$) od strony upadu i od strony wzniosu:

$$D_v = (r_u - X_{bu}) - (r_w - X_{bw}), \tag{96}$$

gdzie:

$$r_u = \sqrt{\frac{z_1 \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr} \cos\alpha}}$$ - promień zasięgu eksploatacji od strony upadu warstw na górotwór i powierzchnię, (97)

$$x_{bu} = 0{,}86\sqrt{\frac{z_1 \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}\cos\alpha}}$$ - część górotworu nienaruszonego będącego pod wpływem eksploatacji (98)

$$r_w = \sqrt{\frac{z_2 \cdot R_{rs}\cos\alpha}{\gamma_{śr}}}$$ - promień zasięgu eksploatacji od strony wzniosu warstw (99)

$$x_{bw} = 0{,}86\sqrt{\frac{z_2 \cdot R_{rs}\cos\alpha}{\gamma_{śr}}}$$ - część górotworu nienaruszonego od strony wzniosu warstw będącego pod wpływem eksploatacji (100)

Wykorzystując podane związki (97), (98), (99), (100) w równaniu (96) otrzymamy:

$$D_v = 0{,}14\sqrt{\frac{z_1 \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}\cos\alpha}} - 0{,}14\sqrt{\frac{z_2 \cdot R_{rs} \cdot \cos\alpha}{\gamma_{śr}}} \tag{101}$$

Dewiację liniową liczymy od środka niecki obniżeniowej, a wobec tego głębokość dla obu przypadków deformacji można przyjąć:

$$z_1 = z_2 = z_{śr}.$$

Stąd (101) będzie:

$$D_v = 0{,}14\sqrt{\frac{z_{śr} \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}}\left(\frac{1}{\sqrt{\cos\alpha}} - \sqrt{\cos\alpha}\right) \tag{102}$$

Oznaczając przez współczynnik dewiacji k_d otrzymamy:

$$k_d = \frac{1}{\sqrt{\cos\alpha}} - \sqrt{\cos\alpha} = \frac{1 - \cos\alpha}{\sqrt{\cos\alpha}} \tag{103}$$

Wartości współczynnika dewiacji liniowej podano w tablicy 5.

Kąt dewiacji liniowej wynosi:

$$tg_v = \frac{D_v}{z_{śr}} = \frac{0{,}14}{z_{śr}}\sqrt{\frac{z_{śr} \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} \cdot k_d \tag{104}$$

$$tg_v = 0{,}14\sqrt{\frac{R_{rs}}{p_z}} \tag{105}$$

Za wzorów (102) i (105) wynika, że im większa jest wytrzymałość skał (górotwór sztywniejszy), tym dewiacja liniowa jest większa. Dominujące znaczenie w wielkości dewiacji posiada kąt nachylenia pokładów α, czyli wielkość współczynnika k_d.

Tablica 5

Wartości współczynnika dewiacji

α	10	20	30	40	50	60	70	80	90
k_d	0,02	0,067	0,145	0,340	0,450	0,700	1,14	2,00	∞

10. KOMPENSACJA WPŁYWÓW EKSPLOATACJI (rys. 17)

Kompensację odkształceń poziomych przykładowo pokazano na rys. 17. Kompensacja odkształceń poziomych pokładu górnego i pokładu dolnego wybieranego w tym samym kierunku nastąpi wówczas, gdy odległość krawędzi pokładów będzie równa odległości:

$$L_{komp} = X_{o1} + X_{o2} \tag{106}$$

Po uwzględnieniu wartości za X_{o1} i X_{o2} w równaniu (106) otrzymamy:

$$L_{komp} = 0,4\sqrt{\frac{z_1 \cdot R_{rs1}}{\gamma_{śr1}}} + 0,4\sqrt{\frac{z_2 \cdot R_{rs2}}{\gamma_{śr2}}}, \tag{107}$$

jeżeli pokłady są zlokalizowane od siebie w niedużej odległości, to wtedy można założyć, że $z_1 \cong z_2$ i $R_{rs1} \cong R_{rs2}$ oraz że $\gamma_{śr1} = \gamma_{śr2}$, a wzór (107) przyjmie wówczas prostą formę w postaci:

$$L_{komp} = 0,8\sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}}, \tag{108}$$

gdzie:

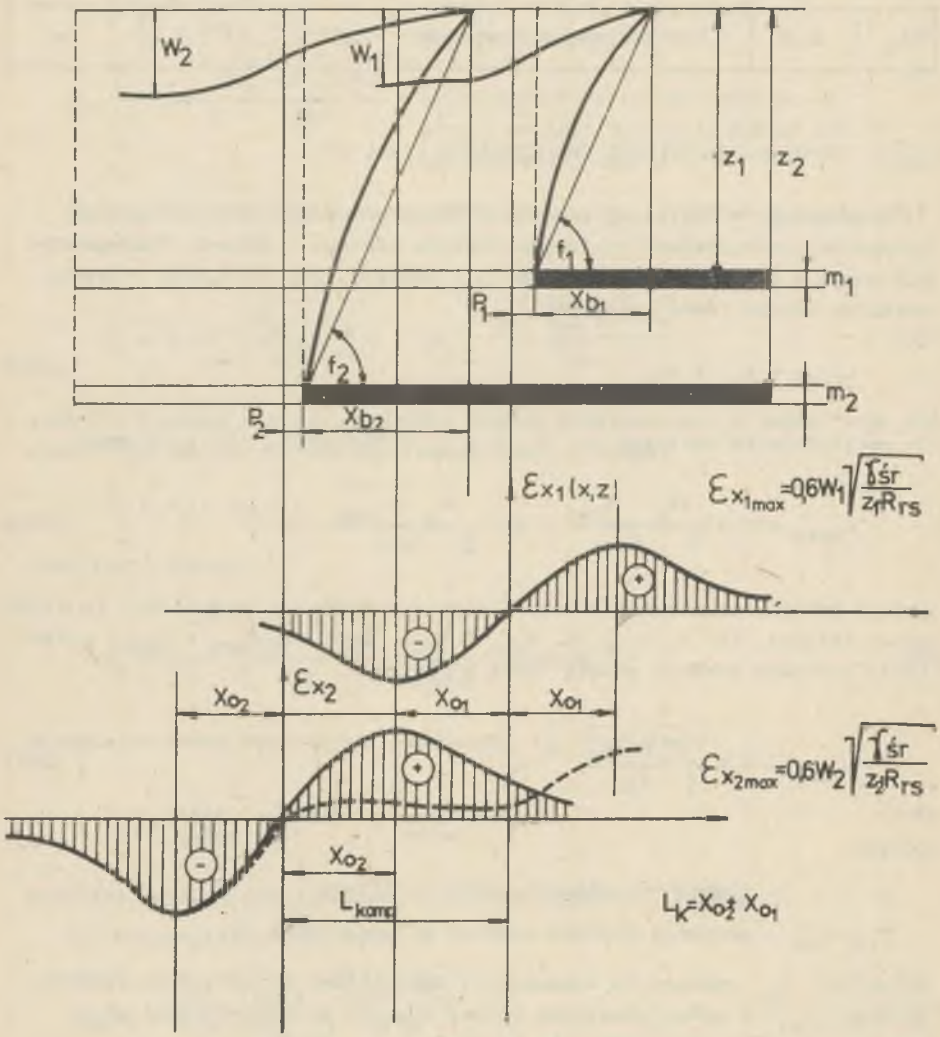
z - głębokość zalegania pokładu dolnego,

R_{rs}, $\gamma_{śr}$ - wartości średnie liczone do głębokości z.

Odległość L_k pozwala na kompensację odkształceń ściskających pokładu górnego ε_{x1} z odkształceniami rozciągającymi pokładu dolnego ε_{x2}. Wobec czego różnica odkształceń w strefie L_k będzie:

$$\Delta\varepsilon_x = -\varepsilon_{x1} + \varepsilon_{x2}$$

$$\Delta\varepsilon_x = -0,6\, W_1\sqrt{\frac{\gamma_{śr1}}{z_1 \cdot R_{rs1}}} + 0,6\, W_2\sqrt{\frac{\gamma_{śr2}}{z_2 \cdot R_{rs2}}} \tag{109}$$



Rys. 17. Kompensacja wpływów eksploatacji

Fig. 17. Compensation of exploitaton influences

Ze wzoru (109) wynikają następujące 3 istotne przypadki kompensacji:

1) Kompensacja odkształceń jest zupełna, gdy warunki geomechaniczne w otoczeniu obu poziomów są zbliżone, tj. gdy $m_1 \cong m_2$, $W_1 \cong W_2$, $R_{rs1} \cong R_{rs2}$ i $\gamma_{śr1} \cong \gamma_{śr2}$ oraz gdy pokłady wybierane są tym samym sposobem kierowania stropem, tj. gdy $a_1 \cong a_2 = a$.

2) Gdy pokład górny jest eksploatowany z zawałem stropu, czyli $a = 0,7$, a dolny na podsadzkę hydrauliczną $a = 0,15$, wtedy różnica odkształceń stanowi odkształcenia ściskające.

$$\Delta \varepsilon_x = - 0,33\, m \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{Z \cdot R_{rs}}} \tag{110}$$

3) Gdy pokład górny eksploatowany jest na podsadzkę hydrauliczną $a = 0,15$, a dolny na zawał $a = 0,7$, wtedy różnica odkształceń wynosi:

$$\Delta \varepsilon_x = + 0,33\, m \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{Z \cdot R_{rs}}} \tag{111}$$

i są to odkształcenia rozciągające.

11. WNIOSKI

11.1. Przyjęty do rozwiązań w niniejszej pracy górotwór o warstwowej budowie i znanych parametrach geomechanicznych determinuje zjawisko deformacji terenu na powierzchni, pod którą prowadzona jest eksploatacja pokładu. Obciążenia górotworu działające pod wpływem ciężenia powszechnego skierowane są do pustki powstałej po eksploatacji części pokładu, powodują działanie momentu niszczącego M_{max} w warstwach zalegających nad pokładem i w dalszych od niego odległościach pionowych aż do powierzchni. Osiadanie warstw nadległych nad wybraną częścią pokładu poprzedzone jest przejściem punktu przegięcia profilu niecki obniżeniowej, który poprzez zmianę naprężeń w warstwach górotworu przed i za nim stanowi istotę deformacji terenu.

Krzywa wpływów i funkcja profilu niecki obniżeniowej są zatem funkcjami: naturalnych własności górotworu o warstwowej budowie, głębokości eksploatacji z, grubości wybieranej warstwy lub pokładu m, parametru kierowania stropem a i nachylenia pokładów α.

Zależności te wynikają z mechanizmu deformacji górotworu i powierzchni, jakim są obciążenia działające nad pustką powstałą po wybranej części pokładu wywołujące działanie momentu niszczącego warstwy M_{max}.

11.2. Na wielkość deformacji ma wpływ szerokość frontu eksploatacyjnego i jego kierunek w stosunku do obiektu chronionego. Warunkiem minimalizującym deformację terenu na powierzchni jest jednokierunkowy front o szerokości tworzącej niecką nadpełną (płaskie dno) (rys. 6).

Front eksploatacyjny o skośnym przebiegu w stosunku do obiektu chronionego (rys. 12) posiada dwie składowe szybkości postępu frontu (rys.12).

Front dwukierunkowy jednocześnie prowadzonych (np. ściany podłużne i do nich prostopadłe poprzeczne) z szybkościami V_x i V_y wywołuje niekorzystne wartości wskaźników deformacji w stosunku do płaskiego stanu przemieszczeń (rys. 11).

11.3. Wskaźniki deformacji terenu obliczone podanymi w pracy wzorami przy znanych parametrach naturalnych są zbliżone do uzyskanych z pomiarów (tablica 4).

11.4. Ze względu na to, że w górotworze naruszonym występuje kąt zasięgu eksploatacji (tgZ) większy od kąta wpływu eksploatacji na górotwór nienaruszony (tgf), deformacja terenu i profilu, określone krzywą w(x,z), są niesymetryczne i przesunięte w kierunku górotworu naruszonego o wartość P.

11.5. Jak wynika z równania (94), pionowa dewiacja Δw osiąga wartości minimalne w środku niecki obniżeniowej. Przesunięcie poziome wpływów D_v występujące przy pokładach o nachyleniu $\alpha > 10^o$ osiąga wartości mniejsze od dewiacji określonej wzorami dotychczas stosowanymi.

11.6. Współczynnik dewiacji wpływów eksploatacji K_d wynika z działania sił rozciągających, które powodują deformację warstw górotworu nad powstającą pustkę po wybranej części pokładu, osiągając wartości $K_d < 1$ dla wartości kąta $\alpha < 68^o$.

11.7. Kompensacja wpływów zależy nie tylko od odległości krawędzi frontów dwóch pokładów (109) ale również od własności geomechanicznych górotworu, parametru kierowania stropem i nachylenia pokładu.

LITERATURA

[1] Borecki M., Chudek M.: Mechanika górotworu. Wyd. Śląsk, Katowice 1972.

[2] Budryk W., Knothe St.: Wpływ eksploatacji podziemnej na powierzchnię z punktu widzenia ochrony obiektów. Przegląd Górniczy nr 6, z. 11, 1950.

[3] Budryk W.: Wyznaczanie wielkości poziomych odkształceń terenu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa. T. I, z. 1, 1953.

[4] Chudek M.: Mechanika górotworu. Wyd. Pol. Śl. Gliwice 1981.

[5] Chudek M.: Zachowywanie się skał stropowych nad wyrobiskiem ścianowym w świetle badań modelowych. ZN Pol. Śl., s. Górnictwo, z. 30, 1068.

[6] Chudek M.: Analiza przyczyn obrywania się skał w wyrobiskach wybierkowych. ZN Pol. Śl. s. Górnictwo, z. 9, 1964.

[7] Chudek M.: Wpływ głębokości na stan deformacyjno-naprężeniowy w otoczeniu wyrobisk górniczych. Przegląd Górniczy nr 5, 1983.

[8] Chudek M., Stefański L.: Teoretyczne ujęcie deformacji terenu spowodowanej eksploatacją złóż w górotworze o warstwowej budowie. Praca niepublikowana.

[9] Chudek M., Stefański L.: Loads and stress occuring in the orogne in the vicinity of wall headings remains of coal seams and barrier pillars in uderground mines. Wyd. PAN, Ossolineum 1985.

[10] Chudek M., Stefański L.: Wpływ obciążeń występujących nad przestrzenią zawałową na zachowanie się górotworu i powierzchni. ZN Pol. Śl. s. Górnictwo, z. 134, 1985.

[11] Chudek M., Iwaszczenko W.: Badania modelowe nad wpływem głębokości na odkształcenia skał i naprężeń w otoczeniu wyrobisk ścianowych. ZN Pol. Śl. s. Górnictwo, z. 109, 1981.

[12] Chudek M., Stefański L.: Obciążenia i naprężenia w otoczeniu frontów eksploatacyjnych jako funkcja własności geomechanicznych skał górotworu i głębokości. ZN Pol. Śl. s. Górnictwo, z. 128, 1984.

[13] Chudek M., Stefański L.: Wpływ górotworu naruszonego eksploatacją na górotwór nienaruszony i powierzchnię. Ochrona Terenów Górniczych. Nr 68/2. Rok XVIII, 1984.

[14] Chudek M., Olaszowski W.: A fedii rezgesenek hatasa a fejtesi biztositoszerkezetre kozetrenges eseten. BANYASZT 111, evfolyam 1978, 10 sz.

[15] Knothe St.: Wpływ czasu na kształtowania się niecki osiadania. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa. T. I, z. 1, 1953.

[16] Knothe St.: Równanie profilu ostatecznie wykształconej niecki osiadania. Archiwum Górnictwa. T. I, z. 1, 1953.

[17] Knothe St.: Prognozowaie wpływów eksploatacji górniczej. Wyd. Śląsk, Katowice 1984.

[18] Kochmański T.: Przesunięcia terenu w pionie i w poziomie pod wpływem obudowy górniczej. Hutnictwo, z. 7-8, 1949.

[19] Kochmański T.: Obliczanie ruchów punktów górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej. PAN, Warszawa 1966.

[20] Litwiniszyn J.: Przemieszczenia górotworu w świetle teorii prawdopodobieństwa. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa t. 2, z. 4, 1954.

[21] Litwiniszyn J.: Równanie różniczkowe przemieszczeń górotworu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa. T. I, z. 1, 1953.

[22] Litwiniszyn J., Męczyński J., Smolarski A.: O pewnych eksperymentalnych badaniach nad zastosowaniem piasku jako ośrodka stochastycznego. Archiwum Górnictwa, t. 1, z. 1, 1956.

[23] Litwiniszyn J.: Rozwój problematyki wpływu górniczej eksploatacji na ruchy skał skorupy ziemskiej. Biuletyn Postępu Technicznego i Ekonomiki Górnictwa, z. 22, Katowice 1962.

[24] Majcherczyk T., Ryncarz T.: Badania modelowe wpływu rodzaju warstw stropowych na wielkość obciążenia obudowy zmechanizowanej w systemie ścianowym eksploatacji pokładów węgla. Zeszyty Naukowe Problemowe Górnictwa PAN, 1979.

[25] Popiołek E., Ostrowski J.: Próba ustalenia głównych przyczyn rozbieżności prognozowanych i obserwowanych poeksploatacyjnych wskaźników deformacji. Ochrona Terenów Górniczych, 1981.

[26] Praca zbiorowa: Ochrona powierzchni przed szkodami górniczym .Wyd. Śląsk, Katowice 1982.

[27] Stefański L.: Zasięg promienia filaru ochronnego funkcją par metrów górotworu i ochrony powierzchni. Ochrona Terenów Górniczych UG, 1983.

[28] Sałustowicz A.: Mechanika górotworu. WGH, 1955.

[29] Sałustowicz A.: Profil niecki osiadania jako ugięcie warstwy na sprężystym podłożu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, t. I, z. 1, 1953.

[30] Skinderowicz B.: Równanie pełnej nieustalonej niecki osiadania, Przegląd Górniczy, Katowice 1977.

Recenzenci: Prof. dr hab. inż. Zdzisław Kłeczek
Doc. dr Stanisława Pankiewicz

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ТРАКТОВКА ВЛИЯНИЯ ПОДЗЕМНОЙ РАЗРАБОТКИ НА ДЕФОРМАЦИЮ ПОВЕРХНОСТИ С УЧЁТОМ СЛОИСТОГО СТРОЕНИЯ ГОРНОГО МАССИВА

Р е з ю м е

На основе имитационного моделирования [1, 3, 7] и теоретических разработок [4, 5], учитывающих механизм деформации слоистого горного массива, и известных геометрических свойствах был определён параметр разброса влияния подземной разработки залежей Ω, зависящий от упругости скал на растяжение R_{rs}, глубины z выборки пласта, объемной массы $\gamma_{śr}$ скал, угла наклона пластов α.

Используя свойства нормального распределения Гауоса, приведена кривая влияния w(x,z) как функция натуральных параметров горного массива глубины z выбега фронта x и угла наклона пласта α. На этой основе определены и другие параметры, описывающие деформацию поверхности в пределе снижений $(0, W_{max})$, а именно: T(x,z), K(x,z), U(x,z), $\varepsilon_x(x,z)$.

Для пластов с наклоном $\alpha > 10^{\circ}$ приведены кривые деформации $w(x,z)_u$ со стороны падения пластов и $w(x,z)_w$, со стороны подъёма пластов, определена также величина деформационных девиаций поверхности D_v.

Приведённые в работе формулы для определения максимального значения деформации поверхности имеют вид:

- максимальная горизонтальная деформация:

$$\varepsilon_{x_{max}} = 0{,}6\, W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rś}}}; \quad mm/m$$

- максимальный наклон поверхности:

$$T_{max} = W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}}; \quad mm/m$$

- максимальная кривизна поверхности:

$$K_{max} = 1{,}6\, W_{max} \frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}; \quad km^{-1}$$

- максимальный горизонтальный сдвиг:

$$U_{max} = 0{,}4 \cdot W_{max}; \quad m$$

- максимальное понижение поверхности:

$$W_{max} = a \cdot m$$

a - коэффициент, зависящий от способа управления кровлей,
m - толщина разрабатываемого пласта,

- средняя максимальная скорость образования полной мульды:

$$V_{z\ max} = \frac{V_x}{4} \cdot a \cdot m \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}}; \quad m/m\text{-}c$$

где V_x - скорость прогресса горного фронта,

- продолжительность образования мульды понижения:

$$t_{ob} = \frac{W_{max}}{V_{z\ max}} = t_E + 2t_r = \frac{2}{V_x}\sqrt{\frac{z \cdot R_{rś}}{\gamma_{śr}}} + 2t_r$$

- время опоздания влияния эксплуатации относительно прогресса горного фронта и после эксплуатации перед фронтом стены:

$$t_r = \frac{1}{2} t_E = \frac{1}{V_x}\sqrt{\frac{z \cdot R_{rś}}{\gamma_{śr}}}$$

- минимальное время эксплуатации пласта, необходимое для образования максимального понижения поверхности:

$$t_E = \frac{2r}{V_x} = \frac{2}{V_x}\sqrt{\frac{z \cdot R_{rś}}{\gamma_{śr}}}$$

THEORETICAL APPROACH TO THE INFLUENCE OF DEPOSIT EXPLOITATION ON SURFACE DEFORMATION TAKING LAYER STRUCTURE OF ROCK MASS INTO ACCOUNT

S u m m a r y

On the base of model testing [1, 3, 7] and theoretical studies [4, 5] wich take into account the mechanism of deformation of layerad rock of known geomechanical properties the parameter of dispersion of under ground deposit exploatation influences Ω has been determined. The parameter depends on rock tensile strength R_{rs}, depth from bed wining, rock weight by volume $\gamma_{śr}$ and angle of inclination of layers α .

Making use of properties of Guassian distribution the curve of influences $W(x,z)$ has been given as a function of rock natural parameters, depth z, front place x and bed inclination α. On this basis also derivative compounds describing area deformation on the surface in depression intercal $[0, W_{max}]$ have been determined, i.e. $T(x,z)$, $K(x,z)$, $U(x,z)$, $\varepsilon_x(x,z)$.

For beds with inclination $\alpha > 10^0$ deformation curves $W(x,z)_u$ from the side of dip of beds and $W(x,z)_w$ from the side of rise of beds have been given, and also magnitude of deviation of ground deformation D_v has been determined. The formula for calculating maximum indicators of surface deformation given in the paper are as follows:

- maximum horizontal deformation

$$\varepsilon_{x_{max}} = 0{,}6\ W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rś}}}; \qquad mm/m$$

- maximum ground inclination

$$T_{max} = W_{max} \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rś}}};$$

- maximum ground curvature

$$K_{max} = 1{,}5\ W_{max} \frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rś}}; \qquad km^{-1}$$

- maximum horizontal displacement

$$U_{max} = 0{,}4 \cdot W_{max}$$

- maximum ground depression on surface

$$U_{max} = a \cdot m$$

a - coefficient dependent on the way of roof control,

m - thickness of worked bed (stratum)

- average maximum speed of full basin formation

$$V_{z\ max} = \frac{V_x}{4} \cdot a \cdot m \sqrt{\frac{\gamma_{śr}}{z \cdot R_{rs}}} \qquad m/m\text{-}c$$

- duration of full depression basin formation

$$t_{ob} = \frac{W_{max}}{V_{z\ max}} = t_E + 2t_r = \frac{2}{V_x} \sqrt{\frac{z \cdot R_{rs}}{\gamma_{śr}}} + 2t_r$$

- delay of exploitation influences behind mining front and after finishing exploitation in front of the longwall

$$t_r = \frac{1}{2} t_E = \frac{1}{V_x} \sqrt{\frac{2\ R_{rs}}{\gamma_{śr}}}$$

- minimum time of bed exploitation needed for formation of maximum surface depression W_{max}

$$t_E = \frac{2r}{V_x} = \frac{2}{V_x} \sqrt{\frac{2\ R_{rs}}{\gamma_{śr}}}$$