

Danuta Rasztabięa
Politechnika Śląska

OPTYMALIZACJA PROCESU WALCOWANIA

A ROLLING PROCESS' OPTIMIZATION

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПРОКАТА

Streszczenie: W referacie przedstawiono problem sterowania Elastyczną Linia Walcowniczą (ELW) dla przypadku deterministycznego. Rozwiązanie problemu sprowadza się do modeli matematycznych i algorytmów optymalizacji liniowej. W optymalizacji procesu walcowania zastosowano kryterium maksymalizacji wydajności ELW poprzez minimalizację czasu procesu i obsługi ELW.

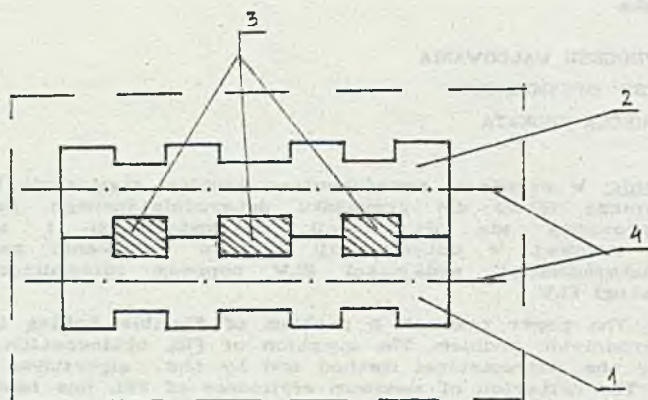
Summary: The paper present a problem of Flexible Rolling Line (FRL) for the deterministic problem. The question of FRL optimization has been considered by the mathematical method and by the algorithms of linear programming. The criterion of maximum efficiency of FRL has been assumed when solving the optimization of the rolling process applied to maximize. The rolling time and stand by time of the slabbing line is minimized.

Резюме: В статье представлена проблема управления Гибкой Прокатной Линией (ГПЛ) для детерминистического случая. Решение проблемы сводится к математическим моделям и алгоритмам линейной оптимизации. В оптимизации процесса проката применен критерий максимизации производительности линии путем минимизации времени проката и обслуживания линии.

1. Wprowadzenie

ELW umożliwia produkcję różnych asortymentów wyrobów. Dla każdego asortymentu wymagane jest odpowiednie narzędzie w każdym agregacie ELW. Produkcja wyrobów różnych asortymentów wiąże się z koniecznością wymiany zużytych narzędzi. Wymiana narzędzi powoduje przestoje ELW, co zmniejsza efektywność jej pracy. Zakłada się, że narzędzia są wielofunkcyjne, tzn., że mogą być wykorzystywane do produkcji wyrobów różnych asortymentów. Elastyczna Linia Walcownicza (ELW) jest szeregowym układem złożeń walców (rys.1). Każde złożenie jest parą walców. Na powierzchni każdego walca znajdują się wykroje. Każde złożenie ma różne wykroje. W wyniku walcowania m-typów wsadu otrzymuje się n-typów produktów. Walcowane produkty różnią się między sobą przekrojem geometrycznym. Liczba wszystkich produktów jest równa liczbie wykrojów ostatniego złożenia.

Walcowanie produktu określonego typu polega na przepuszczaniu wsadu po określonej marszrucie technologicznej. W trakcie walcowania czynna jest tylko jedna, wybrana marszruta technologiczna. Tym samym produkty są walcowane sekwencyjnie. Jeżeli jeden z wykrojów wybranej marszruty zostanie wykluczony, to można zmienić marszrutę i walcować inny produkt. W przypadku gdy marszruty wszystkich produktów są wykluczone - ELW zostaje zatrzymana. Aby uruchomić linię, należy wymienić walce zużytego złożenia. Wymiana walców powoduje przestoje ELW, co zmniejsza efektywność jej pracy. Problem sterowania ELW polega na określeniu sekwencji i wielkości produkowanych wyrobów oraz procedury wymian narzędzi w celu maksymalizacji efektywności ELW.



Rys.1. Złożenie walców. (1, 2 - walec numer 1 i 2;
3 - wykroje złożenia; 4 - osie obrotu walców)

Fig.1. Assembly rollers. (1, 2 - rollers 1 and 2;
3 - assembly passes; 4 - roller rotation axis)

Na ELW wyróżnia się dwa zagadnienia sterowania:

- harmonogramowanie (optymalizacja) - dla problemu deterministycznego,
- sterowanie operatywne - dla problemu probabilistycznego.

Dla problemu deterministycznego sterowania ELW zakłada się, że linia pracuje cyklicznie (określony jest wsad dla procesu walcowniczego) bez magazynów buforowych między agregatami, a realizacja wybranego asortymentu zajmuje jednocześnie wszystkie agregaty ELW (rys.2).



Rys.2. Elastyczna Linia Walcownicza (ELW) - Relacja wsad-produkt
(m - numer wsadu, M - liczba typów wsadu, n - numer produktu,
N - liczba typów produktów)

Fig.2. Flexible Rolling Line (FRL) - Charge-product relation
(m - charge type number, M - number of types of charge,
n - product type number, N - number of types of products)

Sterowanie ELW dla przypadku deterministycznego polega na określeniu:

- sekwencji i wielkości wsadu różnych asortymentów podawanych do ELW,
- agregatów, w których należy wymienić narzędzia w przypadku "zablokowania" ELW.

Celem sterowania ELW w tych warunkach jest maksymalizacja produkcji poprzez minimalizację czasu obsługi określonego wsadu.

Tak sformułowany problem sterowania deterministycznego ELW sprowadza się do rozwiązywanego optymalnie harmonogramu. Decyzje podejmowane dla ustalenia harmonogramu ELW sprowadzają się w praktyce do stosowania reguł heurystycznych. Celem ich stosowania jest ustalenie takiego harmonogramu procesu walcowania, aby były spełnione wymagania związane z jego przebiegiem.

2. Podstawowe założenia i określenia

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

- m - liczba typów wsadu ($m=1, \dots, M$),
- n - liczba typów produktu ($n=1, \dots, N$),
- i - liczba złożeń walców ($i=1, \dots, I$),
- j - max liczba wykrojów na złożeniu walca ($j=1, \dots, J_i$),
- k - numer etapu decyzyjnego ($k=1, \dots, K$),

Zażośmy, że ELW składa się z I złożeń. Na i-tym złożeniu ($i=1, \dots, I$), znajduje się J_i różnych wykrojów. Przyjmijmy, że

$$J = \max_{1 \leq i \leq I} J_i \tag{1}$$

Definicja 1: Struktura ELW przedstawia macierz:

$$C = [c_{i,j}] \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J_i \end{matrix} \tag{2}$$

Elementy $c_{i,j}$ określamy następująco:

$$c_{i,j} = \begin{cases} j, & \text{jeśli } 1 \leq j \leq J_i \\ -1, & \text{w przypadku przeciwnym.} \end{cases} \tag{2a}$$

Definicja 2: Relację przyporządkowania typu produktu do wsadu opisuje macierz:

$$R = [r_{m,n}] \quad \begin{matrix} m=1, \dots, M \\ n=1, \dots, N. \end{matrix} \tag{3}$$

Elementy tej macierzy są określane następująco:

$$r_{m,n} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli z wsadu } m\text{-tego typu można uzyskać produkt} \\ & n\text{-tego typu} \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym.} \end{cases} \tag{3a}$$

Definicja 3: Marszruty technologiczne linii opisuje macierz:

$$\Lambda = [\lambda_{i,n}] \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ n=1, \dots, N \end{matrix} \tag{4}$$

gdzie: $\lambda_{i,n}$ - numer wykroju i-tego złożenia dla n-tego produktu,
 N - liczba produktów.

Elementy tej macierzy określamy następująco:

$$\lambda_{i,n} = \begin{cases} j, & \text{jeśli dla uzyskania } n\text{-tego produktu wsad musi} \\ & \text{być przepuszczony przez } j\text{-ty wykrój } i\text{-tego walca} \\ -1, & \text{jeśli w produkcji } n\text{-tego produktu } i\text{-ty walec} \\ & \text{nie jest używany.} \end{cases} \tag{4a}$$

Definicja 4: Zamówienie produktów jest macierzą:

$$Z^k = [z_{m,n}^k] \quad n=1, \dots, N \tag{5}$$

gdzie: $z_{m,n}^k$ - liczba ton n-tego produktu z m-tego wsadu.

Definicja 5: Wydajności linii są dane w wektorze:

$$W = [w_n] \quad n=1, \dots, N \quad (6)$$

gdzie: w_n - wydajność linii dla n -tego produktu.

Definicja 6: Czasy wymian złożeń dane są w wektorze

$$T = [\tau_i] \quad (7)$$

gdzie: τ_i - czas wymiany i -tego złozenia.

W dalszym ciągu założymy, że dane są parametry wykrojów zapisane w macierzach:

Definicja 7: Nominalne wymiary wykrojów opisuje macierz:

$$D = [d_{i,j}] \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J \end{matrix} \quad (8)$$

gdzie: $d_{i,j}$ - nominalna odległość powierzchni walców j -tego wykroju na nowym i -tym walcu.

Definicja 8: Dopuszczalne wymiary wykrojów opisuje macierz:

$$G = [\epsilon_{i,j}] \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J \end{matrix} \quad (9)$$

gdzie: $\epsilon_{i,j}$ - rzeczywista odległość powierzchni walców j -tego wykroju na zużytych i -tym walcu.

Definicja 9: Tolerancję zużycia wykrojów opisuje macierz:

$$E = [e_{i,j}] \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J \end{matrix} \quad (10)$$

gdzie: $e_{i,j}$ - dopuszczalne zwiększenie odległości powierzchni walców w j -tym wykroju i -tego walca

oraz
$$e_{i,j} = |\epsilon_{i,j} - d_{i,j}| \quad (10a)$$

Definicja 10: Stanem linii jest macierz:

$$X^k = [x_{i,j}^k] \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J \end{matrix} \quad (11)$$

gdzie: $x_{i,j}^k$ - odległość powierzchni walców w j -tym wykroju i -tego złozenia.

$$\forall \quad \begin{matrix} 1 \leq i \leq I \\ 1 \leq j \leq J \end{matrix} \quad d_{i,j} \leq x_{i,j}^k \leq \epsilon_{i,j} \quad (11a)$$

Jeżeli w k -tej operacji i -te złozenie jest wymieniane to przyjmujemy, że:

$$\forall \quad 1 \leq j \leq J \quad x_{i,j}^k = d_{i,j} \quad (11b)$$

Złozenie może być wymienione, jeżeli spełnia warunek:

$$\exists \quad 1 \leq j \leq J \quad x_{i,j}^k = \epsilon_{i,j} \quad (11c)$$

Definicja 11: Przepustowość ELW jest macierzą:

$$P = [p_{i,j}^k] \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J \end{matrix} \quad (12)$$

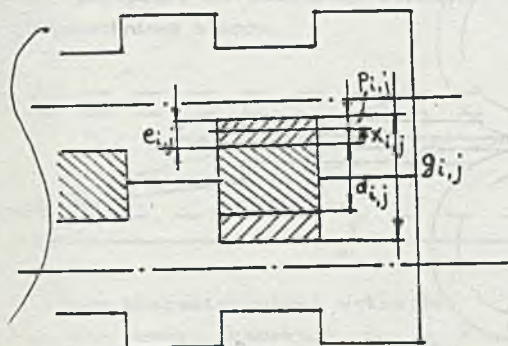
gdzie: $p_{i,j}^k$ - dopuszczalne zużycie j -tego wykroju i -tego złozenia.

Ponadto
$$p_{i,j}^k = \epsilon_{i,j} - x_{i,j}^k \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J \end{matrix} \quad (12a)$$

$$\forall \quad \begin{matrix} 1 \leq i \leq I \\ 1 \leq j \leq J \end{matrix} \quad p_{i,j}^k = \epsilon_{i,j} - x_{i,j}^k \quad (12b)$$

ORAZ

$$\forall \quad 1 \leq i \leq I \quad \forall \quad 1 \leq j \leq J \quad 0 \leq p_{i,j}^k \leq e_{i,j} \quad (12c)$$



Rys.3. Graficzna interpretacja parametrów wykroju
 Fig.3. Graphical interpretation of the parameters of passes

Definicja 12: Przepustowość marszruty technologicznej produktów opisuje wektor:

$$P_n = [p_{m,n}^k] \quad n=1, \dots, N \quad (13)$$

gdzie: $p_{m,n}^k$ - przepustowość ELW dla n-tego produktu z m-tego wsadu.

Ponadto
$$p_{m,n}^k = \min_{1 \leq i \leq I} p_{i,\lambda_{i,n}}^k \quad (13a)$$

W przypadku gdy:

$$\forall \quad 1 \leq n \leq N \quad p_{m,n}^k = 0 \quad (13b)$$

nie można walcować żadnego produktu, jeżeli

$$\exists \quad \min_n \min_{1 \leq i \leq I} p_{i,\lambda_{i,n}}^k = 0 \quad (13c)$$

nie można walcować n-tego produktu (n-ta marszruta wykluczona), jeżeli

$$\forall \quad 1 \leq n \leq N \quad \min_{1 \leq i \leq I} p_{i,\lambda_{i,n}}^k = 0 \quad (13d)$$

ELW jest zatrzymana - dla wymiany ziożeń.

Z punktu widzenia sterowania procesem walcowania istotne znaczenie ma charakterystyka statyczna wykroju. Charakterystyka ta określa odległość między powierzchniami walców w wykroju, w zależności od masy przewalowanego materiału.

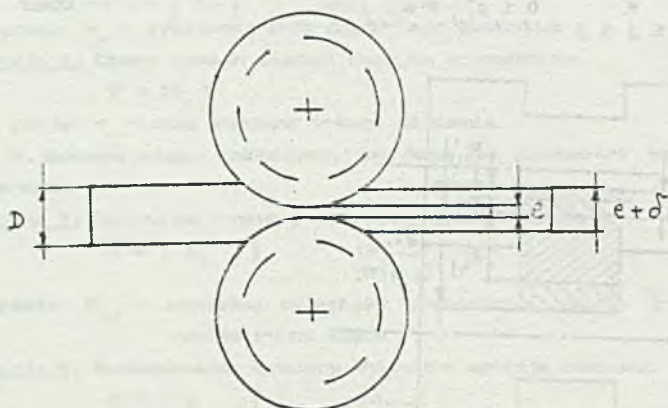
W ogólnym przypadku charakterystyka statyczna i-tego walca jest funkcją:

$$x_{i,j} = f_{i,j,m,n}(\omega_m) \quad (14)$$

Funkcja ta może być różna dla różnych j wykrojów i-tych walców. Ponadto przebieg tej funkcji zależy od typu wsadu (np. twardości materiału) oraz od typu produktu (np. określonego gniotu). Na rys.4 przedstawiono zużycie wykroju w zależności od gniotu.

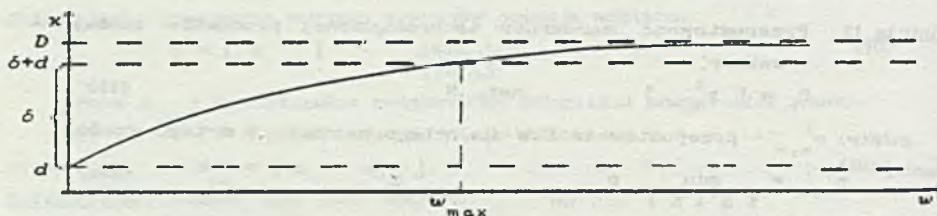
Powierzchnia walców ulega zużyciu szybciej przy dużym gniocie (D/e) niż przy małym gniocie ($D/e+6$). Stąd można przypuszczać, że charakterystyka statyczna wykroju ma przebieg wypukły (rys.5). W praktyce charakterystykę

ta można otrzymać w wyniku identyfikacji.



Rys.4. Zużywanie powierzchni walców (D - grubość wsadu, $G = e + \delta$)

Fig.4. Wear and tear of roll surfaces (D - charge thickness, $G = e + \delta$)



Rys.5. Charakterystyka statyczna wykroju

- (d - nominalna odległość między powierzchniami walców w wykroju,
- δ - dopuszczalne zwiększenie odległości między powierzchniami walców w wykroju,
- x - rzeczywista odległość między powierzchniami walców w wykroju
- w - wielkość wsadu przepuszczonego przez wykrój (w tonach lub w sztukach)

Fig.5. Statical characteristic of pass

- (d - nominal distance between surfaces of rolls in a pass,
- δ - admissible increase in the distance between roll surfaces in a pass,
- x - actual distance between roll surfaces in a pass,
- w - quantity of charge passed through a pass (in tons or pieces

Jeżeli j -ty wykrój i -tego walca leży na marszrucie technologicznej dla N_k produktów, które mogą być otrzymane z każdego wsadu, to liczba L wszystkich charakterystyk statycznych wyniesie:

$$L = M \sum_{k=1}^{k=I} N_k \quad (15)$$

co określa rozmiary problemu identyfikacji.

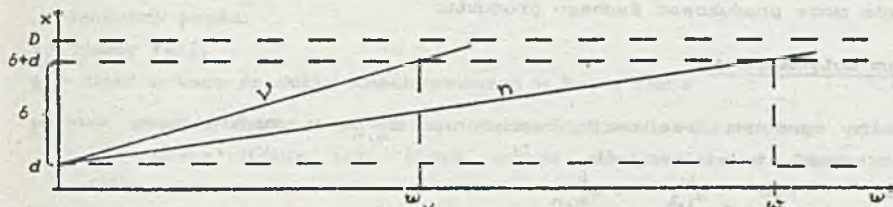
W praktyce przyjmuje się (dla uproszczenia) liniowe charakterystyki

wykrojów (rys.6):

$$x_{i,j} = a_{i,j} \omega_m + e_{i,j} \quad (16)$$

gdzie: $a_{i,j}, e_{i,j}$ - stałe współczynniki.

W takim przypadku na podstawie wielkości wsadu można określić odległość między powierzchniami walców.



Rys.6. Liniowe charakterystyki wykrojów

(n, ν - numery produktów, ω_n, ω_ν - wielkości produktów, x - odległości pomiędzy powierzchniami wykrojów).

Fig.6. Linear characteristic of passes

(n, ν - product numbers, ω_n, ω_ν - quantity of products, x - distances between surfaces of passes)

Nawet w przypadku liniowej charakterystyki o postaci:

$$x_{i,j} = a_{i,j} \omega_m + e_{i,j} \quad (16a)$$

a tym samym

$$x_{i,j} = a_{i,j,m,n} \omega_m + e_{i,j} \quad (16b)$$

nie można określić odległości pomiędzy powierzchniami walców.

Przyjmując liniową charakterystykę statyczną wykroju można wyznaczyć przepustowość tego wykroju dla n -tego produktu z m -tego wsadu. Jeżeli dany jest (z identyfikacją) stan wykroju $x_{i,j}^k$, to otrzymamy ekwiwalentną wielkość wsadu:

$$\omega_m = \frac{x_{i,j}^k - e_{i,j}}{a_{i,j,m,n}} \quad (17)$$

Maksymalna wielkość wsadu:

$$\omega_{m,max} = \frac{d_{i,j}}{a_{i,j,m,n}} \quad (18)$$

Stąd przepustowość $p_{i,j,m,n}$ określamy jako:

$$p_{i,j,m,n} = \omega_{m,max} - \omega_m = \frac{x_{i,j}^k + d_{i,j} - e_{i,j}}{a_{i,j,m,n}} \quad (19)$$

Zatem przepustowość wykroju $p_{i,j,m,n}^k$ (w odróżnieniu od stanu $x_{i,j}^k$) jest określana dla wybranego produktu i wsadu.

Przepustowość marszruty technologicznej dla n -tego produktu z m -tego wsadu wyznaczymy jako:

$$p_{m,n}^k = \min_{1 \leq i \leq I} p_{i,j,m,n}^k \quad (20)$$

Jeżeli w stanie X^k jest spełniony warunek:

$$\exists \forall_n \quad \forall_m \quad (r_{m,n} = 1) \Rightarrow (p_{m,n}^k = 0) \quad (20a)$$

to ELW nie może produkować n-tego wyrobu.

Jeżeli w stanie X^k jest spełniony warunek:

$$\forall_{1 \leq n \leq N} \quad \forall_m \quad (r_{m,n} = 1) \Rightarrow (p_{m,n}^k = 0) \quad (20b)$$

to ELW nie może produkować żadnego produktu.

3. Problem optymalizacji

Rozważmy problem realizacji zamówienia $z_{m,n}^k$ w najkrótszym czasie.

Problem nie jest trywialny, jeśli

$$\exists_n \quad \min_{1 \leq i \leq I} p_{i,\lambda_{i,n}}^k < z_{m,n}^k \quad (21)$$

gdzie: $p_{i,\lambda_{i,n}}^k$ - przepustowość marszruty technologicznej produktów

wyrażona liczbą ton produktu, możliwą do odwalcowania.

W takim przypadku ELW musi być zatrzymana dla wymiany ziożeń.

Wykażemy, że problem optymalizacji można sprowadzić do programowania liniowego.

Definicja 13: Czas pomiędzy dwoma kolejnymi zatrzymaniami ELW nazywamy fazą.

Liczba faz dla realizacji zamówienia nie jest znana. Na zakończenie każdej fazy (z wyjątkiem ostatniej) następuje wymiana pewnych ziożeń.

Liczba faz jest zdeterminowana liczbą koniecznych wymian ziożeń oraz liczbą koniecznych przestojuw ELW dla realizacji wszystkich zamówień.

Dla danego zamówienia $Z = [z_{m,n}^k]$ i stanu ELW można wyznaczyć "obciążenia" wszystkich wykrojów ziożeń walców opisane macierzą:

$$G' = [q'_{i,n}] \quad (22)$$

gdzie: $q'_{i,n}$ - liczba ton wsadu, który musi być przepuszczony przez wykroj $\langle i, j \rangle$ dla realizacji wszystkich zamówień,

$$\text{oraz} \quad q'_{i,j} = \sum z_{m,n}^k \quad \left| \quad \lambda_{i,j} = j \quad (22a) \right.$$

Wówczas liczba koniecznych wymian i-tego ziożenia wynosi:

$$q_i = \max_{1 \leq j \leq J_i} \left| \frac{q'_{i,j}}{\underline{\epsilon}_{i,j}} \right| \quad (23)$$

gdzie: $\underline{\epsilon}_{i,j}$ - liczba ton produktu, którą można przepuścić przez j-ty wykroj i-tego ziożenia.

Procedura wyznaczania $q'_{i,n}$ może być stosowana po każdym przestoju ELW.

$$\text{Niech} \quad \xi_n = \min_{1 \leq i \leq I} q'_{i,n} = q'_{i,n} \quad (24)$$

Wówczas liczba koniecznych przestojuw ELW dla zrealizowania n-tego produktu na j-ty m wykrojju wynosi:

$$X_n = \left| \frac{z_{m,n}^k}{\xi_n} \right| \quad (25)$$

Wykroj $\langle i, j \rangle$ stanowi wąskie gardło. Należy tak walcować, by zużyć wykroj

(1,d). Liczba faz jest więc ograniczona wielkością q_i oraz X_n .

Problem optymalizacji polega na określeniu:

- wielkości produktów s_n , które należy zrealizować w każdej fazie,
- ziożeń, które należy wymienić po każdej fazie tak, by czas walcowania zamówień był minimalny.

Oznaczmy przez:

k - numer fazy,

\sum_n^k - ilość n -tego produktu zrealizowanego w k -tej fazie,

$\xi_{i,j}^0$ - przepustowość marszruty technologicznej dla n -tego produktu, wyrażona liczbą ton, którą można odwalcować na j -tym wykroju i -tego ziożenia,

$\xi_{i,j}^k$ - liczba ton produktu, którą można przepuścić przez j -ty wykrój i -tego ziożenia,

$x_{i,j}^k$ - liczba ton wsadu, którą odwalcowano na j -tym wykroju i -tego ziożenia,

δ_i^k - zmienna decyzyjna wymiany i -tego ziożenia po k -tej fazie.

Przyjmujemy, że

$$\delta_i^k = \begin{cases} 1, & \text{jeśli po } k\text{-tej fazie } i\text{-te ziożenie ma być wymienione} \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym.} \end{cases}$$

Założmy, że po wymianie ziożenia przepustowość każdego wykroju jest równa tolerancji zużycia wykroju.

Jako kryterium optymalizacji przyjmujemy minimalizację łącznego czasu wymiany ziożeń, opisanego funkcją liniową:

$$F = \sum_{k=1}^{k=k-1} \sum_{i=1}^{i-1} \delta_i^k \tau_i > \min \quad (26)$$

3.1. Ograniczenia optymalizacji

Ograniczenia optymalizacji wynikają z wielkości zamówień i przepustowości wykrojów.

- Ograniczenia wielkości zamówień mają postać:

$$\sum_{k=1}^{k=k} \sum_n^k = z_{m,n}^k \quad \begin{matrix} n=1, \dots, N \\ m=1, \dots, M \end{matrix} \quad (27)$$

Są to ograniczenia liniowe.

- Ograniczenia przepustowości wykrojów

Rozważmy ograniczenia przepustowości wykrojów w pierwszej fazie (dla $k=1$).

Dla j -tego wykroju i -tego walca można wyznaczyć zbiór $\alpha_{i,j}$ numerów produktów, których marszruta technologiczna przechodzi przez ten wykrój. Zatem

$$\alpha_{i,j} = \left\{ n: \lambda_{i,n} = j \right\} \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J_i \end{matrix} \quad (28)$$

Ograniczenie przepustowości wykrojów w pierwszej fazie przyjmie postać:

$$\sum_{n \in \alpha_{i,j}} \xi_n^1 \leq p_{i,j} \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J_i \end{matrix}$$

Problem zapisu ograniczeń przepustowości wykrojów dla dalszych faz jest bardziej skomplikowany. Dla każdej fazy należy podać jej ograniczenia przepustowości wykrojów z uwzględnieniem wymiany złożeń.

Ograniczenie przepustowości wykrojów dla dalszych faz przyjmie postać opisaną twierdzeniem, którego dowód przeprowadzono metodą dedukcji i metodą indukcji matematycznej:

Twierdzenie: Ograniczenie przepustowości wykrojów k -tej fazy ($k=2, \dots, K$) ma postać liniowej nierówności:

$$\sum_{n \in \alpha_{i,j}} \sum_{k=1}^{k=k} \mathbb{E}_n^k \leq P_{1,j}^0 + \sum_{k=1}^{k=k} \delta_i^{k-1} \mathbb{E}_{i,j} \quad i=1, \dots, I \quad (29)$$

$$j=1, \dots, J_i$$

$$\delta_i^0 = 0 \quad (29a)$$

Dowód:

I. Metoda dedukcji:

Dla drugiej fazy ($k=2$) ograniczenia przepustowości wykrojów mają postać:

$$\langle \delta_i^1 = 0 \rangle \implies \sum_{n \in \alpha_{i,j}} (\mathbb{E}_n^1 + \mathbb{E}_n^2) \leq P_{1,j}^0 \quad (30a)$$

lub:

$$\langle \delta_i^1 = 1 \rangle \implies \sum_{n \in \alpha_{i,j}} \mathbb{E}_n^2 \leq \mathbb{E}_{i,j} \quad (30b)$$

Przy dwóch fazach obowiązuje ograniczenie fazy $k=1$ oraz jedno z ograniczeń (30a) lub (30b) drugiej fazy.

Ograniczenie dla drugiej fazy:

$$\sum_{n \in \alpha_{i,j}} (\mathbb{E}_n^1 + \mathbb{E}_n^2) \leq P_{1,j}^0 + \delta_i^1 \mathbb{E}_{i,j} \quad (30)$$

Jeśli $\delta_i^1 = 0$, otrzymamy (30a).

Jeśli $\delta_i^1 = 1$, to (30) nie pokrywa się (30b).

Dodając do (30b) ograniczenie fazy $k=1$ otrzymamy (30).

Dla trzeciej fazy powinno być:

$$\langle \delta_i^1 = 0 \rangle \wedge \langle \delta_i^2 = 0 \rangle \implies \left\{ \sum_{n \in \alpha_{i,j}} (\mathbb{E}_n^1 + \mathbb{E}_n^2 + \mathbb{E}_n^3) \leq P_{1,j}^0 \right\} \quad (31a)$$

lub

$$\langle \delta_i^1 = 1 \rangle \wedge \langle \delta_i^2 = 0 \rangle \implies \left\{ \sum_{n \in \alpha_{i,j}} (\mathbb{E}_n^2 + \mathbb{E}_n^3) \leq \mathbb{E}_{i,j} \right\} \quad (31b)$$

lub

$$\langle \delta_i^1 = 1 \rangle \wedge \langle \delta_i^2 = 1 \rangle \implies \left\{ \sum_{n \in \alpha_{i,j}} \mathbb{E}_n^3 \leq \mathbb{E}_{i,j} \right\} \quad (31c)$$

Ograniczenie trzeciej fazy można zapisać łącznie w postaci:

$$\sum_{n \in \alpha_{i,j}} (\mathbb{E}_n^1 + \mathbb{E}_n^2 + \mathbb{E}_n^3) \leq P_{1,j}^0 + \delta_i^1 \mathbb{E}_{i,j} + \delta_i^2 \mathbb{E}_{i,j} \quad (31)$$

Jeżeli $\langle \delta_i^1 = 0 \rangle \wedge \langle \delta_i^2 = 0 \rangle$, to otrzymujemy (31a).

Jeżeli $\langle \delta_i^1 = 1 \rangle \wedge \langle \delta_i^2 = 0 \rangle$, to otrzymujemy:

$$\sum_{n \in \alpha_{i,j}} (\mathbb{E}_n^1 + \mathbb{E}_n^2 + \mathbb{E}_n^3) \leq P_{1,j}^0 + \mathbb{E}_{i,j} \quad (32)$$

Odejmując od (31) obowiązujące ograniczenie dla $k=1$ fazy otrzymamy (31b):

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} (\xi_n^1 + \xi_n^2 + \xi_n^3) \leq P_{1,j}^0 + \delta_l^1 \epsilon_{l,j} + \delta_l^2 \epsilon_{l,j}$$

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} \xi_n^1 \leq P_{1,j}^0 \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J_l \end{matrix}$$

$$\left\{ \sum_{n \in \alpha_{l,j}} (\xi_n^2 + \xi_n^3) \leq \epsilon_{l,j} \right\}$$

Jeżeli $(\delta_l^1 = 1) \wedge (\delta_l^2 = 1)$, to z (31) otrzymamy

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} (\xi_n^1 + \xi_n^2 + \xi_n^3) \leq P_{1,j}^0 + 2\epsilon_{l,j} \quad (33)$$

Odejmując od (33) obowiązujące ograniczenie (30) dla $k=2$ fazy otrzymamy (30c). Uogólniając (30) i (31) dochodzimy do (29). (c.b.d.u.)

Twierdzenie: Ograniczenie przepustowości wykrojów k -tej fazy ($k=2, \dots, K$) ma postać liniowej nierówności:

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} \sum_{k=1}^{k=K} \xi_n^k \leq P_{1,j}^0 + \sum_{k=1}^{k=K} \delta_l^{k-1} \epsilon_{l,j} \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J_l \end{matrix} \quad (29)$$

$$\delta_l^0 = 0 \quad (29a)$$

Dowód: II. Metoda indukcji matematycznej:

1. Zakładamy słuszność twierdzenia dla $k = 1$

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} \xi_n^1 \leq P_{1,j}^0 + \delta_l^0 \epsilon_{l,j} \quad \delta_l^0 = 0 \quad \left. \begin{matrix} - \\ - \end{matrix} \right\} \sum_{n \in \alpha_{l,j}} \xi_n^1 \leq P_{1,j}^0 \quad (I)$$

2. Dla $k = 2$ twierdzenie ma postać:

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} \sum_{z=1}^{z=K} (\xi_n^1 + \xi_n^z) \leq P_{1,j}^0 + \delta_l^1 \epsilon_{l,j} \quad (II)$$

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} \xi_n^1 + \sum_{n \in \alpha_{l,j}} \xi_n^2 \leq P_{1,j}^0 + \delta_l^1 \epsilon_{l,j} \quad \left. \begin{matrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{matrix} \right\}$$

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} \xi_n^1 \leq P_{1,j}^0 \quad \left. \begin{matrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{matrix} \right\}$$

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} \xi_n^1 + P_{1,j}^0 \leq P_{1,j}^0 + \delta_l^1 \epsilon_{l,j} \quad \left. \begin{matrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{matrix} \right\}$$

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} \xi_n^2 \leq \delta_l^1 \epsilon_{l,j} \quad (III)$$

3. Dla $k=3$ zachodzi zależność:

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} (\xi_n^1 + \xi_n^2 + \xi_n^3) \leq P_{1,j}^0 + \delta_l^1 \epsilon_{l,j} + \delta_l^2 \epsilon_{l,j} \quad (IV)$$

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} (\xi_n^1 + \xi_n^2) + \sum_{n \in \alpha_{l,j}} \xi_n^3 \leq P_{1,j}^0 + \delta_l^1 \epsilon_{l,j} + \delta_l^2 \epsilon_{l,j} \quad \left. \begin{matrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{matrix} \right\} (II)$$

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} \xi_n^3 + P_{1,j}^0 + \delta_l^1 \epsilon_{l,j} \leq P_{1,j}^0 + \delta_l^1 \epsilon_{l,j} + \delta_l^2 \epsilon_{l,j} \quad \left. \begin{matrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{matrix} \right\}$$

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} \xi_n^3 \leq \delta_l^2 \epsilon_{l,j} \quad (V)$$

4. Zakładamy słuszność twierdzenia dla $k=n$:

$$\sum_{n \in \alpha_{i,j}} \sum_{k=1}^{k=n} M_n^k \leq P_{i,j}^0 + \sum_{k=1}^{k=n} \delta_i^{k-1} \epsilon_{i,j} \quad (V)$$

5. Z prawdziwości twierdzenia dla $k = n$ wykażemy, że jest ono słuszne dla $k = n+1$:

$$\sum_{n \in \alpha_{i,j}} \sum_{k=1}^{k=n} M_n^{n+1} \leq P_{i,j}^0 + \sum_{k=1}^{k=n+1} \delta_i^{k-1} \epsilon_{i,j} \quad (VI)$$

$$\sum_{n \in \alpha_{i,j}} \left(\sum_{k=1}^{k=k} M_n^k + M_n^{n+1} \right) \leq P_{i,j}^0 + \sum_{k=1}^{k=n+1} \delta_i^{k-1} \epsilon_{i,j} \quad (VI)$$

$$\sum_{n \in \alpha_{i,j}} M_n^{n+1} + P_{i,j}^0 + \sum_{k=1}^{k=n} \delta_i^{k-1} \epsilon_{i,j} \leq P_{i,j}^0 + \sum_{k=1}^{k=n} \delta_i^{k-1} \epsilon_{i,j} + \delta_i^n \epsilon_{i,j} \quad (VII, (V))$$

$$\sum_{n \in \alpha_{i,j}} \left(\sum_{k=1}^{k=n} M_n^k + M_n^{n+1} \right) \leq P_{i,j}^0 + \sum_{k=1}^{k=n+1} \delta_i^{k-1} \epsilon_{i,j} \quad (VII)$$

$$\sum_{n \in \alpha_{i,j}} \sum_{k=1}^{k=n} M_n^{n+1} \leq P_{i,j}^0 + \sum_{k=1}^{k=n+1} \delta_i^{k-1} \epsilon_{i,j} \quad (\text{c.b.d.u.})$$

Na podstawie dowodu metodą dedukcji i indukcji matematycznej wnioskujemy, że problem optymalizacji został sprowadzony do programowania liniowego.

4. Algorytmy heurystyczne

Ponieważ algorytm optymalizacji wymaga dużej liczby zmiennych i ograniczeń, w praktyce stosowane są algorytmy heurystyczne.

4.1. Algorytmy przepustowości wykrójów

Rozważmy problem wyznaczenia liczby ton materiału, który od stanu X^{k-1} do stanu X^k ma być przepuszczony przez każdy wykrój. Oznaczmy tę wielkość przez $\pi_{i,j}^{k-1}$.

Zatem wyznaczamy:

$$\pi_{i,j}^{k-1} = \sum_{n \in \alpha_{i,j}} z_{m,n}^{k-1} \quad (34)$$

przy czym:

$$\alpha_{i,j} = \{ n: \lambda_{i,j} = j \} \quad (35)$$

W ten sposób dla każdego wykroju można wyznaczyć wskaźnik

$$\Delta \pi_{i,j}^{k-1} = | \epsilon_{i,j} - z_{i,j}^{k-1} - \pi_{i,j}^{k-1} | \quad (36)$$

który określa zapotrzebowanie na wykrój.

Wykrój, na który jest największe zapotrzebowanie, stanowi wąskie gardło, tzn., jeżeli

$$\max_{1 \leq i \leq I} \max_{1 \leq j \leq J_i} \Delta \pi_{i,j}^{k-1} = \Delta \pi_{r,s}^{k-1} \quad (37)$$

to s -ty wykrój r -tego złożenia stanowi wąskie gardło.

Heurystyka przepustowości wykrojów polega na realizacji zamówień przechodzących przez wąskie gardło. Z (37) wynika, że r -ty walec będzie wymieniany najwięcej razy. Każda wymiana powoduje przestój ELW w czasie τ_r . Jeżeli r -te złożenie będzie wymieniane w stanie spełniającym warunek:

$$x_{r,s}^{k-1} < \epsilon_{r,s} \quad (38)$$

to liczba koniecznych wymian r -tego złożenia zwiększy się. Spowoduje to wydłużenie czasu walcowania.

Zatem należy dążyć do całkowitego wykorzystania przepustowości wykoju stanowiącego wąskie gardło.

W najprostszym przypadku w algorytmie przepustowości wykrojów w stanie X^{k-1} wybiera się n -te zamówienie, które spełnia warunek:

$$\max_{\forall \alpha_{r,s}} [\min_{1 \leq i \leq I} (\epsilon_{i,\lambda_{i,\nu}} - x_{i,\lambda_{i,\nu}}^{k-1})] = [\min_{1 \leq i \leq I} (\epsilon_{i,\lambda_{i,n}} - x_{i,\lambda_{i,n}}^{k-1})] \quad (39)$$

Ponieważ nie ma gwarancji, że warunek (39) da całkowite wykorzystanie przepustowości s -tego wykoju r -tego złożenia, zatem efektywność tej heurystyki można sprawdzić poprzez symulację procesu walcowania. W tym celu wykorzystuje się heurystykę przeciwną, wybierając n -te zamówienie spełniające warunek:

$$\min_{\forall \alpha_{r,s}} [\min_{1 \leq i \leq I} (\epsilon_{i,\lambda_{i,\nu}} - x_{i,\lambda_{i,\nu}}^{k-1})] = [\min_{1 \leq i \leq I} (\epsilon_{i,\lambda_{i,n}} - x_{i,\lambda_{i,n}}^{k-1})] \quad (40)$$

4.2. Algorytm przepustowości ELW

Rozważając przepustowość ELW mamy na uwadze liczbę ton produktów, które można otrzymać z ELW do jej "zatkania". Problem maksymalizacji przepustowości ELW można sprowadzić do programowania liniowego.

Przyjmijmy kryterium:

$$Q = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N u_{m,n}^k \rightarrow \max \quad (41)$$

oraz ograniczenia:

- zamówień

$$u_{m,n}^k \leq z_{m,n}^{k-1} \quad n=1, \dots, N \quad (42)$$

- przepustowości wykrojów na k -tym etapie musi spełniać warunek:

$$\sum_{n \in \alpha_{i,j}} u_{m,n}^k \leq \epsilon_{i,j} - x_{i,j}^{k-1} \quad (43)$$

gdzie: $u_{m,n}^k$ - liczba ton produktów n -tego typu z m -tego wsadu, które należy przewalcować od stanu X^{k-1} .

Zatem liczby ton $u_{m,n}^k$ produktów, które należy zrealizować do "zatkania" ELW, można wyznaczyć algorytmem simpleks.

W przypadku kryterium maksymalizacyjnego tonaż produktów uzyskanych w pierwszej fazie (do pierwszego zatkania" ELW) jest maksymalny. Jednakże stan ELW (nawet po wymianie niektórych złożów) może być gorszy dla dalszego walcowania. Dlatego też kryterium (41) nie daje gwarancji minimalizacji czasu walcowania T^k . Zatem przyjmując inne kryteria można zweryfikować algorytm maksymalizacji przepustowości ELW.

4.3. Algorytm optymalizacji lokalnej

Ponieważ rozwiązanie problemu realizacji wszystkich zamówień w najkrótszym czasie trudno wyznaczyć w przypadku globalnym (z uwzględnieniem przestoju ELW), dlatego zostanie przedstawiony jedynie algorytm optymalizacji lokalnej. Za pomocą tego algorytmu określimy ilości produktów, które mają być walcowane pomiędzy kolejnymi przestojami ELW. Przyjmijmy kryterium maksymalizacji produktów odwalcowanych pomiędzy kolejnymi przestojami ELW.

Oznaczmy przez:

$u_{m,n}^k$ - ilości produktu n -tego typu z m -tego wsadu odwalcowanego pomiędzy kolejnymi przestojami ELW.

Zatem kryterium ma postać:

$$Q = \sum_{k=1}^{K} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N u_{m,n}^k \rightarrow \max \quad (44)$$

Ograniczenia optymalizacji są następujące:

- produkcja nie może przekroczyć zamówień, czyli

$$u_{m,n}^k \leq z_{m,n}^{k-1} \quad n=1, \dots, N \quad (45)$$

- sumaryczna ilość produktów walcowanych na j -tym wykoju i -tego walca nie może przekroczyć przepustowości, czyli

$$\sum_n u_{m,n}^k \leq p_{i,j}^k \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J_i \end{matrix} \quad (46)$$

przy czym

$$p_{i,j}^k = \epsilon_{i,j} - x_{i,j}^k \quad (46a)$$

$$\alpha_{i,j} = \{ n: \lambda_{i,n} = j \} \quad (46b)$$

ALGORYTM OPTIMALIZACJI LOKALNEJ dla poszczególnych etapów ma postać:

Krok 1: Wybieramy do walcowania n -ty produkt z m -tego wsadu, dla którego

$$u_{m,n}^1 \leq z_{m,n}^0 \quad n=1, \dots, N \quad (47)$$

oraz

$$\sum_n u_{m,n}^1 \leq p_{i,j}^0 \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J_i \end{matrix} \quad (47a)$$

przy czym

$$p_{i,j}^0 = \epsilon_{i,j} - x_{i,j}^0 \quad (47b)$$

znając stan początkowy ELW dla poszczególnych wykojów złoża.

Kryterium optymalizacji ma postać:

$$Q = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N u_{m,n}^1 \rightarrow \max \quad (48)$$

Krok 2: Obliczamy stan ELW po pierwszym etapie:

$$x_{i,j}^1 = x_{i,j}^0 + u_{i,j}^0 \quad (49)$$

gdzie: $u_{i,j}^0$ - zużycie j -tego wykoju i -tego złoża walców po odwalcowaniu n -tego produktu z m -tego wsadu w poprzednim etapie decyzyjnym.

Macierz zamówień dla dalszych etapów decyzyjnych ma postać:

$$z_{m,n}^1 \leq z_{m,n}^0 - u_{m,n}^0 \quad n=1, \dots, N \quad (50)$$

Obliczamy przepustowość ELW:

$$p_{l,j}^1 = \epsilon_{l,j} - x_{l,j}^E \quad (51)$$

Krok 3: Wybieramy do walcowania n-ty produkt z m-tego wsadu, dla którego

$$u_{m,n}^2 \leq z_{m,n}^1 \quad n=1, \dots, N \quad (52)$$

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} u_{m,n}^2 \leq p_{l,j}^1 \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J_l \end{matrix} \quad (52a)$$

gdzie:

$$p_{l,j}^1 = \epsilon_{l,j} - x_{l,j}^1 \quad (52b)$$

Kryterium optymalizacji ma postać:

$$Q = \sum_{k=1}^k \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N u_{m,n}^k \rightarrow \max \quad (53)$$

Krok 4: Dla k-tego etapu decyzyjnego obliczamy parametry ELW:

$$x_{l,j}^k = x_{l,j}^{k-1} + u_{l,j}^{k-1} \quad (54)$$

gdzie: $u_{l,j}^{k-1}$ - zużycie j-tego wykoju i-tego złożenia walców po odwalcowaniu n-tego produktu z m-tego wsadu w k-1 etapie decyzyjnym.

$$z_{m,n}^k \leq z_{m,n}^{k-1} - u_{m,n}^{k-1} \quad n=1, \dots, N \quad (55)$$

$$p_{l,j}^k = \epsilon_{l,j} - x_{l,j}^{k-1} \quad (55a)$$

Krok 5: Wybieramy do walcowania n-ty produkt z m-tego wsadu, dla którego

$$u_{m,n}^k \leq z_{m,n}^{k-1} \quad n=1, \dots, N \quad (56)$$

$$\sum_{n \in \alpha_{l,j}} u_{m,n}^k \leq p_{l,j}^{k-1} \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J_l \end{matrix} \quad (57)$$

gdzie:

$$p_{l,j}^{k-1} = \epsilon_{l,j} - x_{l,j}^{k-1} \quad (57a)$$

Kryterium optymalizacji ma postać:

$$Q = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N u_{m,n}^k \rightarrow \max \quad (58)$$

Krok 6: Sprawdzamy czy $p_{l,j}^{k-1} = 0$. Jeżeli tak, to powtórz krok 4 i 5, w przeciwnym przypadku wymień złożenia walców.

Jest to algorytm optymalizacji lokalnej, ponieważ nie ma gwarancji, że maksymalizacja ilości produktów odwalcowanych pomiędzy kolejnymi przestojami ELW doprowadzi do minimalizacji czasu realizacji zamówień.

5. Wnioski

W pracy wykazano, że problem optymalizacji ELW może być rozwiązany optymalnie za pomocą wielokrotnego stosowania algorytmu simplex. Efektywność przedstawionych algorytmów heurystycznych można oszacować w odniesieniu do rozwiązań optymalnych na podstawie testów komputerowych.

Na podstawie sformułowanego problemu optymalizacji z ograniczeniami metoda programowania statycznego liniowego (Simplex) można wyznaczyć maksymalną liczbę ton materiału przewalcowanego na ELW.

LITERATURA

- [1] Rasztabiga D.: Maksymalizacja wydajności Walcowni Ciągłej Kęsów.
I Ogólnopolska Konferencja nt.: "Sztuczna Inteligencja" CIR'90, WSP-R
Siedlce 1990.
- [2] Rasztabiga D., Marecki F.: Harmonogramowanie Elastycznej Linii Walcowni-
czej. IX Krajowa Konferencja Automatyki, Białystok-Białowieża 1991.
- [3] Namhauser J., Garfinkel W.: Programowanie całkowitoliczbowe. WNT,
Warszawa 1978.
- [4] Rasztabiga D., Marecki F.: Modele matematyczne i algorytmy sterowania
procesem walcowania ciągłego, Raport z pracy n-b RPI.02., Gliwice 1990

Recenzent: Prof. dr hab. inż. K. Wala

Wpłynęło do redakcji do 30.04.1992.

Abstract: The Flexible Rolling Line (FRL) makes it possible to manufacture a various range of goods. A proper tool is needed for each assortment and particular line unit. The production of different range of goods is related to the necessity of tool replacement. It is assumed that the tools are multifunctional, i.e. they can be used for manufacturing various assortments. The tool replacement causes FRL shut-downs, which decreases its effectiveness.

The Flexible Rolling Line (FRL) is a tandem arrangement of roll assemblies (Fig.1). Each assembly provides a pair of rolls. Passes are situated on the surface of each roll. Particular assembly is furnished with various passes. As a result of rolling the charge it is possible to obtain products of various types. Rolled products differ in the cross-section from each other.

A specified technological route is provided for respective product as determined by the number of pass in each assembly. It has been assumed that technological routes run through one pass of particular assembly.

During the rolling only one, selected technological route is operated. Thus the products are rolled in a sequential manner. If one of the passes of selected route is excluded the route can be changed to roll another product. In case when routes of all products are ruled out - the FRL is stopped. In order to start FRL the rolls in the worn out assembly should be renewed. Rolls worn out are regenerated. Roll renewal causes down-time of whole FRL. The problem of FRL control is that a sequence and a quantity of produced goods and procedure of tools renewal are determined for maximization of the line effectiveness.

Generally, two problems of FRL control can be distinguished: schedule generation and competent control.

For the problem of deterministic FRL control it is assumed that the line is operated in cycles (charge is defined for manufacturing process) without buffer stores between the units, and the realization of a selected assortment occupies all FRL units at the same time.

For the deterministic case, the FRL control should determine:
- a sequence of charge quantity of different assortment fed to the FRL,
- units in which tools should be replaced if FRL is "locked".
The object of FRL control under these conditions is to maximize production through the minimization of service time for specified charge.

The problem of FRL deterministic control formulated resolves itself into an optimum solved schedule.

In the case of FRL, decision variables for rolling process and roll replacement are distinguished which determine the sequences and product range for certain charge and the choice of unit in which roll replacement is required.