

Michał GRODECKI
Politechnika Krakowska

STUDIUM PARAMETRYCZNE STATECZNOŚCI I NOŚNOŚCI GRANICZNEJ SKARPY JEDNORODNEJ

Streszczenie. Praca zawiera porównanie najczęściej spotykanych metod oceny stateczności skarpy jednorodnej, propozycję wzoru aproksymacyjnego i nomogramów służących do określania nośności granicznej i współczynnika stateczności oraz uwagi dotyczące wyboru najbardziej niekorzystnych schematów obliczeniowych.

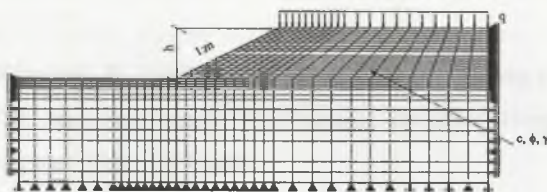
PARAMETRICAL STUDY OF THE STABILITY AND ULTIMATE LOAD OF A HOMOGENOUS SLOPE

Summary. A comparison of commonly used methods of stability analysis of homogenous slope is given. A formula and nomograms to evaluate the ultimate load and stability factor are proposed. Remarks about selecting the most dangerous calculation schemes are included.

1. Wstęp

Analizy stateczności skarp w praktyce inżynierskiej najczęściej dokonywane są metodami paskowymi, z reguły zakładającymi kołowe powierzchnie poślizgu (np. metodami szwedzką (Felleniusa) i Bishopa, omawianymi w [1] i [4]). Obecnie coraz częściej stosuje się analizę numeryczną za pomocą metody elementów skończonych (MES), nie obarczoną założeniami o kształcie powierzchni poślizgu.

Przedmiot rozważań w niniejszej pracy stanowi skarpa jednorodna o wysokości h , nachyleniu $1:m$, zbudowana z gruntu charakteryzującego się ciężarem objętościowym γ , kątem tarcia wewnętrznego ϕ , spójnością c , modułem Younga E i współczynnikiem Poissona ν , obciążona obciążeniem równomiernie rozłożonym o intensywności q , przedstawiona na rysunku 1.



Rys. 1. Model numeryczny przykładowej skarpy
Fig. 1. Numerical model of a slope

Wszystkie obliczenia numeryczne omawiane w pracy wykonano z wykorzystaniem systemu MES Z_Soil.PC, opisywanego w [7] i [8]. Przyjęto sprężysto-plastyczny model gruntu Druckera – Pragera z niestowarzyszonym prawem płynięcia (kąt dylatacji $\psi \neq 0$) oraz pracę skarpy w warunkach płaskiego stanu odkształcenia. W analizie numerycznej sekwencja obliczeń rozpoczyna się od wyznaczenia stanu naprężenia „in situ” (w konfiguracji nieodkształconej skarpy). Następnie w analizie nośności przykładane jest wzrastające obciążenie zewnętrzne aż do uzyskania stanu braku równowagi sprężysto – plastycznej. W analizie stateczności przykładane jest obciążenie zewnętrzne (jeżeli istnieje), a następnie oceniany jest współczynnik stateczności (metodą $c-\phi$ redukcji, omawianą w [6]).

Obliczenia stateczności metodą szwedzką (Felleniusa) oraz metodą Bishopa wykonano za pomocą autorskiego programu komputerowego „Skarpa”.

2. Studium parametryczne problemu stateczności skarpy

Punkt wyjścia prezentowanego sformułowania problemu stanowi warunek plastyczności Coulomba - Mohra:

$$|\tau_{\max}| = -\sigma_n \cdot \tan \phi + c, \quad (1)$$

gdzie σ_n , τ_{\max} – składowe naprężenia (normalna i styczna) w płaszczyźnie największego ścinania, ϕ – kąt tarcia wewnętrzznego, c – spójność.

W rozpatrywanym przypadku składowe naprężenia σ i τ są proporcjonalne do wysokości skarpy i ciężaru objętościowego gruntu oraz intensywności obciążenia zewnętrznego:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \gamma \cdot h + \sigma_q \cdot q, \quad \tau = \gamma \cdot h \cdot \tau_0 + q \cdot \tau_q, \quad (2)$$

gdzie σ_0 , τ_0 – bezwymiarowe składowe naprężenia wywołane ciężarem gruntu,

σ_q , τ_q – bezwymiarowe składowe naprężenia wywołane obciążeniem zewnętrznym.

Wstawiając (2) do (1), po przekształceniach można uzyskać:

$$\left| \tau_0 + \tau_q \cdot \frac{q}{h \cdot \gamma} \right| = -(\sigma_0 + \sigma_q \cdot \frac{q}{h \cdot \gamma}) \cdot \operatorname{tg} \phi + \frac{c}{h \cdot \gamma} \quad (3)$$

Parametrami decydującymi o stateczności skarpy są więc wielkości bezwymiarowe: tangens kąta tarcia wewnętrznego $\operatorname{tg} \phi$, spójność bezwymiarowa $c_0 = \frac{c}{h \cdot \gamma}$, obciążenie bezwymiarowe $q_0 = \frac{q}{h \cdot \gamma}$ oraz nachylenie skarpy 1:m. Poszukiwane zaś są współczynnik stateczności SF (czyli stosunek sił utrzymujących do sił ściąających) oraz mechanizm utraty stateczności (powierzchnia poślizgu).

Wprowadzając pojęcie obciążenia krytycznego q_{kr} (któremu odpowiada współczynnik stateczności SF=1) i bezwymiarowego obciążenia krytycznego $q_{0kr} = \frac{q_{kr}}{h \cdot \gamma}$ można zapisać:

$$q_{0kr} = F(c_0, \operatorname{tg} \phi, m) \quad (4)$$

lub też w postaci wymiarowej:

$$q_{kr} = F\left(\frac{c}{h \cdot \gamma}, \operatorname{tg} \phi, m\right) \cdot h \cdot \gamma, \quad (5)$$

gdzie poszukiwana funkcja F wyraża nośność obiektu w zależności od parametrów gruntu oraz nachylenia skarpy i jej wysokości.

Obecność wyrażenia $h \cdot \gamma$ w dwóch miejscach równania (5) budzi wątpliwość, czy nośność skarpy jest rosnąca czy też malejąca względem tego wyrażenia. W przypadku gruntu niespoistego ($c=0$, więc $c_0=0$) równanie (5) upraszcza się do postaci:

$$q_{kr} = F(\operatorname{tg} \phi, m) \cdot h \cdot \gamma, \quad (6)$$

co wskazuje, że w takiej sytuacji nośność skarpy rośnie wraz ze wzrostem wartości $h \cdot \gamma$. Wpływ wartości tego wyrażenia na nośność skarpy zbudowanej z gruntu spoistego będzie omawiany w dalszej części pracy.

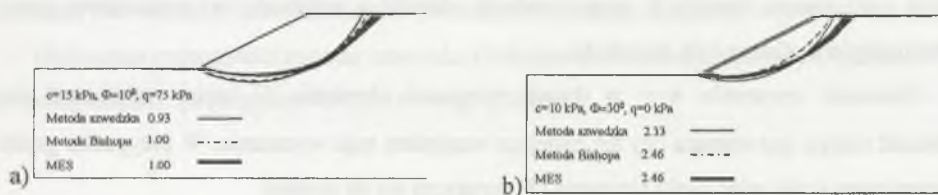
3. Eksperyment numeryczny

Przeprowadzono analizę stateczności ($q=0$) i nośności granicznej ($q>0$) około 100 skarpy o różnych nachyleniach i wysokościach zbudowanych z gruntów różniących się parametrami wytrzymałościowymi. Współczynniki stateczności określono metodami: szwedzką (Felleniusa), Bishopa oraz elementów skończonych uzupełnioną algorytmem proporcjonalnej

redukcji parametrów wytrzymałościowych (metoda redukcji $c-\phi$). Uzyskane wartości obciążenia krytycznego wykorzystano do weryfikacji otrzymanych wyników metodą szwedzką (Felleniusa) i metodą Bishopa.

Wyniki potwierdziły zależność analizowanych zjawisk od parametrów wymienionych powyżej. Najniższe współczynniki stateczności uzyskano metodą szwedzką, nieco wyższe (około 5 do 10%) metodą Bishopa i na drodze analizy numerycznej. Dla skarp obciążonych (uzyskanym na drodze analizy MES) obciążeniem krytycznym współczynniki stateczności otrzymane metodą szwedzką wynosiły od 0.88 do 0.95, a metodą Bishopa od 0.94 do 1.03 (przy spodziewanej wartości 1.00).

Zaobserwowano istotny wpływ parametrów gruntu na położenie powierzchni poślizgu. W skarpach zbudowanych z gruntów o wysokiej wartości spójności a niskim kącie tarcia wewnętrznego obserwowano głębokie, niejednokrotnie przechodzące poniżej podstawy skarpy powierzchnie poślizgu. W przypadku odwrotnym uzyskiwano bardziej płaskie, płytkie powierzchnie poślizgu aż do zsuwu powierzchniowego dla gruntu niespoistego. W analizie nośności granicznej uzyskiwano również powierzchnie poślizgu przechodzące powyżej podstawy skarpy. Przykładowe wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Przykładowe powierzchnie poślizgu i współczynniki stateczności ($h=5$ m, nachylenie 1:2, $\gamma=18$ kN/m³): a) głębokie, nie przechodzące przez podstawę skarpy, typowe dla gruntów o wysokiej kohezji, b) płaskie, typowe dla gruntów o niskiej kohezji

Fig. 2. Examples of sliding surfaces and Safety Factors ($h=5$ m, inclination 1:2, $\gamma=18$ kN/m³): a) deep surface, characteristic for high cohesive soils, b) flat, typical for low cohesive soils

Dla uzyskanej za pomocą MES zależności pomiędzy parametrami bezwymiarowymi a współczynnikiem stateczności skarpy nieobciążonej zaproponowano zależność funkcyjną:

$$SF = m \cdot (tg\phi)^A (A^{c_0}) + B \cdot c_0 (D^{ig\phi}), \quad (7)$$

gdzie A, B, D są bezwymiarowymi parametrami zależnymi od nachylenia skarpy 1:m.

Ich wartości proponuje się określać w zależności od nachylenia skarpy 1:m według wzorów, będących aproksymacją zależności pochodzących z eksperymentu numerycznego:

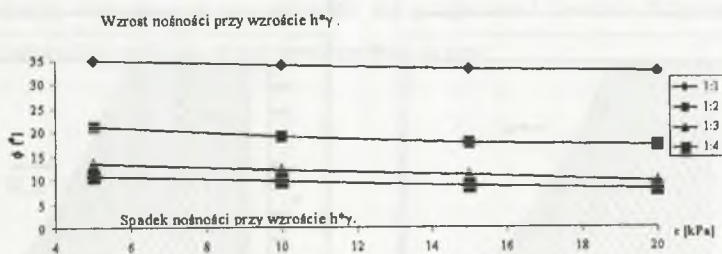
$$A = 0.00831 \cdot m^{2.608} + 0.639 \quad B = 0.063 \cdot m + 6.254 \quad D = -0.111 \cdot m + 0.784 \quad (8)$$

Zaproponowaną aproksymację zbadano dla skarp o nachyleniu od 1:1 do 1:3. Nie sprawdzano jej poprawności przy współczynnikach stateczności >5 .

Wysoki wskaźnik zgodności, wynoszący 99%, wskazuje na to, iż zaproponowana postać równania dobrze aproksymuje zależność uzyskaną na drodze eksperymentu numerycznego. Różnice pomiędzy wartościami uzyskanymi z proponowanego wzoru a rozwiązaniem MES i metodą Bishopa nie przekraczają 5%, gdy stosuje się wzór i uzyskuje wynik po stronie niebezpiecznej (tj. zawyżony współczynnik stateczności) i 15% w przypadku przeciwnym.

Wykorzystując wzór (7) oraz normową [5] zależność pomiędzy stopniem plastyczności gruntu a pozostałymi jego parametrami (tj. ϕ , c , γ), można wykonać wykresy zależności współczynnika stateczności skarpy nieobciążonej o założonej geometrii od stopnia plastyczności budującego ją gruntu. Możliwa jest również analiza wrażliwości omawianego zagadnienia na błąd określenia parametrów gruntu. Przykład można znaleźć w [2].

Jak nadmieniono w punkcie 2, obecność wyrażenia $h \cdot \gamma$ w dwóch miejscach wzoru (5) nasuwa wątpliwość co do wpływu wartości tego wyrażenia na nośność skarpy. Na zamieszczonym poniżej wykresie przedstawiono uzyskaną na drodze eksperymentu numerycznego zależność pomiędzy spójnością a kątem tarcia wewnętrznego dzielącą grunty w zależności od wpływu członu $h \cdot \gamma$ na nośność zbudowanych z nich skarp (dla skarp o różnych nachyleniach).



Rys. 3. Wykres linii rozgraniczającej zbiór parametrów gruntu c, ϕ w zależności od wpływu członu $h \cdot \gamma$ na nośność zbudowanych z niego skarp – dla skarp o różnych nachyleniach 1:m

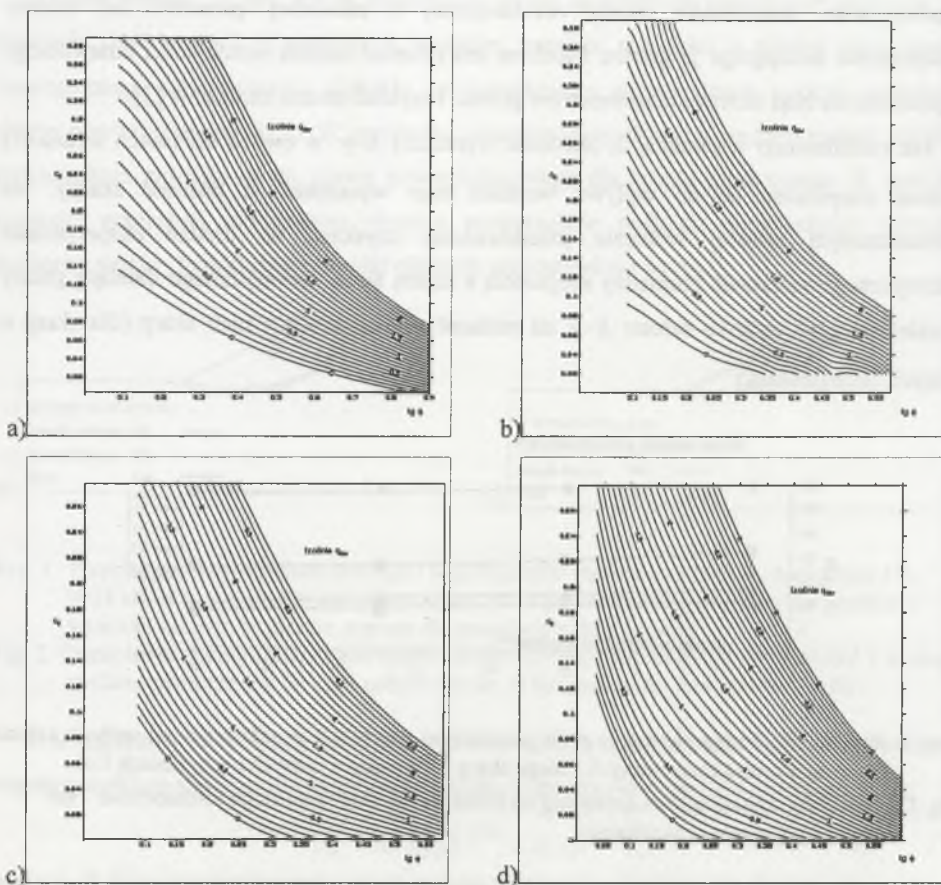
Fig. 3. Chart, differentiating soils depending on influence of $h \cdot \gamma$ on a slope ultimate load – for slopes with different inclination

Tak więc powszechne w geotechnice przyjmowanie do obliczeń stateczności i nośności największego możliwego ciężaru objętościowego gruntu i największej wysokości skarpy nie zawsze jest przyjęciem po stronie bezpiecznej.

Wyznaczając współczynniki stateczności przy obciążeniach niższych od krytycznego, można uzyskać wykres zależności współczynnika stateczności od obciążenia. Jest to zależność nieliniowa, szczególnie dla skarp zbudowanych z gruntów spoistych.

W trakcie analizy nośności uzyskuje się zależności przemieszczenie – obciążenie dla węzłowych punktów siatki dyskretyzacyjnej (przykłady podaje się w pracy [3]). Są to zależności nieliniowe, co jest konsekwencją przyjęcia sprężysto–plastycznego modelu gruntu.

Wykorzystując wyniki eksperymentu numerycznego, wykonano zamieszczone poniżej nomogramy, umożliwiające odczytanie wielkości obciążenia krytycznego oraz współczynnika stateczności przy obciążeniu nierównym krytycznemu.



Rys. 4. Nomogramy do oceny nośności granicznej skarpy i współczynnika stateczności skarpy o nachyleniu: a) 1:1, b) 1:2, c) 1:3, d) 1:4

Fig. 4. Nomograms to calculate the slope ultimate load and the safety factor for slope inclination: a)1:1, b)1:2, c) 1:3, d) 1:4

Prowadząc prostą z początku układu współrzędnych do punktu ($\text{tg } \phi$, c_0) odpowiadającego rzeczywistym parametrom gruntu, można znaleźć punkt przecięcia uzyskanej prostej z izolinią q_0 odpowiadającą istniejącemu obciążeniu skarpy. Odpowiadające temu punktowi parametry $\text{tg } \phi_{kr}$ i c_{0kr} będą parametrami krytycznymi dla danej skarpy, tak więc stosunek $c_0/c_{0kr} = c/c_{kr} = \text{tg } \phi / \text{tg } \phi_{kr}$ będzie poszukiwanym współczynnikiem stateczności.

4. Wnioski

Wykonany eksperyment numeryczny potwierdził spodziewaną zależność uzyskiwanych wyników od wymienionych wcześniej parametrów. Zaproponowany wzór aproksymacyjny oraz rodzina nomogramów nadają się do wykorzystania w praktyce – przy podanych wcześniej ograniczeniach. Metody te prowadzą do uzyskania współczynników stateczności bardzo bliskich do otrzymanych metodą analizy numerycznej lub metodą Bishopa. Metoda szwedzka (Felleniusa), jako dająca nieco zaniżone współczynniki stateczności, nie powinna być stosowana. Metoda Bishopa daje współczynniki stateczności praktycznie równe uzyskanym z analizy numerycznej, tak więc jej wykorzystanie nie prowadzi do rozwiązań nieekonomicznych. Otrzymane liczne powierzchnie poślizgu nie przechodzące przez podstawę skarpy wskazują, iż nie powinno się przyjmować założeń dotyczących miejsca przejścia powierzchni poślizgu przez powierzchnie skarpy.

LITERATURA

1. Dembicki E., Tejchman A.: Wybrane zagadnienia fundamentowania budowli hydrotechnicznych. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1981.
2. Grodecki M.: Studium parametryczne stateczności skarpy jednorodnej. Materiały Pokonferencyjne XII Konferencji Naukowej „Metody komputerowe w projektowaniu i analizie konstrukcji hydrotechnicznych”. Korbiewów 2000, Wyd. Samodzielny Zakład Podstaw Konstrukcji Budowli Wodnych, Kraków 2000.
3. Grodecki M.: Nośność graniczna skarpy jednorodnej – studium parametryczne. Materiały Pokonferencyjne XIII Konferencji Naukowej „Metody komputerowe w projektowaniu i

- analizie konstrukcji hydrotechnicznych". Korbiew 2001, Wyd. Samodzielny Zakład Podstaw Konstrukcji Budowli Wodnych, Kraków 2001.
4. Madej J.: Metody sprawdzania stateczności zboczy. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1981.
 5. PN-81/B-03020 "Grunty budowlane. Posadowienie bezpośrednie budowli. Obliczenia statyczne i projektowanie".
 6. Sanecki L., Truty A., Urbański A.: O możliwościach modelowania komputerowego stateczności złożonych układów geotechnicznych. Materiały XLV Konf. Nauk KLiW PAN, Krynica 1999, Wrocław 1999
 7. Truty A., Urbański A., Podleś K.: Analiza zagadnień geotechnicznych w systemie Z-SOIL. Materiały Pokonferencyjne X Jubileuszowej Konferencji Naukowej "Metody numeryczne do projektowania i analizy konstrukcji hydrotechnicznych". Wyd. Samodzielny Zakład Podstaw Konstrukcji Budowli Wodnych, Kraków 1998.
 8. Z_Soil.PC, Theoretical Manual. ZACE Services Ltd., Lozanna 1998.

Recenzent: Prof. zw. dr hab. inż. Eugeniusz DEMBICKI

Abstract

Comparison of results obtained during stability and ultimate load analysis of a homogenous slope is given. Fellenius method, simplified Bishop's method and numerical analysis are compared using Z_Soil.PC Finite Elements Method software. Remarks about a proper selection of the most dangerous computational scheme are also included. In the author's opinion the selection for calculations of the highest possible height of slope and the highest possible soil density not always results in obtaining a safe stability assessment. A formula and nomograms to evaluate the ultimate load and stability factor are proposed.