ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1994

Seria: ELEKTRYKA z. 137 Nr kol. 1244

Donald A. PIERRE
Montana State University
Zbigniew BARTOŃ*)
Instytut Elektroenergetyki i Sterowania Układów

O FUNKCJI PRZEJŚCIA SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO I METODZIE JEJ IDENTYFIKACJI

Streszczenie. W artykule zaprezentowano metodę symulacyjnej identyfikacji wartości własnych i residuów modelu systemu elektroenergetycznego (SE). Identyfikacja oparta jest na ciągłym kwantowaniu wartości wielkości wejściowych i wyjściowych. Zaproponowano dwa rodzaje relacji wiążących sygnały wejściowe z chwilą próbkowania. Zastosowano metodę najmniejszych kwadratów w celu uzyskania optymalnych współczynników wielomianów opisujących dyskretne układy, które są transformatami Z. Określono dla warunków początkowych residuum.

ABOUT THE TRANSFER FUNCTION FOR POWER SYSTEM AND METHOD THEIR IDENTIFICATION

Summary. In this paper the methods to obtain continuous system eigenvalues and residues of power system is presented. The identification is based on periodically sampled input and output values. Two sets of relationships are derived. A weighted least-squares method is used to obtain optimal coefficients of polynomials of Z-transform. Expressions for initial condition residues are developed.

О ПЕРЕХОДНОЙ ФУНКЦИИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ И МЕТОДЕ ЕЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Резюме. В статье представлен метод симуляционного идентифицирования собственных величин и вычетов модели энергосистемы. Идентификация использует величины, которые получаются путем дискретизации входных и выходных величин энергосистемы. Предлагается два способа соединяющие эти величины с моментом дискретизации. Применен метод минимальных квадратов для получения оптимальных коэффициентов полиномов, которые определяют дискретные системы в виде трансформаты Z. Определен тоже вычет для начальных условий.

*) współautor korespondent

1. WPROWADZENIE

W systemie elektroenergetycznym (SE) zachodzą ciągłe zmiany. Najgroźniejsze, z punku widzenia eksploatacji, są zwarcia. Powodują one często zmianę konfiguracji systemu w stanie pozakłóceniowym. Identyfikowana funkcja przejścia systemu, w czasie rzeczywistym, zmienia się również na skutek zmiany warunków początkowych. Spowodowane jest to pojawianiem się w przebiegach przejściowych tłumionych składowych oscylacyjnych o małej częstotliwości. Metoda identyfikacji modelu SE uwzględniająca wspomniane składowe przedstawiona jest w [11].

2. MODEL MATEMATYCZNY

Sterowanie SE wykorzystujące technikę cyfrową w bardzo wielu przypadkach napotyka na problem kwantowania próbek i rejestracji sygnału wyjściowego z tym samym okresem próbkowania T, który jest rejestrowany od chwili $t = 0$. W takim przypadku transformata $\hat{Y}(z)$ wielkości wyjściowej $\hat{y}(t)$ ma następującą postać:

$$\hat{Y}(z) = \left[R_0 \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{z-1}{z}\right)R_i Z\left(\frac{1}{s(s-\lambda_i)}\right)\right]U(z) + \sum_{i=1}^{n}\frac{A_i z}{z-\alpha_i} =$$

$$= \left[R_0 + \sum_{i=1}^{n}\frac{R_i\beta_i}{z-\alpha_i}\right]U(z) + \sum_{i=1}^{n}\frac{A_i z}{z-\alpha_i}, \tag{1}$$

gdzie:

$$\alpha_i = e^{\lambda_i T} \quad \text{i} \quad \beta_i = \frac{\alpha_i - 1}{\lambda_i}. \tag{2}$$

W szczególnym przypadku $\lambda_i = 0$, wtedy równanie (2), uwzględniając ograniczenia, przyjmuje wartość $\beta_i = T$.

Równanie (1) może być również przedstawione w następującej postaci:

$$\hat{Y}(z) = \frac{N_1(z)}{D(z)}U(z) + \frac{zN_2(z)}{D(z)}, \tag{3}$$

gdzie:

$$D(z) = (z-\alpha_1)(z-\alpha_2)\dots(z-\alpha_n) = z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \dots + \alpha_n \ , \tag{4}$$

$$N_1(z) = b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_{n-1} z + b_n \ , \tag{5}$$

$$N_2(z) = c_1 z^{n-1} + \dots + c_{n-1} z + c_n \ , \tag{6}$$

przy czym a_i, b_i, c_i są liczbami rzeczywistymi. Należy zauważyć, że drugi składnik w równaniu (1), będący sumą, przyjmuje wartość zero, gdy $z = 0$. Wynika z tego, że składnik równania (3), które musi być wiernym odbiciem równania (1), posiada takie same cechy. Równocześnie, jeżeli czynnik R_0 w równaniu (1) jest znany i przyjmie wartość zero, to wtedy odpowiadający mu współczynnik w relacji (5) $b_0 \equiv 0$.

Z relacji (4), (5) i (6), które odpowiadają macierzom R_i i A_i, można określić:

$$R_0 \equiv 0 \ , \tag{7}$$

$$R_i = \lim_{z \to \alpha_i} \frac{(z-\alpha_i) N_1(z)}{\beta_i D(z)} = \frac{N_1(\alpha_i)}{\beta_i D'(\alpha_i)}, \quad i = 1,2,\dots,n \ , \tag{8}$$

a z równania (4) wynika:

$$D'(z) = n z^{n-1} + (n-1) a_1 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} \ , \tag{9}$$

także

$$A_1 = \frac{N_2(\alpha_i)}{D'(\alpha_i)}, \quad i = 1,2,\dots,n \ . \tag{10}$$

Aproksymacja ciągłych wielkości wejściowych

Wykorzystując twierdzenie Nyquista o próbkowaniu sygnałów z okresem T, przy założeniu że jest on dostatecznie mały, można wielkość wejściową modelu SE aproksymować następującą relacją:

$$u(t) \approx \left\{ \frac{u[(k+1)T]}{T} \right\} (t-kT) - \frac{u(kT)}{T}(t-kT) + u(kT) \ , \tag{11}$$

dla k będących liczbami ze zbioru liczb naturalnych oraz przy założeniu że: $kT \le t \le (k+1)T$.

Model SE w niniejszym artykule określa wielkość wejściowa $U(s)$, transmitancja:

$$R_0 + \sum_{i=1}^{n} \frac{R_i}{s-\lambda_i} \tag{12}$$

oraz zakłócenie opisane relacją:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{A_i}{s-\lambda_i}\,. \tag{13}$$

Wielkością wyjściową jest $\hat{Y}(s)$.

Jeżeli wielkością wejściową jest, określona relacją (11), wielkość $u(t)$, to wykorzystując transformatę Z otrzymuje się następującą zależność:

$$\hat{Y}(z) = \left[R_0 + \sum_{i=1}^{n} Z\left(\frac{e^{sT}(1-e^{-sT})^2 R_i}{s^2 T(s-\lambda_i)}\right)\right] U(z) + \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i z}{z-\alpha_i} =$$

$$= \left[R_0 + \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{z^2-2z+1}{zT}\right) Z\left(\frac{R_i}{s^2(s-\lambda_i)}\right)\right] U(z) + \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i z}{z-\alpha_i} =$$

$$= \left[R_0 + \sum_{i=1}^{n} R_i \frac{(\alpha_i - 1 - \lambda_i T)z + (1-\alpha_i+\alpha_i\lambda_i T)}{\lambda_i^2 T(z-\alpha_i)}\right] U(z) + \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i z}{z-\alpha_i}\,, \tag{14}$$

gdzie $\alpha_i \equiv e^{\lambda_i T}$.

W szczególnym przypadku jedna z wartości λ_i przyjmuje wartość równą 0. Wtedy, dla $\lambda_i = 0$, odpowiadająca wartość wyrażenia w pierwszej części równania (14) jest równa $0{,}5 R_1 T(z+1)(z-1)$.

Prawa strona równania (14) pozwala na określenie R_i z zależności:

$$R_i = \frac{T\lambda_i^2 N_1(\alpha_i)}{(1-\alpha_i)D'(\alpha_i)}\,, \quad i = 1,2,\ldots,n\,, \tag{15}$$

przy czym N_l określone jest zależnością (5), a D' zależnością (9). W szczególnym przypadku, gdy $\lambda_i = 0$, wtedy graniczna wartość wynikająca z równania (15) wynosi $R_1 \equiv N_1(1)/[TD'(1)]$.

Relacja określająca R_0 może być obliczona z odpowiedniego członu równania, w którym wartość z nie jest pierwiastkiem $D(z)$. Jeżeli $D(1) \neq 0$, wtedy:

$$R_0 = \frac{N_1(1)}{D(1)} + \sum_{i=1}^{n} \frac{R_i}{\lambda_i} . \tag{16}$$

W przypadku gdy $D(0) \neq 0$, wówczas:

$$R_0 = \frac{N_1(1)}{D(0)} + \sum_{i=1}^{n} R_i \frac{(1 - \alpha_i + \alpha_i \lambda_i T)}{\alpha_i \lambda_i T} . \tag{17}$$

Z równania (17), w przypadku $\lambda_i = 0$, otrzymuje się zależność $R_1 T/2$.

Należy podkreślić, że stosując aproksymację trapezoidalną, nawet w przypadku gdy $R_0 \equiv 0$, współczynnik b_0 powinien być uwzględniony przy obliczaniu $N_1(z)$ z relacji (5). Wynika to stąd, że pierwszy człon w relacji (12) ma taką samą liczbę zer i biegunów, które mają identyczną liczbę zer i biegunów jak $N_1(z)$ i taką samą liczbę pierwiastków (n), jaką ma $D(z)$.

3. RÓWNANIA RÓŻNICOWE

Przedstawione poniżej równania różnicowe są równoważne równaniu (3). Umożliwiają one określenie układów równań, w których zmiennymi są próbkowane wartości wielkości $u(t)$ i $\hat{y}(t)$. Równania te są liniowymi związkami wielomianów $N_1(z)$, $N_2(z)$ i $D(z)$. Bezpośrednie przekształcenie równania (3) ma postać:

$$z^{-n} D(z) \hat{Y}(z) = z^{-n} N_1(z) U(z) + z^{-n+1} N_2(z) , \tag{18}$$

gdzie:

$$\hat{Y}(z) \equiv \hat{y}_0 + \hat{y}_1 z^{-1} + \hat{y}_2 z^{-2} + \ldots , \tag{19}$$

$$U(z) \equiv u_0 + u_1 z^{-1} + u_2 z^{-2} + \ldots , \tag{20}$$

$$\hat{y}_k \equiv \hat{y}(kT) \quad \text{i} \quad u_k \equiv u(kT) , \quad k = 0, 1, 2, \ldots \tag{21}$$

W przypadku gdy relacja (18) jest spełniona, co oznacza, że współczynniki z^k lewej strony tego równania odpowiadają prawej, wtedy można napisać, że:

$$
\begin{aligned}
\hat{y}_0 &= b_0 u_0 + c_1 , \\
\hat{y}_1 &= -a\hat{y}_0 + b_0 u_1 + b_1 u_0 + c_2 , \\
&\dots \\
&\dots \\
&\dots \\
\hat{y}_{n-1} &= -a_1 \hat{y}_{n-2} - \dots - a_{n-2}\hat{y}_1 - a_{n-1}\hat{y}_0 + b_0 u_{n-1} + \dots + b_{n-1} u_0 + c_n , \\
\hat{y}_n &= -a_1 \hat{y}_{n-1} - \dots - a_{n-1}\hat{y}_1 - a_n \hat{y}_0 + b_0 u_n + \dots + b_{n-1} u_1 + b_n u_0 , \\
&\dots \\
\hat{y}_{n+m} &= -a_1 \hat{y}_{n+m-1} - \dots - a_n \hat{y}_m + b_0 u_{n+m} + \dots + b_n u_m ,
\end{aligned}
\tag{22}
$$

gdzie $m \geq 2n$. Warunek ten jest konieczny, aby uzyskać rozwiązanie metodą najmniejszych kwadratów.

Postać macierzowa równania (22) jest następująca:

$$
\begin{pmatrix} \nu_\beta \\ \nu_+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{y0} & \Phi_{\mu\nu} & I \\ \Phi_{y+} & \Phi_{u+} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_a \\ \Theta_b \\ \Theta_c \end{pmatrix} , \tag{23}
$$

gdzie Θ_a, Θ_b, Θ_c są współrzędnymi wektora zawierającymi odpowiednio a_i, b_i oraz c_i. Pozostałe elementy macierzy można określić na podstawie podmacierzy, które muszą uwzględniać ograniczenia, jakie nałożono na R_0.

4. APLIKACJA METODY NAJMNIEJSZYCH KWADRATÓW

Wielkość wyjściową y_i SE można zastąpić wielkością $\hat{y}_i$. Wtedy relacja (23) przyjmie postać:

$$
\begin{pmatrix} e_0 \\ e_+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_\beta \\ \nu_+ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Phi_{y0} & \Phi_{\mu\nu} & I \\ \Phi_{y+} & \Phi_{u+} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_a \\ \Theta_b \\ \Theta_c \end{pmatrix} , \tag{24}
$$

gdzie e_0 i e_+ są wektorami błędów, a wartości wielkości rejestrowanych w czasie rzeczywistym są na bieżąco wykorzystywane do określania elementów macierzy. Zastosowanie metody najmniejszych kwadratów, w tym przypadku, umożliwia zmniejszenie amplitudy wektora błędu zgodnie z relacją:

$$J = \frac{1}{2} e_0^T W_0 e_0 + \frac{1}{2} e_+^T W_+ e_+ \,, \tag{25}$$

gdzie W_0 i W_+ są dodatnio określonymi macierzami. Optymalne wartości (* wartość) wielkości Θ_a, Θ_b oraz Θ_c, które minimalizują relację (25), wyznacza się z następujących zależności:

$$\left(\frac{\partial J}{\partial \Theta_a}\right)_* = 0, \quad \left(\frac{\partial J}{\partial \Theta_b}\right)_* = 0, \quad \left(\frac{\partial J}{\partial \Theta_c}\right)_* = 0 \,. \tag{26}$$

Z równań (24) i (25) wynikają:

$$\frac{\partial J}{\partial \Theta_c} = W_0[\Theta_c + \Phi_{y0}\Theta_a + \Phi_{\mu\nu}\Theta_b - \nu_\beta] \,, \tag{27}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \Theta_a} = [\Phi_{y0}^T W_0 \Phi_{y0} + \Phi_{y+}^T W_+ \Phi_{y+}]\Theta_a + \Phi_{y0}^T W_0 [\Phi_{\mu\nu}\Theta_b + \Theta_c - \nu_\beta] + \Phi_{y+}^T W_+ [\Phi_{u+}\Theta_b - \nu_+] \,, \tag{28}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \Theta_b} = [\Phi_{\mu\nu}^T W_0 \Phi_{\mu\nu} + \Phi_{u+}^T W_+ \Phi_{u+}]\Theta_b + \Phi_{\mu\nu}^T W_0 [\Phi_{y0}\Theta_a + \Theta_c - \nu_\beta] + \Phi_{u+}^T W_+ [\Phi_{y+}\Theta_a - \nu_+] \,. \tag{29}$$

Z relacji (26) i (27) otrzymuje się zależność:

$$\Theta_c^* = \nu_\beta - \Phi_{y0}\Theta_a^* - \Phi_{\mu\nu}\Theta_b^* \,, \tag{30}$$

która jest niezależna od macierzy wagowej W_0. Ponadto, gdy zależność (30) uwzględnia rozwiązania równań (26), (28) oraz (29), wtedy relacje określające Θ_a^* oraz Θ_b^* upraszczają się do postaci:

$$\begin{pmatrix} \Theta_a^* \\ \Theta_b^* \end{pmatrix} = \left[(\Phi_{y+}\, \Phi_{u+})^T W_+ (\Phi_{y+}\, \Phi_{u+})\right]^{-1} (\Phi_{y+}\, \Phi_{u+})^T W_+ \nu_+ \,. \tag{31}$$

Macierze (Φ_{y+}, Φ_{u+}) zostały zdefiniowane przy założeniu, że ich elementy umożliwią inwersję macierzy (31).

Równania (31) i (30) prowadzą do otrzymania następujących rozwiązań: optymalnej wartości Θ_a^* oraz Θ_b^* z równania (31), które zależą jedynie od wartości z indeksem "+" i Θ_c^* z równania (30), którego rozwiązanie dla $e_0 = 0$ nie zależy od żadnych współczynników wagowych.

5. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

Rozwiązania zaprezentowane w niniejszym artykule uzyskano przy założeniu, że amplitudy urojonych części λ_i są mniejsze od częstotliwości Nyquista równej π/T. Przedstawiono dwa, różniące się między sobą, zbiory równań. Uwzględniają one sposób kwantowania sygnału wejściowego $u(t)$. W obu przypadkach zastosowano rekurencyjną metodę najmniejszych kwadratów, która pozwoliła określić optymalne wartości współczynników wielomianów. Optymalne rozwiązanie zostało zdekomponowane. Pierwszą jego częścią jest funkcja przejścia, która - jak wykazano - nie zależy od warunków początkowych. Niestety, stwierdzenie odwrotne nie jest prawdziwe. Jeden z trzech wielomianów uzyskanych jako rozwiązanie, przy wykorzystaniu metody najmniejszych kwadratów, umożliwia określenie wartości własnych λ_i w sposób bezpośredni oraz określenie macierzy A_i warunków początkowych residuów, a także funkcji przejścia R_i, która zawiera współczynniki wspomnianych trzech wielomianów i wartości własne.

LITERATURA

1. Pierre D. A., Trudnowski D. J., Hauer J. F.: Identifying Reduced Order Models for Large Nonlinear Systems with Arbitrary Initial Conditions and Multiple Outputs Using Prony Signal Analysis. Proc. American Control Conf., pp. 149÷154, May 1990 (to be published in the IEEE Trans. on Automatic Control).
2. Trudnowski D. J., Smith J. R., Short T. A., Pierre D. A.: An Application of Prony Methods in PSS Design for Multimachine Systems, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 6, № 1, pp. 118÷126, Feb. 1991.
3. Hauer J. F., Demeure C. J., Scharf L. L.: Initial Results in Prony Analysis of Power Systems Response Signals. Paper № 89SM702-2-PWRS, IEEE Summer Power Meeting, July 1989.
4. Haddad R. A., Parsons T. W.: Digital Signal Processing - Theory, Applications and Hardware, Computer Science Press, W. H. Freeman & Co., New York 1991.
5. Franklin G. F., Powell J. D., Workman M. L.: Digital Control of Dynamic Systems (second edition), Addison-Wesley Publishing Co., Reading, Mass. 1990.
6. Oppenheim A. V., Schafer R. W.: Discrete-Time Signal Processing. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1989.
7. Ogata K.: Discrete-Time Control Systems. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1987.
8. Sorenson H. W.: Least-Squares Estimation; From Gauss to Kalman. IEEE Spectrum, Vol. 1, pp. 63-68, July 1970.

9. Ljung L., Sodestrom T.: Theory and Practice of Recursive Identification, MIT Press, Cambridge, Mass. 1983 (paper back).
10. Pierre D. A.: Simultaneous Identification of Transfer Functions and Initial Conditions. Montana Sate University, Engineering Experiment Station Report № 162353-1, Oct. 1991.
11. Bartoń Z., Paluchiewicz B.: O możliwości identyfikacji modeli dynamicznych systemu elektroenergetycznego. ZN Pol. Śl., seria: Elektryka, z. 137, Gliwice 1994.
12. Pierre D. A.: On the simultaneous identification of transfer functions and initial conditions. Proc. of American Control Conf., June 1992, pp. 1270÷1274.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jerzy Wróblewski

Wpłynęło do Redakcji dnia 22 kwietnia 1994 r.

Niniejsza publikacja opiera się na pracach sponsorowanych przez II Polsko-Amerykański Fundusz im. Marii Skłodowskiej-Curie w ramach przedsięwzięcia Grant MEN/DOE-93-148.

Abstract

This paper is concerned with the simultaneous identification of system transfer functions and system initial conditions. A finite number of periodically sampled values of system inputs and outputs is used in the identification process. The work is motivated by power system applications in which system fault results are provided the significant system changes; post fault system transfer function identification must often be accomplished under initial conditions that result in lightly damped modes of oscillation in the output data.

A basic single input - output system model with its Laplace transform in a standard parallel form is presented. The initial conditions terms are included explicitly in the relation describing the output $\hat{y}(t)$, so that the input $u(t)$ can be taken as 0 for $t < 0$. The λ_i's are eingenvalues of the system, R_0 is feedforward gain, R_1 through R_n are the system residues and A_1 through A_n are initial condition residues.

An alternative approach to the same problem is the one based on Prony signal analysis [1], [2], [3]. However, the Prony method is more restrictive because e.g. in [1] the input signal must be of a known class, e.g. typically a piece-wise constant signal.

The results in this paper are obtained using well-developed methods of Z-transform theory (see for example [4], [5], [6] or [7]) and standard least-squares methods that date back to Gauss [8], [10], [12].

In Section 2 two different assumptions are made concerning the nature of the input $u(t)$ between sampling instants and corresponding relationships are developed between the coefficients of Z-transform polynomials and R_i's and A_i's.

In Section 3 the difference equation that characterizes the system model is used to establish an overdetermined set of equations.

A general least-squares method is used in Section 4 to obtain expressions for the optimal coefficients of the Z-transform polynomials.

Conclusions are given in the final Section 5.