

Rafał KRZYWON^{*}
Politechnika Śląska

WPLYW SKRĘCANIA NA NOŚNOŚĆ I SZTYWNOŚĆ ZGINANIA BELEK ŻELBETOWYCH

Streszczenie. Analizy prętów żelbetowych poddanych jednoczesnemu zginaniu i skręcaniu powszechnie prowadzi się oddzielnie dla obu przypadków obciążenia. W pracy podjęto próbę analizy wpływu współdziałania tych obciążeń na nośność i zmiany sztywności kilku typów belek żelbetowych o zróżnicowanym kształcie i rozmieszczeniu zbrojenia. Wyniki przedstawiono w postaci map nałożonych na typowy wykres interakcji. Podano metodę sprawdzania nośności belek na skręcanie ze zginaniem. Analizy wykonano wykorzystując program MAFEM bazujący na sprężysto-plastycznym modelu materiałowym betonu ze stowarzyszonym prawem izotropowego wzmocnienia/osłabienia.

TORSION INFLUENCE ON LOAD CAPACITY AND FLEXURAL STIFFNESS OF RC BEAMS

Summary. Analyses of RC bars under combined bending and torsion usually are performed separately. Paper presents the analysis of influence of combined loading for bearing capacity and stiffness changes for group of RC beams with varied shape and reinforcement placement. Results given in form of a stiffness map put on typical interaction diagram. Analyses were performed using program MAFEM based on elasto-plastic material model with associated, isotropic hardening/softening rule.

1. Wstęp

Zjawisko skręcania jest jednym ze słabiej rozpoznanych przypadków obciążenia elementów żelbetowych. Badania eksperymentalne wykonuje się zazwyczaj na próbkach w naturalnej skali, a ich prowadzenie wymaga przygotowania wyspecjalizowanych urządzeń badawczych, umożliwiających odpowiednie przekazanie obciążeń na element. Aparatura pomiarowa z uwagi na przestrzenny stan naprężenia musi być bardzo rozbudowana. Te

^{*} Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Stanisław Majewski.

względy sprawiają, że szerokie prowadzenie badań nad skręcaniem jest przedsięwzięciem drogim i pracochłonnym.

Tradycyjne metody analizy elementów poddanych skręcaniu możemy podzielić na dwie grupy: bazujące na schemacie kratownicowym oraz oparte na analizie stanu równowagi przekroju przestrzennego.

Pierwszy, opracowany przez Rauscha, przestrzenny model kratownicowy pojawił się w 1929 roku. W tym prostym i przejrzystym modelu wydzielone rysami krzyżulce betonowe są pochylone zawsze pod kątem $\vartheta = 45^\circ$, konsekwencją tego założenia jest duża rozbieżność wyników obliczeń i badań. Podstawowe modyfikacje modelu Rauscha polegały na wprowadzeniu zmiennego kąta ϑ na poszczególnych bokach przekroju. Thurlimann proponuje podporządkowanie wartości kąta założeniu jednoczesnego osiągnięcia granicy plastyczności przez stal zbrojenia głównego i strzemion. Collins [3] uzależnia wartość ϑ od nachylenia kierunku głównych naprężeń ściskających na bokach elementu. Dalszy rozwój metody kratownicowej związany jest z uwzględnieniem przez Hsu [4] osłabienia wytrzymałości betonu na ściskanie pod wpływem naprężeń rozciągających (tzw. softened truss model theory).

Zaproponowana przez Lessig [6] metoda analizy prezentuje zupełnie odmienne podejście do zagadnienia skręcania. Wyodrębnione zostały dwa odmienne modele zniszczenia, różniące się położeniem osi obojętnej. Dla obu tych modeli wyprowadzono warunki równowagi przekroju wydzielonego przez rysę.

Rozwój metod numerycznej analizy konstrukcji postawił przed badaczami nowe narzędzie w postaci trzeciej, najnowszej metody analizy bazującej na zasadach Metody Elementów Skończonych. Metody te powoli uzupełniają, a niejednokrotnie zastępują część skomplikowanych badań laboratoryjnych, a nawet są źródłem propozycji zmian normowych metod obliczeniowych.

Charakter zjawiska skręcania wymaga w analizach MES wykorzystania elementów przestrzennych. Modele materiałowe betonu i stali powinny uwzględniać nieliniowość zależności pomiędzy naprężeniami i odkształceniami, wraz z osłabieniem betonu po zarysowaniu, ortotropię materiałową elementów po zarysowaniu, współpracę betonu i stali w obszarach pomiędzy rysami. Najbardziej zaawansowane uwzględniają także takie zjawiska, jak efekt klockujący czy też „dowel action” [1].

2. Zastosowane oprogramowanie

W obliczeniach wykorzystano pakiet programów MAFEM. Główny program liczący jest oparty na iteracyjno-przyrostowej procedurze z wykorzystaniem MES. Program umożliwia modelowanie konstrukcji w postaci ortogonalnej siatki betonowych elementów prostopadłościennych z 24 stopniami swobody oraz stalowych elementów liniowych rozciągniętych pomiędzy węzłami tej siatki.

Beton opisano sprężysto-plastycznym modelem materiałowym ze stowarzyszonym izotropowym prawem osłabienia. Szerszy opis modelu można znaleźć w pracach [5,7].

Dla stali zbrojeniowej zastosowano idealnie sprężysto-plastyczny (dwuliniowy) model materiałowy.

3. Analizowany model

Schemat statyczny oraz podział na elementy skończone analizowanych elementów prętowych przedstawiono na rysunku 1. Zastosowany schemat statyczny oraz sposób obciążenia umożliwia uzyskanie odcinka o stałej wartości momentów zginającego i skręcającego. W celu zmniejszenia liczby elementów analizie poddano połowę całego pręta, jednocześnie w osiach symetrii zastosowano podparcie każdego węzła siatki w kierunku prostym do tych osi.

Analizowano trzy typy elementów zróżnicowane kształtem i rozmieszczeniem zbrojenia. Aby uniknąć lokalnych zniszczeń w części bezpośrednio obciążonej, elementy na końcu belki zastąpiono elementami o identycznej odkształcalności, ale zwiększonej wytrzymałości.

Poniżej przedstawiono skrótowy opis analizowanych modeli:

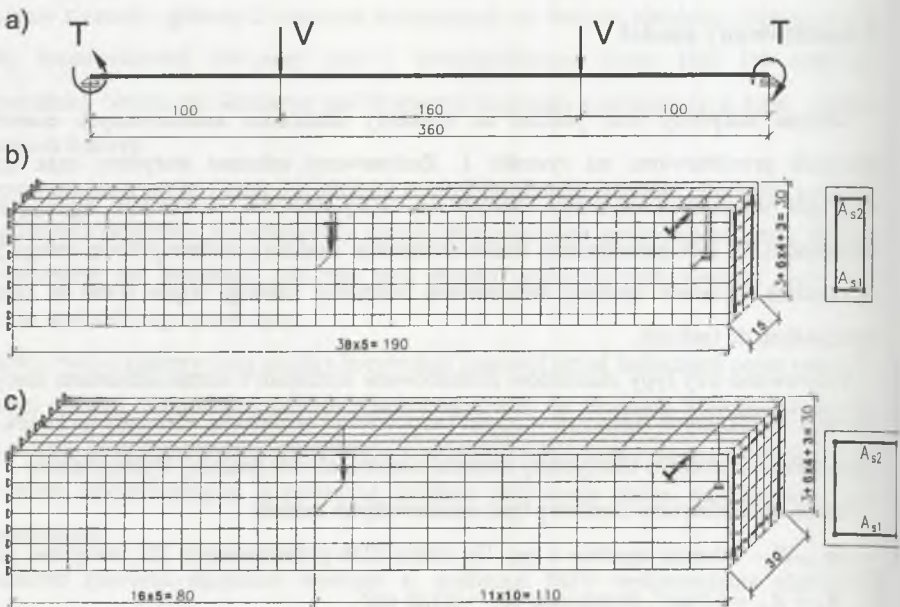
- typ „A” – schemat zgodnie z rys. 1b, siatka 1216 przestrzennych ES, zbrojenie główne $A_{s1} = A_{s2} = 2.0 \text{ cm}^2$, strzemiona $A_{s,w} = 0.125 \text{ cm}^2$,
- typ „B” – schemat zgodnie z rys. 1b, siatka 1216 przestrzennych ES, zbrojenie główne $A_{s1} = 2.0 \text{ cm}^2$, $A_{s2} = 0.785 \text{ cm}^2$, strzemiona $A_{s,w} = 0.125 \text{ cm}^2$,
- typ „C” – schemat zgodnie z rys. 1c, siatka 1728 przestrzennych ES, zbrojenie główne $A_{s1} = A_{s2} = 2.0 \text{ cm}^2$, strzemiona $A_{s,w} = 0.282 \text{ cm}^2$,

W wszystkich modelach przyjęto jednakowe charakterystyki materiałowe. Jednoosiowa wytrzymałość betonu na ściskanie wynosi: $f_c = -20 \text{ MPa}$, wytrzymałość na rozciąganie:

$f_t = 2.0$ MPa, początkowy moduł sprężystości i moduł Poissona $E_t = 23762$ MPa, $\nu = 0.166$, maksymalne odkształcenie podczas ściskania $\epsilon_c = -0.0022$.

Założona dla stali zbrojenia głównego granica plastyczności wynosi $f_y = \pm 400$ MPa, wytrzymałość $f_u = \pm 633$ MPa, moduł sprężystości $E_s = 205000$ MPa. Dla stali strzemion granica plastyczności wynosi $f_y = \pm 240$ MPa, wytrzymałość na ściskanie / rozciąganie $f_u = \pm 363$ MPa, moduł sprężystości $E_s = 190000$ MPa.

Elementy obciążano przemieszczeniami w miejscach wskazanych na rysunkach 1b,c. Podstawową zaletą tego typu obciążenia jest lepsza dokładność analiz w obrębie nośności granicznej (po zniszczeniu przyrostowi przemieszczenia towarzyszy spadek siły).



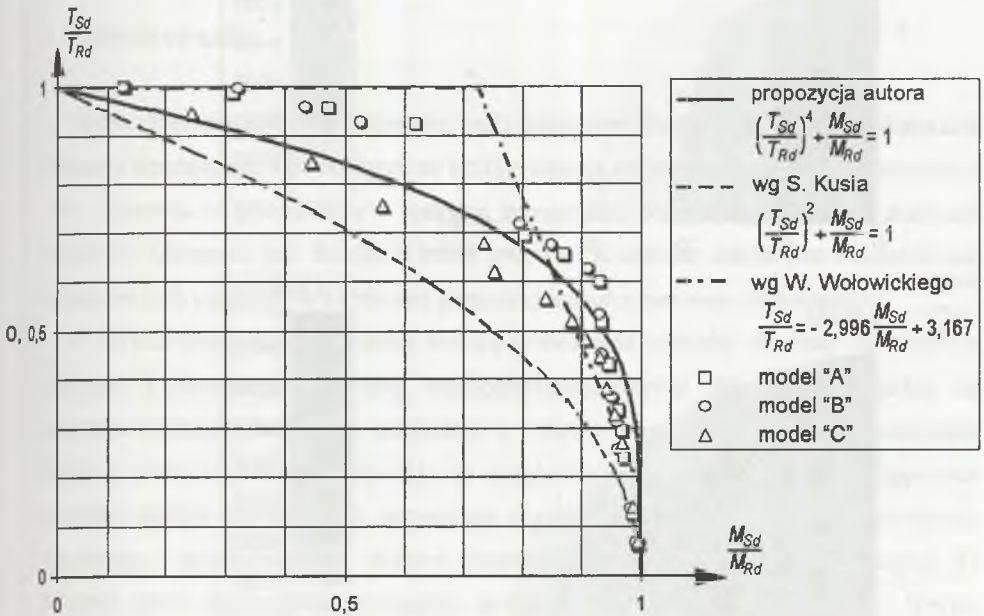
Rys. 1. Siatka podziału na elementy skończone oraz schematy obciążenia
Fig. 1. Finite element's mesh and local schemes

4. Wyniki analizy

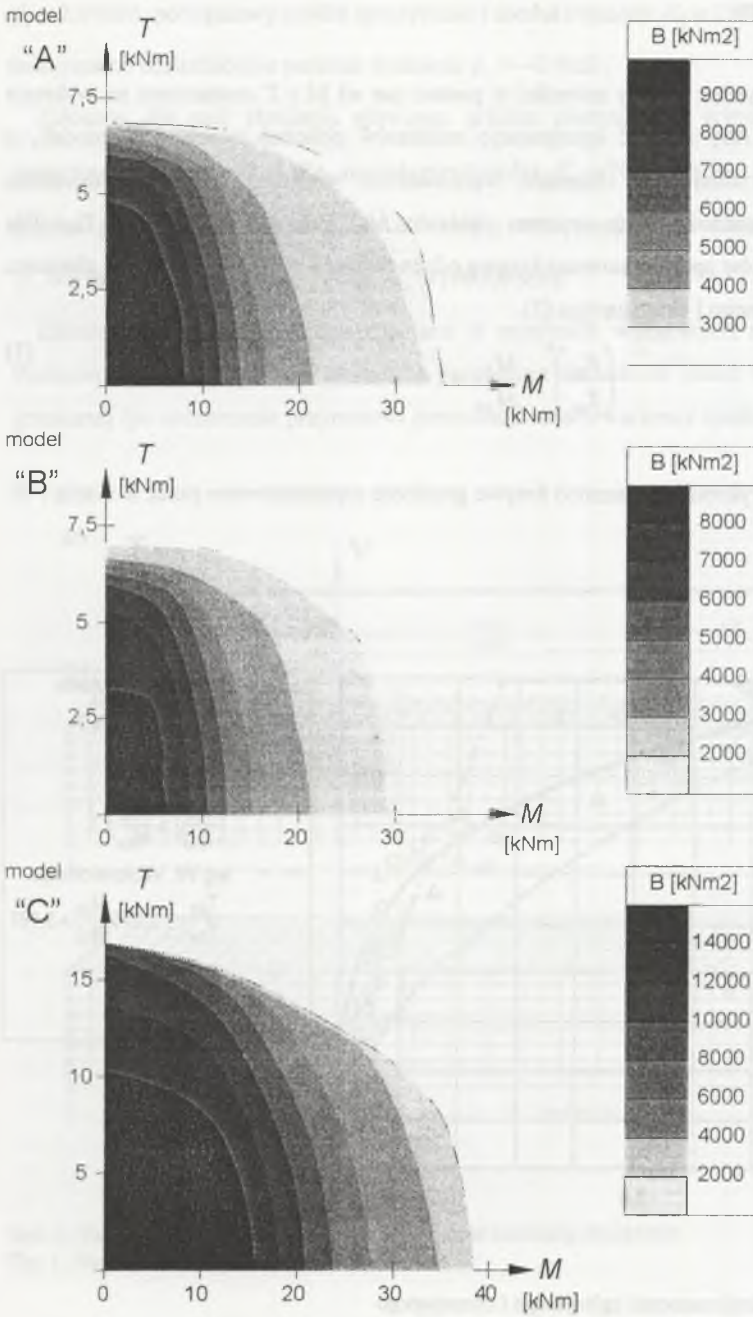
Otrzymane w wyniku analizy nośności w postaci par sił M i T zaznaczono na wykresie interakcji (rys.2). Aby ułatwić interpretację rezultatów obliczeń trzech grup modeli, o zróżnicowanych wymiarach i zbrojeniu, wprowadzono wielkości względne, odniesione odpowiednio do nośności przy czystym zginaniu M_{Rd} i czystym skręcaniu T_{Rd} . Dla oznaczonych punktów aproksymowano krzywą odpowiadającą nośności granicznej elementu jednocześnie zginanego i skręcającego (1).

$$\left(\frac{T_{Sd}}{T_{Rd}}\right)^4 + \frac{M_{Sd}}{M_{Rd}} = 1 \quad (1)$$

Dodatkowo na wykresie zaznaczono krzywe graniczne zaproponowane przez S. Kusia i W. Wołowickiego [2].



R Rys. 2. Wykresy interakcji momentu zginającego i skręcającego
F Fig. 2. Interaction diagrams of flexure and torsion



Rys. 3. Mapy zmian sztywności
Fig. 3. The map of stiffness

Oprócz nośności analizowano także zmiany sztywności zginania elementów w procesie obciążenia. Sztywność wyznaczano ze wzoru (2):

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{B} \quad (2)$$

gdzie: ρ - promień krzywizny, B - sztywność giętna, $\frac{1}{\rho}$ - krzywizna.

Krzywiznę w poszczególnych krokach określano w funkcji obrotu przekroju z założeniem jego płaskości. Obliczone w ten sposób sztywności nałożono w postaci mapy na wykonany wykres interakcji (rys. 3).

Kształt izolinii odpowiadających zmianom sztywności w poszczególnych krokach jest zbliżony do przebiegu krzywej granicznej nośności. Charakterystyczną cechą dla wszystkich analizowanych modeli jest zmniejszanie się wraz ze wzrostem momentu skręcającego strefy odpowiadającej sztywności zginanego elementu zarysowanego.

5. Podsumowanie

Wpływ skręcania na nośność zginanej belki żelbetowej zależy od stopnia zaawansowania momentu skręcającego. Dla obciążeń do $0,5T_{Rd}$ redukcja nośności na zginanie nie przekracza 10%. Uzasadnia to powszechne w praktyce inżynierskiej pomijanie skręcania w analizach elementów zginanych (np. skrajnych belek stropów). Konieczne jednak jest wprowadzenie ograniczeń tych tendencji do określonej granicznej wartości momentu skręcającego.

W artykule przedstawiono własną metodę sprawdzania nośności elementu jednocześnie zginanego i skręcanego. Charakter zaproponowanej krzywej nośności wyznaczono na podstawie obliczeń trzech grup elementów o zróżnicowanym kształcie i rozmieszczeniu zbrojenia, jednakże dobrana funkcja (1) nie uwzględnia wpływu tych czynników. Konieczne są dalsze analizy nowych grup, szczególnie dla różnych proporcji wymiarów przekroju. Wynikająca z dotychczasowych obliczeń prawdopodobna zmiana proponowanej funkcji (1) dotyczyć może uzależnienia wykładnika potęgi od ilorazu wymiarów boków. Wpływ momentu skręcającego na zmiany sztywności ma podobny charakter jak wpływ na nośność.

Uzyskane wyniki dowodzą skuteczności zastosowanej metody badania na drodze analizy numerycznej opartej na zaawansowanym, sprężysto-plastycznym modelu materiałowym.

LITERATURA

1. Bhatti M.A., Almughrabi A.: Refined Model to Estimate Torsional Strength of Reinforced Concrete Beams. ACI Structural Journal V.93, September-October 1996, p.614-622.
2. Ciężak T.: Polski dorobek naukowy w zakresie skręcania elementów żelbetowych.
3. Collins M.P., Mitchell D.: Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed beams. PCI Journal, September-October 1980, p.32-100.
4. Hsu T.T.C.: Softened Truss Model Theory for Shear and Torsion. ACI Structural Journal V.85, November-December 1988, p.624-635.
5. Krzywoń R.: Sztywność mimośrodowo obciążonych prętów żelbetowych symetrycznie zbrojonych. Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Budownictwo z.95, s. 311-320.
6. Lessig N.N.: Elementy s nienapragajemj armaturj rabotajuszczje na kruczenie s izgibom. Gistroj, Moskwa 1962.
7. Majewski S., Wandzik G., Krzywoń R.: Numeryczna i doświadczalna weryfikacja pakietu programów MAFEM do obliczania metodą MES konstrukcji żelbetowych i rozwiązywania problemów współpracy budowli z podłożem. XLV Konferencja Naukowa Krynica 1999, tom 2 Konstrukcje Betonowe, s. 167-174.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Tadeusz Ciężak

Abstract

The analysis of torsion influence for load capacity and stiffness of a RC beam is presented in the paper. The calculations were carried on using FEM program MAFEM, based on elastoplastic material model with associated, isotropic hardening/softening rule.

Three types of elements were analysed. Author's method of load capacity calculation for complex flexure and torsion was proposed. Results were compared with other known proposals. Additionally the map of flexural stiffness variability over the typical interaction diagram was presented.