ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2003
Seria: BUDOWNICTWO z. 101 Nr kol. 1595

Joanna STEFANEK*
Politechnika Śląska

WSPÓŁDZIAŁANIE MOSTU Z TOREM BEZSTYKOWYM OD WPŁYWU ZMIAN TEMPERATURY W UJĘCIU MODELOWYM

Streszczenie. W pracy przedstawiono matematyczno-mechaniczny model opisujący zjawisko współdziałania mostu z torem bezstykowym w warunkach zmian temperatury. W rozważaniach uwzględniono stadium sprężyste i sprężysto-plastyczne pracy podsypki. Wyniki przedstawionej analizy zilustrowano na przykładach liczbowych, określając przebiegi rozkładów poziomych oddziaływań oraz dodatkowych przemieszczeń i naprężeń osiowych toru wywołanych ruchami termicznymi przęsła mostowego.

IMPACT OF TEMPERATURE CHANGES ON THE BRIDGE INTERACTION WITH THE CONTINUOUS RAIL TRACK

Summary. The paper presents the mathematically-mechanical model describing the problem of the bridge interaction with the continuous rail track under the influence of temperature changes. The considerations include the elastic stage and elastic and plastic stage of the foundation operation. The results of the analysis presented have been illustrated by means of numerical examples, through determining the characteristics of the distributions of horizontal interactions, as well as additional displacements and axial stresses of the track, caused by bridge span thermal movements.

1. Wstęp

Przedmiotem rozważań pracy jest analiza wpływu wydłużeń termicznych mostu na stan ich poziomych oddziaływań na tor oraz wywołanych nimi przemieszczeniami i naprężeniami osiowymi w szynach toru bezstykowego. Pod wpływem zmian temperatury powstaje w układzie: „ruszt torowy – podsypka – przęsło mostowe" dość wyraźne zróżnicowanie stanu osiowych przemieszczeń termicznych przęsła mostu względem toru (odniesionych do tego samego przekroju poprzecznego). Skutkiem tego stanu są odkształcenia postaciowe warstwy podsypki, pośredniczącej w pracy obu ustrojów. Prowadzą one do wystąpienia dodatkowych przyrostów osiowej siły ściskającej i rozciągającej w eksploatowanym torze bezstykowym,

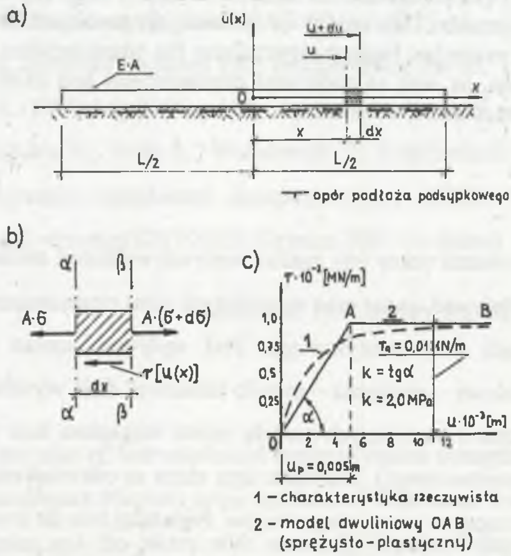
* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Wiesław Szumierz.

których określenie wielkości jest zadaniem niniejszej pracy. Stateczność toru bezstykowego położonego na obiekcie mostowym analizuje się, uwzględniając łączny wpływ: maksymalnej osiowej siły ściskającej w torze, występującej w okresie wysokich temperatur i określonej jak dla podłoża gruntowego „nieruchomego", oraz dodatkowy przyrost siły ściskającej, jaki wynika ze współdziałania przęsła mostu z torem bezstykowym pod wpływem zmian temperatury.

Zagadnienie stanowiące przedmiot rozważań pracy, leżące na styku dwóch dyscyplin: Mosty i Drogi Kolejowe, nie znalazło, jak dotąd, odzwierciedlenia w literaturze technicznej, zarówno krajowej, jak i zagranicznej, mimo że ma ono dla potrzeb praktyki bardzo istotne znaczenie, zwłaszcza ze względu na rodzaj i liczbę przyrządów wyrównawczych stosowanych w torze bezstykowym na mostach, jak i sposobów ułożyskowania przęseł mostów na podporach.

2. Analiza zachowania się toru bezstykowego na podłożu „nieruchomym" przy równomiernym wzroście temperatury

Zagadnienie to zostało przedstawione w pracy [1], w której podano opis analityczny osiowych przemieszczeń (u) i naprężeń (σ) w torze bezstykowym na podłożu gruntowym „nieruchomym". Wielkości u i σ, określone wzorami (1) i (2), wyprowadzono według rys. 1.



Rys. 1. Rysunek do analizy stanu przemieszczeń i naprężeń osiowych toru od zmian temperatury
Fig. 1. Figure concerning the analysis of displacements state and track axial stresses in the function of temperature

$$u_1 = u_p \frac{\sinh \beta \cdot x}{\sinh \beta \cdot x_g}; \quad \sigma_1 = -E\alpha_t \Delta t \left[1 - \frac{u_p \beta}{\alpha_t \Delta t} \cdot \frac{\cos \beta \cdot x}{\sinh \beta \cdot x_g} \right]; \quad \text{dla } 0 \,[\, x \,[\, x_g, \tag{1}$$

$$u_2 = \frac{r_g}{2EA}\left(x - x_g\right)^2 + \left(\alpha_t \Delta t - \frac{r_g L}{2EA}\right) \cdot \left(x - x_g\right) + u_p; \quad \sigma_2 = -\frac{r_g}{A}\left(\frac{L}{2} - x\right); \quad \text{dla } x_g \leq x \leq \frac{L}{2}, \tag{2}$$

gdzie:

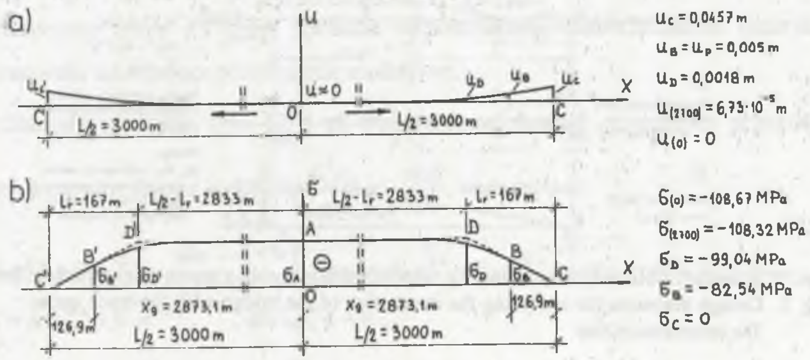
$$\beta = \sqrt{\frac{k}{EA}}. \tag{3}$$

Natomiast wartość odciętej x_g, dla której $u_1 = u_2 = u_p$, określa się z równania (4)

$$\frac{1}{\beta} \operatorname{ctgh} \beta \cdot x_g - x_g + \frac{L}{2} - \frac{\alpha_t \Delta t EA}{r_g} = 0. \tag{4}$$

Przykład obliczenia

L = 6000 m, tor typu S60, podkłady drewniane, podsypka tłuczniowa: k = 2,0 MPa, r_g = 0,01 MN/m, u_p = 0,005 m, A = 0,015372 m^2 (dwie szyny), E = $2{,}1 \cdot 10^5$ MPa, EA = 3228,12 MN, α_t = 1,15 · 10^{-5}/K, $\Delta t = t - t_p$ = 45 K, złącza szynowe luźne, czyli dla $x = \frac{L}{2}$ = 3000 m, σ = 0, co odpowiada przyjętemu powyżej warunkowi brzegowemu.

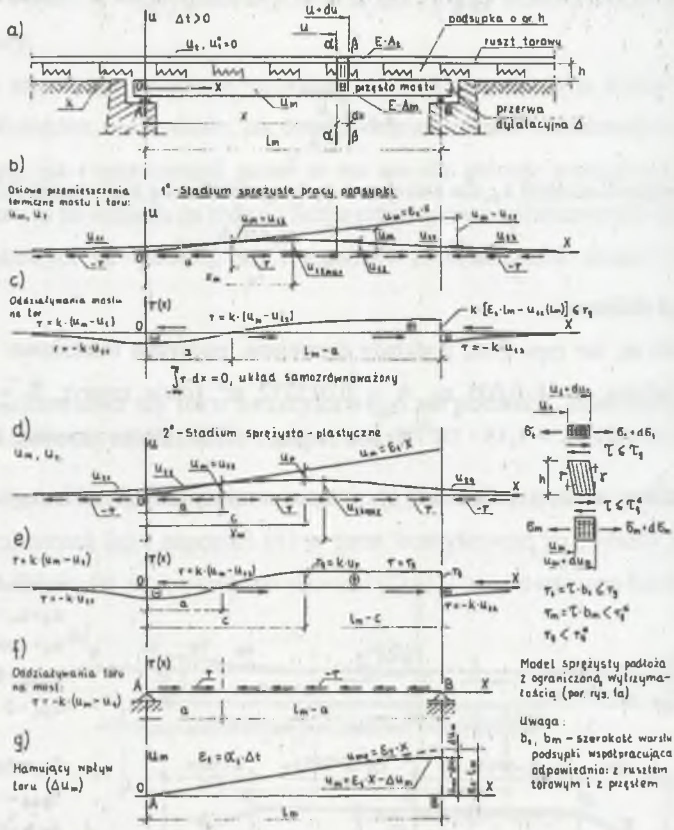


Rys. 2. Przebieg funkcji u i σ
Fig. 2. Curve of function u and σ

Jak widać z analizy przebiegów funkcji u i σ pokazanych na rys. 2, dla części środkowej toru bezstykowego o długości 5400 m można praktycznie przyjąć: u ≈ 0 i σ ≅ – 109 MPa, co daje podstawę pominięcia osiowych przemieszczeń termicznych szyn u_t^0 (por. rys. 2a) w zagadnieniu współdziałania toru bezstykowego z przęsłem mostowym w kierunku podłużnym od zmian temperatury.

3. Propozycja modelowego opisu współdziałania mostu z torem bezstykowym od wpływu zmian temperatury

Na rys. 3 przedstawiono schematy obliczeniowe zaczerpnięte z pracy [2], służące do analizy współdziałania mostu z torem bezstykowym w zależności od zmian temperatury.



Rys. 3. Schematy obliczeniowe do analizy współdziałania mostu z torem przy wzroście temp.
Fig. 3. Design diagrams for analysing the interaction of the bridge with the track under the temperature rise

Przemieszczeniom termicznym przęsła towarzyszą poziome przemieszczenia podsypki („ruchome podłoże" toru), którym przeciwstawia się w sposób bierny tor bezstykowy, sam doznając pewnych skutków działania tego podłoża. Wskutek bowiem ograniczenia swobody przemieszczeń warstwy podsypki przez ruszt torowy dochodzi do jej odkształceń postaciowych, miarą których jest kąt γ (por. rys. 3). W wyniku tych odkształceń pojawiają się, wzdłuż linii styku toru z podsypką i podsypki z przęsłem mostowym, poziome oddziaływania styczne: $r_t = \tau \cdot b_t$ i $r_m = \tau \cdot b_m$ [MN/m], gdzie b_t, b_m – szerokość warstwy podsypki współpracująca odpowiednio: z rusztem torowym i z przęsłem. Jednostkowe siły kontaktowe r, stanowiąc obciążenie zewnętrzne, zarówno w stosunku do toru, jak i przęsła, wywołują w nich dodatkowe naprężenia osiowe odpowiednio: σ_t i σ_m, oraz dodatkowe sprężyste przemieszczenia osiowe w torze u_t i w przęśle – Δu_m (por. rys. 3). Wielkości poziomych oddziaływań r(u) zależą wprost od różnicy przemieszczeń przęsła i toru, czyli $(u_m - u_t)$, oraz od własności fizykomechanicznych i stopnia zagęszczenia podsypki (współczynnik sztywności k) i nie mogą przekroczyć wartości granicznej r_g (por. rys. 3).

Do analizy zagadnienia współdziałania mostu z torem zostanie wykorzystana charakterystyka oporu podłużnego podsypki przedstawiona na rys. 1c. Na jej podstawie można wyróżnić dla toru bezstykowego, w zależności od przyrostu temperatury $\Delta t = t - t_p$, dwa różne stadia pracy podłoża podsypkowego (por. rys. 3):

1^0 stadium sprężyste, dla którego na całej długości przęsła obowiązuje niezmienność relacji styku tor – podsypka, czyli: $r = k\,.\,(u_m - u_t) < r_g$ dla $x < l_m$ i $r = r_g$ dla l_m, co prowadzi do warunku granicznego: $u_m(l) - u_t(l_m)$ [u_p, oraz

2^0 stadium sprężysto-plastyczne: $r = k\,.\,(u_m - u_t)$ [r_g, w którym, obok przedziałów oddziaływań sprężystych, może występować jedna strefa bądź trzy strefy oddziaływań granicznych $r = r_g$.

W niniejszej pracy do opisu zjawiska współdziałania mostu z torem bezstykowym zaproponowano następujące rozwiązanie modelowe:

1^0 Stadium sprężyste (rys. 3b i c). Przedziałowe funkcje nieznanych przemieszczeń osiowych toru, określone z równania $\frac{d^2u_t}{dx^2} = -\frac{r(u)}{EA}$, mają postać:

$$u_{t1} = A_1e^{\beta\cdot x} + B_1e^{-\beta\cdot x}, \quad \text{dla } -\infty < x \;[\; 0, \qquad u_{t2} = A_2e^{\beta\cdot x} + B_2e^{-\beta\cdot x} + \varepsilon_t x, \quad \text{dla } 0 \;[\; x \;[\; l_m, \tag{5}$$

$$u_{t3} = A_3e^{\beta\cdot x} + B_3e^{-\beta\cdot x}, \quad \text{dla } l_m \;[\; x < \infty, \tag{6}$$

gdzie:

$$\varepsilon_t = \alpha_t\Delta_t, \quad \beta = \sqrt{\frac{k}{EA}} \tag{7}$$

Nieznane stałe całkowania określa się z następujących warunków brzegowych (kinematycznych i statycznych):

$$\text{dla } x = -:, u_{t1} = 0; \qquad \text{dla } x = :, u_{t3} = 0; \qquad \text{dla } x = 0, u_{t1} = u_{t2}, \quad \frac{du_{t1}}{dx} = \frac{du_{t2}}{dx}, \tag{8}$$

$$\text{dla } x = l_m, u_{t2} = u_{t3}, \quad \frac{du_{t2}}{dx} = \frac{du_{t3}}{dx}. \tag{9}$$

Natomiast stałe całkowania oblicza się ze wzorów:

$$A_1 = \frac{\varepsilon_t \cdot l_m}{2}\left[\frac{1}{\beta l_m} - e^{-\beta\cdot l_m}\left(1+\frac{1}{\beta l_m}\right)\right], \qquad A_2 = -\frac{\varepsilon_t \cdot l_m}{2} e^{-\beta\cdot l_m}\left(1+\frac{1}{\beta l_m}\right); \qquad B_1 = 0; \tag{10}$$

$$B_2 = \frac{\varepsilon_t}{2\beta}; \qquad A_3 = 0, \qquad B_3 = \frac{\varepsilon_t \cdot l_m}{2\beta}\left[\frac{1}{\beta l_m} - \left(\frac{1}{\beta l_m} - 1\right)e^{\beta\cdot l_m}\right]. \tag{11}$$

Nieznaną odciętą przekroju x = a wyznacza się z warunku $u_{t2} = u_m = \varepsilon_t \cdot x$.

Stadium sprężyste pracy podłoża podsypkowego obowiązuje dla 0 [Δ_t [Δt_s, gdzie:

$$\Delta t_s = \frac{u_p}{\alpha_t} \cdot \frac{2}{l_m\left(1+\frac{1}{\beta \cdot l_m}\right) - \frac{e^{-\beta\cdot l_m}}{\beta}}, \tag{12}$$

Δt_s określa się z warunku $u_m(l_m) - u_{t2}(l_m) = u_p$.

2^0 Stadium sprężysto-plastyczne (rys. 3d i e) $\Delta t_s < \Delta t$, gdzie Δt_s określa wyrażenie (12).

3^0 Funkcje przedziałowe nieznanych przemieszczeń osiowych toru:

$$u_{t1} = A_1 e^{\beta\cdot x} + B_1 e^{-\beta\cdot x}, \quad \text{dla} -: < x\ [\ 0; \qquad u_{t2} = A_2 e^{\beta\cdot x} + B_2 e^{-\beta\cdot x} + \varepsilon_t x, \quad \text{dla } 0\ [\ x\ [\ c; \tag{13}$$

$$u_{t3} = -\frac{r_g}{2EA}x^2 + D_3 x + E_3, \quad \text{dla } c\ [\ x\ [\ l_m; \qquad u_{t4} = A_4 e^{\beta\cdot x} + B_4 e^{-\beta\cdot x}, \quad \text{dla } l_m\ [\ x <:. \tag{14}$$

Osiem niewiadomych stałych całkowania oblicza się z następujących warunków brzegowych (kinematycznych i statycznych):

$$\text{dla } x = -:, \ u_{t1} = 0; \quad \text{dla } x = :, \ u_{t4} = 0; \quad \text{dla } x = 0, \ u_{t1} = u_{t2}, \quad \frac{du_{t1}}{dx} = \frac{du_{t2}}{dx}; \tag{15}$$

$$\text{dla } x = c, \ u_{t2} = u_{t3}, \quad \frac{du_{t2}}{dx} = \frac{du_{t3}}{dx}; \quad \text{dla } x = l_m, \ u_{t3} = u_{t4}, \quad \frac{du_{t3}}{dx} = \frac{du_{t4}}{dx}. \tag{16}$$

Wyznaczone stałe całkowania określają następujące wyrażenia:

$$A_1 = A_2 + \frac{\varepsilon_t}{2\beta}; \quad B_1 = 0; \quad B_2 = \frac{\varepsilon_t}{2\beta}; \quad A_4 = 0; \quad B_4 = \frac{E_3 + \frac{r_g l_m^2}{2EA}}{e^{\beta\cdot l_m}(1+\beta\cdot l_m)}; \tag{17}$$

$$A_2 = \frac{\frac{r_g l_m}{2EA}(\beta\cdot l_m + 2) - \left[\frac{\varepsilon_t}{2\beta}e^{-\beta\cdot c}(1+\beta\cdot c) - \frac{r_g c^2}{2EA}\right]\beta - \left[\varepsilon_t\left(1-\frac{e^{-\beta\cdot c}}{2}\right) + \frac{r_g c}{EA}\right](1+\beta\cdot l_m)}{\beta\cdot e^{\beta\cdot c}(2+\beta\cdot l_m - \beta\cdot c)}; \tag{18}$$

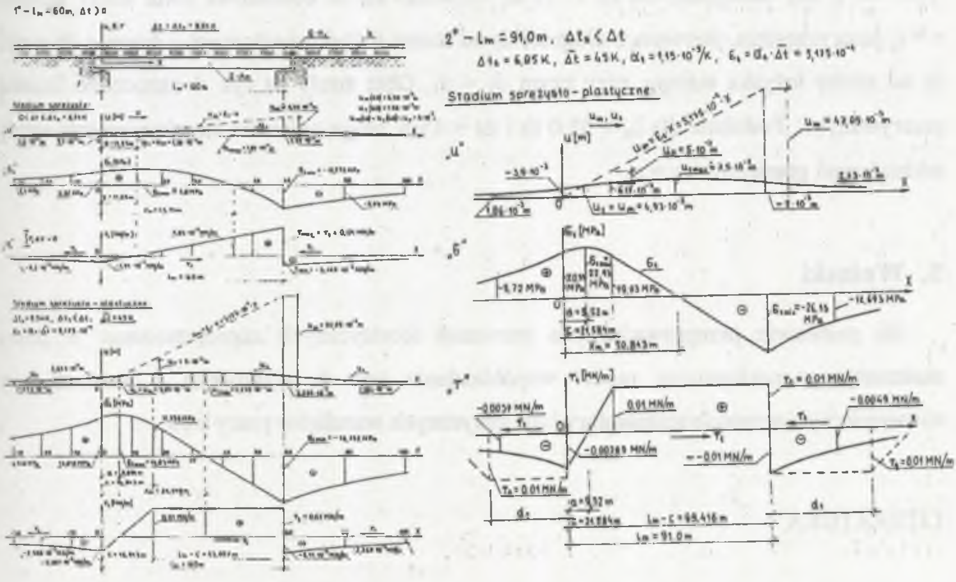
$$D_3 = A_2\beta e^{\beta\cdot c} + \varepsilon_t\left(1-\frac{e^{-\beta\cdot c}}{2}\right) + \frac{r_g c}{EA}; \quad E_3 = A_2 e^{\beta\cdot c}(1-\beta\cdot c) + \frac{\varepsilon_t}{2\beta}e^{-\beta\cdot c}(1+\beta\cdot c) - \frac{r_g c^2}{2EA} \tag{19}$$

Ponadto, wartości nieznanych odciętych a i c określa się następująco: $a = \frac{1}{2\beta}\ln(-\frac{B_2}{A_2})$, natomiast c oblicza się z równania $A_2 \cdot e^{\beta \cdot c} + B_2 \cdot e^{-\beta \cdot c} + u_p = 0$.

Przykłady obliczenia

Tor bezstykowy typu S60, podsypka tłuczniowa, podkłady drewniane, EA_t = 3228,12 MN, A_t = 0,015372 m^2 (dwie szyny), k = 2,0 MPa, r_g = 0,01 MN/m, $\varepsilon_t = \alpha_t\,\Delta t = 1{,}15 \cdot 10^{-5}$/K $\cdot$ 45 K = 5,175 $\cdot$ 10^{-4} przyjęto jednakowe Δ_t dla toru i mostu.

Analizuje się wpływ osiowych przemieszczeń termicznych jednoprzęsłowego mostu stalowego z żelbetowym pomostem (korytem balastowym) o długości przęseł: l_m = 60,0 m i l_m = 91,0 m.



Rys. 4. Przebieg rozkładów funkcji u_t, ρ_t, r_t dla przęsła o długości: 1^0) 60 m i 2^0) 91 m
Fig. 4. Curves of function distributions for the span with length: 1^0) 60 m and 2^0) 91 m

4. Analiza wyników obliczeń

Z rys. 4 wynika, że w stadium sprężystym pracy podsypki występuje największy względny przyrost naprężeń ściskających w torze bezstykowym wywołanym ruchami termicznymi przęsła mostu. Dla Δt_s = 9,54 K bowiem przyrost ten osiąga już wartość σ_{tmin} = - 8,272 MPa, co odpowiada 49,4% wartości przyrostu tych naprężeń obliczonych dla Δ_t = 45 K w stadium sprężysto-plastycznym (σ_{tmin} = – 16,752 MPa). Jak widać, wystąpienie stanu granicznego pracy podsypki w drugim stadium jest „samoobroną" toru przed nadmiernym wzrostem dodatkowych naprężeń osiowych w szynach. Ponadto, jak widać z rys. 4-1^0), w przypadku przęsła l_m = 60 m pojawia się tylko jedna strefa oddziaływań granicznych r_g, która występuje na samym przęśle. Natomiast w strefach tzw. „kotwienia" toru, poza przęsłem, oddziaływania r nie osiągają wartości r_g = 0,01 MN/m i występuje tam stan sprężysty, nawet przy bardzo dużych różnicach Δt, np. dla odciętej x = 60 m (strona prawa przekroju) mamy: Δt = 45 K, r = – 6,41.10^{-3} MN/m, (por. rys. 4); Δt = 60 K, r = – 6,673.10^{-3} MN/m; Δt = 80 K, r = – 6,872.10^{-3} MN/m.

W przypadku natomiast przęsła o długości l_m = 91,0 m i Δt = 45 K stan graniczny pracy podsypki początkowo pojawia się jednocześnie na długości przęsła i w przekroju x = 91 m (rys. 4-2^0), aby następnie, dla Δt > 45 K, rozwinąć się w dodatkowe dwie strefy skrajne r = r_g poza przęsłem, pierwsza o długości d_l od strony łożyska ruchomego i druga o długości d_2 od strony łożyska stałego, przy czym $d_2 < d_l$. Obie strefy na rys. 4 oznaczono liniami przerywanymi. Podobnie dla l_m > 91,0 m i Δt = 45 K mogą pojawiać się również trzy strefy oddziaływań granicznych r = r_g.

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych rozważań teoretycznych zaproponowano w pracy matematyczno-mechaniczny model współdziałania toru bezstykowego z mostem przy równomiernym wzroście temperatury i dla statycznych warunków pracy toru.

LITERATURA

1. Huber M. T.: Pisma. Zagadnienia kolejowe. Tom III, dział VIII, PWN, Warszawa 1957.
2. Szumierz W.: Wpływ poziomych deformacji górniczych podłoża na pracę budowli liniowych. Archiwum Inżynierii Lądowej, tom XXII, z. 4/1976, s. 647-663.
3. Stefanek J., Szumierz W.: Wpływ zmian temperatury na zjawisko współdziałania mostu z torem bezstykowym. II Sympozjum „Badania i diagnostyka mostów", Opole, 9-11 kwietnia 2003, s. 505-520.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zbigniew Mańko

Abstract

On the basis of carried out theoretical considerations the mathematical and mechanical model was suggested, describing the phenomenon of the bridge interaction with the continuous rails track under the influence of temperature changes and static conditions of track.