

Krzysztof KLUSZCZYŃSKI, Roman MIKSIEWICZ

## UOGÓLNIONE WARUNKI DOBORU LICZBY ŻŁÓBKÓW W INDUKCYJNYCH SILNIKACH KLATKOWYCH

Streszczenie. Pokazano, że poliharmoniczny model matematyczny silnika klatkowego oraz wyniki symulacji komputerowej dla maszyn o różnych liczbach żłobków pozwalają na rozszerzenie klasycznych warunków doboru liczby żłobków, chroniących przed powstawaniem dominujących synchronicznych momentów pasożytniczych. Takie uogólnione warunki uwzględniają nie tylko harmoniczne żłobkowe I rzędu ale również harmoniczne żłobkowe stojana i wirnika II i III rzędu.

## GENERALIZED CONDITIONS FOR CHOICE OF THE NUMBER OF SLOTS IN SQUIRREL-CAGE MOTORS

Summary. It was shown that a polyharmonic model of a squirrel-cage motor and results of computer simulation for machines with different number of slots, enable us to extend the classical conditions for choice of the number of slots preventing generation of dominant synchronous parasitic torques. Such generalized conditions presented in the paper take into account not only the slot harmonics of I order but also the rotor and stator slot harmonics of II and III order.

## ОБОБЩЕНИЕ УСЛОВИЙ ПОДБОРА ЧИСЛА ПАЗОВ АСИНХРОННОГО КОРОТКОЗАМКНУТОГО ДВИГАТЕЛЯ

Резюме. Показывается что полигармоническая математическая модель асинхронного короткозамкнутого двигателя а также результаты расчёта, для машин с разным количеством пазов, позволяет увеличить точность исключения доминирующих синхронных паразитных моментов при помощи вариации числа пазов. Такое обобщение предоставляет возможность учитывать не только пазовые гармонические первого порядка, а вместе с тем и пазовые гармонические статора и ротора II и III порядка.

## 1. WPROWADZENIE

Prawidłowy dobór liczby żłobków stojana i wirnika odgrywa decydującą rolę w ograniczaniu pasożytniczych momentów elektromagnetycznych, powstających w indukcyjnych silnikach klatkowych. Zagadnienie, które ze względu na swą długą historię można nazwać klasycznym, należy do problemów zachowujących aktualność i wciąż na nowo rozważanych w oparciu o coraz to nowocześniejsze i doskonalsze środki pomiarowe oraz obliczeniowe. Zastosowanie komputerów umożliwia analizowanie maszyn o zadanych parametrach konstrukcyjnych przy uwzględnieniu dowolnych wyższych harmonicznych przestrzennych pola magnetycznego, wynikających z niesinusoidalnego rozkładu przepływu uzwojeń oraz obustronnego użłobkowania szczeliny, tym niemniej - ze względu na dużą czasochłonność takich obliczeń i brak przejrzystych relacji analitycznych - metody te odgrywają ograniczoną rolę w projektowaniu maszyn elektrycznych. Wydaje się, że w analizie maszyn, a zwłaszcza w procesie projektowania maszyn, będącym sumą teoretycznych rozważań i praktycznych doświadczeń inżynierów - konstruktorów wielu różnych pokoleń, celowe jest umiejętne łączenie "tradycji" z "nowoczesnym ujęciem", co przykładowo może znaleźć wyraz w zachowaniu tradycyjnego sformułowania i zapisu zagadnienia, a uzupełnieniu jego rozwiązania nowymi przypadkami, wynikającymi z pogłębionej analizy matematycznej, czy też z obliczeń przeprowadzanych na komputerze. W taki właśnie sposób należy rozumieć cel niniejszej pracy w odniesieniu do jednego z najistotniejszych problemów projektowania, a mianowicie doboru liczby żłobków w silnikach klatkowych. W tradycyjnej praktyce projektowej zagadnienie doboru liczby żłobków stojana i wirnika było zasadniczo rozwiązywane w oparciu o zestaw warunków algebraicznych, mających postać równości algebraicznych, wskazujących na zakazane wartości liczb żłobków stojana i wirnika. Zastosowanie komputerów stworzyło możliwości bezpośredniego wyliczania momentów pasożytniczych, powstających w silnikach o różnych liczbach żłobków przy wykorzystaniu różnych modeli matematycznych maszyn, prezentowanych, np. w pracach [1],[2],[5],[6],[7]. Opracowane zostały również programy komputerowe wspomagające projektowanie silników i ułatwiające dokonywanie wyboru liczby żłobków [4]. Tym niemniej wydaje się, że szybka, wstępna ocena doboru liczby żłobków, oparta na prostych relacjach algebraicznych, była niezwykle przydatnym i wygodnym narzędziem w projektowaniu silników klatkowych. Stąd też pomysł, aby znane "klasyczne" warunki doboru liczby żłobków rozszerzyć i uogólnić, obejmując nimi przypadki wynikające z analizy dokładnego modelu matematycznego maszyny, uwzględniającego wyższe harmoniczne przestrzenne przepływu oraz z rezultatów obliczeń przeprowadzanych na komputerze.

## 2. KLASYCZNE WARUNKI DOBORU LICZBY ŻŁOBKÓW

Najważniejsze warunki doboru liczby żłobków stojana i wirnika, związane z powstawaniem pasożytniczych momentów synchronicznych w zakresie pracy silnikowej, hamulcowej i przy rozruchu mają następującą postać:

$$Q_r = 6pc + 2p \quad \text{- w maszynie powstają pasożytnicze momenty synchroniczne przy pracy silnikowej,} \quad (1)$$

$$Q_r = 6pc - 2p \quad \text{- w maszynie powstają momenty synchroniczne przy pracy hamulcowej,} \quad (2)$$

$$Q_r = Q_s + 6pc \quad \text{- w maszynie powstają momenty synchroniczne przy rozruchu,} \quad (3)$$

$$Q_r = 6pc \quad \text{- w maszynie powstają momenty synchroniczne przy rozruchu,} \quad (4)$$

wysoka wartość  $NWD(Q_s, Q_r)$  - w maszynie powstają pasożytnicze momenty synchroniczne przy rozruchu. (5)

Poszczególne równości powstały jako wynik analizy teoretycznej różnych szczególnie niekorzystnych przypadków zniekształceń charakterystyk mechanicznych silników indukcyjnych.

Zanim przystąpimy do ich rozważenia, przypomnijmy, że pasożytnicze momenty synchroniczne powstają zawsze jako wynik elektromagnetycznego i elektrodynamicznego współdziałania co najmniej dwóch harmonicznym przestrzennych pola magnetycznego. Powstawanie najsilniejszych momentów synchronicznych jest związane z harmoniczną główną o rzędzie  $p$  oraz z harmonicznymi żłobkowymi stojana o rzędach  $v = cQ_s \pm p$  i harmonicznymi żłobkowymi wirnika o rzędach  $v = cQ_r \pm p$  (gdzie:  $c=1,2,3,\dots$ ). Jeśli  $c=1$ , mówimy o harmonicznym żłobkowych I rzędu, jeśli  $c=2$  - o harmonicznym żłobkowych II rzędu, jeśli  $c=3$  - o harmonicznym żłobkowych III rzędu, itd.

## 3. UOGÓLNIENIE WARUNKÓW DOBORU LICZBY ŻŁOBKÓW

W rozważaniu zagadnień związanych z powstawaniem pasożytniczych momentów synchronicznych szczególnie przydatny jest model maszyny indukcyjnej we współrzędnych 2-osiowych i jego uproszczony graficzny zapis w postaci tzw. schematów rozkładu maszyny indukcyjnej na maszyny elementarne. Jego istotną zaletą jest możliwość graficznej prezentacji mechanizmów gene-

rowania pasożytniczych momentów synchronicznych w postaci tzw. torów [3]. Pozwala ona na szybkie i łatwe wyszukiwanie tych par harmoniczných przestrzenných, które uczestniczą w generowaniu dominujących momentów synchronicznych. Na podstawie schematów rozkładu maszyny indukcyjnej na maszyny elementarne i analizy torów można wyciągnąć wniosek, że harmoniczne żłobkowe stojana i wirnika o różnych rzędach będą wzajemnie elektromagnetycznie i elektrodynamicznie współdziałać w wytwarzaniu dominujących pasożytniczych momentów synchronicznych, jeśli zostanie spełniona następująca równość:

$$c_s Q_s \pm p = c_r Q_r \pm p \quad \text{dla } c_s, c_r = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (6)$$

Z wzoru (6) wynikają bezpośrednio następujące 3 warunki:

$$c_r Q_r = c_s Q_s + 2p, \quad (7)$$

$$c_r Q_r = c_s Q_s - 2p, \quad (8)$$

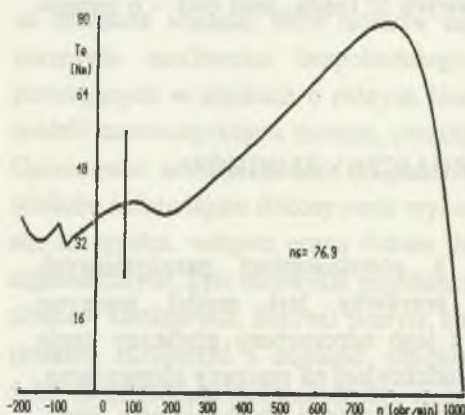
$$c_r Q_r = c_s Q_s. \quad (9)$$

Jeśli uwzględnimy, że w maszynach 3-fazowych:

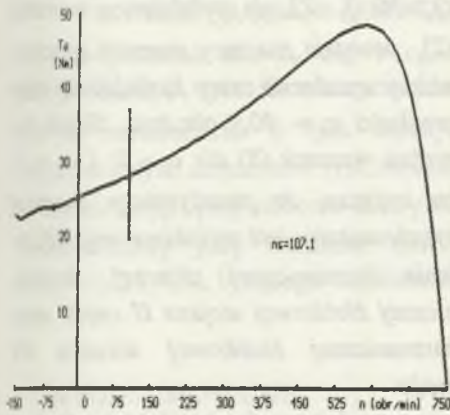
$$Q_s = 6pc \quad (10)$$

i przyjmiemy, że  $c_r = 1$ ,  $c_s = 1$  (takie wartości współczynników odpowiadają harmonicznym żłobkowym I rzędu), wówczas z warunków (7) i (8) otrzymamy znane warunki (1) i (2).

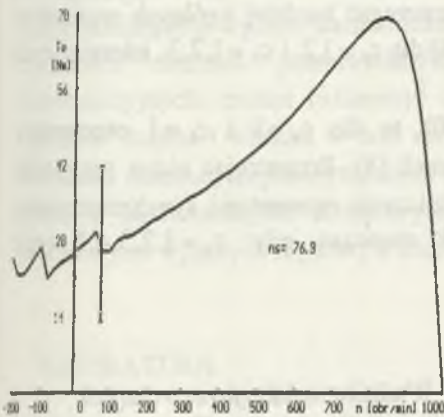
Przeprowadzając obliczenia dla maszyn o różnych danych konstrukcyjnych można pokazać, że znaczące pasożytnicze momenty synchroniczne są związane jednak nie tylko z harmonicznymi żłobkowymi I rzędu, ale również z harmonicznymi żłobkowymi stojana II rzędu i harmonicznymi żłobkowymi wirnika II i III rzędu, a więc z wartościami współczynników w równościach (7) i (8), wynoszącymi  $c_s = 1, 2$  oraz  $c_r = 1, 2, 3$ .



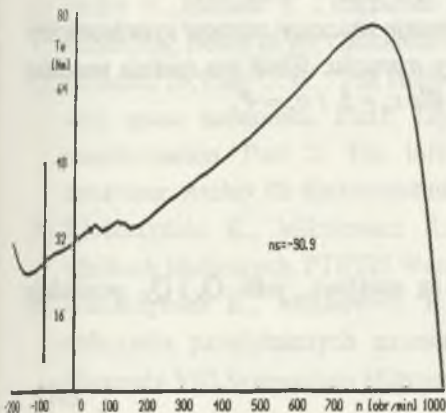
*W silniku indukcyjnym o danych:  $p=3$ ,  $Q_s=36$ ,  $Q_r=39$ , nie spełniającym warunku (1), powstaje znaczący moment synchroniczny w zakresie pracy silnikowej przy prędkości  $n_s=76.9$  obr./min. Silnik ten spełnia warunek (7) dla  $c_s=2$  i  $c_r=2$ , co oznacza, że pasożytniczy moment synchroniczny jest wynikiem współdziałania harmoniczných głównej oraz harmoniczných żłobkowych stojana i wirnika II rzędu.*



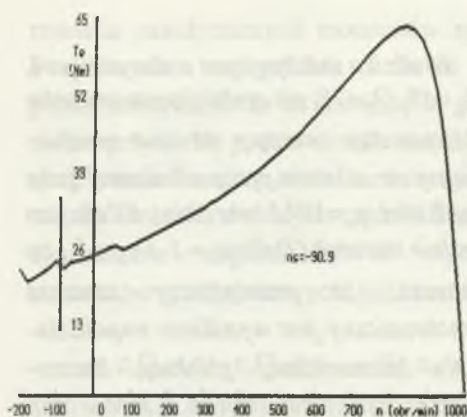
W silniku indukcyjnym o danych:  $p=4$ ,  $Q_s=48$ ,  $Q_r=28$ , nie spełniającym warunku (1), powstaje znaczący moment synchroniczny w zakresie pracy silnikowej przy prędkości  $n_s=107.1$  obr./min. Silnik ten spełnia warunek (7) dla  $c_s=1$  i  $c_r=2$ , co oznacza, że pasożytniczy moment synchroniczny jest wynikiem współdziałania harmonicznej głównej, harmonicznej zębkowej stojana I rzędu oraz harmonicznej zębkowej wirnika II rzędu.



W silniku indukcyjnym o danych:  $p=3$ ,  $Q_s=36$ ,  $Q_r=26$ , nie spełniającym warunku (1), powstaje znaczący moment synchroniczny w zakresie pracy silnikowej przy prędkości  $n_s=76.9$  obr./min. Silnik ten spełnia warunek (7) dla  $c_s=2$  i  $c_r=3$ , co oznacza, że pasożytniczy moment synchroniczny jest wynikiem współdziałania harmonicznej głównej, harmonicznej zębkowej stojana II rzędu oraz harmonicznej zębkowej wirnika III rzędu.



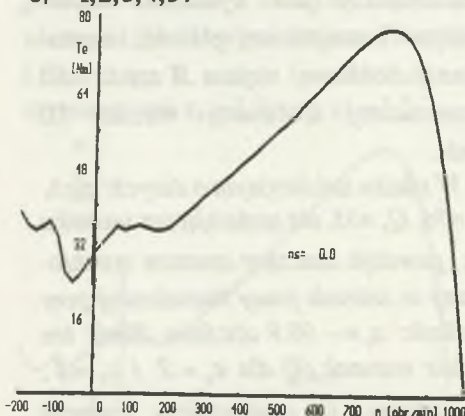
W silniku indukcyjnym o danych:  $p=3$ ,  $Q_s=36$ ,  $Q_r=33$ , nie spełniającym warunku (2), powstaje znaczący moment synchroniczny w zakresie pracy hamulcowej przy prędkości  $n_s=-90.9$  obr./min. Silnik ten spełnia warunek (8) dla  $c_s=2$  i  $c_r=2$ , co oznacza, że pasożytniczy moment synchroniczny jest wynikiem współdziałania harmonicznej głównej oraz harmonicznych zębkowych stojana i wirnika II rzędu.



W silniku indukcyjnym o danych:  $p=3$ ,  $Q_s=36$ ,  $Q_r=22$ , nie spełniającym warunku (2), powstaje znaczący moment synchroniczny w zakresie pracy hamulcowej przy prędkości  $n_s = -90,9$  obr./min. Silnik ten spełnia warunek (8) dla  $c_s = 2$  i  $c_r = 3$ , co oznacza, że pasożytniczy moment synchroniczny jest wynikiem współdziałania harmonicznej głównej, harmonicznej żłobkowej stojana II rzędu oraz harmonicznej żłobkowej wirnika III rzędu.

Z przedstawionych przykładów wynika, że przy doborze liczby żłobków stojana i wirnika ze względu na pasożytnicze momenty synchroniczne, powstające przy pracy silnikowej i hamulcowej, należy przestrzegać bardziej ogólnych warunków niż (1) i (2), a mianowicie - warunków (7) i (8) dla  $c_s = 1, 2$  i  $c_r = 1, 2, 3$ , mieszczących w sobie warunki (1) i (2).

Jeśli w warunku (9) uwzględnimy (10), to dla  $c_s = 1$  i  $c_r = 1$  otrzymamy warunek (5), zaś dla  $c_s = 2$  i  $c_r = 1$  - warunek (4). Rozpatrując różne przypadki można pokazać, że ze znaczącymi pasożytniczymi momentami synchronicznymi przy rozruchu należy się liczyć również wtenczas, gdy:  $c_s = 1, 2, 3, 4, 5$  oraz  $c_r = 1, 2, 3, 4, 5$ .



W silniku indukcyjnym o danych:  $p=3$ ,  $Q_s=36$ ,  $Q_r=45$ , powstaje znaczący moment synchroniczny przy rozruchu. Silnik ten spełnia warunek (9) dla  $c_s = 5$  i  $c_r = 4$ .

Niskie wartości  $c_s$  i  $c_r$  w równaniu (9) są możliwe, jeśli  $Q_s$  i  $Q_r$  posiadają wspólny dzielnik. Faktycznie, jeśli:

$$Q_s = \text{NWD}(Q_s, Q_r) a_s,$$

$$Q_r = \text{NWD}(Q_s, Q_r) a_r,$$

(11)

to relacja (9) przyjmuje postać:

$$c_r \text{NWD}(Q_s, Q_r) a_r = c_s \text{NWD}(Q_s, Q_r) a_s \quad (12)$$

i jest spełniona dla  $c_r = a_s$  i  $c_s = a_r$ . Im większy więc wspólny dzielnik  $\text{NWD}(Q_s, Q_r)$ , tym dla mniejszych wartości  $c_s$  i  $c_r$  jest spełniony warunek (9), a więc harmoniczne o tym niższych rzędach uczestniczą w powstawaniu pasożytniczych momentów synchronicznych przy rozruchu.

Reasumując, przy doborze liczby żłobków ze względu na pasożytniczy moment synchroniczny przy rozruchu należy więc przestrzegać warunku (9) (dla  $c_s, c_r = 1, 2, 3, 4, 5$ ), będącego uogólnieniem zapisu warunków (4), (5) i (6).

#### 4. PODSUMOWANIE

Opierając się na modelu matematycznym silnika indukcyjnego, uwzględniającym wyższe harmoniczne przestrzenne przepływu uzwojeń oraz na wynikach obliczeń przeprowadzonych dla silników o różnych danych konstrukcyjnych, można rozszerzyć i uogólnić klasyczne warunki doboru liczby żłobków stojana i wirnika w taki sposób, aby chroniły one przed powstawaniem w silniku znaczących pasożytniczych momentów synchronicznych, związanych nie tylko z harmonicznymi żłobkowymi I rzędu, ale również z harmonicznymi żłobkowymi wyższych rzędów, w szczególności II i III rzędu.

#### LITERATURA

- [1] Heller V., Hamata V. : Harmonic field effects in induction machines. Academia Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences. Prague 1977.
- [2] Hommes E., Paap G. C. : The analysis of the 3-phase squirrel-cage induction motor with space harmonics. Part1: Equations developed by a new time-dependent transformation. Part 2: The influence of space harmonics on the transient behaviour. Archiv für Elektrotechnik 1984, nr 4, 217-236.
- [3] Kluszczyński K., Miksiewicz R. : Momenty pasożytnicze w indukcyjnych silnikach klatkowych. PTETiS Warszawa-Gliwice 1993,
- [4] Kluszczyński K., Miksiewicz R. : Uniwersalny program komputerowy do obliczania pasożytniczych momentów w silnikach indukcyjnych klatkowych. Materiały VIII Sympozjum Mikromaszyny i Serwomotory, Książ 1992.

- [5] Sobczyk T. : Analiza procesów stacjonarnych maszyn elektrycznych. Zeszyty Naukowe AGH Elektryfikacja i Mechanizacja Górnictwa i Hutnictwa, z. 97, Kraków 1977.
- [6] Taegen F., Hommes E. : Die Theorie des Käfigläufermotors unter Berücksichtigung der Ständer- und Laufermagnetung. Archiv für Elektrotechnik 1974, z. 56, 21-31, 331-339.
- [7] Van der Merve F. S. : The basic voltage and torque equations for squirrel-cage induction motors allowing for all MFF and permeance harmonics. Archiv für Elektrotechnik 1982, z. 64, 251-261.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jan Zawilak

Wpłynęło do Redakcji dnia 25 marca 1994 r

### Abstract

The traditional method of choice of the number of stator and rotor slots in squirrel-cage motors from the viewpoint of synchronous parasitic torques is based on the system of conditions having the form of algebraical equations indicating the non-recommended number of slots (see eqns (1)-(5)). These conditions enable us to avoid predominant synchronous parasitic torques connected with the main space harmonic and step harmonics of I order. Considering the mathematical model of induction motor for all MFF space harmonics one can formulate the conditions for generating synchronous torques associated with stator and rotor step harmonics of higher orders (eqns (7),(8),(9)). In order to test these conditions computer simulations are carried out for machines with different number of stator and rotor slots and calculated steady-state torque-speed curves are presented in successive figures in the paper. The results of computer calculations enable us to draw the following conclusions:

- in order to avoid synchronous torques in the motor and brake region the number of slots cannot satisfy the conditions (7) and (8) for  $c_s = 1, 2$  and  $c_r = 1, 2, 3$  (such values of coefficients are connected with stator step harmonics of I and II order and with rotor step harmonics of I, II and III order),

- in order to avoid synchronous torques at standstill the number of slots cannot fulfil the conditions (9) for  $c_s = 1, 2, 3, 4, 5$  and  $c_r = 1, 2, 3, 4, 5$ .