ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1994

Seria: ELEKTRYKA z. 138 Nr kol.1245

Krzysztof KLUSZCZYŃSKI

GRAFICZNA REPREZENTACJA METODY OBLICZEŃ MASZYN ELEKTRYCZNYCH OPARTEJ NA MODELU Z DYSKRETNYM ROZKŁADEM PRZEWODNOŚCI MAGNETYCZNEJ SZCZELINY POWIETRZNEJ

Streszczenie. Przedstawiono schematy blokowe charakteryzujące metodę rozwiązywania modelu matematycznego maszyny elektrycznej opartej na funkcjach odcinkami stałych. Schemat blokowy systemu elektromechanicznego rozpada się na dwa schematy blokowe, odpowiadające systemowi elektrycznemu i mechanicznemu, które - w zależności od rozpatrywanego przedziału czasu lub chwili czasowej - nie oddziałują na siebie lub oddziałują jednokierunkowo.

GRAPHICAL REPRESENTATION FOR CALCULATIONS OF ELECTRICAL MACHINES BASED ON THE MODEL WITH DISCRETE DISRIBUTION OF MAGNETIC PERMEANCE OF AIR-GAP

Summary. Block diagrams characterizing the method of solving mathematical model of electrical machine based on piecewise-constant functions are presented. The block diagram of electromechanical system is divided into two block diagrams corresponding to electrical and mechanical system which - in individual intervals or instants of time - either do not interact or interact uni-directionally.

ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МЕТОДА РАСЧЕТА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С ДИСКРЕТНОМ РАЗЛОЖЕНИЕМ МАГНИТНОЙ ПРОВОДИМОСТИ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА

Резюме. Представлены структурные схемы характеризующие метод решения математической модели электрической машины базирующей на отрезками постоянных функциях. Структурная схема электромеханической системы разлагается на две структурные схемы, соответствующие электрической и механической системе, которые в зависимости от рассматриваемого промежутка времени или момента времени - взаимодействуют или не взаимодействуют однонаправленно друг на друга.

1. WPROWADZENIE I CEL

Maszyna elektryczna jest systemem elektromechanicznym, złożonym z układu elektrycznego (obwodu elektromagnetycznego), opisanego równaniami napięciowo-prądowymi:

$$[u]=[R][i]+\frac{d}{dt}\{[M(\vartheta)][i]\}\ , \tag{1}$$

gdzie:

$[M(\vartheta)]$ - macierz indukcyjności własnych i wzajemnych maszyny

ϑ - kąt obrotu wirnika

oraz układu mechanicznego, opisanego równaniem momentów:

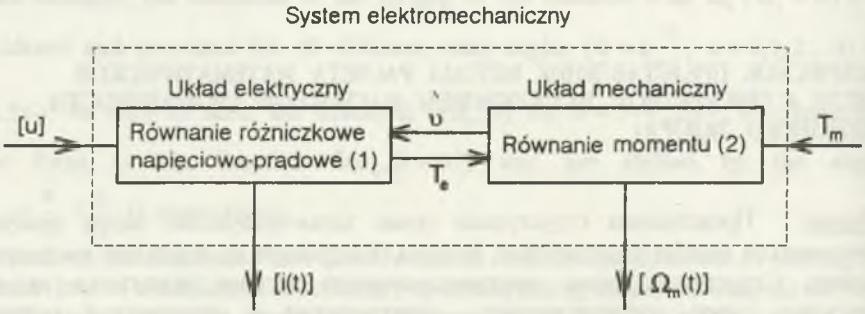
$$J\frac{d^2\vartheta}{dt^2}=T_e+T_m\ , \tag{2}$$

$$T_e=\frac{1}{2}[i]^T\frac{\partial}{\partial\vartheta}\{[M(\vartheta)][i]\}\ , \tag{3}$$

gdzie: T_e, T_m - moment elektromagnetyczny i mechaniczny.

Oddziaływanie obu układów: elektrycznego i mechanicznego oraz przemiana elektromechaniczna dokonują się w maszynie za pośrednictwem pola elektromagnetycznego w szczelinie powietrznej, czego wyrazem jest wzór (3): moment elektromagnetyczny jest równy pochodnej cząstkowej energii magnetycznej skojarzonej z uzwojeniami maszyny po kącie obrotu wirnika ϑ.

Schemat ideowy systemu elektromechanicznego, odpowiadający równaniom (1), (2) przedstawia rys. 1 [5].



Rys 1. Maszyna elektryczna jako system elektromechaniczny

Fig. 1. Electrical machine as electromechanical system

Układ równań różniczkowych (1), (2) jest z matematycznego punktu widzenia układem nieliniowym o zmiennych w czasie współczynnikach. Istotnym zagadnieniem technicznym jest poprawne wyznaczenie współczynników równań (parametrów maszyny), zwłaszcza zależności indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik $M_{sr}(\vartheta)$ od kąta obrotu wirnika ϑ (które to współczynniki są elementami macierzy $[M(\vartheta)]$), a trudność ta wynika z tego, że przewody tworzące uzwojenia stojana i wirnika nie są rozłożone wzdłuż obwodu maszyny w sposób ciągły, ale dyskretny - w żłobkach, zaś szczelina powietrzna pomiędzy stojanem i wirnikiem nie jest równomierna i gładka, lecz obustronnie użłobkowana.

Dla uproszczenia analizy maszyny krzywe przestrzenne $M_{sr}=f(\vartheta)$ rozwija się zwykle w szereg harmonicznych Fouriera, co prowadzi do wyodrębnienia: harmonicznej głównej (opisującej podstawowe własności eksploatacyjne maszyny), wyższych harmonicznych przestrzennych przepływu (związanych z dyskretnym rozkładem okładu prądowego) oraz wyższych harmonicznych przestrzennych permeancyjnych (będących skutkiem użłobkowania szczeliny powietrznej). Ograniczenie analizy do harmonicznej głównej pozwala uzyskać prosty schemat zastępczy maszyny o stałych współczynnikach. Uwzględnienie wyższych harmonicznych przestrzennych (nawet tylko harmonicznych przestrzennych przepływu) komplikuje bardzo model matematyczny silnika i powoduje, że jego numeryczne rozwiązywanie, pomimo zastosowania technik komputerowych, jest żmudne i czasochłonne, a uzyskiwane wyniki nadal niezadowalające z technicznego punktu widzenia.

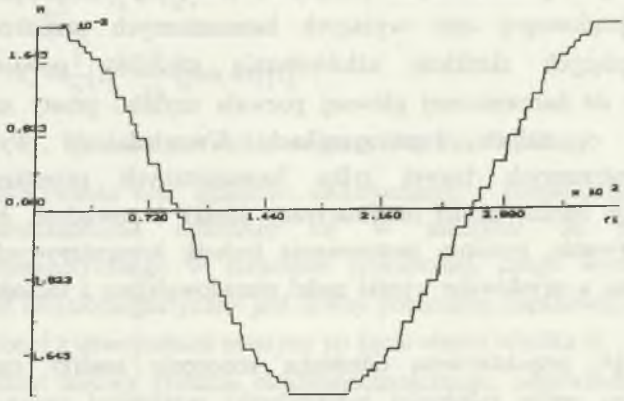
W pracach [1] - [4] przedstawiono odmienną koncepcję analizy maszyny elektrycznej, opartą na opisie zależności indukcyjności wzajemnej stojan-wirnik od kąta obrotu wirnika ϑ, nie - jak to dotychczas czyniono - na funkcjach harmonicznych sinusoidalnych, ale na funkcjach schodkowych, tzn. funkcjach przedziałami stałych o wartościach zmieniających się skokowo na granicach kolejnych przedziałów [1]. W [2] pokazano, że z takim opisem współczynników indukcyjności wiąże się model fizyczny maszyny, charakteryzujący się dyskretnym rozkładem przestrzennym permeancji magnetycznej wzdłuż obwodu szczeliny. Metoda ta nadaje się do analizy tak stanów dynamicznych silnika [4], jak i do opisu stanu ustalonego [3], [4].

Aproksymacja indukcyjności wzajemnej funkcjami schodkowymi prowadzi do specyficznej sekwencyjnej metody rozwiązywania modelu, polegającej na przemiennym analizowaniu przedziałów o stałej wartości indukcyjności oraz punktów, w których następuje skokowa zmiana ich wartości.

Celem niniejszego artykułu jest graficzne zilustrowanie tej metody za pomocą schematów blokowych. Wizualizacja taka pozwala lepiej zrozumieć istotne różnice pomiędzy klasyczną analizą harmoniczną, opartą na schemacie blokowym z rys. 1, a analizą sekwencyjną, wynikającą ze schodkowej aproksymacji indukcyjności.

2. SEKWENCYJNA METODA OBLICZEŃ STANÓW DYNAMICZNYCH MASZYNY I JEJ GRAFICZNA REPREZENTACJA

Przykładowy przebieg indukcyjności wzajemnej stojan-wirnik w funkcji kąta obrotu wirnika przedstawia rys. 2.



Rys. 2. Przykładowy przebieg indukcyjności wzajemnej stojan-wirnik w funkcji kąta obrotu wirnika

Fig. 2. Exemplary pattern of mutual stator-rotor inductance as a function of rotor position angle.

Oznaczmy kąty obrotu wirnika maszyny, przy których następują skokowe zmiany wartości indukcyjności wzajemnej przez: ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3, ...ϑ_{k-1}, ϑ_k ..., zaś odpowiadające im chwile czasowe przez t_1, t_2, t_3, ...t_{k-1}, t_k ... .

Analizę stanu dynamicznego maszyny elektrycznej przeprowadza się na przemian w przedziałach kąta obrotu wirnika $(\vartheta_{k-1}, \vartheta_k)$, którym odpowiadają przedziały czasowe (t_{k-1}, t_k) oraz w położeniach wirnika ϑ_k, którym odpowiadają chwile czasowe t_k.

W przedziale czasu $(+t_{k-1}, -t_k)$:

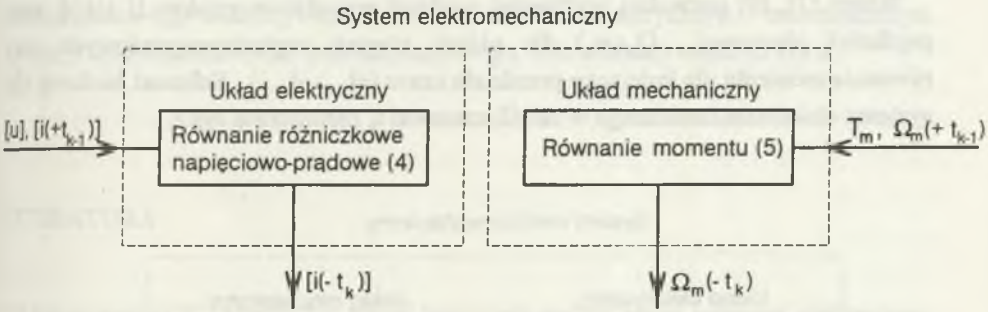
- równania napięciowo-prądowe są układem równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach

$$[u]=[R][i]+[M]\frac{d}{dt}[i] \quad , \quad \text{warunek początkowy: } [i\,(+t_{k-1})] \quad , \tag{4}$$

- w maszynie nie powstaje moment elektromagnetyczny: $T_e = 0$, a prędkość kątowa maszyny Ω_m zmienia się tylko pod wpływem momentu mechanicznego

$$J\frac{d\Omega_m}{dt} = T_m \quad , \quad \text{warunek początkowy: } \Omega_m(+t_{k-1}) \quad . \tag{5}$$

Równania (4), (5) pozwalają wyznaczyć wartości prądu $[i\,(-t_k)]$ i wartości prędkości obrotowej $\Omega_m(-t_k)$ na końcu przedziału, jeśli są znane ich wartości $[i\,(+t_{k-1})]$ i $\Omega_m(+t_{k-1})$ na początku przedziału. Równaniom (4), (5), rozwiązywanym w przedziale czasu $t \in (+t_{k-1}, -t_k)$, odpowiada schemat blokowy systemu elektromechanicznego, przedstawiony na rys 3.



Rys.3. Schemat blokowy systemu elektromechanicznego dla przedziału czasu $t \in (+t_{k-1} - t_k)$

Fig. 3. Block diagram of electromechanical system for interval of time $t \in (+t_{k-1}, -t_k)$

Jak wynika z rys. 3, najistotniejszą cechą równań systemu elektromechanicznego w przedziale czasu $t \in (+t_{k-1}, -t_k)$ jest ich rozprzężenie się na: autonomiczny układ równań napięciowo-prądowych oraz autonomiczne równanie momentu. Graficznym wyrazem tego rozprzężenia jest brak wzajemnego dwukierunkowego oddziaływania pomiędzy układem elektrycznym i mechanicznym, które jest widoczne na rys. 1.

W chwili czasowej t_k :

– zachowana jest ciągłość strumienia skojarzonego z uzwojeniami maszyny

$$[\Psi(-t_k)] = [\Psi(+t_k)] = [\Psi(t_k)] \ , \tag{6}$$

a wartość prądu w uzwojeniach ulega skokowej zmianie do wartości

$$[i(+t_k)] = [i(-t_k)] + [\Delta\, i(t_k)] \ , \tag{7}$$

gdzie:

$$[\Delta\, i(t_k)] = \left[L^{-1}(+t_k) - L^{-1}(-t_k)\right]\left[\Psi(t_k)\right] \ ,$$

– w maszynie powstaje moment elektromagnetyczny, mający postać impulsu Diraca

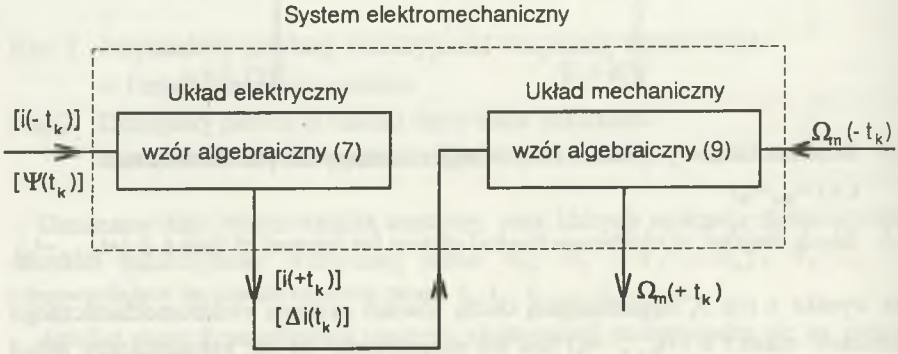
$$T_e(t_k) = -\Delta W_m\, \delta(t - t_k) \ , \tag{8}$$

gdzie:

ΔW_m - przyrost energii magnetycznej zmagazynowanej w uzwojeniach w chwili t_k , pod wpływem którego następuje skokowy przyrost prędkości obrotowej wirnika do wartości:

$$\Omega_m(+t_k) = \sqrt{-\frac{1}{J}[\Psi(+t_k)]^T[\Delta\, i(t_k)] + \Omega_m^2(-t_k)} \ . \tag{9}$$

Wzory (7), (9) pozwalają wyznaczyć wartości początkowe prądów $[i\ (+t_k)]$ oraz prędkości obrotowej $\Omega_m(+t_k)$ dla układu równań napięciowo-prądowych oraz równania momentu dla kolejnego przedziału czasu $(+t_k\ ,\ -t_{k+1})$. Schemat blokowy dla systemu elektromechanicznego w chwili czasowej t_k przedstawia rys.4.



Rys. 4. Schemat blokowy dla systemu elektromechanicznego w chwili czasowej t_k

Fig. 4. Block diagram for electromechanical system for instant of time t_k

W miejsce "wzajemnego oddziaływania na siebie" układu elektrycznego i mechanicznego otrzymujemy schemat jednokierunkowego oddziaływania układu elektrycznego na układ mechaniczny.

Prowadząc dalej w analogiczny sposób analizę na przemian w przedziałach stałości indukcyjności wg schematu blokowego z rys. 3 oraz w punktach jego nieciągłości wg schematu blokowego z rys. 4, możemy rozważyć stan dynamiczny maszyny w dowolnie założonym przedziale czasu.

4. PODSUMOWANIE

Konsekwencją aproksymacji indukcyjności wzajemnej funkcjami schodkowymi jest przekształcenie się nieliniowego układu równań systemu elektromechanicznego w "liniowy układ równań napięciowo-prądowych o stałych współczynnikach" oraz "autonomiczne równanie momentu" w przedziałach stałości indukcyjności (rys. 3), a także w proste zależności algebraiczne w punktach nieciągłości indukcyjności (rys. 4). Graficznym wyrazem tego przekształcenia jest przerwanie toru i brak dwukierunkowego oddziaływania pomiędzy układem elektrycznym i mechanicznym na rys. 3 oraz istnienie tylko jednokierunkowego toru oddziaływania na rys.4.

LITERATURA

[1] Kluszczyński K., Spałek D.: Nowa koncepcja analizy pracy maszyny elektrycznej Materiały XIV SPETO, Wisła 1991, ss.279-286.

[2] Kluszczyński K., Spałek D.: Koncepcja modelu fizycznego maszyny elektrycznej o współczynnikach indukcyjności wzajemnej przedziałami stałych. Mat. XV SPETO 92, Ustroń 1992, ss. 337-334.

[3] Kluszczyński K., Spałek D.: Określanie zmiennych stanu maszyny elektrycznej o współczynnikach indukcyjności wzajemnej przedziałami stałych w stanie ustalonym. Materiały XVI SPETO 93, Ustroń 1993, ss. 359-366.

[4] Kluszczyński K., Spałek D.: Symulacja komputerowa stanów ustalonych i nieustalonych maszyny asynchronicznej dla modelu o współczynnikach

indukcyjności wzajemnej przedziałami stałych. ZN Pol. Śl. seria Elektryka, z. 126, Gliwice 1992, ss. 79-95

[5] Krause P.C.: Analysis of electric machinery; Mc Graw-Hill Book Company 1986.

Recenzent: Prof. dr hab. Piotr Wach

Wpłynęło do Redakcji dnia 25marca 1994

Abstract

An electrical machine can be considered as an electromechanical system described by voltage-current equation (1) related to an electrical system and by the torque equation (2), (3) related to a mechanical system. The block diagram corresponding to these equations is presented in Fig.1.

Bi-directional interaction between an electrical and mechanical system is characterized by the two arrows. In the papers [1], [2], [3], [4] the new approach to an analysis of electrical machines was presented employing piecewiese-constant functions. By means of these functions, coefficients of stator-rotor inductance as a function of rotor angle ϑ can be expressed in the form presented in Fig. 2. This leads to the quite different procedure of analysing the differential equations of a motor. The equations are solved separately step by step in open intervals in which stator-rotor inductances are constant and - as a result - in which electromagnetic torque does not arise and at the edges of the intervals where electromagnetic torque has a form of Dirac impulses. As far as the open intervals are concerned the dynamic state of a machine is described by the linear time-constant voltage-current equation (4) and the autonomous torque equation (5).

As regards the edges of the intervals, the behaviour of a machine is determined by the two algebraical expressions (7), (9).

This procedure corresponds to the two block diagrams shown in Fig. 3 and 4. As may be seen in Fig. 3, an electrical system and mechanical system do not interact. In Fig. 4 - instead of bi-directional interaction - we have uni-directional interaction characterized by the one arrow.