

Maria DZICZKOWSKA

Instytut Elektroniki
Politechniki Śląskiej

ANALIZA BŁĘDÓW WYZNACZANIA KONDUKTYWNOŚCI I GRUBOŚCI CIENKIEJ NIEMAGNETYCZNEJ FOLII METODĄ WIROPŁĄDOWĄ

Streszczenie. Praca dotyczy analizy błędów badania metodą wiroprądową cienkich folii niemagnetycznych. Szczególną uwagę zwrócono na pomiar konduktywności i grubości folii cewką stykową. Celem przedstawionej analizy jest nie tylko dobór częstotliwości prądu w cewce, ale także wybór właściwej metody pomiaru składowych impedancji przetwornika pomiarowego.

THE ERROR ANALYSIS OF CONDUCTIVITY AND THICKNESS MEASUREMENTS OF NON-MAGNETIC FOIL BY METHOD USING EDDY-CURRENT

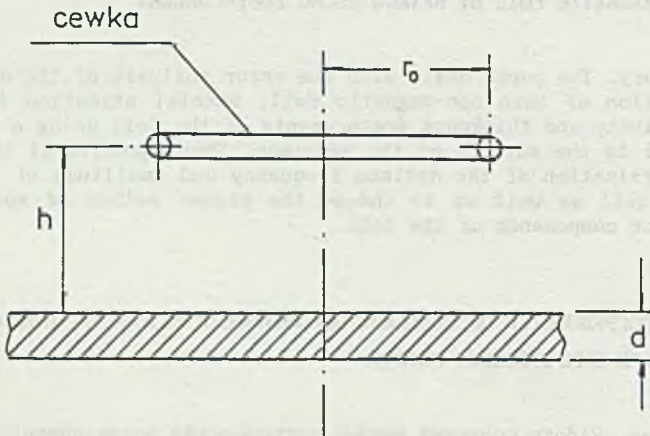
Summary. The paper deals with the error analysis of the eddy current examination of thin non-magnetic foil. Special attention is given to conductivity and thickness measurements of the foil using a spiral coil adjacent to the surface of the specimen. The objective of the analysis is determination of the optimum frequency and amplitude of the current in the coil as well as to choose the proper method of measuring the impedance components of the coil.

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОВОДИМОСТИ И ТОЛЩИНЫ ТОНКОЙ НЕМАГНИТНОЙ ФОЛЬГИ ВИХРЕТОВОМ МЕТОДОМ

Резюме. Работа содержит анализ погрешностей исследования тонких немагнитных фольг вихретоковым методом. Особое внимание обращено на измерение проводимости и толщины фольги с помощью контактной катушки. Целью представляемого анализа является не только подбор частоты тока в катушке, но также выбор соответствующего метода измерения составляющих импеданса измерительного преобразователя.

1. WPROWADZENIE

W wyniku zbliżenia płaskiej cewki (zwanej cewką stykową), przez którą płynie prąd zmienny, do powierzchni przewodzącej folii następuje wyindukowanie się w badanym materiale prądów wirowych. Zgodnie z regułą Lenza pole magnetyczne pochodzące od prądów wirowych oddziałuje na pole wzbudzające zmieniając składowe impedancji cewki. Mierzac zmianę owych składowych można wnioskować o konduktywności, grubości folii, a także odległości cewki od badanej powierzchni. Problem określenia zmiany impedancji cewki pomiarowej wywołanej przez przewodzący lub półprzewodzący obiekt mierzony, którego grubość d jest mniejsza od głębokości wnikania prądów wirowych, zostanie rozwiązany przy założeniu, że: średnica mierzonego obiektu jest wyraźnie większa od cewki pomiarowej, cewka pomiarowa posiada n zwojów skupionych w okręgu o promieniu r_0 , umieszczonym w odległości h od płaszczyzny badanego obiektu; w cewce płynie prąd I sinusoidalnie zmienny. Położenie cewki względem mierzonego obiektu przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Położenie cewki względem mierzonego obiektu

Fig. 1. Localization of the coil with respect to measured object

Dla tak uproszczonego modelu cewki pomiarowej można obliczyć zmianę impedancji cewki wywołaną obecnością przewodzącego materiału [1]. W tym celu wygodnie jest posłużyć się uogólnionymi parametrami

$$\alpha = \frac{2h}{r_0} \quad (1)$$

$$\beta = r_0 \sqrt{\omega \mu_0 \sigma} \quad (2)$$

$$\rho = \frac{2d}{r_0} \quad (3)$$

gdzie:

- σ - konduktywność materiału,
- h - odległość cewki od badanej powierzchni,
- d - grubość folii,
- r_0 - promień cewki,
- ω - pulsacja prądu w cewce,
- n - liczba zwojów.

Przez ΔZ oznaczymy zmianę impedancji cewki

$$\Delta Z = n^2 \omega \pi \mu_0 r_0 Q(\alpha, \beta, \rho) \quad (4)$$

gdzie:

$$Q(\alpha, \beta, \rho) = \int_0^{\infty} J_1(y) e^{-\alpha y} \frac{\beta^2 (1 - e^{-\rho \sqrt{y^2 + \beta^2}})}{(\sqrt{y^2 + \beta^2} - y)^2 e^{-\rho \sqrt{y^2 + \beta^2}} - (\sqrt{y^2 + \beta^2} + y)^2} dy$$

gdzie $J_1(y)$ - funkcja Bessela.

Wyodrębniając część rzeczywistą i urojoną powyższego wyrażenia otrzymuje się zależności określające zmianę składowych impedancji cewki pomiarowej wywołaną obecnością przewodzącej folii:

$$r = \Delta R = R - R_0 = 0,5 n^2 \omega \mu_0 \pi r_0 \varphi(\alpha, \beta, \rho) \quad (5)$$

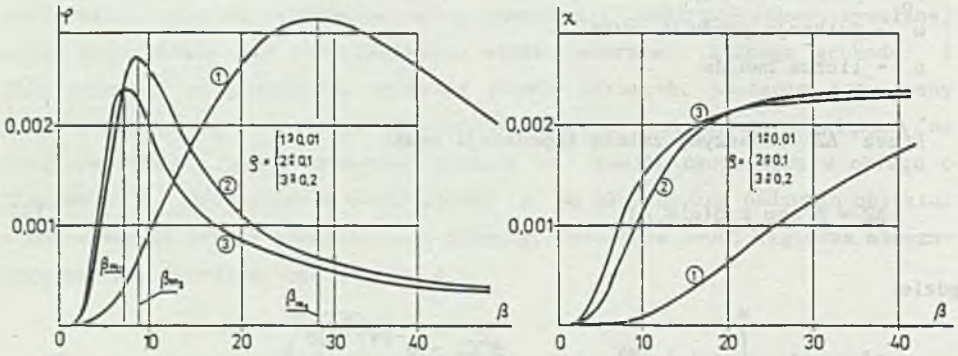
$$\omega l = \Delta(\omega L) = \omega(L - L_0) = -0,5 n^2 \omega \mu_0 \pi r_0 \kappa(\alpha, \beta, \rho) \quad (6)$$

gdzie:

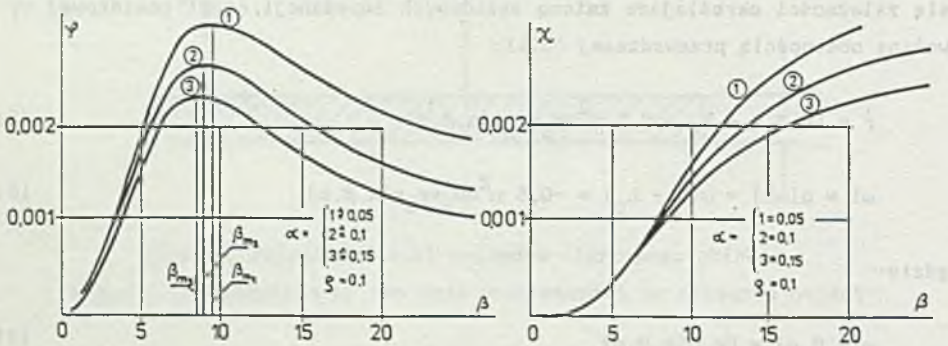
$$\varphi(\alpha, \beta, \rho) = \text{Re } Q(\alpha, \beta, \rho) \quad (7)$$

$$\kappa(\alpha, \beta, \rho) = \text{Im } Q(\alpha, \beta, \rho) \quad (8)$$

Obliczenie całek występujących w przytoczonych wzorach możliwe jest tylko metodami numerycznymi. Na rys. 2 przedstawiono wykresy zmian funkcji $\varphi(\alpha = 0,05, \beta, \rho)$ i $\kappa(\alpha = 0,05, \beta, \rho)$ w zależności od parametru β dla różnych wielkości ρ , a na rys. 3 - wykresy funkcji $\varphi(\alpha, \beta, \rho = 0,1)$ i $\kappa(\alpha, \beta, \rho = 0,1)$ w zależności od parametru β dla różnych wartości α .



Rys. 2. Wykresy zmian funkcji $\varphi(\alpha = 0,05, \beta, \rho)$ i $\kappa(\alpha = 0,05, \beta, \rho)$ w zależności od parametru β dla różnych wielkości ρ
 Fig. 2. Graphs of changes of functions $\varphi(\alpha = 0,05, \beta, \rho)$ and $\kappa(\alpha = 0,05, \beta, \rho)$ in dependence on parameter β for different value of ρ



Rys. 3. Wykresy zmian funkcji $\varphi(\alpha, \beta, \rho = 0,1)$ i $\kappa(\alpha, \beta, \rho = 0,1)$ w zależności od parametru β dla różnych wartości α
 Fig. 3. Graphs of changes of functions $\varphi(\alpha, \beta, \rho = 0,1)$ and $\kappa(\alpha, \beta, \rho = 0,1)$ in dependence on parameter β for different values of α

Z przedstawionych wykresów wynika, że funkcja φ przy badaniu folii o określonej grubości (wartość φ jest proporcjonalna do ilorazu zmian rezystancji i częstotliwości prądu w cewce) dla pewnej wartości parametru $\beta = \beta_m$ przyjmuje maksimum $\varphi = \varphi_m$. Wartość maksimum i odpowiadająca jej wartość β_m zależą od grubości badanej folii. Wraz ze zmniejszeniem grubości folii zwiększa się wartość maksymalna funkcji $\varphi = \varphi_m$, a wartość β_m wyraźnie rośnie. Natomiast funkcja κ jest rosnąca wraz ze wzrostem parametru β . Szybkość wzrostu funkcji κ jest największa dla wartości β mniejszych od β_m . Dla większych wartości $\beta \gg \beta_m$ szybkość wzrostu funkcji κ gwałtownie maleje do stanu, gdy wzrost wartości β nie powoduje zauważalnych zmian wartości κ . Dalszy wzrost parametru β przyczynia się do nieznacznego obniżenia wartości funkcji κ . Dla większych wartości β (odpowiadających większym częstotliwościom prądu w cewce) zmiany grubości folii stają się niezauważalne. Zmiana oddalenia cewki pomiarowej od powierzchni badanej folii wpływa również na wartość maksimum funkcji φ . Wraz ze wzrostem odległości cewki od badanego elementu maksimum funkcji φ maleje; maleje również odpowiadająca mu wartość parametru β_m .

2. WPLYW MIERZONYCH WIELKOŚCI NA ZMIANĘ SKŁADOWYCH IMPEDANCJI CEWKI

Mierzone parametry badanego materiału σ , h i d związane są z uogólnionymi parametrami α , β i ρ zależnościami (1), (2) i (3). Każda niewielka zmiana parametrów $\Delta\sigma$, Δh i Δd powoduje pewną zmianę wartości parametrów $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ i $\Delta\rho$, którą można zapisać za pomocą wyrażeń:

$$\Delta\alpha = \frac{2}{r_0} \Delta h \quad (9)$$

$$\Delta\beta = \frac{\beta}{2\sigma} \Delta\sigma \quad (10)$$

$$\Delta\rho = \frac{2}{r_0} \Delta d \quad (11)$$

Stosując wzór na różniczkę zupełną można wyznaczyć zmiany wartości funkcji $\Delta\varphi$ i $\Delta\kappa$ wywołane zmianami uogólnionych parametrów

$$\Delta\varphi(\alpha, \beta, \rho) = \frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} \Delta\alpha + \frac{\partial\varphi}{\partial\beta} \Delta\beta + \frac{\partial\varphi}{\partial\rho} \Delta\rho \quad (12)$$

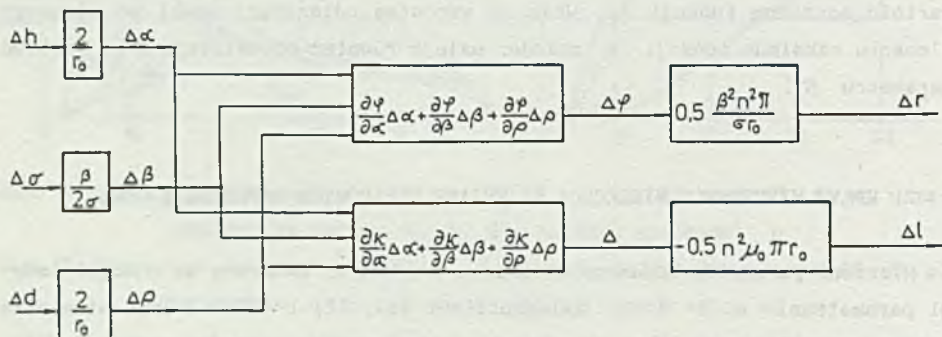
$$\Delta\kappa(\alpha, \beta, \rho) = \frac{\partial\kappa}{\partial\alpha} \Delta\alpha + \frac{\partial\kappa}{\partial\beta} \Delta\beta + \frac{\partial\kappa}{\partial\rho} \Delta\rho \quad (13)$$

Zmiany wartości funkcji $\Delta\varphi$ i $\Delta\kappa$ wywołują z kolei zmiany składowych impedancji cewki pomiarowej

$$\Delta r = 0,5 n^2 \omega \mu_0 \pi r_0 \Delta\varphi \quad (14)$$

$$\Delta l = -0,5 n^2 \mu_0 \pi r_0 \Delta\kappa \quad (15)$$

Ogólny schemat blokowy ilustrujący wpływ mierzonych parametrów na zmianę rezystancji i indukcyjności cewki pomiarowej przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Ogólny schemat blokowy wpływu mierzonych parametrów na zmianę rezystancji i indukcyjności cewki pomiarowej

Fig. 4. General block scheme of the effect of measured parameters on resistance and inductance changes of measuring coil

Na podstawie rys. 4 wyznaczono szukane współczynniki wpływu konduktywności, grubości folii oraz odległości cewki od badanej powierzchni na rezystancję i indukcyjność cewki pomiarowej

$$\frac{\Delta r}{\Delta h} = \frac{n^2 \beta^2 \pi}{\sigma r_0^2} \frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} \quad (16)$$

$$\frac{\Delta r}{\Delta\sigma} = \frac{n^2 \beta^3 \pi}{4\sigma^2 r_0} \frac{\partial\varphi}{\partial\beta} \quad (17)$$

$$\frac{\Delta r}{\Delta d} = \frac{n^2 \beta^2 \pi}{\sigma r_0} \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \quad (18)$$

$$\frac{\Delta l}{\Delta h} = - n^2 \mu_0 \pi \frac{\partial \kappa}{\partial \alpha} \quad (19)$$

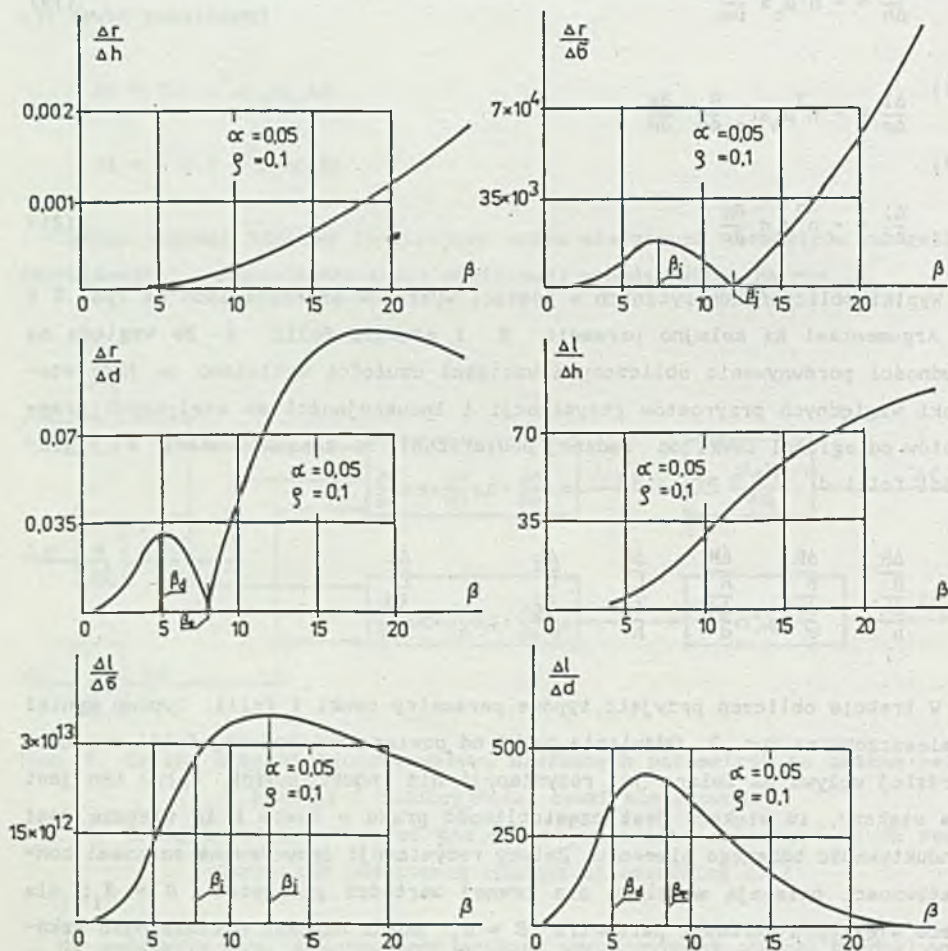
$$\frac{\Delta l}{\Delta \sigma} = - n^2 \mu_0 \pi r_0 \frac{\beta}{4\sigma} \frac{\partial \kappa}{\partial \beta} \quad (20)$$

$$\frac{\Delta l}{\Delta d} = - n^2 \mu_0 \pi \frac{\partial \kappa}{\partial \rho} \quad (21)$$

Wyniki obliczeń numerycznych w postaci wykresów przedstawiono na rys. 5 i 6. Argumentami są kolejno parametr β i grubość folii d . Ze względu na trudności porównywania obliczonych wartości czułości wyliczono je jako stosunki względnych przyrostów rezystancji i indukcyjności do względnych przyrostów odległości cewki od badanej powierzchni h , konduktywności σ i grubości folii d ;

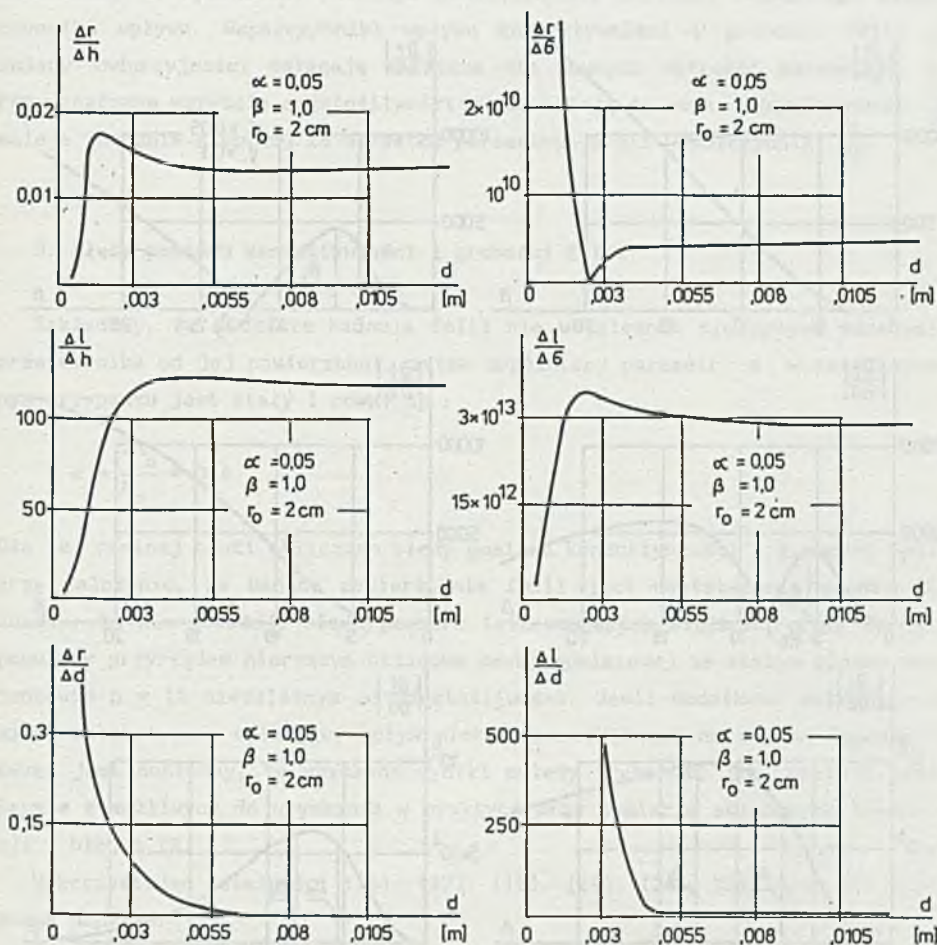
$$\frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta h}{h}}, \quad \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta \sigma}{\sigma}}, \quad \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta d}{d}}, \quad \frac{\frac{\Delta L}{L}}{\frac{\Delta h}{h}}, \quad \frac{\frac{\Delta L}{L}}{\frac{\Delta \sigma}{\sigma}}, \quad \frac{\frac{\Delta L}{L}}{\frac{\Delta d}{d}} \quad 1$$

W trakcie obliczeń przyjęto typowe parametry cewki i folii. Typowe wyniki zamieszczono na rys. 7. Oddalenie cewki od powierzchni badanej folii znacznie bardziej wpływa na zmianę jej rezystancji niż indukcyjności. Wpływ ten jest tym większy, im większa jest częstotliwość prądu w cewce i im większa jest konduktywność badanego elementu. Zmiany rezystancji spowodowane zmianami konduktywności osiągają maksimum dla pewnej wartości parametru $\beta = \beta_1$; dla nieco większych wartości parametru $\beta = \beta_j$ można uzyskać niezależność wskazań przyrządu mierzącego zmiany rezystancji od zmian konduktywności. Zmiany indukcyjności cewki spowodowane zmianami konduktywności są wówczas dostatecznie duże. Dalszy wzrost parametru β powoduje gwałtowny wzrost współczynnika wpływu konduktywności na zmiany rezystancji i szybkie zmniejszanie się współczynnika wpływu konduktywności na zmiany indukcyjności cewki pomiarowej. Można zauważyć, że dla pewnej częstotliwości odpowiadającej parametrowi $\beta = \beta_d < \beta_1$ współczynnik wpływu $\frac{\partial R}{\partial d}$ osiąga maksimum. Dla większych wartości $\beta = \beta_e$ zanika wpływ zmian grubości folii na zmiany rezystancji ($\beta_j > \beta_e > \beta_1$). Wówczas wpływ grubości d na zmiany indukcyjności jest znaczny. Wzrost



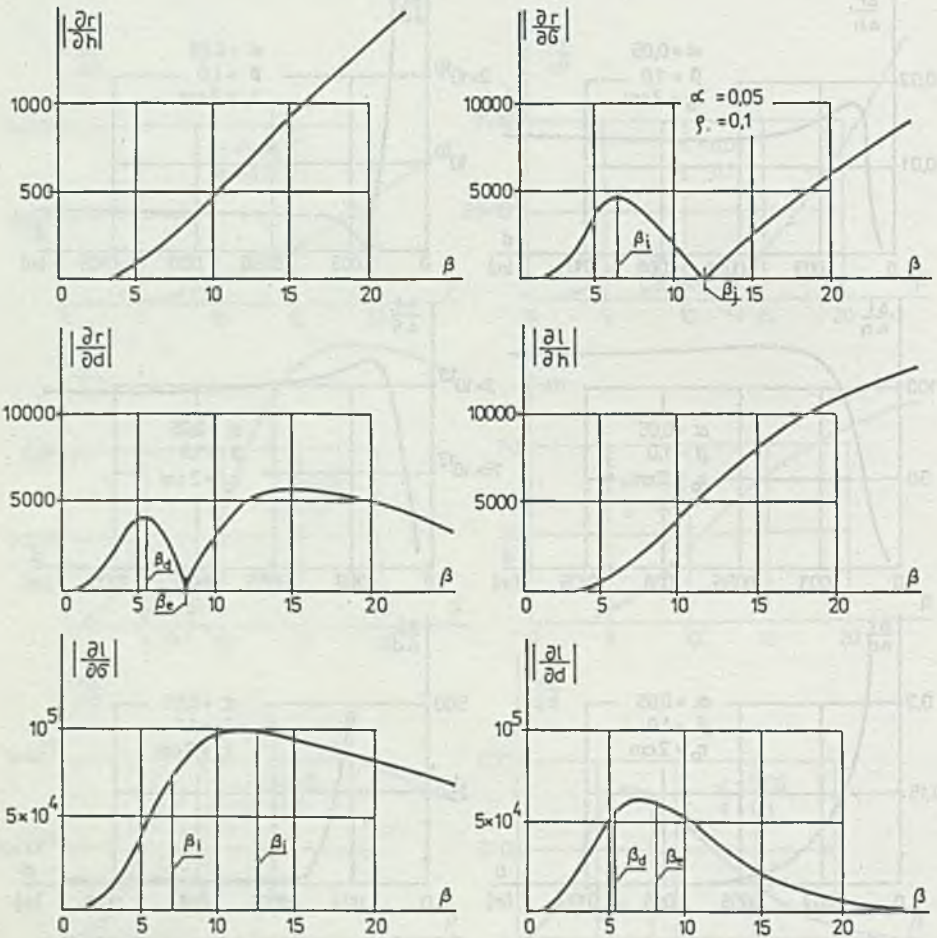
Rys. 5. Wykresy współczynników wpływu konduktywności, grubości folii i odległości cewki od badanej powierzchni na indukcyjność i rezystancję cewki pomiarowej w funkcji uogólnionego parametru β

Fig. 5. Graphs of influence coefficients of conductivity, foil thickness and distance between the coil and an investigated surface on inductance and resistance of the measuring coil in the function of the generalized parameter β



Rys. 6. Wykresy współczynników wpływu konduktywności, grubości folii i odległości cewki od badanej powierzchni na indukcyjność i rezystancję cewki pomiarowej w funkcji grubości folii d

Fig. 6. Graphs of influence coefficients of conductivity, foil thickness and distance between the coil and an investigated surface on inductance and resistance of the measuring coil in the function of the foil thickness d



Rys. 7. Wykresy stosunków względnych przyrostów rezystancji i indukcyjności do względnych przyrządów odległości cewki od badanej powierzchni h , przewodności σ i grubości folii d w funkcji uogólnionego parametru β

Fig. 7. Graphs of ratios of respective increments of the resistance and inductance to respective increments of the coil distance from the investigated surface h , conductivity σ , foil thickness d , in the function of the generalized parameter β

parametru β powoduje nieznaczny przyrost wartości współczynnika wpływu na zmiany rezystancji do wartości maksymalnej. Dalszy wzrost parametru β (nie zaznaczony na rysunkach) powoduje obniżenie się wartości omawianego współczynnika wpływu. Współczynniki wpływu konduktywności i grubości folii na zmiany indukcyjności osiągają maksimum dla pewnych wartości parametru β . Przy znacznym wzroście częstotliwości prądu maleją do zera. Współczynnik $\frac{\partial L}{\partial d}$ maleje znacznie szybciej ze wzrostem parametru β niż współczynnik $\frac{\partial L}{\partial \sigma}$.

3. Błędy pomiaru konduktywności i grubości folii

Zakładamy, że w czasie badania folii nie uwzględnia się wpływu oddalenia przetwornika od jej powierzchni, zatem uogólniony parametr α w rozpatrywanym przypadku jest stały i równy np.:

$$\alpha = \frac{2h_0}{r_0} = 0,4$$

Dla tej realnej cewki obliczono błędy pomiaru konduktywności i grubości folii przy założeniu, że badana powierzchnia folii jest dostatecznie gładka, to znaczy, że nie powoduje błędu pomiaru interesujących wielkości oraz że dysponujemy przyrządem mierzącym składowe cewki pomiarowej ze stałym błędem procentowym $p = 1\%$ niezależnym od częstotliwości. Jeśli dodatkowo założymy, że model matematyczny opisujący wpływ mierzonych wielkości na zmianę impedancji cewki jest dokładny, to uzyskane wyniki należy traktować jako realnie, najlepsze z możliwych do uzyskania w praktyce przy pomiarze składowych impedancji z błędem 1%.

Wykorzystując zależności (16), (17), (18), (19), (20), (21) oraz (5) i (6) można napisać:

$$\delta_1 \sigma = \frac{\Delta \sigma}{\sigma} = \left| \frac{4\sigma r_0 R}{n^2 \beta^3 \pi \frac{\partial \varphi}{\partial \beta}} \right| \delta R \quad (22)$$

$$\delta_1 d = \frac{\Delta d}{d} = \left| \frac{2\sigma r_0 R}{\rho n^2 \beta^2 \pi \frac{\partial \varphi}{\partial \rho}} \right| \delta R \quad (23)$$

$$\delta_2 \sigma = \left| \frac{4L}{n^2 \mu_0 \pi r_0 \beta \frac{\partial \kappa}{\partial \beta}} \right| \delta L \quad (24)$$

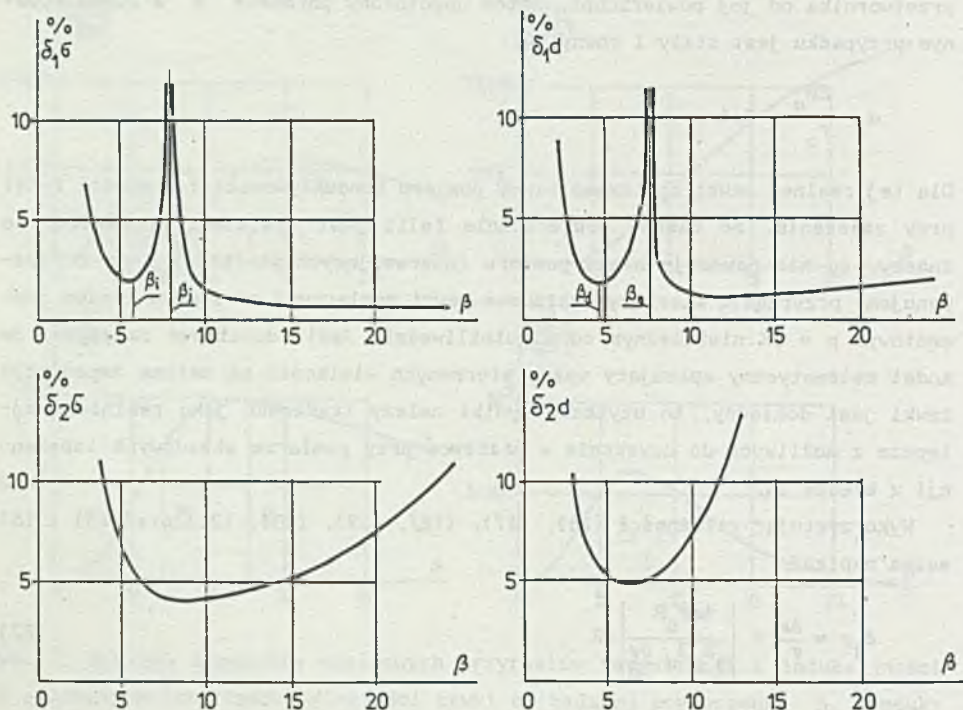
$$\delta_{2d} = \left| \frac{2L}{n^2 \mu_o \pi r_o \rho \frac{\partial \kappa}{\partial \rho}} \right| \delta L \quad (25)$$

gdzie:

$$R = R_o + 0,5 n^2 \pi \frac{\beta^2}{\sigma r_o} \varphi(\alpha, \beta, \rho) \quad (26)$$

$$L = L_o - 0,5 n^2 \mu_o \pi r_o \kappa(\alpha, \beta, \rho) \quad (27)$$

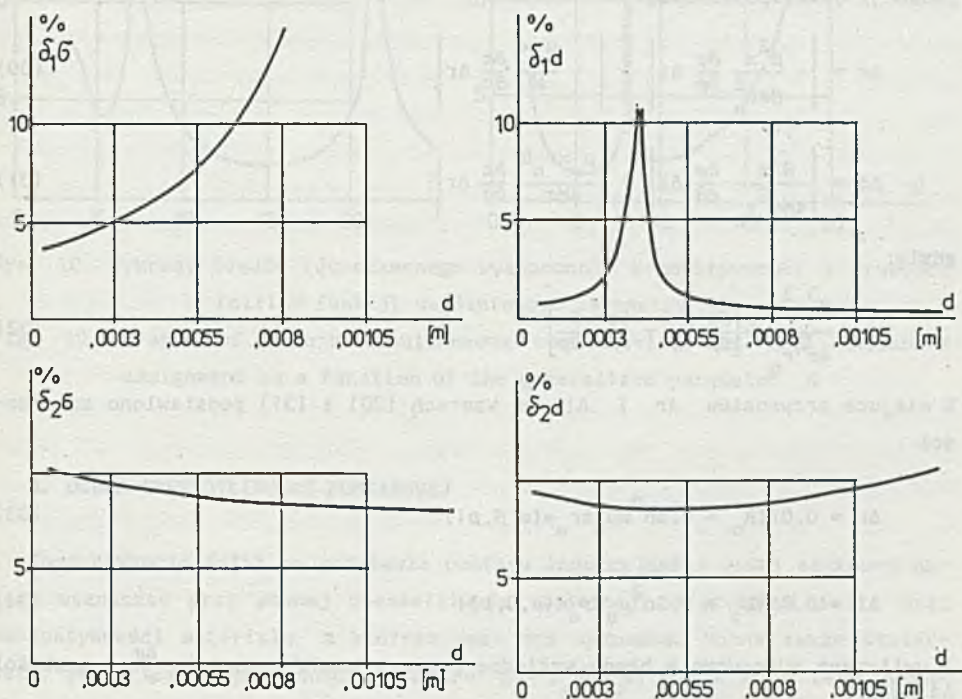
Przyjmując dla względnych przyrostów δR i δL wartości 10^{-2} , wykonano obliczenia numeryczne dla funkcji $\varphi(\alpha, \beta, \rho)$ i $\kappa(\alpha, \beta, \rho)$. Rysunek 8 ilustruje graficznie obliczone w ten sposób błędy wyznaczania konduktywności i grubości



Rys. 8. Wykresy błędów wyznaczania konduktywności i grubości folii, na podstawie pomiaru rezystancji i indukcyjności ze stałym błędem równym 1%, w funkcji uogólnionego parametru β

Fig. 8. Graphs of errors of conductivity and foil thickness assignment basing on the resistance and inductance measurements with the constant error equal 1% in the function of the generalized parameter β

folii, na podstawie pomiaru rezystancji i indukcyjności ze stałym błędem równym 1% w funkcji uogólnionego parametru β dla folii o grubości 1 mm i konduktywności $5 \cdot 10^7 (\Omega\text{m})^{-1}$. Dla wybranej wartości uogólnionego parametru β obliczono także błędy wyznaczania konduktywności i grubości folii na podstawie pomiaru rezystancji i indukcyjności cewki pomiarowej w funkcji grubości folii d dla cewki o promieniu zastępczym $r_0 = 1,82$ cm. Na rys. 9 przedstawiono wykresy tych błędów dla parametru $\beta = 6$.



Rys. 9. Wykresy błędów wyznaczania konduktywności i grubości folii, na podstawie pomiaru rezystancji i indukcyjności ze stałym błędem równym 1%, w funkcji grubości folii d dla $\beta = 6$

Rys. 9. Graphs of the errors of conductivity and foil thickness assignment basing on the resistance and inductance measurements with constant error equal 1% in the function of foil thickness d for $\beta = 6$

Korzystając ze schematu zamieszczonego na rysunku 4 można wyznaczyć zmiany rezystancji i indukcyjności cewki spowodowane zmianami konduktywności i grubości folii zakładając, że $\Delta h = 0$.

$$\Delta r = 0,5 \frac{\beta^2 n^2 \pi}{\sigma r_0} \left[\frac{\beta}{2\sigma} \frac{\partial \varphi}{\partial \beta} \Delta \sigma + \frac{2}{r_0} \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \Delta d \right] \quad (28)$$

$$\Delta l = -0,5 n^2 \mu_0 \pi r_0 \left[\frac{\beta}{2\sigma} \frac{\partial \kappa}{\partial \beta} \Delta \sigma + \frac{2}{r_0} \frac{\partial \kappa}{\partial \rho} \Delta d \right] \quad (29)$$

Rozwiązując powyższy układ równań wyznaczono błędy obliczania konduktywności i grubości folii na podstawie znanych błędów pomiaru i składowych impedancji cewki pomiarowej

$$\Delta \sigma = \left| - \frac{\beta^2 x}{M \sigma r_0^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \Delta l \right| + \left| - \frac{\mu_0 x}{M} \frac{\partial \kappa}{\partial \rho} \Delta r \right| \quad (30)$$

$$\Delta d = \left| \frac{\beta^3 x}{4M \sigma^2 r_0} \frac{\partial \varphi}{\partial \beta} \Delta l \right| + \left| \frac{\mu_0 x r_0 \beta}{4M \sigma} \frac{\partial \kappa}{\partial \beta} \Delta r \right| \quad (31)$$

gdzie:

$$M = \frac{\beta^3 n^2 \pi \mu_0}{4 \sigma^2 r_0} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \frac{\partial \kappa}{\partial \beta} - \frac{\partial \varphi}{\partial \beta} \frac{\partial \kappa}{\partial \rho} \right] \quad (32)$$

W miejsce przyrostów Δr i Δl we wzorach (30) i (31) podstawiono zależności

$$\Delta r = 0,01(R_0 + 0,5n^2 \mu_0 \pi r_0 \varphi(\alpha, \beta, \rho)) \quad (33)$$

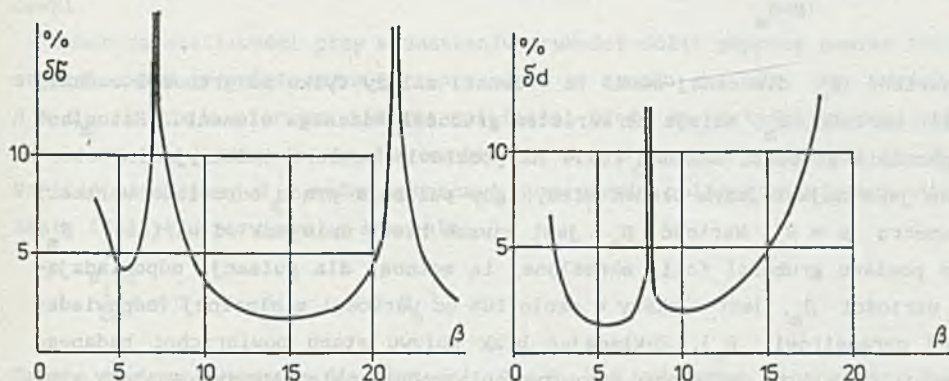
$$\Delta l = 0,01(L_0 + 0,5n^2 \mu_0 \pi r_0 \kappa(\alpha, \beta, \rho)) \quad (34)$$

i wyliczono numerycznie błędy względne pomiaru konduktywności $\frac{\Delta \sigma}{\sigma}$ i grubości $\frac{\Delta d}{d}$ folii.

Na rys. 10 przedstawiono wykresy tych błędów w funkcji parametru β dla folii o konduktywności $\sigma = 5 \cdot 10^7 (\Omega \text{m})^{-1}$ i grubości 1 mm. Są to błędy równoczesnego wyznaczania konduktywności i grubości przewodzącej niemagnetycznej folii za pomocą jednego pomiaru obu składowych impedancji cewki przy jednej częstotliwości prądu zasilającego cewkę.

Analizując wyniki obliczeń przedstawionych w postaci wykresów można zauważyć, że wpływ konduktywności i grubości badanej folii na zmiany indukcyjności cewki stykowej jest na ogół mniejszy od wpływu tychże wielkości na zmiany jej rezystancji. Zmiany indukcyjności cewki w porównaniu ze zmianami jej rezystancji są tym mniejsze, im cieńszą folię badamy. Dodajmy, że błędy wyzna-

czania konduktywności grubej płyty na podstawie pomiaru rezystancji lub indukcyjności cewki stykowej są w pewnych zakresach częstotliwości porównywalne.



Rys. 10. Wykresy błędów równoczesnego wyznaczania konduktywności i grubości folii w funkcji uogólnionego parametru β

Fig. 10. Graphs of errors simultaneous conductivity and foil thickness assignment as a function of the generalized parameter β

4. DOBÓR CZĘSTOTLIWOŚCI POMIAROWEJ

Konduktywność folii na podstawie pomiaru indukcyjności cewki stykowej należy wyznaczać przy pewnej częstotliwości zależnej od grubości folii oraz konduktywności materiału, z którego jest ona wykonana. Można także stwierdzić, że wartość uogólnionego parametru $\beta = r_0 \sqrt{\omega \mu_0 \sigma}$, dla którego błąd wyznaczana konduktywności na podstawie pomiaru indukcyjności jest najmniejszy, zależy tylko od grubości folii. Można zatem wyznaczyć wartość parametru β w funkcji grubości folii, a częstotliwość pomiaru dobrać na podstawie jej przewidywanej konduktywności.

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{\beta^2(d)}{r_0 \mu_0 \sigma}$$

Minimum występowania tego błędu odpowiada wartości parametru β , dla którego funkcja φ osiąga maksimum.

Reasumując wyznaczanie konduktywności na podstawie pomiaru indukcyjności cewki stykowej obarczone jest minimalnym błędem, gdy pulsacja prądu w cewce

ω_m odpowiada parametrowi $\beta_m = r_0 \sqrt{\omega_m \mu_0 \sigma}$, dla którego funkcja φ osiąga maksimum ze względu na wartość β , to znaczy:

$$\left. \frac{\partial \varphi(\alpha, \beta, \rho)}{\partial \beta} \right|_{\beta=\beta_m} = 0$$

Wartość β_m dla danej cewki ($\alpha = \text{const}$) zależy tylko od grubości badanej folii. Wartość β_m maleje ze wzrostem grubości badanego elementu. Natomiast wyznaczanie grubości badanej folii na podstawie pomiaru indukcyjności obarczone jest najmniejszym błędem wtedy, gdy pulsacja prądu odpowiada wartości parametru $\beta = \beta_0$. Wartość β_0 jest zawsze nieco mniejsza od wartości β_m . Błąd pomiaru grubości folii określonej tą metodą, dla pulsacji odpowiadającej wartości β_m , jest większy o około 10% od wartości minimalnej (odpowiadającej parametrowi β_0). Zakładając brak wpływu stanu powierzchni badanego elementu oraz dużą dokładność wykorzystania modelu matematycznego należy spodziewać się błędu wyznaczania konduktywności przy znajomości grubości lub grubości przy znajomości konduktywności większego 5 do 10 razy od błędu pomiaru indukcyjności cewki.

Wyznaczanie konduktywności lub grubości folii na podstawie pomiaru rezystancji cewki stykowej jest bardziej skomplikowane. Dla częstotliwości odpowiadającej parametrowi $\beta = \beta_m$ błąd takiego sposobu wyznaczania jest nieskończenie duży. Przy tych częstotliwościach wyznaczenie interesujących nas wielkości jest niemożliwe. Konduktywność można natomiast wyznaczyć stosując częstotliwości nieco mniejsze, odpowiadające parametrowi $\beta = \beta_k$. Wartość parametru β_k odpowiada takiej wartości argumentu, dla której funkcja opisana wzorem (22) przyjmuje wartość minimalną, to znaczy:

$$\frac{\partial \delta_1 \sigma}{\partial \beta} = 0$$

w przedziale $\beta \in (0; \beta_m)$.

Wartość β_k zależy od konstrukcji cewki pomiarowej (α, r_0) oraz od grubości folii. Dla danej cewki można wyznaczyć numerycznie zależność $\beta_k(d)$, jest to funkcja malejąca. W trakcie pomiaru konduktywności dobrać należy częstotliwość tak, by $\beta = \beta_k$. Jest to metoda na tyle niewygodna, że przed pomiarem należy znać grubość folii oraz oszacować wartość mierzonej konduktywności. Znacznie wygodniej jest posłużyć się częstotliwością większą od tej, dla której $\beta = \beta_m$. Wówczas błąd wyznaczania konduktywności osiąga wartość nieco mniejszą od tej, która odpowiada wartości β_k i nie rośnie ze

wzrostem częstotliwości. Z praktyki wiadomo, że pomiar rezystancji cewki przy większych częstotliwościach obarczony jest na ogół nieco większym błędem. Za stosowaniem niższych częstotliwości przemawia dodatkowo fakt, że w rozpatrywanym modelu nie uwzględniono efektu naskórkowości i pojemności własnej cewki.

Dobór częstotliwości przy wyznaczaniu grubości folii poprzez pomiar rezystancji cewki również można przeprowadzić w sposób dwójaki. Dla wartości $\beta < \beta_m$ istnieje pierwsze minimum zależności błędu od wartości uogólnionego parametru β . Występuje ono dla wartości $\beta = \beta_g$ nieco mniejszej od β_k . Wartość parametru β_g można wyznaczyć numerycznie obliczając minimum wyrażenia (23), tj. rozwiązując równanie:

$$\frac{\partial \delta d}{\partial \beta} = 0 \quad \text{dla} \quad \beta < \beta_m$$

Drugie minimum występuje dla wartości $\beta = \beta_d > \beta_m$ i można je wyznaczyć także z wyrażenia (23)

$$\frac{\partial \delta d}{\partial \beta} = 0 \quad \text{dla} \quad \beta > \beta_m$$

Wartości β_g i β_d zależne są od parametrów cewki pomiarowej i od grubości folii. Ze wzrostem grubości folii wartości β_g i β_d są porównywalne. Dla folii cienkich nieco korzystniejszy jest pomiar przy częstotliwości β_g , dla grubszych przy β_d .

Błędy jednoczesnego wyznaczania konduktywności i grubości folii także osiągają wartości minimalne dla pewnych częstotliwości. Podczas jednoczesnego pomiaru obu wielkości najdokładniej możemy zmierzyć grubość folii, gdy uogólniony parametr β będzie równy β_{jd1} lub β_{jd2} . Wartości te wyznaczyć można z wyrażenia (31) rozwiązując równania:

$$\left. \frac{\partial \delta d(\alpha, \beta, \rho)}{\partial \beta} \right|_{\beta=\beta_{jd1}} = 0 \quad \text{dla} \quad \beta < \beta_m$$

$$\left. \frac{\partial \delta d(\alpha, \beta, \rho)}{\partial \beta} \right|_{\beta=\beta_{jd2}} = 0 \quad \text{dla} \quad \beta > \beta_m$$

Wartość β_{jd1} jest do pomiarów na ogół nieco korzystniejsza. Ze wzrostem grubości folii wartości te maleją. Dokładniejsze obliczenia wykazały, że:

$$\beta_{jd1} \approx \beta_k, \quad \text{natomiast} \quad \beta_m < \beta_{jd2} < \beta_d.$$

Konduktywność podczas pomiaru dwuparametrowego najdokładniej mierzymy dla wartości $\beta_{\sigma 1}$, $\beta_{\sigma 2}$ lub $\beta_{\sigma 3}$, które obliczyć można z wyrażenia (30) rozwiązując układ równań:

$$\left. \frac{\partial \delta \sigma(\alpha, \beta, \rho)}{\partial \beta} \right|_{\beta=\beta_{jd1}} = 0 \quad \text{dla} \quad \beta < \beta_m$$

$$\left. \frac{\partial \delta \sigma(\alpha, \beta, \rho)}{\partial \beta} \right|_{\beta=\beta_{jd2}} = 0 \quad \text{dla} \quad \beta > \beta_m$$

Wartość $\beta_{\sigma 3}$ odpowiada częstotliwości bardzo wysokiej, gdy "folia" staje się płytą i jej grubość nie wpływa na wynik pomiaru. Korzystniejsza jest wartość $\beta_{\sigma 2}$, niestety, dla tej częstotliwości błąd pomiaru grubości jest nieco większy od optymalnego. Dlatego należy wybrać wartość parametru $\beta_{\sigma 1}$. Okazuje się, że $\beta_{\sigma 1} \approx \beta_{jd1} \approx \beta_k$.

5. PODSUMOWANIE

Wykonane obliczenia oraz przedstawione wnioski powinny być pomocne nie tylko przy doborze częstotliwości pomiarowej, ale także do wybrania właściwej metody pomiaru składowych impedancji cewki pomiarowej. Należy zwrócić uwagę na fakt, że większość metod pomiaru składowych impedancji cewek pozwala mierzyć bezpośrednio wielkości będące funkcjami rezystancji i indukcyjności równocześnie. Przedstawione obliczenia dotyczyły wyznaczania induktywności i grubości folii na podstawie znajomości funkcji φ i κ . Istnieje możliwość korzystania ze specjalnie skonstruowanych funkcji, których argumentami są induktywność i grubość folii, a których sens fizyczny będzie zupełnie różny od opisanych wyżej funkcji φ i κ . Przykładem może być metoda z automatycznym doбором częstotliwości. Wówczas optymalne częstotliwości pomiaru mogą różnić się od określonych w niniejszym opisie. W trakcie przedstawionych obliczeń

zauważono, że błędy pomiaru obu składowych impedancji cewek są różne. Na ogół łatwiej zrealizować metodę dokładniejszego pomiaru indukcyjności niż rezystancji cewki dla prądu zmiennego.

LITERATURA

- [1] Simankowa L.: Mathematical presentation of impedance variation of a coil caused by the measured object. TESLA electronics, 1971, No 4, s. 112.
- [2] Sobolew B.S., Szkarlet M.: Nakładnyje datcziki. Izd. Nauka, Moskwa 1967.
- [3] Diakin W.W., Sandowskiy W.A.: Teoria i razzchet nakładnych wihretokowych priobrazowatielej. Izd. Nauka, Moskwa 1981.
- [4] Malzacher S. - praca zbiorowa. Opracowanie metod i aparatury do nieniszczącej kontroli materiałów i wyrobów. Wybrane zagadnienia podstawowych problemów współczesnej metrologii oraz technologii i konstrukcji systemów i urządzeń pomiarowo-kontrolnych. Konduktometria wspomaganą komputerowo. Raporty roczne. Warszawa 1987, 1988, 1989. Materiały powielane.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Ryszard ROJEK

Wpłynęło do Redakcji w lutym 1990 r.

A b s t r a c t

The paper deals with the error analysis of the eddy current examination of thin non-magnetic foil. Special attention is given to conductivity and thickness measurements of the foil using a spiral coil adjacent to the surface of the specimen. The purpose of the presented analysis is to determine the optimum frequency and amplitude of the current in the coil as well as to choose the proper method of measuring the impedance components of the coil.

Putting a flat coil, fed with an alternating current, close to the surface of a conductive foil results in inducing eddy currents in inspected material. According to Lenz's law the magnetic field associated with the eddy currents affects the exciting field. This effect is a reason for changes in the components of the impedance of the coil. Measuring the change in the components

makes it possible to determine the conductivity and the thickness of the foil or the distance between the coil and the surface of the foil. The results of the calculations and the conclusions presented in the paper should be helpful in determining the optimum frequency as well as in choosing the proper method of the coil. The calculations have been made for this method of measuring the conductivity and the thickness of the foil which requires knowledge of functions " φ " and " κ ". It is possible to use specially constructed functions, which are dependent on the conductivity and the thickness of the foil, of which the physical sense is quite different from the described functions " φ " and " κ ". The method with automatic selection of frequency is an example of such a method.