P.3359/71

MATEMATYKA–FIZYKA z. 19

STANISŁAWA PANKIEWICZ

WYBRANE SPOSOBY ŁĄCZENIA NAUCZANIA PROGRAMOWANEGO Z NAUCZANIEM KONWENCJONALNYM MATEMATYKI W WYŻSZEJ SZKOLE TECHNICZNEJ

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
ZESZYT NAUKOWY Nr 324 – GLIWICE 1971

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 324

STANISŁAWA PANKIEWICZ

P.3359/71

WYBRANE SPOSOBY ŁĄCZENIA NAUCZANIA PROGBAMOWANEGO Z NAUCZANIEM KONWENCJONALNYM MATEMATYKI W WYŻSZEJ SZKOLE TECHNICZNEJ

PRACA HABILITACYJNA Nr 109

Przewód habilitacyjny otwarto w dniu 10 listopada 1971 r.

GLIWICE 1971

REDAKTOR NACZELNY ZESZYTÓW NAUKOWYCH
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Iwo Pollo

REDAKTOR DZIAŁU

Czesław Kluczny

SEKRETARZ REDAKCJI

Witold Gużkowski

Dział Wydawnictw Politechniki Śląskiej
Gliwice, ul. Kujawska 2

Nakł. 50+170 Ark. wyd. 5 Ark. druk. 5,5 Papier offsetowy kl. III, 70x100, 80 g
Oddano do druku 14. 12. 1971 Podpis. do druku 27. 12. 1971 Druk ukoń. w grudniu 1971
Zam. 1455 14. 11. 1971 C-22 Cena zł 7,—

Skład, fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

PŻ-78/72

Errata

Str. / wiersz	Jest	Powinno być
5 / 15	Seminarium Programowanego	Seminarium Nauczania Programowanego
35 / 10	$z = \frac{X-m}{\sigma}$	$Z = \frac{X-m}{\sigma}$
36 / 9	$Z = \frac{X-m}{\sigma}$	$Z = \frac{X-m}{\sigma}$
36 / 3	$P\left\{\frac{X-m}{\sigma} < z\right\}$	$P\left\{\frac{X-m}{\sigma} < z\right\}$
38 / 12	$\frac{X-m}{\sigma}$	$\frac{X-m}{\sigma}$
39 / 11	z	Z
40 / 7	$z = \frac{X-m}{\sigma}$	$Z = \frac{X-m}{\sigma}$
43 / 3	$P(x < x)$	$P(X < x)$
43 / 1	rów	równe
44 / 5	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{z_1} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{z_1} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$
44 rys.5.3.5 oznaczenia	$y = f(z)$ z_t $\phi_0(z_1)$	$y = f(x)$ z $\phi_0(z)$
45 / 8	$P(-2,4 < x < 2,4)$	$P(-2,4 < X < 2,4)$
47 / 4	wówczas prawdopodobieństwo	wówczas szukane prawdopodobieństwo
52 / 2	$P\left\{\frac{a-np}{\sqrt{npq}} < \frac{x-np}{\sqrt{npq}} < \frac{b-np}{\sqrt{npq}}\right\}$	$P\left\{\frac{a-np}{\sqrt{npq}} < \frac{X-np}{\sqrt{npq}} < \frac{b-np}{\sqrt{npq}}\right\}$
53 / 2	$P\left\{\frac{24-30}{5,95} < \frac{x-np}{\sqrt{npq}} < \frac{36-30}{5,05}\right\} =$ $= P\left\{-1,19 < \frac{x-np}{\sqrt{npq}} < 1,19\right\}$	$P\left\{\frac{24-30}{5,05} < \frac{X-np}{\sqrt{npq}} < \frac{36-30}{5,05}\right\} =$ $= P\left\{-1,19 < \frac{X-np}{\sqrt{npq}} < 1,19\right\}$
59 / 7	$\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{4,75}} \int_0^{y} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{y} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ $\frac{}{\sqrt{4,75}}$
59 / 3	$\frac{\frac{X}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$	$\frac{\frac{X}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$
59 / 1	$P\left\{\frac{\frac{X}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \leq z\right\}$	$P\left\{\frac{\frac{X}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \leq z\right\}$
59 / 1	$P\left\{\frac{\frac{X}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \leq z\right\}$	$P\left\{\frac{\frac{X}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \leq x\right\}$
62 / 8		str. 19
62 / 11		str. 22
77 / 13		str. 74

SPIS TREŚCI

Str.

Uwagi wstępne 8

Rozdział I. Przedmiot, hipoteza i organizacja badań 11

§ 1. Efektywność procesu dydaktycznego 11

§ 2. Hipoteza i cele badań 17

§ 3. Metodologiczne podstawy eksperymentu 20

§ 4. Organizacja i przebieg badań 21

§ 5. Dokumentacja badań 23

Rozdział II. Realizacja badań 25

§ 1. Badania wstępne i ich wyniki liczbowe 25

§ 2. Organizacja podgrup eksperymentalnych 31

§ 3. Przykład organizacji pracy studentów podgrupy eksperymentalnej 34

Rozdział III. Analiza wyników badań 62

§ 1. Opis przebiegu badań kontrolnych 62

§ 2. Analiza statystyczna wyników badań kontrolnych 65

§ 3. Analiza roli łączenia nauczania programowanego z nauczaniem konwencjonalnym matematyki w wyższej szkole technicznej 74

Rozdział IV. Wnioski i perspektywy rozwoju metod łączenia nauczania programowanego z nauczaniem konwencjonalnym..... 78

Streszczenie w jęz. rosyjskim 82

Streszczenie w jęz. angielskim 84

Bibliografia 86

WYBRANE SPOSOBY ŁĄCZENIA NAUCZANIA PROGRAMOWANEGO
Z NAUCZANIEM KONWENCJONALNYM MATEMATYKI
W WYŻSZEJ SZKOLE TECHNICZNEJ

Streszczenie. W pracy tej autorka przedstawia analizę badań przeprowadzonych w formie eksperymentu naturalnego nad efektywnością zdobywania przez studentów operatywnej wiedzy z zakresu teorii rachunku prawdopodobieństwa w procesie nauczania, w którym włączone zostały teksty programowane z zakresu wspomnianego działu matematyki. W czasie eksperymentu proces nauczania był tak zorganizowany, że tworzył cykl zamknięty:

a) praca studentów w zespołach nad tekstem programowym,
b) wykład,
c) ćwiczenia tablicowe.

Do badań wykorzystane zostały teksty zaprogramowane metodą blokową, wypracowaną przez Seminarium Programowanego pod kierunkiem prof. dra Cz. Kupisiewicza; przykładowy fragment takiego programu, obejmujący temat: rozkład normalny - został zamieszczony w tej pracy. W organizacji badań zastosowano metodę rotacji grup eksperymentalnych i kontrolnych.

Statystyczna analiza wyników badań pozwoliła na ujawnienie pewnych walorów nowej organizacji procesu nauczania. Jak bowiem z badań wynika, łączenie nauczania programowanego z nauczaniem konwencjonalnym matematyki w wyższej szkole technicznej prowadzi do lepszych rezultatów niż nauczanie wyłącznie metodami tradycyjnymi ponieważ:

a) umożliwia względnie ułatwia udział w zajęciach każdemu studentowi, bez względu na jego przygotowanie,
b) nie dopuszcza do narastania luk w wiadomościach studentów oraz zwiększa samodzielność ich pracy,
c) zapewnia oszczędność czasu przeznaczonego na opanowanie danej partii materiału. Ponadto wykład, będący główną i kluczową pozycją w całym procesie nauczania, w nowej organizacji pracy studentów może ujmować materiał nauczania w sposób pogłębiony i rozszerzony przy równoczesnym urozmaiceniu samego wykładu. Praca studentów na ćwiczeniach tablicowych poświęconych samodzielnemu rozwiązywaniu przez studentów zadań, może również przebiegać sprawniej, gdyż w rozwiązywaniu zadań z danej partii materiału studenci wprawili się w dwugodzinnej pracy nad tekstem programowym.

Włączenie tekstów programowanych do procesu dydaktycznego sprzyja w zdobywaniu trwałej wiedzy, ponieważ stwarza warunki nauczania zgodne z założeniami współczesnej psychologii i socjologii w wyższym stopniu niż to ma miejsce w tradycyjnym nauczaniu, przede wszystkim chociażby dlatego, że przydziela większy limit czasu na samodzielną pracę studentów w uczelni.

Przedmiotem tej pracy jest analiza przebiegu i wyników badań nad skutecznością łączenia nauczania programowanego z nauczaniem konwencjonalnym matematyki w wyższej szkole technicznej.

Badania nad efektywnością nauczania programowanego w szkolnictwie wyższym, prowadzone od roku 1964 przez Katedrę Dydaktyki Uniwersytetu Warszawskiego[1] i wcześniejsze badania w tym zakresie realizowane w innych krajach (np. Stanach Zjednoczonych, Anglii i innych) stwierdziły skuteczność nauczania programowanego matematyki jako jednej z wielu metod stosowanych w procesie kształcenia[2]. Jednakże dotychczas nie zrealizowano badań dotyczących skuteczności metod wiązania nauczania programowanego z konwencjonalnym.

Niniejsza praca jest pierwszą próbą eksperymentalnych badań w tym zakresie. Analiza przebiegu i wyników badań prowadzi do wniosku, że włączenie tekstów programowanych do procesu nauczania przez utworzenie cyklu zamkniętego: zespołowa praca studentów nad tekstami zaprogramowanymi, wykład i ćwiczenia tablicowe w wyższej szkole technicznej przyczyniają się wybitnie do efektywnego zdobywania przez studentów operatywnej wiedzy z matematyki.

Badania zostały przeprowadzone ze studentami V roku studiów w Katedrze | Organizacji i Ekonomiki Górnictwa Wydziału Górniczego Politechniki Śląskiej w Gliwicach dzięki szczególnie serdecznej opiece, pomocy i radom Prof. dr hab. Cz. Kupisiewicza.

---

[1] J. Przyjemski, Programowane nauczanie matematyki w szkole wyższej. "Życie Szkoły Wyższej" nr 6-7/1967 r.

[2] Cz. Kupisiewicz, Nauczanie programowane, PZWSz, Warszawa 1966 r.

Niniejsza praca, ujmująca przede wszystkim analizę przebiegu i wyników badań, w pierwszej redakcji była obszerniejsza, liczyła bowiem ponad 150 stron maszynopisu. Uwzględnione były w niej pewne rozważania oparte o literaturę przedmiotu, wykazujące, że nauczanie programowane znajduje uzasadnienie w psychologii i cybernetyce. Jednakże z powodu wyraźnego ograniczenia liczby stron maszynopisu w czasie oddawania do druku zmuszona byłam do usunięcia tych rozdziałów.

Za trud włożony w kierowanie moimi studiami z zakresu nauczania programowanego, za cenne wskazówki i rady dotyczące budowy programów składam Prof. dr hab. Czesławowi Kupisiewiczowi jak najserdeczniejsze podziękowanie. Uważam za swój miły obowiązek wyrazić moją wdzięczność Doc. dr E. Berezowskiemu za niezwykle życzliwe uwagi i rady w czasie opracowywania wyników eksperymentu oraz Kolegom i pracownikom naukowym Wydziału Górniczego za wydatną współpracę w gromadzeniu materiałów w czasie badań.

UWAGI WSTĘPNE

Szybki, niespotykany w dziejach ludzkości wzrost informacji naukowych, z jakimi powinien zaznajomić się student w czasie swego pobytu w wyższej szkole technicznej, stwarza konieczność odpowiedniego selekcjonowania i aktualizowania treści nauczania przy równoczesnym poszukiwaniu najbardziej skutecznych form i metod procesu dydaktycznego. Chodzi głównie o taką organizację procesu nauczania, która pozwoliłaby przezwyciężyć sprzeczność między narastaniem wiedzy a ograniczonym czasem, przeznaczonym na zaznajomienie z nią studentów.

Należy również pamiętać, że w związku z przyspieszonym rozwojem nauki i techniki najbardziej nawet gruntowna wiedza wyniesiona z uczelni powinna być stale pogłębiana i uzupełniana. Uczelnia winna więc uczynić wszystko, aby jej wychowankowie byli ludźmi o umysłach chłonnych, zdolni stale dokształcać się i nadążać za tempem przemian w technice i życiu społecznym. Absolwent szkoły wyższej winien być świadomym konieczności stałego podnoszenia swoich kwalifikacji i posiadać umiejętność ich zdobywania. Powinien zatem umieć samodzielnie i twórczo myśleć. W uczelni więc należy ukształtować i właściwie ukierunkować aktywną postawę i ambicje twórcze absolwenta. Tymczasem w praktyce utrzymują się nadal, nie odpowiadające nowym zadaniom szkoły wyższej, tradycyjne formy i metody pracy dydaktycznej. Ulepszenie procesu nauczania w uczelni technicznej w drodze stosowania nowoczesnych metod i środków dydaktycznych staje się sprawą niezwykle ważną i aktualną. Podejmując zadanie unowocześnienia procesu dydaktycznego należy jednakże zachować dużą ostrożność w dokonywaniu zmian. Należy bowiem pamiętać, że problem unowocześnienia procesu nauczania polega z jednej strony na kultywowaniu wartościowych tradycji z adaptacją do zmieniających się warunków, a z-

drugiej strony na wprowadzeniu szeroko w praktyce wypróbowanych i sprawdzonych pod względem efektywności nowatorskich koncepcji dydaktycznych[1]. Tu już nie wystarczają subiektywne doświadczenie i obserwacje - muszą one ustąpić miejsca gruntownym badaniom nad efektywnością form i metod procesu dydaktycznego.

Do podjęcia badań nad efektywnością nauczania skłania również analiza wydatków budżetu państwa na szkolnictwo wyższe i naukę. Obliczenia w szkolnictwie wyższym wykazują, że tempo wzrostu wydatków na kształcenie przerasta poziom wzrostu dochodu narodowego[2].

Ponadto, jak wynika z artykułu M. Gmytrasiewicza[3], budżet państwa stanowi zasadnicze, ale nie jedyne źródło finansowania wydatków na szkolnictwo wyższe. Koszty szkolnictwa pokrywane są także z funduszów przedsiębiorstw uspołecznionych, z funduszów tworzonych ze składek ludności np. Społeczny Fundusz Budowy Szkół itp.

Problematyce tych kosztów poświęca się ostatnio wiele uwagi na sympozjach i konferencjach[4].

Z podjętych na konferencjach uchwał wynika między innymi, że prowadzenie badań nad efektywnością nowoczesnych form, metod i środków nauczania z uwzględnieniem rachunku ekonomicznego, który jest obecnie podstawą określającą decyzje we wszystkich dziedzinach życia społecznego, należy do pierwszoplanowych zadań gospodarki narodowej. Koszt wprowadzania nowoczesnych metod i środków jest zbyt duży, aby można było nie pytać o ich efekty pedagogiczne i ekonomiczne. W badaniach tych chodzi o stwierdzenie empiryczne, w jakich warunkach i w jakim stopniu nowo-

---

1) J. Zborowski, A. Czosnowska: U podstaw modernizacji procesu dydaktycznego w uczelni wyższej. "Dydaktyka Szkoły Wyższej" zeszyt 2-3/6--7 Warszawa (1969).

2) J. Kluczyński, Wydatki na oświatę i kształcenie kadr wykwalifikowanych KiW, Warszawa, 1968 r.

3) M. Gmytrasiewicz, Źródła finansowania procesu kształcenia "Finanse" 1967, nr 9, str. 35.

4) Np. Ogólnopolskie sympozjum ekonomiki kształcenia, Sopot 1968, Specjalna konferencja naukowa, Ustronie Wlkp. maj 1969, zorganizowane przez Międzyuczelniany Zakład Badań nad Szkolnictwem Wyższym.

czesne metody (zwłaszcza nauczanie programowane) i techniczne środki dydaktyczne są skuteczne, a w jakim zakresie należy pozostać przy metodach i środkach tradycyjnych[5].

Ministerstwo Oświaty i Szkolnictwa Wyższego przyznaje dużą rolę wnikliwemu, eksperymentalnemu sprawdzaniu efektywności nowoczesnych form, metod i środków procesu dydaktycznego w wyższej szkole. Przez Prezydium Rady Głównej Szkolnictwa Wyższego została powołana Komisja, której obok badań z zakresu ekonomiki szkolnictwa wyższego, jednym z najbardziej pilnych zadań jest podjęcie badań nad skutecznością stosowania różnych form nauczania. Organizowane są liczne konferencje[6], sympozja oraz sesje naukowe, w których dyskusje z reguły w pierwszej kolejności dotyczą problemu badań nad dydaktyką szkoły wyższej.

Wyżej niewyczerpująco wymienione przydatności praktyczne badań nad szkolnictwem wyższym w zakresie efektywności nauczania, wskazują na to że badania te stały się sprawą pilną i bardzo aktualną.

5) K. Denek, Efektywność nauczania i sposoby jej mierzenia. "Dydaktyka Szkoły Wyższej" zeszyt 1 (5), Warszawa 1969, str. 110.

6) Np. Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Informacyjna. Płock, styczeń 1969 r.

ROZDZIAŁ I

PRZEDMIOT, HIPOTEZA I ORGANIZACJA BADAŃ

1. Efektywność procesu dydaktycznego

Efektywność procesu nauczania jest pojęciem złożonym. Obejmuje ono ekonomiczny i pedagogiczny aspekt zagadnienia.

Efektywność ekonomiczna sensu stricto oznacza ocenę wyników "produkcyjnych" szkoły, a więc absolwentów oraz nakładów z tym związanych w postaci kosztów kształcenia.

Efektywność ta dotyczy więc ilościowej formy zagadnienia. Ocena ilościowa efektywności jest przeprowadzana zgodnie z dotychczas przyjętymi i porównywalnymi wskaźnikami, którymi są[1]:

a) sprawność roczna studiów,
b) terminowość studiów (odsetek studentów, którzy ukończyli studia bez opóźnień),
c) ogólny wskaźnik kończenia studiów (terminowe bądź z opóźnieniem).

Badania nad efektywnością ekonomiczną uczelni, prowadzone w Polsce i za granicą, opierają się na odpowiednio wypracowanych metodach i przedstawiają ją w różnych ujęciach[2].

---

[1] Rodzaje oraz sposoby obliczania wskaźników pracy szkół omawiają m. in:
a) Z. Kietlińska. Problemy dydaktyki we współczesnej szkole wyższej. "Dydaktyka szkoły wyższej" zeszyt 1 Warszawa 1968 r.
b) T. Przeciszewski i M. Zubrzycki: Artykuły zawarte w materiałach z sympozjum ekonomiki kształcenia w Sopocie, Instytut Nauk Pedagogicznych UW i WSP w Gdańsku, Sopor 1968 r.

[2] Współpraca w tym zakresie Międz. Zakładu Badań nad szkol. wyższym z Instytutami Ekonomiki w CSRS "Dydaktyka Szkoły Wyższej" zeszyt 2-3 (6-7) W-wa (1969).

W czasie tych badań okazało się, że ilościowa ocena wymaga znacznego pogłębienia w odniesieniu do wskaźnika, jakim jest sprawność roczna. Dla wykrycia bowiem "przedmiotowych" wskaźników, decydujących o konkretnych efektach ilościowych działalności dydaktycznej wydziału było konieczne przeprowadzenie badań w tym zakresie w poszczególnych katedrach[1].

Prowadzone badania ekonomiczne w zakresie sprawności rocznych katedr wykazały, że przyczynami dużego (ponad 40%) odpadu i odsiewu na pierwszych latach studiów na niektórych wydziałach wyższych szkół technicznych są niedostateczne sprawności procesu nauczania katedr dyscyplin teoretycznych, w szczególności katedr matematyki.

Przyczyny tego stanu rzeczy w katedrach matematyki są bezspornie bardzo liczne, lecz wśród nich na szczególną uwagę zasługuje organizacja procesu nauczania. Tradycyjne formy i metody pracy dydaktycznej w katedrach matematyki nie są adekwatne do zachodzących stale zmian w nauce i technice.

Zastosowany do badań efektywności procesu nauczania rachunek ekonomiczny wskazuje, że problem badań nad unowocześnieniem procesu dydaktycznego w katedrach matematyki w wyższych szkołach technicznych jest sprawą wyjątkowo pilną.

Efektywność w aspekcie pedagogicznym, to głównie problem oceny zakresu, poziomu, trwałości i operatywności zdobywanej przez studentów wiedzy w określonych warunkach organizacyjnych procesu dydaktycznego.

Efektywność (E) w znaczeniu pedagogicznym jest funkcjonalnie zależna od doboru materiału nauczania (t), od stosowanych w realizacji tego materiału form, metod i środków dydaktycznych (m) od organizacji (O) i bazy materialnej nauczania (b). Zależność tę możemy wyrazić wzorem:

$$E = f(t,m,o,b).$$

Wśród wymienionych niewyczerpująco czynników warunkujących efektywność nauczania na czołowe miejsce wysuwają się obecnie stosowane w pro-

---

[1] M. Gmytrasiewicz. Koszty kształcenia w szkolnictwie wyższym w Polsce "Życie Szkoły Wyższej" 9/1970

cesie dydaktycznym formy, metody i środki dydaktyczne. Zmieniające się bowiem stale, zgodnie z rozwojem nauki i techniki, warunki produkcji i potrzeby współczesnego życia społecznego wymagają od wyższych uczelni technicznych kształcenia absolwentów o nowym profilu. Natomiast utrzymujące się nadal w praktyce tradycyjne, podające formy pracy dydaktycznej nie odpowiadają nowym zadaniom uczelni. Dążenie do unowocześnienia procesu dydaktycznego w uczelni wskazuje na pilną potrzebę podjęcia badań w zakresie efektywności metod i środków dydaktycznych w aspekcie pedagogicznym. Problem badań w tym zakresie stał się przedmiotem ogólnego zainteresowania pracowników naukowo-dydaktycznych oraz Ministerstwa Oświaty i Szkolnictwa Wyższego[1].

Rozpatrując pod względem obu aspektów efektywność form, metod i środków dydaktycznych mamy na uwadze zespół działań (zabiegów dydaktycznych) najbardziej ekonomicznie uzasadnionych i przenoszących najlepsze efekty w postaci wyników nauczania.

Przyjmujemy umownie, że przez efektywność działań dydaktycznych rozumieć będziemy stosunek opanowanego materiału do ilości czasu zużytego na naukę przez uczącego się[2]. Zgodnie z tym określeniem najbardziej efektywny jest ten zespół zabiegów dydaktycznych, który pozwala studentowi przyswoić sobie daną partię materiału nauczania w możliwie krótkim czasie. Pewne nadzieje na podniesienie tak rozumianej efektywności pracy dydaktycznej wiąże się z wprowadzeniem nowoczesnych metod i środków nauczania.

Wśród nowoczesnych działań dydaktycznych szczególne zainteresowanie wzbudziło w szeregu krajach nauczanie za pomocą maszyn dydaktycznych[3] oraz nauczanie programowane, które po drugiej wojnie światowej było z entuzjazmem propagowane przez psychologów i dydaktyków amerykańskich.

---

[1] Z. Kietlińska, Cz. Kupisiewicz: Materiały z Konferencji naukowej w Płocku. "Dydaktyka Szkoły Wyższej" zeszyt 2-3(6-7) W-wa 1969.

[2] Cz. Kupisiewicz, Nauczanie programowane, PZWSZ Warszawa 1966 str. 146.

[3] Porównaj: W. Okoń, Środki dydaktyczne i ich unowocześnienie "Dydaktyka Szkoły Wyższej" z. 1. r. 1968,
E. Berezowski, Maszyny dydaktyczne, PZWSZ, Warszawa 1968 r.

Psycholog z Uniwersytetu Harvardzkiego B.F. Skinner, twórca "nowej technologii uczenia się i nauczania" wysunął w połowie lat pięćdziesiątych naszego stulecia sugestie, że nauczanie programowane pozwala przezwyciężyć w s z y s t k i e t r u d n o ś c i i braki dydaktyczne tkwiące w konwencjonalnych metodach współczesnej szkoły[1]. Taka ocena nauczania programowanego wywołała bardzo kontrawersyjne dyskusje[2] wśród psychologów, nauczycieli i ekonomistów i w związku z tym przyczyniła się walnie do zapoczątkowania wnikliwych badań nad skutecznością nowej formy pracy w szkole[3].

Intensywne badania nad nauczaniem programowanym, dotyczące szerokiego wychlarza zagadnień, prowadzone są w wielu krajach m. innymi w Stanach Zjednoczonych, Anglii, Francji[4] a także i w krajach należących do obozu socjalistycznego[5]. Wyrazem tego zainteresowania są mię-

---

1) B.F. Skinner: The Science of Learning and the Art of Teaching, "Harvard Educational Review" 1954, nr 2.

2) Cz. Kupisiewicz: Badania nad nauczaniem programowanym w ZSSR, "Kwartalnik Pedagogiczny" 1968 r. nr 2 oraz I. Szaniawski: Model i metoda PWN, Warszawa 1967, a także B. Fine: Teaching Mashines, Sterling Publisking Co., Inc., New York 1962. S.G. Owen, R. Hall, J. Anderson and G.A. Smart: A Comparison of Programmed Instruction and Lectures in the Teaching of Electrocardiography. "Programmed Learning". 1965, nr 1.

3) Praca zbiorowa pod redakcją W. Schramma: Hte Research on Programmed Instruction: An Annotated Bibliography. Washington 1964 U.S. Geverment Printing Office, s. III. Omówienie tych prac eksperymentalnych zawiera opracowanie F. Flesznerowej: Wybór prac eksperymentalnych na temat nauczania programowanego, "Psychologia Wychowawcza" 1965,nr 5.

4) Aspects of Educational Technology The Proceedings of the Loughbotough Programmed Learing Conference 15-18 april 1966, London 1967, Monthuen and so LTD.

5) Enseignement Programme, les cahiers de l Institul National pour la Formation des Adultes, Mars 1968, n° 1, Juin 1968, n° 2. Dunod, Hachette.

5) L.M. Riegerson, Wyszaja szkoła i programirowannoje obuczenije, Izdatielstwo Moskowskogo Uniwersiteta, Moskwa 1966 r. T.I. Kostunow, Programirowannoje obuczenije i obudzajuszczije maszyny, "Technika" Kijów 1967 r. J.W. Pawłow, Kriterii ocenki efektiwnosti programirowannogo obuczenija, Moskwa 1966, s. 24. N.I. Michejkin, Bezmazinnoje programmirowanije na zaniatach po fizikie w wuzie,Piatija Wsierosijskaja Konfierencija, Sympozjum 6. L.A. Łanda, Algoritmizacja w obu-

dzynarodowe zjazdy, sympozja i konferencje[1]. Szczególnie na uwagę zasługują prowadzone w ZSSR wszechstronne badania w tym zakresie z matematycznym i cybernetycznym podejściem do analizy procesu nauczania i uczenia się[2].

Z opracowanych wyników badań przeprowadzonych w zakresie różnych przedmiotów i różnych szczebli nauczania wypływa wniosek, że osoby uczące się z tekstów programowanych odnoszą wiele korzyści.

Naukowi i dydaktyczni pracownicy szkół wyższych różnych krajów zainteresowali się w szczególny sposób skutecznością nauczania programowanego. Przyczyną tego zainteresowania było przede wszystkim dążenie do podniesienia efektywności procesu dydaktycznego w szkołach wyższych ze względu na aspekt pedagogiczny, ekonomiczny i społeczny.

Nie mniej niż efektywność nowych metod i środków nauczania ważne są dla naukowców także zagadnienia związane z oceną ich teoretycznych podstaw oraz z określeniem roli i miejsca w naukowej organizacji pracy dydaktycznej. Zagadnienia te stanowią jeszcze problem otwarty, wymagający wszechstronnego badania i wnikliwej analizy.

Jednakże dotychczas najwięcej badań empirycznych przeprowadzono w zakresie skuteczności nauczania programowanego. Podjęte w tym zakresie

---

dc.notki 5.
czenii, Moskwa 1966. V. Kulic. Eksperimentalni analyza procesu programovaneho uceni a nekterych jeho principu: "Pedagogika" 1963 nr 6. Wyniki eksperymentów badaczy polskich nad skutecznością nauczania programowanego w zakresie różnych przedmiotów i szczebli pracy dydaktycznej spotykamy w licznych pracach F. Fleminga, W. Okonia i Cz. Kupisiewicza, T. Nowackiego, J. Orzechowskiego, J. Zborowskiego i innych.

1) Np. Seminarium "Dydaktyka Szkoły Wyższej" zeszyt 1/5 Warszawa 1969 r Polsko-Niemiecka Komisja Mieszana d/s Nowoczesnych Metod Nauczania.

2) N.F. Tałyzina. Tieoreticzeskije osnowy programmirowannogo obuczenija Moskwa 1968. L.A. Ładna. Algoritmizacija w obuczenii, Moskwa 1966 r. C. Kupisiewicz. Badania nad nauczaniem programowanym w ZSSR "Kwartalnik Pedagogiczny" 1968, nr 2. A.J, Berg. Sostojanije i pierspiektiwy razwitija programmirowannogo obuczenija. Moskwa 1966 r. T.I. Rostunow. Programmirowanioje i obuczejuszczije maszyny, Izdatielstwo, Kijew 1967 r. D,Ł. Sztukin. Programmirowanyje mietody na zaczetach. "Wiestnik wysszej szkoły" 1967 nr 1.

badania w Stanach Zjednoczonych[1] i Anglii (w szczególności w Uniwersytecie Sheffield) pozwoliły stwierdzić, że w szkole wyższej włączenie nauczania programowanego do procesu dydaktycznego daje lepsze wyniki od nauczania tylko metodami tradycyjnymi[2].

Do podobnych wniosków prowadzą analizy wyników eksperymentalnych innych krajów jak np. ZSSR, Francji, Czechosłowacji, NRD i Polski. Na szczególną uwagę zasługuje fakt stwierdzony przez wielu badaczy między innymi amerykańskich i polskich, że nauczanie programowane zastosowane w szkole wyższej pozwala uzyskać te same efekty dydaktyczne w czasie o wiele krótszym[3], (niekiedy oszczędności czasu wynoszą 47%) -jest więc efektywniejsze od nauczania tradycyjnego w sensie podanym na stronie 8.

Bezspornie pozytywne walory nauczania programowanego wywołały w ostatnich latach w Republikach Związku Radzieckiego dynamiczny rozwój tej formy pracy dydaktycznej w wyższych uczelniach. Programowane nauczanie jest tam obecnie stosowane w wielu przedmiotach a w szczególności w nauczaniu matematyki, języków obcych, geometrii wykreślnej, a także w przedmiotach technicznych (elektronice, elektrotechnice, termodynamice, mechanice, hydraulice)[4].

Nauczanie programowane stosuje się w Polsce w wyższym szkolnictwie wojskowym w sposób eksploatacyjny i eksperymentalny[5]. Równolegle z eksperymentami w Akademiach Wojskowych prowadzone są intensywne badania w tym zakresie przez uczestników Seminarium Nauczania Programowanego pod kierunkiem prof. dra Cz. Kupisiewicza w kilku wyższych uczelniach w kraju jak np. w Uniwersytecie im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

---

1) W.I. Smith i W.J. Moore: Programmed Materials in Mathematics for Students, Praca zbiorowa pod red. W. Schramma, Washington 1964 r.

2) J.B. Hough tamże s. 64-65.

3) H.N. Smith, tamże oraz porównaj: J. Przyjemski: Programowane nauczanie matematyki w szkole wyższej, "Życie Szkoły Wyższej" 1967, nr 6-7 oraz St. Pankiewicz: Z badań nad organizacją pracy studentów z podręcznikiem programowanym, "Dydaktyka Szkoły Wyższej" 1969 r. nr 4.

4) K. Denek: Badania nad efektywnością programowanego nauczania w szkołach wyższych "Życie Szkoły Wyższej" PWN Warszawa 1971, nr 2.

5) T. Nowacki (red.) Nauczanie programowane i zadania dydaktyczne wojsku. Warszawa 1965 r.

WSP w Krakowie, WSR w Lublinie, Politechnice Śląskiej w Gliwicach, w Akademii Medycznej w Poznaniu i innych.

2. Hipoteza i cele badań

Wyniki zrealizowanych eksperymentów za granicą i w kraju świadczą o przewadze nauczania programowanego nad konwencjonalnym, ale szeroko rozpowszechniony jest pogląd, że nauczanie programowane w całokształcie działalności dydaktycznej szkoły wyższej ma rację bytu tylko jako metoda pomocnicza[1] szczególnie przydatna w zakresie przekazywania nowych informacji w procesie kierowanego uczenia się, w utrwalaniu zdobytej wiedzy oraz w kontroli i ocenie stopnia przyswajania wiadomości[2]. Ponieważ nauczanie programowane indywidualizuje proces nauczania może być ono wykorzystane także w dostosowaniu procesu nauczania do tempa pracy uczącej się osoby, a przede wszystkim w pracy samokształceniowej studentów.

Włączone obok metod konwencjonalnych do procesu dydaktycznego nauczanie programowane może spełnić ważną rolę w integracji różnych form tego procesu. L.M. Riegerson[3] na podstawie swoich badań przypuszcza, że optymalne korzyści osiągnąć można wówczas, gdy wprowadzając w szkole wyższej nauczanie programowane, proces dydaktyczny danej dyscypliny zorganizujemy w ten sposób, że składać się będzie z jednostek metodycznych, tworzących zamknięty cykl. Na taki cykl powinny składać się następujące formy nauczania: wykład, samodzielna praca studentów z lekturą, seminarium końcowe (ewentualnie praca laboratoryjna). Do problemów więc niezmiernie istotnych i otwartych, wymagających aktual-

---

[1] Cz. Kupisiewicz. Nauczanie programowane. PZWSZ Warszawa 1966, str. 184 oraz referat "Aktualne problemy nauczania programowanego Konferencja w Krakowie 1969 r.

[2] Wskazują na to między innymi przeprowadzone badania w Uniwersytecie Ekonomicznym im. K. Marksa w Budapeszcie: Balasz Bela: Model systemu programowanego egzaminowania. "Dydaktyka Szkoły Wyższej" Warszawa 1969 zeszyt 1/5. Badania I. Tichonowa w Akademii Wojskowej im. Lenina "Dydaktyka Szkoły Wyższej" Zeszyt 2-3 (6-7) 1969 str. 10.

[3] L.M. Riegerson, Wysszaja szkoła i programirowannoje obudzenije, Izdatielstwo Moskowskogo Uniwersiteta, Moskwa 1966.

nie dokładnych badań, należy określenie miejsca programowanego nauczania w całokształcie organizacji procesu dydaktycznego w szkole wyższej Podobnie jak efektywność innych form i metod pracy dydaktycznej, problem dotyczący możliwości, sposobów i proporcji łączenia konwencjonalnych metod nauczania z nauczaniem programowanym może być rozstrzygnięty w drodze eksperymentów naturalnych i w związku z tym postuluje się konieczność szerokiego rozwoju prac badawczych w tym zakresie.

Szczegółowe badania nad dydaktyczną skutecznością nauczania programowanego w zakresie m a t e m a t y k i w wyższej szkole były w Polsce od kilku lat prowadzone przez Seminarium Nauczania Programowanego przy b. Katedrze Dydaktyki UW. Uzyskane wyniki eksperymentów wykazują, że włączenie nauczania programowanego do procesu dydaktycznego w wyższej szkole technicznej może odegrać rolę w różnych zakresach pracy studentów[1].

Także i inni dydaktycy, jak np. K.W. Tilley i M.A. Knight z Uniwersytetu Sheffield (Anglia), udowodnili, że w zakresie m a t e m a t y k i nauczanie programowane jest bardziej skuteczne od konwencjonalnego, a przy tym wymaga znacznie mniej czasu[2].

Uzyskane wyniki badań nad efektywnością nauczania programowanego matematyki wykorzystaliśmy w przekazywaniu studentom teorii rachunku prawdopodobieństwa, wchodzącej w skład materiału nauczania przedmiotu "organizacja i ekonomika przemysłu".

Podniesienie efektywności kształcenia kadr inżynierskich z uwzględnieniem przygotowania w zakresie organizacji i ekonomiki przemysłu skupia obecnie uwagę pracowników naukowo-dydaktycznych wyższych szkół technicznych. Przyczyną tego zainteresowania jest bezsporna potrzeba wyposażenia absolwentów w pewien zasób wiedzy z zakresu ekonomiki przemysłu, niezbędnej w organizacji i analizie działalności gospodarczej przedsiębiorstw. W szczególności zaznajomienie studentów Wydziału Górniczego z prawidłowościami ekonomicznymi i zasadami polityki ekonomicz-

---

[1] Porównaj J. Przyjemski, Programowane nauczanie matematyki w szkole wyższej. "Życie Szkoły Wyższej" 1967 nr 6-7.

[2] Cz. Kupisiewicz, Nauczanie programowane, PZWS, Warszawa 1966 r.

nej stosowanej w odniesieniu do przemysłu górniczego jest konieczne ze względu na społeczną potrzebę uzyskania lepszych wskaźników ekonomicznych w tej gałęzi gospodarki narodowej. Lepsze wskaźniki uzyskać można przez zastąpienie decyzji kierownictwa kopalń opartych niekiedy na intuicji i doświadczeniu, decyzjami opartymi na obliczeniach matematycznych. Zasadniczym aparatem naukowym praktyków i naukowców ekonomiki górnictwa jest teoria rachunku prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. Każdy inżynier górnik winien zatem posiadać podstawowe wiadomości z zakresu rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej oraz umiejętność wyboru najwłaściwszej metody matematycznej, która stanowiłaby podstawę do podejmowania pełnowartościowych decyzji.

Zakres materiału nauczania z teorii rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, który student Wydziału Górniczego winien sobie przyswoić, jest ujęty w programach ekonomicznych studiów magisterskich. Opanowanie tego materiału wymaga od studentów dużego nakładu pracy i wiele czasu, chociaż przewidziano na ten przedmiot w siatce zajęć studenckich małą liczbę godzin. Zastosowanie więc najefektywniejszych metod dydaktycznych w kształceniu ekonomicznym studentów górnictwa jest szczególnie ważne.

Ponieważ studiujący ekonomikę górnictwa studenci przystosowali się już do metod pracy w szkole wyższej, opanowali w jakimś stopniu sztukę samokształcenia i organizacji pracy własnej- więc sądziliśmy, że nowoczesne metody i formy pracy dydaktycznej przede wszystkim dla nich okażą się korzystne. Przypuszczaliśmy, że unowocześnione środki i związane z nimi sposoby pracy mogą wpłynąć wydatnie na podniesienie efektywności samokształceniowej pracy studentów, zmniejszając równocześnie ich wysiłek.

Dlatego szczegółowe badania w formie eksperymentu naturalnego nad nauczaniem programowanym matematyki zostały zorganizowane w zakresie teorii rachunku prawdopodobieństwa w Katedrze Organizacji i Ekonomiki Górnictwa na Wydziale Górniczym Politechniki Śląskiej w Gliwicach.

Organizując badania przyjęliśmy hipotetycznie, że w ł ą c z e n i e do procesu nauczania teorii rachunku prawdopodobieństwa t e k s t ó w p r o g r a m o w a n y c h przez utworzenie c y k l u

z a m k n i ę t e g o: praca studentów w zespołach nad t e k s t e m p r o g r a m o w a n y m, w y k ł a d, ć w i c z e n i a tablicowe w wyższej szkole technicznej p r z y c z y n i a j ą się wybitnie do e f e k t y w n e g o zdobywania przez studentów o p e r a t y w n e j wiedzy z tego zakresu.

Do badań wykorzystane zostały teksty, zaprogramowane metodą sproblematyzowaną (blokową)[1], wypracowaną przez Seminarium Nauczania Programowanego pod kierunkiem prof. dra Cz. Kupisiewicza. Stwierdzono bowiem empirycznie, że teksty zaprogramowane metodą blokową zapewniają dobre wyniki nie tylko w zakresie opanowania przez studentów wiedzy biernej, ale również wymagają od nich umiejętności zastosowania poznanych pojęć i twierdzeń w rozwiązywaniu zadań, uzasadniania i weryfikowania sądów oraz dowodzenia twierdzeń. Rozwijają więc w jakimś stopniu samodzielne myślenie i kształcą wyobraźnię.

3. Metodologiczne podstawy eksperymentu

Badaniami objęliśmy grupę studentów IX semestru Wydziału Górniczego, Oddziału Eksploatacji Złóż, specjalizujących się w organizacji i ekonomice przemysłu górniczego.

Wprawdzie metodologiczne podstawy badań w zakresie dydaktyki szkoły wyższej oraz problem porównywalności badań należą do zagadnień szczegółowych, wymagających pilnego rozwiązania[2], ale dotychczas nie zostały opracowane. Zatem nasza organizacja badań oparta została na podstawach umożliwiających przestrzeganie zasady jedynej różnicy tzn. w tym przypadku metody organizacji procesu dydaktycznego przy równoczesnym zachowaniu w obu podgrupach podobieństwa pozostałych czynników eksperymentu tj. treści materiału programowego, liczebności studentów w podgrupach, jednakowe warunki pracy, tych samych pracowników nauki i wspólne kierownictwo naukowe.

---

[1] Cz. Kupisiewicz: W poszukiwaniu nowych koncepcji programowania. "Nowa Szkoła" 1968 nr 3.

[2] J. Zarzycka-Skrzypek. Ogólnopolska konferencja naukowo-informacyjna. "Dydaktyka szkoły wyższej" zeszyt 2-3 (6-7) W-wa 1969, str. 232.

Z teoretycznego punktu widzenia zasadniczym warunkiem porównywalności wpływu na wyniki nauczania różnych metod i form organizacji procesu dydaktycznego jest jednakowe (identyczne) przygotowanie naukowe studentów. Postulat w praktyce nie do zrealizowania ze względu na szereg czynników dodatkowych, trudnych do przedstawienia w postaci porównywalnych wskaźników liczbowych jak np. uzdolnienia, zaangażowanie studentów w pracy naukowej zgodnie z obranym kierunkiem studiów, poziom wiedzy, osiągnięcia naukowo-badawcze itp.

Ze względu jednak na to, że wyniki badań mają posiadać wartość naukową staraliśmy się, w dostępnym oczywiście dla nas zakresie, uwzględnić te teoretyczne wymagania Za podstawę do ustalenia stopnia względnego przygotowania studentów do studiowania teorii rachunku prawdopodobieństwa oraz wstępnego określenia zasobów posiadanej wiedzy w tym zakresie przyjęliśmy:

a) wyniki wstępnego badania przeprowadzonego w pierwszym tygodniu nauczania w formie niezapowiedzianego kolokwium,

b) oceny z matematyki uzyskane na ostatnim egzaminie.

Po dokładnej analizie wyników tych badań za pomocą metod statystycznych, studenci badanej grupy zostali podzieleni na dwie równoliczne podgrupy o względnie równym stopniu przygotowania naukowego.

Obie formy nauczania winny być uznane za maksymalnie poprawne, gdyż tylko takie można przyjąć za podstawę do porównywania efektywności. Zdobyte w czasie długoletniej praktyki kwalifikacje dydaktyczne oraz staranne przygotowanie się do zajęć osób pracujących w badanych podgrupach przyczyniły się do spełnienia tego warunku.

4. Organizacja i przebieg badań

Zasadniczymi badaniami objęliśmy 32 osobową grupę studentów IX semestru Wydziału Górniczego, Oddziału Eksploatacji, specjalizujących się w organizacji i ekonomice górnictwa.

Dziekańska grupa studencka została podzielona na dwie podgrupy 16-osobowe: P_1 i P_2.

W organizacji badań eksperymentalnych zastosowana została metoda rotacji. Każda podgrupa była dwa razy grupą eksperymentalną i dwa razy kontrolną.

Tablica 1 ilustruje rotację podgrup.

Tablica 1

Lp.	Grupa P_1	Grupa P_2
1	E	K
2	K	E
3	E	K
4	K	E

K - podgrupa kontrolna E - podgrupa eksperymentalna.

Dla porównania wyników pracy obu podrup przeprowadzone zostały badania kontrolne w formie kolokwiów pisemnych. Wyniki tych kolokwiów stanowiły również podstawę zaliczenia ćwiczeń, które warunkują dopuszczenie studentów do sesji egzaminacyjnej.

Badaniami został objęty zakres materiału nauczania teorii rachunku prawdopodobieństwa, ujęty w programach ekonomicznych studiów magisterskich.

W skład realizowanego programowego materiału nauczania weszły więc następujące tematy: podstawowe pojęcia, aksjomaty i twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa, prawdopodobieństwo warunkowe, całkowite i wzór Bayesa, schemat doświadczeń niezależnych. Zmienne losowe i ich podstawowe parametry opisowe. Podstawowe rozkłady zmiennej losowej: a) skokowej, b) ciągłej i ich główne parametry. Rozkład normalny, twierdzenie Laplace'a i twierdzenie Bernoulliego. Rozkłady dwuwymiarowe, parametry rozkładów dwuwymiarowych. Prawa wielkich liczb. Twierdzenia graniczne.

Badania zostały przeprowadzone w roku akad. 1968/69 i objęły cały materiał programowy, wymieniony wyżej w skrócie.

5. Dokumentacja badań

Na dokumentację badań składają się następujące materiały:

1) szczegółowe listy ocen z ostatniego egzaminu z matematyki studentów obu podgrup,
2) wyniki badań wstępnych,
3) teksty programu blokowego,
4) tematy wykładów w podgrupach eksperymentalnych,
5) wyniki badań kontrolnych.

Listy szczegółowe ocen ostatniego egzaminu z matematyki studentów badanej grupy posłużyły za podstawę do ustalenia stopnia względnego przygotowania studentów do studiowania teorii rachunku prawdopodobieństwa.

Dokładna bowiem analiza wyników egzaminu końcowego z matematyki, do której zastosowamo metody statystyczne, pozwoliła wykryć różnice w przygotowaniu studentów z matematyki w zakresie programowego materiału kursu inżynierskiego, niezbędnego do studiowania teorii rachunku prawdopodobieństwa.

Badania wstępne zostały przeprowadzone w pierwszym tygodniu nauczania w formie niezapowiedzianego kolokwium kontrolnego z zakresu kombinatoryki i wstępnych wiadomości z teorii rachunku prawdopodobieństwa.

Celem tych badań było ujawnienie wiadomości studentów z zakresu materiału nauczania, na którym zastosowano eksperyment.

Wyniki badań wstępnych łącznie z ocenami z matematyki, uzyskanymi na ostatnim egzaminie stanowiły podstawę do dokonania podziału grupy dziekańskiej na dwie podgrupy o względnie jednakowym stopniu przygotowania w zakresie matematyki.

Zweryfikowany tekst programu blokowego obejmuje propedeutycznie (wprowadzająco) zakres materiału nauczania teorii rachunku prawdopodobieństwa, przewidziany dla ekonomicznych studiów magisterskich.

Zaprogramowany tekst oraz tematy wykładów w podgrupach (E) - eksperymentalnych precyzują ogólną problematykę przerabianych tematów i ustalają zakres zagadnień opracowywanych w określonych formach pracy dy-

daktycznej oraz ułatwiają dokonanie analizy uzyskanych wyników nauczania.

Wszystkie wyżej wymienione materiały dotyczą organizacji eksperymentu i pracy studentów w badanych podgrupach. Natomiast materiału do badania wyników nauczania dostarczają rozwiązania zadań badań kontrolnych. Na badania kontrolne składają się 4 kolokwia sprawdzające.

ROZDZIAŁ II

REALIZACJA BADAŃ

1. Badania wstępne i ich wyniki liczbowe

Ustalenie stopnia względnego przygotowania do studiowania teorii rachunku prawdopodobieństwa objętych wspomnianym eksperymentem naturalnym studentów IX semestru Oddziału Eksploatacji Złóż Wydziału Górniczego Politechniki Śląskiej w Gliwicach wymagało przeprowadzenia badań wstępnych.

Prowadzone przez dwa lata przed tymi zasadniczymi badaniami, badania próbne dostarczyły wiele materiału rzeczowego, który został wykorzystany w technice organizacji ostatnich badań. Stwierdziliśmy między innymi, że zespołowa praca z podręcznikiem programowanym skraca o około 20% czas przeznaczony na opanowanie materiału przewidzianego do realizacji na zajęciach audytoryjnych. Aby wykorzystać uzyskaną tą drogą nadwyżkę czasu, zastosowaliśmy w organizacji naszych badań metodę rotacji. Grupa dziekańska została podzielona na dwie podgrupy i każda była dwa razy podgrupą kontrolną i dwa razy podgrupą eksperymentalną. Rotacja podgrup dokonywana była po każdym kontrolnym kolokwium.

Obserwacje pracy studentów i eksperymenty wykazały również, że tylko takie wypracowania należy brać pod uwagę, którymi studenci są osobiście zainteresowani i z tego powodu wkładają w pracę maksimum wysiłku.Ma to miejsce w czasie kolokwium zaliczeniowego lub egzaminu pisemnego.Uwzględniliśmy te spostrzeżenia w czasie badania wstępnego informując studentów, że wyniki wstępnego kolokwium sprawdzającego warunkują przyjęcie do grupy specjalizujących się w organizacji i ekonomice przemysłu górniczego.

Organizując eksperyment, założyliśmy, że wyniki wstępnego kolokwium sprawdzającego i oceny z matematyki uzyskane na ostatnim egzaminie łącznie wystarczają do dokonania podziału studenckiej grupy na dwie podgrupy o względnie jednakowym przygotowaniu naukowym w zakresie matematyki.

Tablica 2

Oceny egzaminu z matematyki po IV semestrze

Lp.	Oceny egzaminu w cyfrach	Liczba (n_i) studentów w podgrupie	
		P_1	P_2
1	3	10	9
2	4	4	3
3	5	2	4
R a z e m		$n_1 = 16$	$n_2 = 16$

Ponieważ w podgrupie P_2 wśród studentów z oceną dostateczną znajduje się dwóch studentów, którzy ten egzamin zdawali trzy razy, więc celem względnego wyrównania poziomu przygotowania naukowego w podgrupach przydzieliliśmy do podgrupy P_2 4 studentów z oceną bardzo dobrą.

Średnie arytmetyczne z danych zawartych w tablicy 2, obliczone dla podgrup P_1 i P_2 wynoszą odpowiednio

$$x_1 = \frac{\sum_{i=1}^{3} n_i x_i}{n} = \frac{56}{16} = \frac{7}{2} = 3{,}5$$

$$x_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{n} = \frac{59}{16} = 3{,}69\,.$$

Hipotezę zerową H_0, którą jest założenie, że podgrupy pochodzą z identycznych populacji, czyli że różnica między średnimi arytmetycznymi podanych wyników egzaminów obu podgrup nie jest istotna, sprawdzamy przez zastosowanie testu sumy rang Manna-Whitneya. Hipoteza alternatywna H_1 jest taka, że podgrupy mają niejednakowe średnie.

Łatwo zauważyć, że jednakowe oceny egzaminu należą do obu podgrup. Możemy zatem obliczyć dla każdej oceny jedną wspólną dla obu podgrup rangę.

Dla ocen 3, 4, 5 ranki wynoszą odpowiednio 10, 23, $\frac{59}{2}$.

Wartość funkcji testowej "Z" obliczamy według wzoru

$$Z = \frac{n_1 (n_1 + n_2 + 1) - 2 R_i}{2\sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{11}}}, \qquad (1)$$

gdzie n_1 i n_2 są to liczebności odpowiednio podgrupy P_1 i P_2, natomiast R_i jest sumą rang przydzielonych wartościom podgrupy P_1 lub P_2 (możemy przyjąć i = 1 lub i = 2, nie jest bowiem istotne, którą podgrupę uważamy za pierwszą).

W naszym badaniu $n_1 = n_2$, a przy tym założeniu wzór przyjmuje postać

$$Z = \frac{2(n^2 - R_i) + n}{2n\sqrt{\frac{2n + 1}{11}}} \qquad (i = 1 \text{ lub } i = 2). \qquad (2)$$

Dla podgrupy P_1 suma rang $R_1 = 10.10 + 4{,}23 + 2 \cdot \frac{59}{2} = 251$ oraz $n = 16$, stąd

$$Z = \frac{2(256 - 251) + 16}{32\sqrt{\frac{33}{11}}} = \frac{13}{16 \cdot \sqrt{3}} = 0{,}468.$$

Ponieważ $Z = 0{,}468 < 1{,}96$ więc na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$ nie ma podstawy do odrzucenia hipotezy zerowej H_0, czyli między średnimi obu podgrup nie ma istotnej różnicy. Mamy prawo twierdzić, że obie podgrupy pod względem przygotowania z matematyki w zakresie kursu inżynierskiego są równoważne.

W pierwszym tygodniu nauczania zostało przeprowadzone sprawdzające badanie wstępne w formie niezapowiedzianego kolokwium z zakresu kombinatoryki i wstępnych wiadomości z teorii rachunku prawdopodobieństwa.

A oto treść badania wstępnego:

1. Ile liczb będących wielokrotnością 5 można utworzyć przestawiając cyfry liczby 102543?
2. Znaleźć liczbę elementów, z których rozmieszczeń po 4 bez powtórzeń jest 20 razy więcej niż rozmieszczeń po 2.
3. Iloma sposobami można ułożyć 12 książek na trzech półkach tak, aby na pierwszej półce znajdowało się sześć książek, na drugiej cztery, a na trzeciej reszta.
4. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w wyniku rzutu kostką sześcienną na górnej ściance otrzymamy liczbę oczek podzielną przez 3?
5. Partia towaru składa się ze 100 sztuk, wśród których znajduje się 15 wadliwych. Z tej partii wyjmujemy losowo dwie sztuki. Jakie jest prawdopodobieństwo, że obie sztuki są dobrej jakości?
6. Dokonujemy rzutu trzema monetami. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia A, że otrzymamy dwa orły i jedną reszkę?

Maksimum możliwych do uzyskania punktów w kolokwium sprawdzającym wynosi 90.

Celem tego kolokwium było przede wszystkim ułatwienie dokonania podziału grupy dziekańskiej na dwie podgrupy o względnie jednakowym przygotowaniu w zakresie matematyki. Ponadto dodatkowym zadaniem tego sprawdzianu było ustalenie stopnia względnego przygotowania studentów do studiowania teorii rachunku prawdopodobieństwa oraz wstępnego określenia zasobów posiadanej wiedzy w zakresie materiału nauczania, na którym zastosowano eksperyment. Wyniki badania wstępnego, wyrażone w punktach ilustruje tablica 3.

Tablica 3

Wyniki wstępnego kolokwium sprawdzającego

Lp.	Wyniki badań wstępnych w punktach x_i	Liczba (n_i) studentów w grupie	
		P_1	P_2
1	0	-	1
2	5	2	2
3	8	1	0
4	10	3	2
5	13	1	2
6	15	5	3
7	18	1	0
8	20	2	5
9	25	1	0
10	30	0	1
R a z e m		16	16

Z danych zawartych w tablicy 3 obliczamy średnie arytmetyczne $\bar{x}_1$ i x_2 dla podgrupy odpowiednio P_1 i P_2.

$$x_1 = \frac{\sum n_1 \cdot x_1}{n} = \frac{219}{16} = 13,687$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum n_1 \cdot x_1}{n} = \frac{231}{16} = 14,437.$$

Dla sprawdzenia hipotezy, że pomiędzy średnimi wyników badania wstępnego dla podgrup P_1 i P_2 nie ma istotnej różnicy korzystamy również z testu Manna-Whitneya.

Obserwacje zebrane w tablicy 3 porządkujemy łącznie według wartości rosnących i otrzymujemy następujący szereg:

0	5	5	5	5	8	10	10	10	10	10	
P_2	P_1	P_1	P_2	P_2	P_1	P_1	P_1	P_1	P_2	P_2	
13	13	13	15	15	15	15	15		15	15	15
P_1	P_2	P_2	P_1	P_1	P_1	P_1	P_1		P_2	P_2	P_2
18	20	20	20	20	20	20	20	25	30		
P_1	P_1	P_1	P_2	P_2	P_2	P_2	P_2	P_1	P_2		

Ponieważ w utworzonym szeregu jednakowe wartości należą zarówno do P_1 jak i do P_2, więc obliczamy dla jednakowych danych obu podgrup wspólne rangi.

Dla podgrup P_1 i P_2 sumy rang wynoszą odpowiednio:

$$R_1 = 2 \cdot \frac{7}{2} + 6 + 3.9 + 13 + 5 \cdot \frac{37}{2} + 23 + 2.27 + 31 = 253{,}5$$

$$R_2 = 1 + 2 \cdot \frac{7}{2} + 2.9 + 2.13 + 3 \cdot \frac{37}{2} + 5.27 + 32 = 274{,}5.$$

Ze wzoru (2) obliczamy wartość funkcji testowej Z dla sumy rang podgrupy P_1.

$$Z = \frac{2(256 - 253{,}5) + 16}{23 \cdot \sqrt{3}} = \frac{21}{32 \cdot \sqrt{3}} = 0{,}378.$$

Otrzymaną wartość statystyki porównujemy z wartością graniczną dla rozkładu normalnego przyjmując poziom istotności $\alpha = 5\%$.

Ponieważ $Z = 0{,}378 < 1{,}96$ przyjmujemy hipotezę, że pomiędzy średnimi arytmetycznymi wyników badania wstępnego podgrup P_1 i P_2 różnica jest nieistotna.

Uzasadnione jest więc twierdzenie, że został dokonany podział grupy dziekańskiej na dwie podgrupy P_1 i P_2 r ó w n o w a ż n e pod względem z a s o b ó w p o s i a d a n y c h w i a d o m o ś c i z zakresu materiału nauczania, na którym zastosowano eksperyment.

2. Organizacja podgrup eksperymentalnych

Wprowadzenie do dydaktyki szkół wyższych nowych metod i środków nauczania wymaga dokładnych i szczegółowych badań ich efektywności. Efektywność tę można ustalić w drodze naukowego eksperymentu dydaktycznego. Do rzędu nowych metod, z którymi wiąże się pewne nadzieje na podniesienie skuteczności pracy dydaktycznej, zalicza się ostatnie nauczanie za pomocą maszyn dydaktycznych[1] i nauczanie programowane, nad którymi prowadzi badania była Katedra Dydaktyki UW od roku 1964.

W Katedrze Matematyki Wydziału Górniczego Politechniki Śląskiej pierwsze doświadczenia i obserwycje w tym zakresie przeprowadzone zostały w roku akad. 1966/67 i kontynuowano w następnych latach. Eksperymenty te miały na celu zarówno wstępne badania przydatności dydaktycznej tekstu programowanego jak i określenie możliwie optymalnego sposobu organizacji procesu nauczania z uwzględnieniem uczenia się studentów z tekstów programowanych. Dodatkowym zadaniem tych doświadczeń było ułatwienie pracownikom naukowo-dydaktycznym należytego zrozumienia istoty nauczania programowanego oraz opanowania techniki tej formy pracy drogą praktyki.

Zasadnicze badania nad dydaktyczną skutecznością nauczania programowanego matematyki przeprowadzono w Katedrze Organizacji i Ekonomiki Górnictwa na Wydziale Górniczym Politechniki Śląskiej w Gliwicach, w roku akad. 1968/69. Do badań wykorzystane zostały teksty z zakresu teorii rachunku prawdopodobieństwa, zaprogramowane w sposób blokowy[2].

---

1) E. Berezowski: Maszyny dydaktyczne, PZWSz Warszawa 1968.

2) C. Kupisiewicz: W poszukiwaniu nowych koncepcji programowania. "Nowa Szkoła" 1968 nr 3.

Celem tego eksperymentu było zgromadzenie odpowiedniego materiału empirycznego, pozwalającego sprawdzić i udokumentować w sposób naukowy, że włączenie nauczania programowanego w organizację procesu nauczania w wyższej szkole technicznej wpływa wydatnie na zwiększenie efektywności pracy studentów (porównaj str. 19).

Badania mające charakter eksperymentu naturalnego, przeprowadziliśmy ze 32-osobową grupę studentów IX semestru Oddziału Eksploatacji Złóż Wydziału Górniczego. W drugim tygodniu nauczania, po zakończeniu badania wstępnego, dziekańska grupa studencka została podzielona na dwie jednakowe liczne podgrupy P_1 i P_2 o względnie jednakowym przygotowaniu z matematyki w zakresie kursu inżynierskiego i równoważnych pod względem posiadanych zasobów wiedzy z zakresu teorii rachunku prawdopodobieństwa. Zgodnie z przyjętą zasadą rotacji, każda podgrupa była dwa razy grupą kontrolną i dwa razy grupą eksperymentalną.

W podgrupie kontrolnej przez trzy tygodnie zajęcia były prowadzone konwencjonalną metodą nauczania: w każdym tygodniu dwugodzinny wykład i tradycyjne dwugodzinne ćwiczenia.

Natomiast studenci podgrupy eksperymentalnej pracowali w zespołach[1)] utworzonych na zasadzie dobrowolnego dobierania się studentów, ale przy bardzo dyskretnej ingerencji asystenta. W podgrupie eksperymentalnej usiłowano bowiem dokonać takiego podziału na zespoły, aby wszystkie one były równoważne pod względem przygotowania naukowego. Wśród tych zespołów cztery zespoły były trzyosobowe, a jeden czteroosobowy.

W organizacji procesu nauczania studentów podgrupy eksperymentalnej uwzględniono trzy formy pracy dydaktycznej:

a) 2 godziny pracy studentów w zespołach trójkowych z tekstem programowanym. Każdy zespół otrzymał jeden egzemplarz zaprogramowanego

---

1) Jak wykazały wnikliwe badania, taka organizacja pracy studentów podnosi wydatnie efektywność nauczania. Porównaj: W. Wcisło: Wpływ zespołowej organizacji ćwiczeń na efektywność studiów. "Życie Szkoły Wyższej" 1962 nr 2. S. Pankiewicz: O efektywności nauczania matematyki w zespołach studenckich (raporty z badań) PWN Warszawa 1967 r.

tekstu materiału nauczania i pracował z nim tylko na dwugodzinnych zajęciach w Uczelni. Celem tych zajęć było zaznajomienie studentów z p o d s t a w o w y m i elementami określonej partii materiału nauczania,

b) dwugodzinny wykład, w którym podawany jest materiał p o g ł ę b i o n y i r o z s z e r z o n y,

c) dwugodzinne ćwiczenia poświęcone rozwiązywaniu t r u d n i e j s z y c h, p r o b l e m o w y c h zadań.

Dla porównania wyników pracy studentów obu podgrup, po każdych trzech tygodniach pracy przeprowadzane były badania kontrolne w formie kolokwium pisemnego, wspólnego dla obu podgrup. Kolokwia pisemne, stanowiące badania kontrolne, warunkowały zaliczenie ćwiczeń i dopuszczenie studenta do sesji egzaminacyjnej. W całym okresie badań odbyły się cztery kolokwia kontrolne. Po każdym kolokwium kontrolnym dokonywana była rotacja podgrup.

Podgrupa eksperymentalna, pracująca przed badaniem kontrolnym przez trzy tygodnie w zespołach studenckich zgodnie z nową organizacją procesu nauczania, przyjmowała po badaniu rolę podgrupy kontrolnej. Przez najbliższe trzy tygodnie po badaniu kontrolnym nauczanie w tej grupie prowadzone było metodami tradycyjnymi.

Natomiast podgrupa,będąca przed badaniem sprawdzającym grupą kontrolną, zajmowała po badaniu miejsce podgrupy eksperymentalnej i przez okres trzytygodniowy (do następnego badania kontrolnego) pracowała w zespołach zgodnie z nowymi formami pracy dydaktycznej.

W przeprowadzaniu omawianego eksperymentu usiłowaliśmy przestrzegać - w dostępnym dla nas zakresie - zasadę jedyniej różnicy tj.w tym przypadku sposobu organizacji procesu dydaktycznego. Z tego powodu zajęcia z matematyki w obu podgrupach odbywały się w terminach podanych w rozkładzie zajęć według planu studiów, bez żadnych dodatkowych godzin.

W każdym okresie trzytygodniowym między badaniami kontrolnymi,w podgrupie eksperymentalnej odbyły się dwa razy dwugodzinna praca tekstem programowanym, dwa dwugodzinne wykłady i dwa dwugodzinne ćwiczenia.

Natomiast w podgrupie kontrolnej odbyły się w tym okresie trzy dwugodzinne wykłady i trzy dwugodzinne ćwiczenia.

3. Przykład organizacji pracy studentów podgrupy eksperymentalnej

Celem podkreślenia i uwypuklenia istotnych cech nowej organizacji procesu nauczania i przeprowadzenia analizy wyników pracy studentów w podgrupach E, wydaje się wskazane przedstawienie przynajmniej jednego przykładu takiej organizacji pracy studentów na zajęciach z matematyki

Nowym elementem w organizacji procesu dydaktycznego w podgrupie eksperymentalnej E jest praca studentów nad tekstem programowym.

Do naszych badań wykorzystane zostały teksty zaprogramowane metodą blokową. Niżej podajemy fragment takiego programu tematycznie zamkniętej całości. Przedstawiony program umożliwi dokładniejsze zobrazowanie warunków, w jakich przebiegał eksperyment. Podany program przeznaczony był dla samodzielnej pracy studentów i wykorzystany został na dwugodzinnych zajęciach w Uczelni.

5.3. Rozkład normalny

5.3.1. O zmiennej losowej X mówimy, że ma rozkład normalny, jeżeli jej gęstość jest określona wzorem

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}\right]$$

dla dowolnej wartości $-\infty < x < +\infty$, gdzie m i σ są stałymi liczbami, przy czym $\sigma > 0$.

Zauważmy, że tak określona funkcja może być gęstością pewnej zmiennej losowej X typu ciągłego.

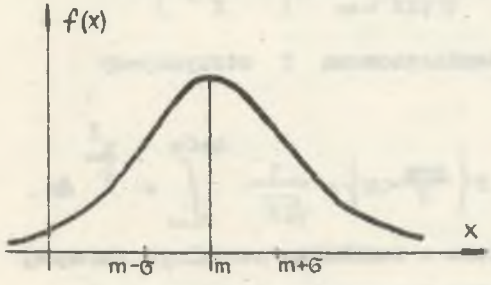
f(x) jest bowiem dla każdego x funkcją ciągłą i dla dowolnych wartości parametrów m i σ spełnia nierówność $f(x) > 0$.

Ponadto, gdy dokonamy podstawienia

$$z = \frac{x-m}{\sigma} \qquad (\sigma > 0)$$

otrzymamy

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right] dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{z^2}{2}}\, dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{2\pi} = 1.$$



Rys. 5.3.1

Wykres funkcji f(x), zwany krzywą normalną, przedstawia rysunek 5.3.1.

Występująca w f(x) stała m jest wartością przeciętną zmiennej losowej X, σ zaś jest jej odchyleniem stan-

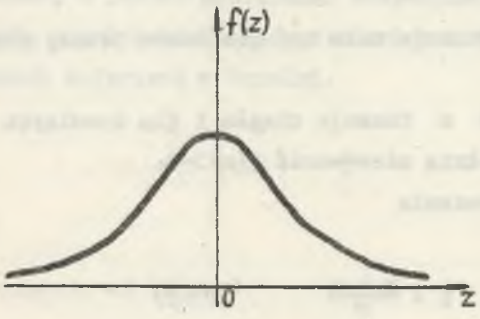
dardowym. Rozkład normalny o takich parametrach oznaczamy krótko $N(m;\sigma)$. W szczególności dla $m = 0$ i $\sigma = 1$ rozkład normalny $N(0,1)$ określa funkcja

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Dla rozkładu normalnego $N(0,1)$ istnieją dokładne tablice, z których korzysta się w obliczeniach.

Z każdego rozkładu normalnego $N(m;\sigma)$ możemy przejść do rozkładu $N(0;1)$ wprowadzając pomocniczą zmienną

$$Z = \frac{x-m}{\sigma}.$$



Rys. 5.3.2

Otrzymany rozkład normalny $N(0,1)$ nazywamy rozkładem unormowanym, a zmienną Z nazywamy zmienną losową standaryzowaną (lub unormowaną).

Krzywą rozkładu zmiennej losowej Z przedstawia rysunek 5.3.2.

Dystrybuantą rozkładu normalnego jest funkcja

$$F(x) = P(X < x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right] dx.$$

Wprowadzając zmienną losową standaryzowaną Z otrzymujemy

$$F(z) = P(Z < z) = P\left\{\frac{X-m}{\sigma} < z\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{m+\sigma z} e^{-\frac{z^2}{2}} dz.$$

Wszystkie zagadnienia związane z rozkładem normalnym zmiennej X będziemy rozwiązywali korzystając z pomocniczej zmiennej Z.

Przykład 5.3.1. Zmienna losowa X podlega rozkładowi normalnemu N(2;3). Obliczyć $P(X < 11)$.

Rozwiązanie: Funkcja gęstości rozkładu N(2;3) ma postać

$$f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-(x-2)^2}{2 \cdot 9}\right]$$

a stąd szukane prawdopodobieństwo

$$P(X < 11) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{11} \exp\left[\frac{-(x-2)^2}{2 \cdot 9}\right] dx .$$

Wprowadzając zmienną losową unormowaną

$$Z = \frac{X - 2}{3} \qquad \text{oraz} \qquad 3dz = dx$$

otrzymamy

$$P(X<11) = P(Z < 3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{3} \exp\left[-\frac{z^2}{2}\right] dz .$$

Przejdź na stronicę 38

(ze str. 37)

gęstości

$$\exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right]$$

>0

wartością

przeciętną

standardowym

normalny

$N(m,\sigma)$

A_1

Funkcja rzeczywista $f(x)$ może być funkcją gęstości pewnej zmiennej losowej X, jeżeli spełnia następujące warunki:

a) $f(x) \ldots 0$

b) całkowalna na ....

c) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \ldots$

przejdź na str. 39 A_2

---

normalnego

$N(m;\sigma)$

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

$$\frac{x-m}{\sigma}$$

B_1

Funkcja

$$f(x) = \ldots. \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right]$$

jest funkcją gęstości pewnej zmiennej losowej X ponieważ: a) jako funkcja wykładnicza jest dla ..... x .....

b) ..... w $(-\infty, +\infty)$

c) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \cdots$

przejdź na str. 39 B_2

---

normalnego

m, σ

m

symetryczny

nie

C_1

Dystrybuanta rozkładu normalnego $N(m,\sigma)$ określona jest wzorem

$$F(x) = P(X<x) = \ldots \int_{-\infty}^{x} \ldots$$

Jeżeli w całce tej dokonamy podstawienia

$Z = \ldots.$ (stąd $x = \ldots.$ i $dx = \ldots.$)

to otrzymamy

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \ldots.$$

przejdź na str. 39 C

(ze str. 38)

A_2

Zmienna losowa X ma rozkład normalny, jeżeli jej funkcja ..... dana jest wzorem

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdots\cdots \quad (\sigma \ldots\ldots).$$

Stała m jest ...., σ zaś jest odchyleniem ..... Rozkład normalny zależy od tych dwóch parametrów. Rozkład ..... oznaczamy krótko .....

przejdź na str. 38 B_1

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

dowolnego

nieujemna

całkowalna

1

B_2

Ponieważ dla rozkładu ..... N(0,1) opracowane zostały dokładne tablice więc z każdego rozkładu normalnego ..... możemy przejść do rozkładu unormowanego ..... korzystając z podstawienia

$$z = \cdots\cdots$$

przejdź na str. 38 C_1

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}\right]$$

$$\frac{X - m}{\sigma}$$

$\sigma z + m$

σdz

$\sigma z + m$

$$\int_{-\infty}^{\sigma z+m} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

C_2

Z rysunku 5.3.1. wynika, że wykres funkcji gęstości rozkładu ..... N(.....) jest względem prostej

$$x = \cdots\cdots \qquad \cdots\cdots$$

Jeżeli zmienia się m, to krzywa f(x) przesuwa się wzdłuż osi x-ów ... zmieniając przy tym samego kształtu.

przejdź na str. 38 C_1
a następnie na str. 40

Zadanie 5.3.1. Wykonaj wykresy rozkładów normalnych $N(1;\frac{1}{2})$; $N(1;1)$ $N(1;2)$ na jednym rysunku. Kształt krzywej, będącej wykresem gęstości zmiennej normalnej zależy (nie zależy) od wartości σ.

Stronica 41 zależy.

Stronica 42 nie zależy.

Do zadania 5.3.2. Normowanie rozkładu $N(m;\sigma)$ przez dokonanie podstawienia $z = \frac{x-m}{\sigma}$ polega na przesunięciu początku układu współrzędnych do punktu $O(m,0)$ oraz na wyrażeniu odciętych w jednostkach σ. Przez takie przesunięcie otrzymujemy nowy układ współrzędnych $O'(z,y)$ o jednostkach σ na osi z.

W otrzymanym układzie współrzędnych gęstośc rozkładu unormowanego $N(0,1)$, wyraża się wzorem

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

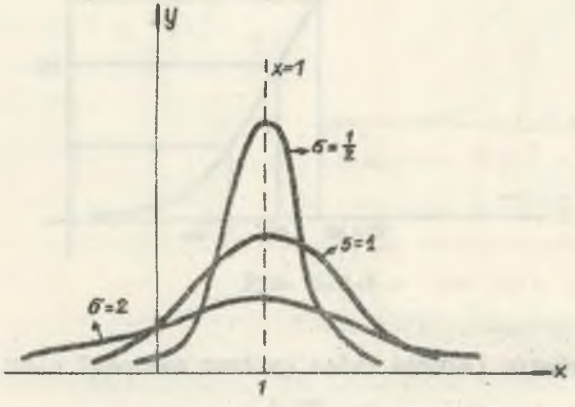
perzejdź obecnie do tekstu na str. 43

(ze str. 40)

Słusznie! Gdy parametr σ maleje, rzędna punktu $x = m$ wzrasta, w bliskim otoczeniu punktu m krzywa staje się stroma w stosunku do osi x-ów. Do tego wniosku dochodzimy badając wykresy przedstawione na rys. 5.3.3.

Gdy natomiast σ rośnie, krzywa spłaszcza się i jej wierzchołek obniża się.

Przejdź obecnie do zadania 5.3.2.



Rys. 5.3.3

Zadanie 5.3.2. Wyjaśnij na czym polega normowanie rozkładu $N(m;\sigma)$.

Porównaj swoje rozumowanie z wyjaśnieniem podanym na stronicy 40.

(ze str. 40)

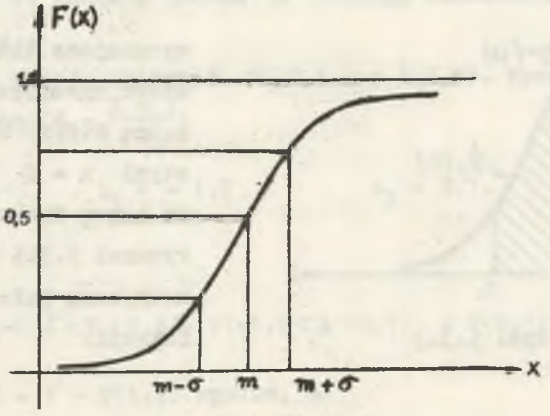
Źle! Wybór odpowiedzi nie jest właściwy. Porównaj kształty wykresów krzywych na rys. 5.3.3. i na podstawie dostrzeżonych różnic w wykresach i zmiany parametru σ wybierz i uzasadnij alternatywną odpowiedź.

Sprawdź odpowiedź na str. 41, a następnie przejdź do zadania 5.3.2.

5.3.2. Dystrybuanta rozkładu $N(m,\sigma)$ jest funkcją górnej granicy całki

$$F(x) = P(X < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right] dx .$$

Z określenia wynika, że wartość funkcji $F(x)$ w punkcie $x = x_0$ jest równa liczbowo polu zawartemu między wykresem gęstości, osią x-ów i rzędną w punkcie x_0. Rysunek 5.3.4. przedstawia wykres dystrybuanty rozkładu $N(m,\sigma)$.



Rys. 5.3.4

Wielkość pola leżącego poniżej całej krzywej wyraża się całką

$$I = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right] dx . \qquad (c)$$

Jeżeli w całce (c) dokonamy podstawienia $Z = \frac{X-m}{\sigma}$; $(dx = \sigma\, dz)$ to otrzymamy

$$I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz .$$

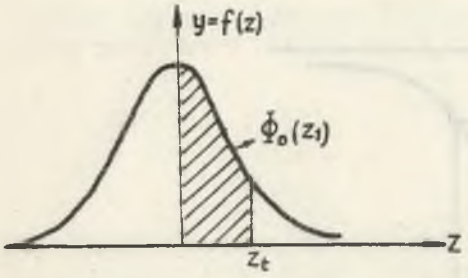
Widzimy, że dla dowolnych parametrów m i σ pole pod krzywą normalną $N(m,\sigma)$ jest równe polu pod krzywą $N(0,1)$. Innymi słowy, wielkość tego pola nie zależy od parametrów m i σ ; jest ono zawsze rów 1.

Gęstość rozkładu N(0,1) jest funkcją parzystą, zatem symetryczną względem osi y . Z tej uwagi wynika, że

$$F(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{0} e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx = \frac{1}{2} \quad \text{oraz } F(-x)=1 - F(x).$$

Funkcja postaci

$$\phi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{z} e^{-\frac{z^2}{2}}\, dz.$$



Rys. 5.3.5

wyrażająca liczbowo pole obszaru ograniczonego krzywą normalną N(0,1) osią x i prostymi x = 0 oraz x = z nosi nazwę funkcji Laplace'a, a rysunek 5.3.5 ilustruje geometryczną interpretację tej funkcji.

Zauważmy, że

1. $\phi_0(0) = 0$ oraz $\phi_0(\infty) = \frac{1}{2}$.

2. Ponieważ funkcja Laplace'a jest funkcją nieparzystą więc

$$\phi_0(-z) = -\phi_0(z).$$

Dla dowolnego x dystrybuantę rozkładu N(0,1) możemy wyrazić za pomocą całki Laplace'a w następujący sposób:

$$F(x) = \frac{1}{2} + \phi_0(z).$$

Ponieważ wartości funkcji Laplace'a są stablicowane, więc najczęściej korzystamy z niej w zastosowaniach praktycznych.

W przykładzie 5.3.1 otrzymujemy

$$P(X<11) = P(Z<3) = \frac{1}{2} + \phi_o(3) = 0,5 + 0,4986 = 0,9986.$$

Podobnie wykorzystując funkcję Laplace'a możemy obliczyć

$$P(x_1 \leq X < x_2),$$

gdy zmienna losowa X podlega rozkładowi normalnemu $N(m,\sigma)$.

Przykład 5.3.2. Zmienna losowa X podlega rozkładowi N(1,2). Obliczyć $P(|X|<2,4)$.

Rozwiązanie: Należy obliczyć $P(-2,4 < x < 2,4)$. Wprowadzamy zmienną standaryzowaną $Z = \frac{X-1}{2}$;

Zatem

$$z_1 = -1,7 \qquad z_2 = 0,7.$$

Stąd

$$(P(|X|<2,4) = P(-2,4<X<2,4) = P(-1,7<Z<0,7) = F(0,7) - F(-1,7).$$

Z uwagi $F(-1,7) = 1 - F(1,7)$ wynika, że

$$F(0,7) - F(-1,7) = F(0,7) - (1 - F(1,7)) = F(0,7) + F(1,7) - 1 =$$

$$= \frac{1}{2} + \phi_o(0,7) + \frac{1}{2} + \phi_o(1,7) - 1.$$

Ostatecznie

$$P(|X|<2,4) = \phi_o(0,7) + \phi_o(1,7) = 0,2580 + 0,4554 = 0,7134.$$

Przejdź obecnie na stronicę 46.

(ze str. 45)

nie jest

m, 6

zawsze

1

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$$

1

A_1

$F(x) = P(X < x)$ tj. ..... rozkładu $N(m\sigma)$ równa się liczbowo .... ograniczonemu osią x, rzędną w punkcie x oraz .... $N(m,\sigma)$

przejdź na str. 47 A_2

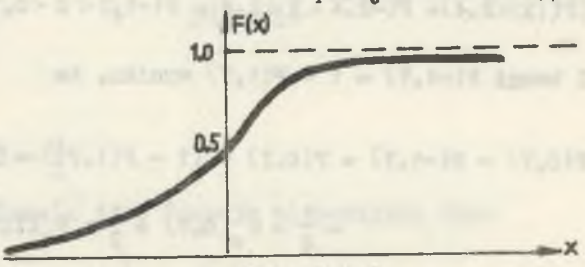
B_1

W obliczeniach praktycznych sprowadza się dystrybuantę rozkładu $N(m,\sigma)$ do dystrybuanty rozkładu ..... .

Rysunek 5.3.6. przedstawia ..... rozkładu...

Zauważmy, że $F(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{0} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$ = ...

przejdź na str. 47 B_2



Rys. 5.3.6

górnej

granicy

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{z} e^{-\frac{u^2}{2}}\,du$$

0,5

0

C_1

$P(x_2) - P(x_1)$

$\frac{1}{2}$

funkcję Laplace'a

Wartości funkcji $\Phi_0(z)$ są ..... i w oparciu o te tablice można wyznaczyć $P(X < x)$ dla każdej wartości ... . Wykorzystując bowiem funkcję .... i pamiętając, że $F(0)$= ... . możemy obliczyć

$P(X < x)$ = ... = 0,5 + ...

przejdź na str. 47 C_2

(ze str. 47)

A_2

dystrybuanta polu krzywą gęstości rozkładu

Pole S ograniczone osią x i całą krzywą gęstości rozkładu N(m,σ)... .... zależne od parametrów m i σ.
Dla każdych bowiem wartości parametrów ..... pole S jest ..... równe ... gdyż

$$S = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2^2}\right] dx = \ldots\ldots = \ldots\ldots$$

przejdź na str. 46 B_1

B_2

N(0,1) dystrybuantę N(0,1) 0,5

Funkcja Laplace'a $\phi_o(z)$ jest funkcją ... . całki, określona jest bowiem wzorem... .....
Z określenia $\phi_o(z)$ wynika, że

$\phi_o(+\infty) = \ldots\ldots$ $\phi_o(0) = \ldots\ldots$

przejdź na str. 46 C_1

C_2

stablicowane x $\phi_o(z)$ 0,5 F(x) $\phi_o(z)$

Rozumując analogicznie jak w ramce C_1 możemy obliczyć

$$P(x_1 < X < x_2) = \ldots\ldots$$

Jeżeli uwzględnimy związek $F(x) = \ldots\ldots + \Phi_o(z)$ wówczas prawdopodobieństwo możemy wyrazić przez ....

Przejdź na str.46 C_1
a następnie na str.48 do zad. 5.3.3

(ze str. 47)

Zadanie 5.3.3. Na stronicy 44 zauważyliśmy, że $F(-x) = 1 - F(x)$. Uzasadnij tę własność dystrybuanty rozkładu $N(0,1)$.

Porównaj swoje rozumowanie z uzasadnieniem podanym na str. 50.

Rozwiązanie zadania 5.3.4.

W interpretacji geometrycznej szukane prawdopodobieństwo jest liczbowo równe polu pod krzywą gęstości rozkładu $N(5,2)$ w przedziale $(+\infty, 3.6)$.

Przez dokonanie podstawienia $T = \frac{X - 5}{2}$ przekształcamy rozkład $N(5,2)$ w rozkład unormowany i wówczas

$$P(X < 3,6) = P(T < -0,7) = F(-0,7).$$

Pamiętając, że

$$F(-0,7) = 1 - F(0,7)$$

i korzystając z funkcji Laplace'a otrzymujemy

$$P(X < 3,6) = 1 - \left[0,5 + \Phi_0(0,7)\right] = 0,5 - 0,2580.$$

Ostatecznie

$$P(X < 3,6) = 0,2420.$$

Przejdź obecnie na str. 50
Tam znajdziesz następne zadanie.

(ze str. 50)

Słusznie! Możemy bowiem rozkład N(2;4) unormować podstawiając

$$Z = \frac{X - 2}{4} .$$

Wówczas prawdopodobieństwo

$$P(|X|>6) = P(X<-6) + P(X>6).$$

Stąd

$$P(|X|>6) = P(Z<-2) + P(Z>1) = 1 - P(Z<2) + 1 - P(Z<1).$$

Dalej

$$P(|X|>6) = 2 - \left[\frac{1}{2} + \phi_0(2)\right] - \left[\frac{1}{2} + \phi_0(1)\right]$$

ostatecznie

$$P(|X|>6) = 1 - 0,4773 - 0,3413 = 0,1814 .$$

Przejdź obecnie do tekstu na stronicy 52.

(ze str. 48)

Rozwiązanie zadania 5.3.3.

Zauważmy, że rozkład N(0,1) jest ciągły wobec tego

$$P(X = x) = 0 . \qquad (a)$$

Z uwagi na symetrię funkcji gęstości $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ pole pod wykresem na prawo od - x jest równe polu na lewo od x. tzn.

$$P(X > -x) = P(X < x) . \qquad (b)$$

Ponieważ

$$F(+\infty) = P(X < -x) + P(X = -x) + P(X > -x) = 1$$

więc uwzględniając (a) i (b) otrzymujemy

$$P(X < -x) = 1 - P(X < x)$$

czyli

$$F(-x) = 1 - F(x).$$

przejdź obecnie na str. 51
do zadania 5.3.4.

Zadanie 5.3.5

Zmienna losowa X podlega rozkładowi normalnemu N(2,4).W obliczeniu prawdopodobieństwa P(|X|>6) możemy (nie możemy) wykorzystać funkcję Laplace'a.

Stronica 49 możemy

Stronica 51 nie możemy.

Zadanie 5.3.4. Zmienna losowa X podlega rozkładowi N(5,2). Obliczyć $P(X < 3,6)$.

Uzyskany wynik porównaj z rozwiązaniem nr str. 48 .

Nie! Wybór odpowiedzi nie jest właściwy. Napewno nie zauważyłeś, że

$$|X| > 6 \Leftrightarrow (X < -6) \vee (X > 6)$$

więc

$$P(|X| > 6) = P(X < -6) + P(X > 6).$$

Prawa strona tej równości może być wyrażona przez funkcję $\Phi_0(z)$. Korzystając z tych uwag oblicz $P(|X| > 6)$.

Poprawność rozumowania i wynik możesz sprawdzić na str. 49 . Tam znajdziesz także temat następnego zadania.

5.3.3. Rozkład normalny odgrywa bardzo istotną rolę w rachunku prawdopodobieństwa i jego zastosowaniach. W przyrodzie i technice spotykamy się bardzo często ze zmiennymi losowymi o rozkładach normalnych, np. wytrzymałość elementów konstrukcyjnych, błędy pomiarów, wydajność pracy górników w kopalni itp., to klasyczne przykłady zmiennych losowych o rozkładzie normalnym.

Obok innych zastosowań rozkład normalny jest przydatny także w przybliżonym oszacowaniu rozkładu dwumianowego.

Dokładne bowiem obliczenie prawdopodobieństwa zdarzeń w rozkładzie dwumianowym przy dużych wartościach n jest bardzo kłopotliwe (z powodu pracochłonności obliczania $n!$).

Przy założeniu, że n jest duże możemy prawdopodobieństwo zdarzeń w rozkładzie Bernoullie'go obliczyć w przybliżeniu za pomocą rozkładu normalnego w oparciu o ważne twierdzenie, udowodnione przez Laplace'a.

Załóżmy, że zmienna losowa X ma rozkład dwumianowy oraz że $E(X) = np$ a $\sigma^2 = npq$. Przy tych założeniach twierdzenie Laplace'a możemy sformułować w następujący sposób:

jeżeli n wzrasta nieograniczenie, to dla dowolnego z

$$P\left\{\frac{X - np}{\sqrt{np\,q}} < z\right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx = 0{,}5 + \phi_0(z).$$

Na podstawie tego twierdzenia możemy napisać przybliżoną równość:

$$P\left\{a < X < b\right\} = P\left\{\frac{a - np}{\sqrt{np\,q}} < \frac{x - np}{\sqrt{np\,q}} < \frac{b - np}{\sqrt{np\,q}}\right\} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_a}^{z_b} e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx,$$

gdzie: $z_a = \frac{a - np}{\sqrt{np\,q}}$, $\quad z_b = \frac{b - np}{\sqrt{np\,q}}$.

Przykład 5.3.3. Dana jest partia towaru składającego się ze sztuk dobrych i niedobrych o wadliwości $p = 0{,}15$. Z tej partii pobrano próbkę w losowaniu zwrotnym liczącą $n = 200$ sztuk. Obliczyć prawdopodobieństwo, że liczba wadliwych sztuk w pobranej próbce zawarta będzie między 25 i 35 sztuk.

Rozwiązanie: Liczba X sztuk wadliwych znalezionych w tej próbce ma rozkład dwumianowy. Zmienna ta może przyjmować jedną z wartości 0, 1, 2 ..., 200 z prawdopodobieństwami

$$P(X = k) = \binom{200}{k}\left(\frac{15}{100}\right)^{k}\left(\frac{85}{100}\right)^{200-k}.$$

Ponadto

$$E(X) = np = 200 \cdot 0{,}15 = 30$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{30 \cdot \frac{85}{100}} \approx 5{,}05 .$$

Prawdopodobieństwo, że zmienna X przyjmie jedną z wartości 25, 26, 27, ..., 35 wynosi

$$P\{24 < X < 36\} = P\left\{\frac{24-30}{5{,}05} < \frac{x-np}{\sqrt{npq}} < \frac{36-30}{5{,}05}\right\} = P\left\{-1{,}19 < \frac{x-np}{\sqrt{npq}} < 1{,}19\right\} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-1{,}19}^{1{,}19} e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx = 0{,}766 .$$

(ze str. 53)

Laplace'a

n

P(X = k)

A_1

Rozkład normalny znajduje zastosowanie..
..... oszacowaniu rozkładu .....
Gdy zmienna losowa X podlega rozkładowi dwumianowemu, wówczas obliczenie

$$P(X = k) = \ldots\ldots\ldots$$

dla dużych n jest bardzo pracochłonne.

przejdź na str.55 do punktu A_2

---

unormowana
dwumianowym
miejszą
dystrybuanty
normalnego

B_1

Gdy E(X) = np jest przeciętną a $\sigma = \sqrt{npq}$ odchyleniem ..... zmiennej losowej X rozkładu ....., to

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{npq}}$$

jest ..... zmienną losową, której E(Z) = ... oraz σ_z = ...

przejdź na str.55 do punktu B_2

(ze str. 54)

w przybliżonym dwumianowego $\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$	A_2 Dla zmiennej losowej X, podlegającej rozkładowi Bernoullie'go, przy dużych n, w oparciu o twierdzenie ..... możemy z dobrym przybliżeniem (tym lepszym im większe..) obliczyć ..... gdzie k = 0, 1, 2,..., n. Przejdź na str. 54 do punktu B_1
standardowym Bernoullie'go unormowaną 0 1	B_2 Słownie twierdzenie Laplace'a brzmi: "prawdopodobieństwo tego, że ..... zmienna losowa o rozkładzie ..... przyjmie wartość ..... od liczby z, dąży ze wzrostem n do wartości ..... rozkładu ..... w punkcie z. przejdź na str. 54 do punktu B_1 a następnie na str. 56.

(ze str. 55)

Zadanie 5.3.6. Prawdopodobieństwo popsucia się aparatu w trakcie sprawdzania jego niezawodności jest równe $p = 0,05$.

Prawdopodobieństwo, że w trakcie sprawdzania 100 aparatów popsuje się mniej niż 5 aparatów jest równe (nie jest równe) 0,250.

Stronica 57 jest równe

Stronica 59 nie jest równe.

Zadanie 5.3.7. Mamy 100 obrabiarek pracujących niezależnie od siebie, o tej samej mocy i tym samym sposobie pracy. Każda z nich jest włączona w ciągu 0,8 całego czasu pracy.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że w dowolnie wybranej chwili będzie włączonych od 70 do 86 obrabiarek?

Poprawność rozumowania i wynik zadania możesz spwadzić na stronicy 58. Znajdziesz tam także temat następnego zadania.

(ze str. 56)

Źle! Zapewne dokonałeś wyboru odpowiedzi bez dokładnej analizy i poprawnego rozwiązania zadania.

Należy zauważyć, że dokonujemy serię 100 doświadczeń zgodnie ze schematem Bernoullie'go. Zdarzenia polegające na popsuciu się aparatów podczas kontroli są bowiem zdarzeniami niezależnymi, które mogą zajść ze stałym prawdopodobieństwem $p = 0{,}05$. Szukane prawdopodobieństwo obliczyć moglibyśmy ze wzoru rozkładu dwumianowego. Ponieważ liczba sprawdzanych aparatów jest duża, więc możemy je obliczyć w sposób przybliżony korzystając ze wzoru Laplace'a.

Wróć na stronicę 56, przeczytaj dokładnie zadanie i rozwiąż je jeszcze raz.

Poprawność rozumowania możesz sprawdzić na stronicy 59. Następnie przejdź do zadania 5.3.7 na stronicy 56.

(ze str. 56)

Rozwiązanie zadania 5.3.7

Tekst zadania pozwala przyjąć, że dokonujemy 100 niezależnych doświadczeń i w każdym z nich zdarzenie A pojawia się z tym samym prawdopodobieństwem $p = 0,8$.

Zatem spełnione są tu warunki schematu Bernoullie'go.

Obliczamy:

$$np = 100 \cdot 0,8 = 80$$

$$npq = 80 \cdot 0,2 = 16 \qquad \sigma = \sqrt{npq} = 4.$$

Ponieważ liczba obrabiarek jest duża, więc dla celów praktycznych, szukane prawdopodobieństwo możemy w przybliżony sposób obliczyć za pomocą twierdzenia Laplace'a.

$$P(70 < X < 86) \approx P\left(\frac{70 - 80}{4} < Z < \frac{86 - 80}{4}\right) = P\left\{-\frac{5}{2} \leq Z < \frac{3}{2}\right\} =$$

$$P\left(\frac{3}{2}\right) - P\left(-\frac{5}{2}\right) = 0,5 + \phi_0\left(\frac{3}{2}\right) - 1 + 0,5 + \phi_0\left(\frac{5}{2}\right) = \phi_0\left(\frac{3}{2}\right) + \phi_0\left(\frac{5}{2}\right) = 0,9269.$$

Zadanie 5.3.8. W zagadnieniach związanych z rozkładem dwumianowym zamiast zmiennej losowej X (wyrażającej liczby zajścia sukcesu w n niezależnych doświadczeniach) często rozważana jest zmienna

$$\frac{X}{n} = w(A)$$

czyli częstość zajścia sukcesu.

Podaj wzór Laplace'a dla zmiennej $\frac{X}{n}$.

Sprawdź otrzymany wynik na stronicy 59.

(ze str. 56)

Słusznie! Szukane prawdopodobieństwo nie jest równe 0,250. Zauważyliśmy, że liczebność sprawdzanych aparatów jest duża, więc zadanie można rozwiązać w sposób przybliżony, ale z dostateczną dla praktyki dokładnością, za pomocą twierdzenia Laplace'a.

Na mocy tego twierdzenia prawdopodobieństwo, popsucia się mniej niż 5 aparatów:

$$P(X<5) = P(0\leq X<5) = P\left\{\frac{-5}{\sqrt{4,75}} < z < 0\right\} \approx \frac{1}{2} - \int_{\frac{-5}{\sqrt{4,75}}}^{0} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx =$$

$$= F(0) - F\left(-\frac{5}{\sqrt{4,75}}\right).$$

Korzystając z własności dystrybuanty rozkładu normalnego otrzymujemy ostatecznie

$$F(0)-F\left(-\frac{5}{\sqrt{4,75}}\right) = \frac{1}{2} - \left[1-F\left(\frac{5}{4,75}\right)\right] = \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{2} + \Phi_0\left(\frac{5}{\sqrt{4,75}}\right) = 0,4889.$$

Przejdź obecnie na stronicę 56 znajdziesz tam następne zadanie.

Rozwiązanie zadania 5.3.8.

Ponieważ

$$\frac{X - np}{\sqrt{npq}} = \frac{\frac{X}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$$

zatem wzór Laplace'a przybierza dla zmiennej losowej $\frac{X}{n}$ postać

$$P\left[\frac{\frac{X}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \leq z\right] \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx = \frac{1}{2} + \Phi_0(z).$$

Przejdź do tekstu na str. 60.

Po dwugodzinnej pracy studentów z podręcznikiem programowanym następne dwugodzinne zajęcia odbywały się w formie wykładu.

Po samodzielnym przerobieniu przez studentów podgrupy E materiału nauczania zawartego w przedstawionym przykładowo tekście programowanym na wykładzie został przekazany materiał, obejmujący w sposób rozszerzony i pogłębiony rozkład normalny i twierdzenie Laplace'a. W wykładzie tym uwypuklono następujące punkty:

1. Funkcja tworząca i momenty rozkładu normalnego. Parametry m i σ Wykazano przy tym, że wszystkie nieparzyste momenty centralne w unormowanym rozkładzie normalnym są równe 0 (jako wnioski: współczynnik asymetrii i eksces rozkładu normalnego są równe zeru).

2. Funkcja Laplace'a i obliczanie prawdopodobieństw, gdy zmienna losowa X podlega rozkładowi normalnemu. Omówiono $P\{|X-m| > \lambda\sigma\}$ dla $\lambda = 1, 2, 3$ (zwrócono uwagę na to, że rozkład normalny zmiennej X jest bardzo skupiony w pobliżu jej wartości przeciętnej).

3. Rozkład normalny jako przybliżone oszacowanie rozkładu dwumianowego. Wykazano, że ze wzrostem n funkcja tworząca unormowanej zmiennej losowej o rozkładzie dwumianowym nieograniczenie zbliża się do funkcji tworzącej rozkładu normalnego.

4. Uzasadnienie twierdzenia Laplace'a i w oparciu o to twierdzenie wyprowadzenie twierdzenia Bernoulliego.

Najbliższe zajęcia w podgrupie E po każdym dwugodzinnym wykładzie prowadzone były w formie ćwiczeń tablicowych. Zakres i tematyka zadań rozwiązywanych na tych ćwiczeniach obejmowały programowy materiał nauczania zarówno podawany na wykładzie jak i zawarty w aktualnie przerabianym tekście programowanym.

Po wykładzie, którego treść podano wyżej w punktach, na ćwiczeniach tablicowych były rozwiązywane następujące zadania:

1. Zbadać przebieg zmienności i sporządzić szkic wykresu funkcji gęstości rozkładu normalnego.

2. Obliczyć z definicji wartość przeciętną zmiennej losowej X podlegającej rozkładowi normalnemu.

3. Na jednym rysunku wykonać szkic zbioru krzywych rozkładów normalnych: $N(0, \frac{1}{2})$, $N(0,1)$, $N(0,3)$, $N(0,5)$.

4. Zmienna losowa podlega rozkładowi normalnemu N(2,4). Obliczyć $P(|X| > 6)$. (Zadanie kontrolne: porów. zadanie 5.3.5).

5. Zakupiono 900 sztuk towaru, którego wadliwość średnia wynosi 10% Obliczyć prawdopodobieństwo, że ilość znalezionych w tej partii sztuk wadliwych będzie zawierać się w granicach od 9% do 12%.

6. W wyniku sprawdzenia dokładności pracy przyrządu stwierdzono, że 80% błędów nie wyszło za granice ± 20 m. Wyznaczyć średni błąd przyrządu, jeżeli wiadomo, że przyrząd nie robi błędów systematycznych, a błędy losowe mają rozkład normalny.

7. Partia towaru ma wadliwość 5%, Ilu elementową próbkę należy pobrać, aby z prawdopodobieństwem 0,99 można było twierdzić, że liczba sztuk wadliwych jest zawarta w granicach od 4% do 6%?

8. Ile razy trzeba rzucić kostką, aby częstość wyrzucenia czwórki z prawdopodobieństwem 0,997 odchylała się od $\frac{1}{6}$ mniej niż 5%?

Z podanego wyżej przykładu nowej organizacji pracy studentów wynika że centralnym ogniwem w procesie zaznajomienia studentów z nowymi, podstawowymi treściami materiału nauczania był w podgrupach E tekst programowany. Statystyczna zaś analiza wyników badań kontrolnych przeprowadzona w następnym rozdziale, pozwala wykryć do jakich rezultatów może prowadzić nowa organizacja procesu dydaktycznego na zajęciach z matematyki.

ROZDZIAŁ III

ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ

1. Opis przebiegu badań kontrolnych

Przedstawiony w II rozdziale przykładowo fragment organizacji pracy na zajęciach z matematyki podgrupy E z uwzględnieniem nauczania programowanego w zespołach studenckich był częścią składową zajęć prowadzonych w ramach wspomnianego eksperymentu naturalnego, celem sprawdzenia hipotezy roboczej sformułowanej w I rozdziale (str.).

Zasadniczy eksperyment odbywający się w semestrze zimowym roku akad. 1968/69 obejmował cały programowy materiał nauczania z zakresu teorii rachunku prawdopodobieństwa podany w punktach na str.

Materiału do badania w jakim stopniu młodzież opanowała treści nauczania i umiejętności posługiwania się nimi w praktyce dostarczyły 4 badania kontrolne, przeprowadzone w formie dwugodzinnych kolokwiów pisemnych, wspólnych dla obu podgrup. Kolokwia te stanowiły podstawę do oceny pracy studentów dla władz Uczelni, a w szczególności decydowały o zaliczeniu zajęć z teorii rachunku prawdopodobieństwa.

Kolokwia odbyły się w następujących terminach:

I.	kolokwium	31 października	1968 r.
II.	"	24 listopada	1968 r.
III.	"	18 grudnia	1968 r.
IV.	"	14 stycznia	1969 r.

Studenci podgrup objętych eksperymentem w każdym badaniu kontrolnym rozwiązywali z reguły sześć zadań. Tematy tych zadań były tak dobrane, że poprawne ich rozwiązanie uwarunkowane było posiadaniem pojęć operatywnych z zakresu poznawanego w okresie kolokwialnym programowego materiału nauczania.

Sposób punktowania rozwiązań zadań kontrolnych był tak opracowany, że maksimum punktów możliwych do uzyskania w każdym kolokwium wynosiło 100.

Tablica 4 przedstawia wyniki wszystkich badań kontrolnych podgrupy P_1, a tablica 5 podgrupy P_2.

Tablica 4

Wyniki badań kontrolnych podgrupy P_1 wyrażone w punktach

Rodzaj podgrupy			
E	K	E	K
I kolokwium	II kolokwium	III kolokwium	IV kolokwium
72	66	70	60
68	70	82	74
83	70	75	60
98	90	94	82
96	100	96	88
56	0	68	40
85	30	62	40
42	35	46	32
38	30	52	32
62	52	70	40
56	50	48	44
36	40	55	50
58	30	64	44
28	30	38	30
36	40	56	44
85	50	68	58
999	783	1044	818
$\bar{x}$ = 62,44	$\bar{x}$ = 48,9	$\bar{x}$ = 65,25	$\bar{x}$ = 51,11

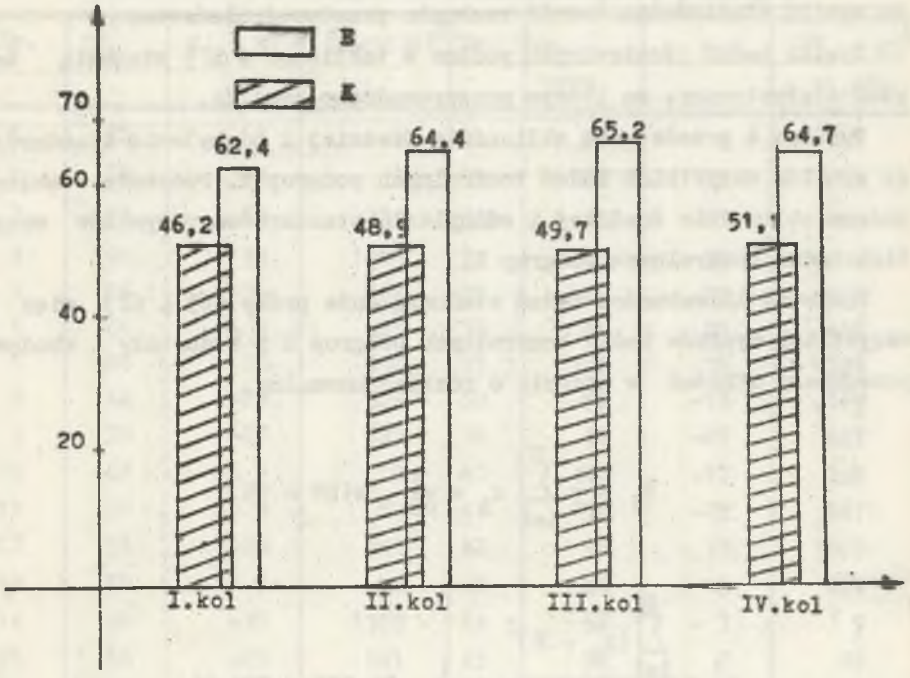
Tablica 5

Wyniki badań kontrolnych podgrupy P_2, wyrażone w punkach

Rodzaj podgrupy			
K	E	K	E
I kolokwium	II kolokwium	III kolokwium	IV kolokwium
30	48	40	52
80	98	72	92
50	42	40	55
30	86	65	60
80	100	92	100
40	52	44	62
50	44	0	58
42	48	36	38
20	36	40	48
62	98	68	88
60	80	62	76
35	62	50	72
40	72	54	80
52	68	60	74
38	32	20	0
30	64	52	80
739	1030	795	1035
$\bar{x}$ = 46,18	$\bar{x}$ = 64,37	$\bar{x}$ = 49,7	$\bar{x}$ = 64,7

Wszystkie badania kontrolne miały na celu zbadanie do jakich rezultatów prowadzi nowa organizacja pracy studentów na zajęciach z matematyki, na tle tradycyjnymi metodami pracującej podgrupy, a nie ustalenie wyników nauczania. Ze względu na ograniczoną reprezentatywność zebranego materiału empirycznego wnioski i uogólnienia wynikające z danych liczbowych odnoszą się wyłącznie do badanych przez nas podgrup.

Diagram rys. 3.1.1 przedstawia przeciętne liczby punktów uzyskanych przez podgrupy E i K w kontrolnych kolokwiach (I - IV).



Rys. 3.1.1

2. Analiza statystyczna wyników badań kontrolnych

Zgodnie z założoną hipotezą (str. 19), zadaniem badań kontrolnych było:

a) ujawnienie aktywności studentów podgrupy E w procesie zdobywania wiedzy z matematyki na tle tradycyjnie pracującej podgrupy K,

b) zbadanie zależności między organizacją procesu dydaktycznego na zajęciach w uczelni a stopniem operatywności zdobytej przez studentów wiedzy o określonych formach nauczania.

Statystyczna analiza danych tablicy 2 i tablicy 3 pozwala przypuszczać, że został dokonany we właściwy sposób podział grupy dziekańskiej na dwie podgrupy równoważne pod względem przygotowania z matematyki w zakresie kursu inżynierskiego i pod względem zasobów wiedzy z zakresu

materiału nauczania, na którym zorganizowano badanie. Z tej uwagi wynika, że obie podgrupy studentów dawały gwarancje na względnie jednakowe wyniki studiowania teorii rachunku prawdopodobieństwa.

Wyniki badań kontrolnych podane w tablicach 4 i 5 stanowią materiał statystyczny, na którym przeprowadzono analizę.

Tablica 6 przedstawia obliczenie średniej i odchylenia standardowego wyników wszystkich badań kontrolnych podgrup E. Podobnie tablica 7 podane obliczenie średniej i odchylenia standardowego wyników wszystkich badań kontrolnych podgrup K.

Ponieważ liczebności badań stanowią duże próby (63 i 62) więc dla wszystkich wyników badań kontrolnych podgrup E i K zostały zbudowane przedziały ufności w oparciu o rozkład normalny.

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{63} \cdot 4108 = 65$$

$$s_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{1}{62} \cdot 24.097 = 388,66$$

$$s_1 = \sqrt{388,66} = 19,72 .$$

Przedział ufności dla średniej m wyników badań kontrolnych podgrup E dla $1 - \alpha = 0,9$ budujemy w oparciu o rozkład normalny według wzoru

$$P\left\{\bar{x}_1 - \mu_\alpha \frac{s_1}{\sqrt{n}} < m < \bar{x}_1 + \mu_\alpha \frac{s_1}{\sqrt{n}}\right\} = 1 - \alpha .$$

Dla $1 - \alpha = 0,9$ odczytujemy z tablicy rozkładu normalnego $N(0, 1)$ wartość $\mu_\alpha = 1,64$. Otrzymujemy zatem następujący przedział ufności dla wartości średniej badań kontrolnych podgrup E

$$65 - 1,64 \cdot \frac{19,72}{7,94} < m_1 < 65 + 1,64 \cdot \frac{19,72}{7,94} .$$

Tablica 6

Obliczenie $\bar{x}$ i odchylenia standardowego s, podgrup E

Lp.	x_i	$x_i - x$	$(x_i - x)^2$	Lp.	x_i 1799	$x_i - x$	$(x_i - x)^2$ 11.659
1	72	7	49	31	36	- 9	81
2	68	3	9	32	68	3	9
3	83	18	324	33	48	-17	289
4	98	33	1089	34	98	33	1089
5	96	31	961	35	42	-23	529
6	56	- 9	81	36	86	21	441
7	85	20	400	37	100	35	1225
8	42	-23	529	38	52	-13	169
9	38	-27	729	39	44	-21	441
10	62	- 3	9	40	48	-17	289
11	56	- 9	81	41	36	-29	841
12	36	-29	841	42	98	33	1089
13	58	- 7	49	43	80	15	225
14	28	-37	1369	44	62	- 3	9
15	36	-29	841	45	72	7	49
16	85	20	400	46	68	3	9
17	70	5	25	47	32	33	1089
18	82	17	289	48	64	- 1	1
19	75	10	100	49	52	-13	169
20	94	29	841	50	92	27	729
21	96	31	961	51	55	-10	100
22	68	3	9	52	60	- 5	25
23	62	- 3	9	53	100	35	1225
24	46	-19	361	54	62	- 3	9
25	52	-13	169	55	58	- 7	49
26	70	5	25	56	38	-27	729
27	48	-17	289	57	48	-17	289
28	55	-10	100	58	88	23	529
29	64	- 1	1	59	76	11	121
30	38	-27	729	60	80	15	225
				62	74	9	81
				63	80	15	225
1799			11.659		4108		24.007

Tablica 7

Obliczenie $\bar{x}$ i odchylenia standardowego s wyników badań kontrolnych podgrup K

Lp.	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	Lp.	x_i 1601	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$ 11.916.70
1	66	15,44	237,16	32	30	-20,56	424,36
2	70	19,44	376,36	33	80	29,44	864,36
3	70	19,44	376,36	34	50	- 0,56	0,31
4	90	39,44	1560,16	35	30	-20,36	424,36
5	100	49,44	2440,36	36	80	29,44	864,36
6	30	-20,56	424,36	37	40	-10,56	112,36
7	35	-15,56	240,25	38	50	- 0,56	0,31
8	30	-20,56	424,36	39	42	- 8,56	73,27
9	52	1,44	2,07	40	20	-30,56	936,36
10	50	- 0,56	0,31	41	62	11,44	129,96
11	40	-10,56	112,36	42	60	9,44	89,11
12	30	-20,56	424,36	43	35	-15,56	240,25
13	30	-20,56	424,36	44	40	-10,56	112,36
14	40	-10,56	112,36	45	52	1,44	2,07
15	50	- 0,56	0,31	46	38	-12,56	158,76
16	60	9,44	89,11	47	30	-20,56	424,36
17	74	23,44	547,56	48	40	-10,56	112,36
18	60	9,44	89,11	49	72	21,44	457,96
19	82	31,44	985,96	50	40	-10,56	112,36
20	88	37,44	1398,76	51	65	14,44	207,36
21	40	-10,56	112,36	52	92	41,44	1713,96
22	40	-10,56	112,36	53	44	- 6,56	43,03
23	32	-18,56	342,25	54	36	-14,56	213,16
24	32	-18,56	342,25	55	40	-10,56	112,36
25	40	-10,56	112,36	56	68	17,44	302,76
26	44	- 6,56	43,03	57	62	11,44	129,96
27	50	- 0,56	0,32	58	50	- 0,56	0,31
28	44	- 6,56	43,03	59	54	3,44	11,83
29	30	-20,56	424,36	60	60	9,44	89,11
30	44	- 6,56	43,03	61	20	-30,56	936,36
31	58	7,44	55,35	62	52	1,44	2,07
1601			11916,70		3135		21218,57

czyli

$$60{,}93 < m_1 < 69{,}07$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{62} \cdot 3135 = 50{,}56$$

$$s_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{1}{61} \cdot 21.218{,}57 = 347{,}8454$$

$$s_2 = \sqrt{347{,}8454} = 18{,}66.$$

Zbudowany w oparciu o rozkład normalny, podobnie jak dla podgrup E, przedział liczbowy o krańcach 46,75 i 54,53 z prawdopodobieństwa 0,90 pokrywa średnią m wyników badań kontrolnych podgrup K.

Dla wyników badań kontrolnych podgrup odpowiednio E i K tablice 8 i 9 przedstawiają pogrupowane liczebności, do których zastosowano test chi-kwadrat, pozwalający ustalić, czy dane liczebności podlegają rozkładowi normalnemu.

Tablica 8

Wyniki badań kontrolnych podgrup E układają się według rozkładu podanego w tablicy 8

Lp.	Przedziały klasowe	Liczebność
1	0 - 40	8
2	41 - 50	8
3	51 - 60	10
4	61 - 70	11
5	71 - 80	8
6	81 - 90	9
7	91 - 100	9
		63

Tablica 9

Wyniki badań kontrolnych podgrup K układają się według rozkładu podanego w tablicy 9

Lp.	Przedziały klasowe punktów	Liczebności
1	0 - 30	10
2	31 - 40	16
3	41 - 50	11
4	51 - 60	9
5	61 - 70	7
6	71 - 80	4
7	81 - 100	5
		62

Weryfikacja hipotezy H_o na poziomie istotności $\alpha = 0,05$, że rozkład wyników badań kontrolnych podgrup E jest normalny o przeciętnej $m_1 = 65$ i $\sigma_1 = 19,72$.

Tablica 10

Hipotezę H_o weryfikuję za pomocą testu χ^2

Lp.	x_i	n_i	u_i	$F(u_i)$	p_i	np_i	$(n_i-np_i)^2$	$\frac{(n_i-np_i)^2}{np_i}$
1	40	8	-1,27	0,1020	0,1020	6,4260	2,4650	0,383
2	50	8	-0,75	0,2236	0,1216	7,6608	0,1156	0,015
3	60	10	-0,25	0,4013	0,1777	11,1951	1,4400	0,128
4	70	11	0,25	0,5987	0,1974	12,4362	2,0449	0,164
5	80	8	0,76	0,7764	0,1777	11,1951	10,1761	0,909
6	90	9	1,17	0,8980	0,1216	7,6608	1,7956	0,233
7	100	9	-	-	0,1020	6,4260	6,6049	1,028
		63			1,0000	63		2,860

Otrzymałem wartość statystyki $\chi^2 = 2{,}86$ a liczba stopni swobody wynosi 7-2 - 1 = 4.

Z tablicy rozkładu χ^2 dla 4 stopni swobody i przyjętego poziomu istotności $\alpha = 0{,}05$ odczytuję wartość krytyczną

$$\chi^2_\alpha = 9{,}488 .$$

Ponieważ

$$\chi^2 = 2{,}86 < 9{,}488 = \chi^2_\alpha$$

nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_o, że rozkład wyników badań kontrolnych podgrup E jest normalny.

Weryfikacja hipotezy H_o na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$, że rozkład wyników badań kontrolnych podgrup K jest normalny o przeciętnej $m_2 = 50{,}56$ i $\sigma_2 = 18{,}66$.

Tablica 11

Hipotezę H_o weryfikujemy za pomocą testu χ^2

Lp.	x_i	n_i	$u_i = \frac{x_i - m_2}{\sigma_2}$	$F(u_i)$	p_i	np_i	$(n_i - np_i)^2$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
1	30	10	-1,10	0,1337	0,1357	8,4134	2,5881	0,308
2	30	16	-0,56	0,2877	0,1520	9,4240	43,2964	4,595
3	50	11	-0,03	0,4880	0,2003	12,4186	2,0164	0,162
4	60	9	0,56	0,7123	0,2243	13,9066	24,1081	1,734
5	70	7	1,04	0,8508	0,1385	8,5870	2,5281	0,296
6	80	4	1,58	0,9430	0,0922	5,7164	2,9584	0,519
7	100	5	-	-	0,0570	3,5340	2,1316	0,603
62					1,0000	62		8,217

Otrzymaliśmy wartość statystyki $\chi^2 = 8{,}217$ a liczba stopni swobody wynosi $7 - 2 - 1 = 4$.

Z tablicy roukładu χ^2 dla 4 stopni swobody i przyjętego poziomu istotności $\alpha = 0{,}05$ odczytujemy wartość krytyczną

$$\chi^2_\alpha = 9{,}4888 .$$

Ponieważ

$$\chi^2 = 8{,}217 < 9{,}488 = \chi^2_\alpha$$

nie ma więc podstaw do odrzucenia hipotezy H_o, że rozkład wyników badań kontrolnych podgrup K jest normalny. Stwierdziliśmy zatem, że wyniki badań kontrolnych podgrup odpowiednio E i K mają w przybliżeniu rozkład normalny.

Przed zastosowaniem testu t Studenta dla hipotezy H_o, dotyczącej średnich wyników badań kontrolnych pogdrup E i K sprawdzamy założenie tego testu, że wariancje wyników badań są dla obu podgrup identyczne.

Na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$ sprawdzamy hipotezę H_o: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (czyli, że wariancje wyników badań kontrolnych podgrup E i podgrup K są sobie równe), wobec hipotezy alternatywnej H_1: $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$

W naszych badaniach wartość statystyki F wynosi

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{388{,}66}{347{,}85} = 1{,}117 .$$

Z tablicy rozkładu F Snedecora dla $n_1 - 1 = 62$ oraz $n_2 - 1 = 61$ stopni swobody i przyjętego poziomu istotności $\alpha = 0{,}05$ odczytujemy wartość krytyczną

$$F_\alpha = 1{,}53 .$$

Ponieważ

$$F = 1{,}117 < 1{,}53 = F_{\alpha}$$

nie ma zatem podstaw do odrzucenia hipotezy H_0, że wariacje wyników badań kontrolnych w obu podgrupach są jednakowe.

W następstwie otrzymanego wyniku możliwe jest zastosowanie testu t Studenta dla średnich m_1 i m_2 wyników badań kontrolnych podgrup E i podgrup K.

Przez m_1 i m_2 oznaczamy wartość średnią wyników badań kontrolnych odpowiednie podgrup E i podgrup K. Na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$ weryfikujemy więc hipotezę H_0: $m_1 = m_2$ wobec hipotezy alternatywnej H_1: $m_1 > m_2$.

Z tablicy rozkładu t Studenta dla $\alpha = 0{,}05$ oraz dla $n_1 + n_2 - 2 = 123$ stopni swobody odczytujemy wartość krytyczną

$$t_{\alpha} = 1.960 .$$

Obliczona na podstawie wyników naszych badań wartość statystyki t wynosi

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{65 - 50{,}56}{\sqrt{\frac{24097 + 21218{,}57}{125 - 2}\left(\frac{1}{63} + \frac{1}{62}\right)}} =$$

$$= \frac{14{,}44}{3{,}433}$$

$$t = 4{,}206 .$$

Ponieważ z porównania t i t_{α} wynika, że

$$t = 4{,}206 > 1{,}960 = t_{\alpha}$$

zatem hipotezę H_0: $m_1 = m_2$ odrzucamy na korzyść hipotezy alternatywnej H_1: $m_1 > m_2$; możemy bowiem twierdzić z 5% ryzykiem błędu, że pomiędzy średnimi wyników obu podgrup jest istotna różnica. Z tym samym też ryzykiem błędu twierdzimy, że włączenie tekstów programowanych z teorii rachunku prawdopodobieństwa w organizację procesu nauczania w uczelni wpływa wydatnie na zwiększenie efektywności pracy dydaktycznej i w porównaniu z nauczaniem konwencjonalnym jest bardziej skuteczne.

Przyjmując więc za podstawę przedstawione w tablicach 4 i 5 dane liczbowe wyników badań kontrolnych oraz wnioski wynikające z analizy statystycznej, wydaje się słuszne stwierdzenie, że wyniki eksperymentu p o t w i e r d z a j ą przyjętą h i p o t e z ę.

3. Analiza roli łączenia nauczania programowanego z nauczaniem konwencjonalnym matematyki w wyższej szkole technicznej

W omawianej organizacji procesu dydaktycznego nauczania programowane spełnia rolę p o m o c n i c z ą w przygotowaniu studentów do optymalnego korzystania z wykładu.

Dostarczone bowiem teksty programowane z zakresu teorii rachunku prawdopodobieństwa zaznajamiały studentów z p o d s t a w o w y m i elementami określonej partii materiału nauczania oraz nie dopuszczały do narastania luk w wiedzy wskutek nieuwagi na wykładach lub ćwiczeniach, przez co przygotowywały słuchaczy do lepszej percepcji wykładu.

Natomiast g ł ó w n ą i k l u c z o w ą pozycję w całym procesie nauczania przypisaliśmy wykładowi.

Dla przygotowanych słuchaczy konwencjonalny wykład może ujmować materiał nauczania w sposób p o g ł ę b i o n y i r o z s z e r z o n y przy równoczesnym urozmaiceniu odmiany wykładu. Dla takich studentów wykład częściej może być wykładem p r o b l e m o w y m, w którym można podać pewne treści w postaci problemów, rozwiązywanych przez wykładowcę. W wykładzie problemowym także łatwiej można ilustrować zastosowanie matematyki w rozwiązywaniu zadań z zakresu nauk technicznych. Druga ważna odmiana wykładu, to wykład p o r z ą d k u j ą-

c y i u t r w a l a j ą c y pewien zakres przerobionego materiału[1]. W takim wykładzie można ująć syntetycznie wyniki cząstkowych opracowań w pewną całość.

Obie odmiany wykładów są wręcz konieczne w nauczaniu matematyki w wyższej szkole technicznej i do właściwego odbioru szczególnie tych rodzajów wykładów włączenie nauczania programowanego przygotowuje audytorium.

W organizacji procesu dydaktywcznego, w której włączone jest nauczanie programowane, wymagane jest bezwzględne przestrzeganie synchronizacji wykładów i ćwiczeń. Wszystkie trzy bowiem formy zajęć dydaktycznych w danym zamkniętym cyklu, stanowię nierozerwalną całość, w której ćwiczenia spełniają bardzo ważne zadania. Na ćwiczeniach właśnie w rozwiązywaniu zadań praktycznych, wykorzystywane są nabyte na wykładzie wiadomości przez co weryfikowana jest recepcja treści wykładu. Bez należytego bowiem przyswojenia przez studenta wiadomości, procesy myślowe napotykają u niego na bardzo poważne trudności, które hamują rozwój operatywności wiedzy. Ćwiczenia spełniają także dominującą rolę w podnoszeniu trwałości wiedzy.

Koordynacja zajęć we wszystkich trzech formach w obrębie danego zamkniętego cyklu winna być bardzo ścisła, gdyż warunkuje podniesienie efektywności pracy dydaktycznej, zarówno w aspekcie ekonomicznym jak i pedagogicznym.

Zauważmy, że podział grupy dziekańskiej na dwie grupy P_1 i P_2 równoważne pod względem przygotowania z matematyki do studiowania teorii rachunku prawdopodobieństwa (porównaj str. 31) pozwala przypuszczać, że obie podgrupy rozpoczęły badania ze względnie jednakowym przygotowaniem z zakresu matematyki. Zastosowana w eksperymencie metoda rotacji również stwarzała szczególnie sprzyjające warunki na uzyskanie w obu podgrupach j e d n a k o w y c h wyników w k a ż d y m badaniu kontrolnym.

W naszym eksperymencie stwierdziliśmy jednak, (zgodnie z wynikami innych badań, że włączenie tekstów programowanych do procesu dydaktycz-

---

[1] W. Okoń: O charakterze wykładu uniwersyteckiego, "Życie Szkoły Wyższej" nr 7-8, 1961 r.

nego w wyższej szkole technicznej s k r a c a około 25% czas przeznaczony na opanowanie materiału przewidzianego do realizacji na zajęciach audytoryjnych. W trzytygodniowym okresie do pierwszego kolokwium sprawdzającego nie mogliśmy przekazać na wykładach podgrupie K pełnego zakresu informacji naukowych, wchodzących w skład programowego materiału nauczania, który w tym okresie przyswoiła sobie podgrupa E. Różnica między zakresami materiału nauczania zrealizowanego w podgrupach E i K wypełniała pełny dwugodzinny wykład i dwugodzinne ćwiczenia.

Tematyka zadań pierwszego badania kontrolnego obejmowała tylko materiał programowy, zrealizowany w podgrupie K. W drugim okresie między kolokwiami, dopiero metoda rotacji umożliwiła nam uzupełnić materiał nauczania w byłej podgrupie K oraz do każdego następnego kolokwium w obu podgrupach zrealizować te same punkty materiału programowego.

Podobnie badając efekty eksperymentu pod względem aspektu pedagogicznego, zauważymy, że pobieżna analiza danych liczbowych tablic 4 i 5 prowadzi do wniosku, że w każdym badaniu kontrolnym a k t u a l n a podgrupa E uzyskiwała w tym badaniu lepsze rezultaty niż równolegle z nią pracująca podgrupa K.

Już w pierwszym badaniu podgrupa K wykazała średnią wyników 46,18, podczas gdy podgrupa E osiągnęła 62,44. Należy przy tym zauważyń, że materiału do pierwszego badania kontrolnego dostarczyło kolokwium przeprowadzone bezpośrednio po pierwszych dwóch zamkniętych cyklach jednostek metodycznych w nowej organizacji pracy, z którą studenci zetknęli się po raz pierwszy. Początkowy okres był w zasadzie przeznaczony na opanowanie techniki i organizacji pracy z tekstami programowanymi przez zespoły trójkowe studentów.

Ponadto na uwagę zasługuje fakt, że w podgrupie E pięciu studentów uzyskało ponad 80 punktów, natomiast w podgrupie K tylko dwóch studentów osiągnęło 80 punktów.

Bardzo wymowny jest także najsłabszy wynik w punktach pierwszego badania kontrolnego: mianowicie w podgrupie E wynosi on 28 punktów, podczas gdy w podgrupie K tylko 20.

W następnych badaniach kontrolnych różnice między średnimi utrzymują się prawie w tym samym stosunku. Wprawdzie średnia wyników w pod-

grupie K w drugim badaniu kontrolnym wzrosła do 52,2, ale należy uwzględnić fakt, że wynik ten uzyskała podgrupa, która już w jednym okresie kolokwialnym była podgrupą E i już raz osiągnęła wyższą średnią.

Jeżeli za podstawę przewidywania stopnia umiejętności w przechodzeniu od teorii do praktyki w zakresie matematyki przyjmiemy średnie uzyskanych punktów w badaniach kontrolnych przez studentów podgrup odpowiednio E i K, to stwierdzimy, że w każdym badaniu aktualna podgrupa E wykazuje większą operatywność zdobytej wiedzy.

Przeprowadzona krótka analiza wyników badań kontrolnych (tablice 4 i 5) wskazuje na to, że w porównaniu z podgrupami K, w wyższym stopniu przyswajania materiału nauczania przez podgrupy E występuje pewna prawidłowość, która wraz z wynikami analizy statystycznej (str.) potwierdza przypuszczenie, że włączenie nauczania programowanego do procesu dydaktycznego w wyższej szkole technicznej w zakresie matematyki prowadzi do z n a c z n i e l e p s z y c h r e z u l t a t ó w od tych, które może zapewnić nauczanie prowadzone przy zachowaniu t y l k o konwencjonalnych metod nauczania.

Wszystkie wnioski wynikające z analizy zebranego przez nas w czasie eksperymentu materiału empirycznego odnoszą się wyłącznie do badanych przez nas grup studenckich Wydziału Górniczego Politechniki Śląskiej. Ze względu na ograniczony materiał empiryczny, jakiekolwiek uogólnienia mogą być dokonane dopiero po powtórnej weryfikacji w innych grupach i innych uczelniach.

ROZDZIAŁ IV

WNIOSKI I PERSPEKTYWY ROZWOJU METOD ŁĄCZENIA NAUCZANIA PROGRAMOWANEGO Z NAUCZANIEM KONWENCJONALNYM

Przeprowadzona analiza wyników nauczania matematyki w wyższej szkole technicznej z uwzględnieniem włączenia tekstów programowanych do procesu dydaktycznego wykazała wyższość nowej organizacji pracy studentów. W poprzednich rozdziałach wykazaliśmy bowiem, że organizacja ta prowadzi do lepszych rezultatów pod względem aspektów pedagogicznego i ekonomicznego w sensie podanym na str. 13 . Ponadto dokładna i szczegółowa analiza wyników badań może prowadzić do niżej podanych w punktach 1 - 3 wniosków.

1. Należy przypuszczać, że taka organizacja pracy na zajęciach w uczelni sprzyja również w zdobywaniu t r w a ł e j wiedzy.Zapamiętanie trwałe zależy od organizacji procesu dydaktycznego. Zgodnie bowiem z poglądami wyrażanymi m.in. w pracach prof. dr W. Okonia i prof. dr Cz. Kupisiewicza, trwałość wiedzy determinuje przede wszystkim taki proces studiowania i uczenia się w uczelni nowego materiału, w którym aktywna świadomość intelektualna studenta współdziała w toku analizy, uogólniania i wiązania starego materiału z nowym.

Włączenie tekstów programowanych do procesu dydaktycznego stwarza warunki nauczania zgodne ze wspomnianymi założeniami współczesnej psychologii i socjologii w wyższym stopniu niż to ma miejsce w tradycyjnym nauczaniu, przede wszystkim przez przydzielenie większego limitu czasu na samodzielną pracę studentów.

Jak wynika z organizacji podgrup eksperymentalnych (str. 32) wykład, będący jedną z podstawowych form nauczania, charakteryzujący się wybitnie czynną i narzucającą się postawą nauczającego, przy równo-

czesnym ograniczeniu bezpośredniego, aktywnego udziału studentów, (co nie oznacza bierności studentów), stanowi w zamkniętym cyklu tylko j e d n ą trzecią część zajęć studentów. Włączenie zaś do procesu nauczania dwugodzinnej pracy studentów nad tekstami programowymi obok dwugodzinnych ćwiczeń zapewnia k a ż d e m u studentowi a k t y w n y udział w procesie zdobywania przez niego wiedzy oraz w procesie posługiwania się poznanymi prawami matematycznymi w praktyce w czasokresie stanowiącym d w i e trzecie zajęć w danym zamkniętym cyklu.

Ponadto praca studentów nad podręcznikiem programowanym w uczelni odbywała się w zespołach trójkowych. Praca studentów w zespołach, zmuszając do aktywności intelektualnej k a ż d e g o studenta na zajęciach w uczelni pogłębia uwagę i obserwację oraz przyczynia się do systematycznego gromadzenia i zapamiętywania poznanych treści materiału nauczania, niezbędnych w dalszych operacjach myślowych w czasie wykładu i ćwiczeń[1].

Wyprowadzony na podstawie obserwacji pracy studentów podgrup E w czasie eksperymentu wniosek dotyczący zależności stopnia trwałości wiedzy od włączenia tekstów programowanych w organizację procesu dydaktycznego wymaga dokładnych badań dystansowych.

Ponieważ program studiów w wyższej szkole technicznej nie przewiduje egzaminu z teorii rachunku prawdopodobieństwa, a studenci IX semestru w zasadzie kończą zajęcia w uczelni i wykonują pracę dyplomową więc nie mamy warunków na zgromadzenie materiału empirycznego dla weryfikacji omawianego wniosku. Potwierdzenie tego wniosku można uzyskać przeprowadzając podobne badania w zakresie innych działów matematyki w innej uczelni.

2. Natomiast przed tymi zasadniczymi badaniami prowadziliśmy przez dwa lata badania nad nauczaniem programowanym, których celem m.in. był także dobór możliwie najefektywniejszej dla naszych badań wersji programu. Badając przydatność wersji programów, opracowanych metodą roz-

---

[1] Wcisło W., Wpływ zespołowej organizacji ćwiczeń na efektywność studiów. "Życie Szkoły Wyższej" Nr 2/1962.

gałęzioną, mieszaną i blokową stwierdziliśmy empirycznie, że wzbudzająca największe zainteresowanie i najbardziej skuteczna w pracy studentów jest wersja zaprogramowana metodą sproblematyzowaną (blokową)[1].

Bliższa analiza dociekań w tym zakresie wykazała, że przede wszystkim wprowadzenie do programu bloku zawierającego tekst konwencjonalny (bolk I) i włączenie tekstu bloku problemowego (blok III) oraz tekstu zróżnicowanego stosownie do rodzaju popełnianych błędów, czyni program blokowy szczególnie przydatnym w samodzielnej pracy studentów. Zresztą wszystkie bloki po tekście konwencjonalnym spełniają ważne funkcje w procesie uczenia się studentów ponieważ ułatwiają im przyswoić sobie ze zrozumieniem ujęte konwencjonalnie treści materiału nauczania wraz z ich operatywnym zastosowaniem.

Oddzielnej weryfikacji w Pracowni Nauczania Programowanego wymaga ustalenie walorów dydaktycznych maszynowej i podręcznikowej wersji tekstów opracowanych metodą sproblematyzowaną w zakresie rachunku prawdopodobieństwa.

Wszystkie wnioski i ogólnienia, wynikające z analizy zebranego w czasie eksperymentu materiału empirycznego odnoszą się wyłącznie do badanych przez nas grup Wydziału Górniczego Politechniki Śląskiej i wymagają potwierdzenia w podobnego rodzaju badaniach.

Ujawnione w naszych badaniach walory organizacji procesu nauczania z uwzględnieniem pracy studentów w zespołach nad tekstem programowanym stanowią wkład do ogólniejszych badań nad jednym z ważnych problemów otwartych, jakim jest określenie roli i miejsca programowanego nauczania w naukowej organizacji pracy dydaktycznej. Obszerniejszych i bardziej wyczerpujących informacji, dotyczących tego zagadnienia mogą dostarczyć , naszym zdaniem - zorganizowane w kilku wyższych uczelniach technicznych r ó w n o l e g l e analogiczne badania w formie eksperymentu naturalnego.

3. Jakkolwiek łączenie nauczania programowanego z nauczaniem konwencjonalnym matematyki w wyższej szkole technicznej wydaje się być bardzo korzystne dla studentów ponieważ:

---

[1] Cz. Kupisiewicz. Metody programowania. "Dydaktyka Szkoły Wyższej". Warszawa, 1968, zeszyt 1.

a) zapewnia oszczędność czasu przeznaczonego do realizacji danej partii materiału,

b) umożliwia (ułatwia) udział w zajęciach każdemu studentowi, bez względu na jego przygotowanie naukowe,

c) nie dopuszcza do narastania luk w wiadomościach studentów z zakresu materiału objętego programem oraz zwiększa samodzielność pracy studentów,

nie mniej jednak przy popularyzacji nastręczałoby trudności.

Trudności tkwią już w opracowywaniu tekstu programu blokowego, dostosowanego do treści wykładanego materiału nauczania. Opracowanie odpowiedniego podręcznika programowanego jest bardzo czasochłonne, ponieważ wymaga kilkakrotnej i różnorakiej weryfikacji. Żaden jednak eksperyment nie będzie mógł się udać, jeżeli nie będą w należyty sposób przygotowane teksty programu blokowego.

Ponadto praca pracownika naukowo-dydaktycznego, prowadzącego zajęcia tą metodą wydaje się być trudniejsza niż metodami nauczania tradycyjnego. Wymaga bowiem wysokich kwalifikacji dydaktycznych oraz doświadczenia zdobytego w praktyce nauczania tą metodą.

Obecne rezultaty nauczania w wyższych uczelniach technicznych nie zawsze i nie wszędzie mogą być uznane za w pełni zadowalające, dlatego też, mimo wielkich trudności, dalsze badania i obserwacje pracy studentów nad tekstem programowanym są niewątpliwie bardzo wskazane.

ИЗБРАННЫЕ СПОСОБЫ СОЕДИНЕНИЯ ПРОГРАММИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ
С КОНВЕНЦИОНАЛЬНЫМ ОБУЧЕНИЕМ МАТЕМАТИКЕ ВО ВТУЗАХ

Р е з ю м е

В этой работе автор представляет анализ проведённых исследований в форме естественного эксперимента над эффективностью присвоения студентами оперативных знаний в области теории вероятности в процессе обучения в который введено программированные тексты из области выше упомянутого раздела математики. Во время эксперимента процесс обучения был сорганизован так что создавал он замкнутый цикл:

а) работа студентов в коллективах над программированным текстом,
б) лекции,
в) табличные упражнения.

Для исследовании использовано запрограммированные тексты блочным методом, выработанным Семинаром программированного обучения под руководством проф. кандид. наук Ч. КУПИСЕВИЧА.

Примерный фрагмент такой программы, охватывающей тему: нормальное распределение - помещено в этой работе. Во время организации исследовании применено метод ротации экспериментальных и контрольных групп. Статистический анализ результатов исследований позваляет обнаружить некоторые ценности новой организации учебного процесса. Вследствии результатов соединение программированного обучения с конвенциональным обучением математике во втузах ведёт к лучшим результатам чем обучение исключительно традиционными методами ибо:

а) дает возможность или облегчает участие в занятиях всем студентам независимо от их подготовки,
б) не допускает к накоплению недостатков в знаниях студентов как и увеличивает самостоятельность их работы,
в) обеспечивает сэкономить время предназначенное для овладения данной партии материала. Кроме того лекция, являющаяся главной и ключевой позицией в целом процессе обучения, в новой организации работы студентов может охватывать материал обучения в углубительный и расширительный способ и одновременно сделать лекцию более разнообразной.

Работа на занятиях по табличным упражнениям посвящённы самостоятельным решением задач студентами, может тоже проходить исправнее потому, что в решении задач из данной партии материала студенты приобрели сноровку во время двухчасовой работы над программированным текстом. Включение программированных текстов в дидактический процесс способствует в приобретении

прочных знаний, так как создаёт условия обучения согласно с основами современной психологии и социологии на высшем уровне, чем имело это место в традиционном обучении, прежде всего хотябы потому, что предназначает больше времени на самостоятельную работу студентов в институте.

SOME CHOSEN METHODS OF CONNECTING PROGRAMMED TEACHING WITH CONVENTIONAL TEACHING OF MATHEMATIES IN TECHNICAL HIGH SCHOOLS

S u m m a r y

The author of His paper analyses the investigation which have been carried out as a natural experiment concerning the effectiveness of acquiring operative knowledge of the theory of the calculus of probability in result of a teaching process that includes programmed texts dealing with the mentioned brauch of mathematies. During the time of experimenting the teaching process was organized in such a way that it formed a closed cycle:

a) the students' activity in groups over some programmed text,
b) lecture,
c) exercises of the blackboord.

For the investigation texts were used which had been programmed by meaus of the block method, developed of the Seminary of Programmed teaching thad had been rum by Prof. Dr Cz. Kupisiewicz. An excerpt of such a programme has been represented in the paper as an example. It is dealing with the topic: "Normal distribution". Organisationally the investigations were ran by experimental and control groups in turn.

The statistical annalysis of there investigations has mada it possible to reveal some advantages of new arrangement of theteaching process. As may be seen thanks to the connection of programmed teaching with conventional teaching of mathematies in technical high schools better results may be obtamied than in the case of applying merely t traditional methods because

a) it facilitates the cooperatio of all the students in the work of the a class, regardless of his hitherto preparation,

b) it eliminates the possibility of getting behiund in the acquirement of knowledge on the side of the students and develops their ability for independent work,

c) it sares time, necessary for acquiring the given portions of knowledge Moreover, the lecture, being the crucial and urost important his in the schoole process of education, may present the material to be acquired by the student in a new way, i.e. more thoronghly and at the sometime more diversified.

Also the students activity at the blackboard, while solving independently varions problems, may be more efficiunt, as the students have grasped this portion of material during the two hours'work over the programmed text.

The introduction of programmed texts into the didactic process favours the acquiring of stable knowledge, as it creates such conditions of teaching as are in agreement with the most up-to-date assumptions of modern psychology and sociology much more so than it was the case with traditionel teaching methods. This is mainly due to the fact that the students are given more time for independent work.

BIBLIOGRAFIA

[1] Andersen S. Nancy: Automatic Teaching. The satte of art. Ed. by Eugene Galanter. New York 1959 John Wiley.

[2] Baraniuk M.: O niektórych problemach nauczania programowanego (na łamach radzieckich czasopism,. "Ruch Pedagogiczny" 1964, nr 3.

[3] Barlow J.A.: Programmed Instruction in Perspective. Yesterday, Today and Tomorrow. W pracy zbiorowej pod red. R.T. Filepa: "Prospectives in Programming" New York-London 1963, The Macmillan Company.

[4] Brechthower D.M.: Programmed Instruction: A Manual of Programming Technique. Chicago 1963, Educational Methods Inc.

[5] Berezowski E.: Próby z polską maszyną egzaminacyjną. "Nowa Szkoła" 1964, nr 4.

[6] Berezowski E.: Maszyny dydaktyczne. PZWSz Warszawa 1968 r.

[7] Cram D.: Explaining "Teaching Machines" and Programming. San Francisco 1961, Fearon Publishers, Inc.

[8] Crow N.A. Intricall programmed materials for teaching. Complex skills and concepts. American Psychology Association, 1958.

[9] Crowder N.A. and Martin Grace C.: Adventures in Algebra. New York 1960, Appleton-Century-Crofts.

[10] Denek K.: Efektywność nauczania i sposoby jej mierzenia. "Dydaktyka Szkoły Wyższej" z. 1(5) 1969 r.

[11] Denek K.: Badania nad nauczaniem programowanym w ZSRR "Dydaktyka Szkoły Wyższej" z. 4(8) 1969 r.

[12] Dróbka N.: Weryfikacja tekstów programowanych. "Dydaktyka Szkoły Wyższej" z. 3-4, 1968 r.

[13] Dąbrowska W.: "Nauczanie programowane" (Bibliografia. Wybór artykułów z czasopism radzieckich 1963-64). "Ruch Pedagogiczny" 1964.

[14] Fleming E. Programowanie w procesie nauczania. Nasza Księgarnia Warszawa 1967.

[15] Cramer H. Metody matematyczne w statystyce. PWN. Warszawa 1958.

[16] Feller W. Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa. PWN Warszawa, 1966 r.

[17] Finn J.D. and Perrin D.G.: Teaching Mashines and Programmed Learning. A survy for the industry. Washington 1962 r.

[18] Fisz Marek. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN. Warszawa 1958 r.

[19] Freund J.E. Podstawy nowoczesnej statystyki, PWE.Warszawa 1968r.

[20] Galpierin P.A., Talyzina N.F. W osnowie - uprawlenije processom uswojenija unacznyj. "Wiestnik Wysszej Szkoły" 1965 nr 6.

[21] Gmytrasiewicz M. Koszty kształcenia w szkolnictwie wyższym w Polsce, "Życie Szkoły Wyższej" 9/1970 r.

[22] Green E.J. The Learning Process and Programmed Instruction. New York 1963, Holt Rinehart and Winston, INC.

[23] Hellwig Z. Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, PWN. Warszawa 1965 r.

[24] Kelbert H.: Programmierter Unterricht und Anwendung moderner Lernhilfsmittel "Padagogik" 1963 nr 4.

[25] Kietlińska Z.: Badania nad szkolnictwem wyższym i ich przydatność praktyczna. "Dydaktyka Szkoły Wyższej" z. 2-3 (6-7). Warszawa 1969 r.

[26] Kluczyński J.: Wydatki na oświatę i kształcenia kadr wykwalifikowanych, ekonomiczno-społeczne aspekty kształcenia. KiW, Warszawa, 1968.

[27] Kotlarski I.: Rachunek prawdopodobieństwa dla inżynierów. NOT Warszawa 1966 r.

[28] Krajewski T.: Dobór kandydatów do szkół wyższych. "Dydaktyka Szkoły Wyższej" Warszawa 1970 r.

[29] Krajewski T.: Sympozjum na temat nowych metod kształcenia w szkolnictwie wyższym NRD. "Dydaktyka Szkoły Wyższej". Warszawa, 1970 z. 1-2 (9-10).

[30] Kupisiewicz Cz. O efektywności nauczania problemowego. PWN Warszawa, 1962 r.

[31] Kupisiewicz Cz.: Nauczanie programowane, PZWSz, Warszawa 1966.

[32] Kupisiewicz Cz.:Stan i kierunki rozwoju badań w zakresie dydaktyki szkoły wyższej w Polsce. "Dydaktyka Szkoły Wyższej" z.2-3, (6-7) Warszawa, 1969 r.

[33] Kupisiewicz Cz. Metody programowania. "Dydaktyka Szkoły Wyższej", zeszyt 1, 1968 r.

[34] Leja L.: Nauczanie programowane we Francji "Życie Szkoły Wyższej" z. 6/7 Warszawa 1967 r.

[35] Leja L.: Kształcenie pedagogiczne asystentów w zakresie nowoczesnego nauczania w Uniwersytecie Poznańskim. "Dydaktyka Szkoły Wyższej" z.1, Warszawa 1968 r.

[36] Leja L.: Działalność badawcza i dydaktyczna Centralnego Ośrodka Audiowizualnego w Saint-Cloud, "Dydaktyka Szkoły Wyższej" z. 2, Warszawa, 1968 r.

[37] Ładanow I.D.: Programmirowannoje obuczenije a behaviorizm. "Sowietskaja Piedagogika" 1964 nr 9.

[38] Mazur M. Nauczanie programowane. "Kwartalnik Pedagogiczny". Nr 1 1964 r.

[39] Nowacki T., Krwat T., Kazimierski W., Suchanek A.: Podstawy nauczania programowanego, PWSZ, Wrocław, 1966 r.

[40] Nowacki T.: Nauczanie programowane w pracach Katedry Dydaktyki Wojskowej WAP. "Życie Szkoły Wyższej" nr 6-7 1967 r.

[41] Okoń W.: Nauczanie konwencjonalne a nauczanie programowane. "Życie Szkoły Wyższej" z. 6/7 Warszawa 1967 r.

[42] Lech K.: Rozwijanie samodzielnego myślenia jako warunek przygotowania uczniów do praktycznej działalności, "Studia Pedagogiczne" T.IV, Wrocław 1957 r.

[43] Okoń W.: U podstaw problemowego uczenia się. PWN Warszawa 1965r.

[44] Okoń W.: Środki Dydaktyczne i ich unowocześnienie. "Dydaktyka Szkoły Wyższej" z.1 1968 r.

[45] Pankiewicz S.: Z badań nad organizacją pracy studentów z podręcznikiem programowanym. "Dydaktyka Szkoły Wyższej" nr 4 1967r.

[46] Przyjemski J.: Programowane nauczanie matematyki w szkole wyższej. "Życie Szkoły Wyższej" nr 6-7, 1967 r.

[47] Schramm W. (red.) The Research a n Programmed Instruction. An Annotat. Bibliography. Washington 1964 USA Governement Printing Office.

[48] Skinner B.F.: The Analysis of Bahavior. New York 1961 r.

[49] Smirnow N.W. i Dunin - Barkowski I.W.: Kurs rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej dla zastosowań technicznych. PWN, Warszawa 1969 r.

[50] Suchanek A.: Ocena sposobów formułowania pytań i odpowiedzi w nauczaniu programowanym. "Dydaktyka Szkoły Wyższej",z.2,1968 r.

[51] Sullivan M.W.: Programmed English. New York, 1963, Macmillan.

[52] Wołodin B.G. (praca zbiorowa). Problemy rachunku prawdopodobieństwa PWN. Warszawa 1966 r.

[53] Volk W.: Statystyka stosowana dla inżynierów. WNT Warszawa,1965.

[54] Zborowski J., Czosnowska A.: U podstaw modernizacji procesu dydaktycznego w uczelni wyższej. "Dydaktyka Szkoły Wyższej",z.2-3 (6-7), Warszawa 1969 r.

[55] Zubrzycki S.: Wykłady z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki Matematycznej, PWN, Warszawa 1966 r.

POLITECHNIKA ŚLĄSKA BIBLIOTEKA GLIWICE

KT 25

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ
ukazują się w następujących seriach:

A. AUTOMATYKA
B. BUDOWNICTWO
Ch. CHEMIA
E. ELEKTRYKA
En. ENERGETYKA
G. GÓRNICTWO
IS. INŻYNIERIA SANITARNA
JO. JĘZYKI OBCE
MF. MATEMATYKA-FIZYKA
M. MECHANIKA
NS. NAUKI SPOŁECZNE
H. HUTNICWO

Dotychczas ukazały się następujące zeszyty serii MF:

Matematyka-Fizyka z. 1, 1961 r., s. 48, zł 3,—
Matematyka-Fizyka z. 2, 1963 r., s. 91, zł 5,65
Matematyka-Fizyka z. 3, 1963 r., s. 56, zł 3,—
Matematyka-Fizyka z. 4, 1964 r., s. 96, zł 5,15
Matematyka-Fizyka z. 5, 1964 r., s. 79, zł 4,90
Matematyka-Fizyka z. 6, 1965 r., s. 143, zł 6,—
Matematyka-Fizyka z. 7, 1965 r., s. 62, zł 4,75
Matematyka-Fizyka z. 8, 1965 r., s. 23, zł 1,25
Matematyka-Fizyka z. 9, 1966 r., s. 128, zł 6,—
Matematyka-Fizyka z. 10, 1966 r., s. 97, zł 6,—
Matematyka-Fizyka z. 11, 1967 r., s. 171, zł 9,—
Matematyka-Fizyka z. 12, 1968 r., s. 206, zł 10,—
Matematyka-Fizyka z. 13, 1968 r., s. 62, zł 4,—
Matematyka-Fizyka z. 14, 1969 r., s. 136, zł 7,—
Matematyka-Fizyka z. 15, 1970 r., s. 523, zł 25,—

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej
P 3359/71
Druk. Pol. Śl. 1684-60 60 000