

P 3347/81

**ZESZYTY  
NAUKOWE  
POLITECHNIKI  
ŚLĄSKIEJ**

**ELEKTRYKA**

**Z. 77  
GLIWICE  
1981**

P.3347/81



**POLITECHNIKA ŚLĄSKA**

**ZESZYTY NAUKOWE**

**Nr 696**

**MARIAN MIŁEK**

**KOMPARACJA WIELKOŚCI  
ELEKTRYCZNYCH  
I MAGNETYCZNYCH**

**GLIWICE**

**1981**

c2. 6095

## OPINIODAWCY

*Doc. dr hab. Ryszard Godzalk*

*Prof. dr inż. Artur Metal*

## KOLEGIUM REDAKCYJNE

*Jan Bandrowski* (redaktor naczelny), *Zofia Cichowska* (redaktor działu),

*Wojciech Mikołajków* (sekretarz redakcji)

## OPRACOWANIE REDAKCYJNE

*Elżbieta Stinzing*

Wydano za zgodą  
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0072-4688

Dział Wydawnictw Politechniki Śląskiej  
ul. Kujawska 2, 44-100 Gliwice

---

Nakł. 200+85 Ark. wyd. 5,88 Ark. druk. 6,1 Papier offsetowy kl. III, 70x100, 100 g  
Oddano do druku 22.05.1981 Podpis. do druku 24.06.1981 Druk ukończ. w lipcu 1981  
Zamówienie 737/81 Cena zł 15,--

---

Skład, fotokopie, druk i oprawę  
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

P 2h6/81

SPIS TREŚCI

Str.

ZESTAWIENIE SYMBOLI UŻYWANYCH W PRACY .....	5
1. WSTĘP .....	7
2. SCHEMATY BLOKOWE I STRUKTURALNE UKŁADÓW KOMPARACJI .....	10
2.1. Schematy blokowe układów komparacji .....	10
2.2. Struktury układów komparacji .....	13
3. KOMPENSACJA WIELKOŚCI ELEKTRYCZNYCH I MAGNETYCZNYCH .....	18
4. WSKAŹNIKI STANU KOMPENSACJI .....	21
4.1. Wskaźniki stanu kompensacji wielkości jednopunktowych oraz dwupunktowych .....	21
4.2. Wskaźniki stanu kompensacji napięcia oraz natężenia prądu ..	21
4.3. Wskaźniki stanu kompensacji sił magnetomotorycznych oraz strumieni magnetycznych .....	22
4.4. Kompensator siły magnetomotorycznej jako detektor natężenia prądu .....	26
5. KOMPARACJA WIELKOŚCI ELEKTRYCZNYCH .....	29
5.1. Układy komparacji wielkości elektrycznych .....	29
5.2. Układy kompensacji napięcia i natężenia prądu .....	21
5.3. Komparacja impedancji .....	31
6. KOMPARACJA WIELKOŚCI MAGNETYCZNYCH .....	34
6.1. Tory przetwarzania układów komparacji wielkości magnetycznych .....	34
6.2. Komparacja sił magnetomotorycznych oraz strumieni .....	36
6.2.1. Komparacja $\Theta$ - kompensacja $\Phi$ .....	37
6.2.2. Komparacja $\bar{\Phi}$ - kompensacja $\Theta$ .....	38
6.2.3. Komparacja $\Theta$ - kompensacja $\Theta$ .....	40
6.2.4. Komparacja $\bar{\Phi}$ - kompensacja $\bar{\Phi}$ .....	43
6.3. Komparacja reluktancji i permeancji .....	45
6.3.1. Komparacja reluktancji w układzie komparacji $\Theta$ i kompensacji $\Phi$ .....	45
6.3.2. Komparacja permeancji w układzie komparacji $\bar{\Phi}$ i kompensacji $\Theta$ .....	48
6.3.3. Komparacja reluktancji w układzie komparacji $\Theta$ i kompensacji $\Theta$ .....	50
6.3.4. Komparacja reluktancji w układzie komparacji $\bar{\Phi}$ i kompensacji $\bar{\Phi}$ .....	51
7. KOMPARACJA NATEŻEŃ PRĄDÓW I NAPIĘĆ W UKŁADACH KOMPENSACJI SIŁ MAGNETOMOTORYCZNYCH I STRUMIENI .....	53

	Str.
8. SYNTEZA UKŁADÓW KOMPARACYJNYCH .....	56
8.1. Metoda syntezy układów komparacyjnych .....	56
8.2. Podstawowe układy komparacji napięć i natężeń prądów .....	57
8.3. Przykłady syntezy układów komparacyjnych metodą wydłużania torów przetwarzania .....	59
8.4. Synteza układów komparacyjnych metodą booznikowania układów .....	59
8.5. Wybrane przykłady syntezy układów komparacji .....	62
8.5.1. Równoprądowa komparacja małych impedancji lub jej składowych .....	62
8.5.2. Układy komparacji natężenia prądów w przekładniku prądowym .....	65
9. ANALIZA METROLOGICZNA WYBRANYCH UKŁADÓW KOMPARACJI REZYSTANCJI..	68
9.1. Analiza metrologiczna układu komparacji rezystancji z indukcyjnym dzielnikiem napięcia .....	68
9.1.1. Ogólny opis układu .....	68
9.1.2. Zakresy pomiarowe .....	70
9.1.3. Niedokładność komparacji .....	71
9.1.4. Kąt zbieżności układu komparacji rezystancji .....	73
9.2. Układy równoprądowej komparacji rezystancji z magnetycznym komparatorem prądów .....	75
9.2.1. Analiza układu komparacji rezystancji .....	75
9.2.2. Zakresy pomiarowe .....	78
9.2.3. Niedokładność i metoda samowzorocowania układu komparacji .....	78
9.2.4. Kąt zbieżności układu komparacji .....	79
9.2.5. Inne właściwości metrologiczne .....	80
10. WYBRANE PROBLEMY KONSTRUKCYJNE UKŁADÓW KOMPENSACJI WIELKOŚCI MAGNETYCZNYCH .....	81
10.1. Strumienie rozproszenia i sposoby ich zmniejszenia w kompensatorze sił magnetometrycznych .....	81
10.2. Wpływ strumieni zewnętrznych, zakłócających na magnetowody toroidalne .....	84
10.3. Niejednorodność permeancji magnetowodów i metody jej badania .....	85
10.4. Metoda badania współczynników ekranowania .....	87
LITERATURA .....	92

## ZESTAWIENIE SYMBOLI UŻYWANYCH W PRACY

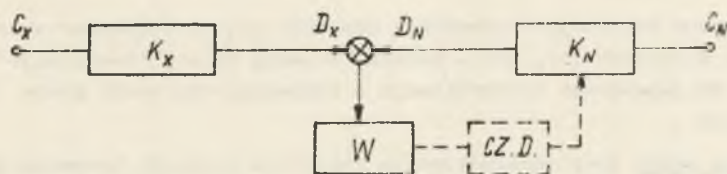
$a, b, c, d$	- wymiary ekranów magnetycznych
$A_1, A_2$	- wielkości jednopunktowe
$B$	- indukcja magnetyczna
$B_1, B_2$	- wielkości dwupunktowe
$C$	- pojemność
$C_X, C_N$	- wielkości komparowane aktywne
$D$	- indukcja elektrostatyczna
$D_X, D_N$	- wielkości kompensowane
$E$	- natężenie pola elektrycznego
$f$	- częstotliwość
$f_{gW}$	- częstotliwość graniczna wskaźnika stopu kompensacji
$f_{gT}$	- częstotliwość graniczna torów przetwarzania
$f_{nh}$	- częstotliwość najwyższej harmonicznej przebiegów wielkości komparowanych
$f_{1h}$	- częstotliwość podstawowej harmonicznej przebiegów wielkości komparowanych
$G$	- konduktancja
$G_1, G_2, H_1, H_2$	- wielkości opisane zależnościami (6.36) oraz (6.48)
$H$	- natężenie pola magnetycznego
$I$	- natężenie prądu
$I_D$	- natężenie prądu w pętli detektora
$k_{eo}$	- współczynnik ekranowania osiowego
$k_{ep}$	- współczynnik ekranowania poprzecznego
$K_X, K_N$	- transmitancje torów przetwarzania wielkości komparowanych
$K, K_1, K_2$	- wzmożenia wzmacniaczy elektronicznych
$K_{X1}, K_{N1}, K_{X2}, K_{N2}$	- transmitancje przetworników w torach przetwarzania
$l$	- długość
$L$	- indukcyjność
$n$	- nastawa indukcyjnego dzielnika napięcia
$N$	- liczba zwojów
$N_D$	- liczba zwojów uzwojenia detekcyjnego
$N_k$	- liczba zwojów uzwojenia kompensacyjnego
$Q$	- ładunek
$q$	- ładunek powierzchniowy
$R$	- rezystancja
$R_{Fe}$	- rezystancja magnesująca
$s$	- powierzchnia

- $S_I$  - czułość prądowa układów komparacyjnych
- $U$  - napięcie
- $U_D$  - napięcie indukujące się w uzwojeniu detekcyjnym
- $U_G$  - napięcie wyjściowe generatora
- $W_E$  - energia
- $X_\mu$  - reaktancja magnesująca
- $Y$  - admitancja
- $Z$  - impedancja
- $Z_1, Z_2$  - impedancje własne uzwojeń
- $Z_D$  - impedancja pętli detektora
- $Z_\mu$  - impedancja magnesująca
- $\delta_{TON}$  - względny błąd napięciowy indukcyjnego dzielnika napięcia IDN-a
- $\delta_U$  - względny błąd napięciowy w układzie kompensacji natężeń prądów
- $\Theta$  - siła magnetomotoryczna
- $\Theta_1, \Theta_2$  - siły magnetomotoryczne kompensowane lub komparowane
- $\Theta_k$  - siła magnetomotoryczna uzwojenia kompensacyjnego
- $\Lambda$  - permeancja
- $\mu = \mu' - j\mu''$  - zespolona przenikalność magnetyczna
- $\varphi$  - potencjał
- $\Phi$  - strumień magnetyczny
- $\Phi_1, \Phi_2$  - strumienie magnetyczne komparowane lub kompensowane
- $\Phi_o$  - wypadkowy strumień magnetyczny w magnetowodzie
- $\Phi_s$  - strumień magnetyczny rozproszenia
- $\Phi_z$  - strumień magnetyczny zakłócający
- $\psi$  - kąt zbieżności układu komparacji rezystancji
- $\omega$  - pulsacja
- $R_\mu$  - reluktancja
- $R_{\mu 1}, R_{\mu 2}$  - reluktancje magnetowodów w układzie komparacji wielkości magnetycznych
- $R_{\mu D\Theta}$  - reluktancja detektora sił magnetomotorycznych
- $R_{\mu D\Phi}$  - reluktancja detektora strumienia

## 1. WSTĘP

Metoda komparacyjna jest metodą wynikającą bezpośrednio z definicji pomiaru: wielkość mierzona porównuje się (komparuje) z odpowiednią miarą wielkości wzorcowej. Porównanie to realizuje się w układach przedstawionych w postaci schematu blokowego, na rysunku 1.1. Wielkości aktywne  $C_X$  oraz  $C_N$  doprowadzone do torów przetwarzania o transmitancjach  $K_X$  oraz  $K_N$ , zostają w tych torach przetworzone na wielkości  $D_X$  oraz  $D_N$  - kompensujące się. Dla stanu kompensacji:  $D_X = D_N$ , zależność opisująca schemat blokowy jest równaniem komparacji:

$$\frac{C_X}{C_N} = \frac{K_N}{K_X} \quad (1.1)$$



Rys. 1.1. Podstawowy schemat blokowy układu komparacji

Równanie komparacji może być spełnionej dla jednej z miar wielkości aktywnych: wartości średnich, skutecznych, chwilowych lub maksymalnych. Z zależności (1.1) wynika możliwość komparacji wielkości pasywnych - składowych transmitancji:  $K_X$  oraz  $K_N$ .

W literaturze nie ma jednoznacznej definicji metody komparacyjnej. W rozumieniu autora będzie nią następujące określenie:

"metoda komparacyjna polega na jednoczesnym porównaniu, zgodnie ze schematem blokowym przedstawionym na rysunku 1.1, określonych miar wielkości wzorcowej i mierzonej, charakteryzującym się następującymi cechami:

- 1<sup>o</sup> w torze wielkości komparowanej istnieje przepływ energii,
- 2<sup>o</sup> istnieje człon decyzyjny (CZ.D.) powodujący spełnienie równania komparacji (1.1).

Komparatorem będzie zatem narzędzie pomiarowe, umożliwiające realizację komparacji, według metody określonej powyższą definicją.



W literaturze często stosowana jest definicja podana m.in. w pracy [56]:

"zasada komparacyjnej metody pomiaru polega na bezpośrednim porównaniu mierzonej wielkości prądu przemiennego z prądem stałym lub napięciem stałym"

Definicja ta zawęża pojęcie metody komparacyjnej do szczególnego jej przypadku - komparacji wartości skutecznej. Autor pracy [56] w dalszych jej rozdziałach wyhodził poza przyjętą definicję, omawiając m.in. magnetyczne komparatory prądów, które porównują wartości chwilowe natężeń prądów.

W pracy [20] autor używa pojęcia komparator niejednoznacznie. Do klasy komparatorów zalicza wskaźniki zera (np. galwanometr) oraz układy porównujące natężenia prądów (np. komparator prądów z galwanometrem). Stąd, w przedstawionej w pracy [20] definicji metody kompensacyjnej, zamieniono w porównaniu z rysunkiem 1.1 miejscami kompensację z komparacją:

"metoda kompensacyjna opiera się na komparatorze o dwóch wejściach podanych działaniu wielkości  $y$  i  $x$  ..."

Przykłady komparacji napięć i natężeń prądów, odpowiadające przedstawionej na początku rozdziału definicji, podano w pracy [53], przy czym w tych przykładach po raz pierwszy wyróżniono wielkości kompensowane i komparowane.

Przytoczone definicje i przykłady odnosiły się do wielkości aktywnych. Natomiast w pracach [1], [61] - autorzy stosują termin "komparacja" w odniesieniu do pojemności i rezystancji - obejmując tym samym grupę wielkości pasywnych.

Celem pracy jest uporządkowanie dziedziny pomiarów komparacyjnych, poczynając od uściślenia pojęcia komparacji poprzez przedstawienie strukturalnie tożsamyh układów komparacji wielkości elektrycznych i magnetycznych aż do zbudowania systematyki w zakresie możliwości tworzenia nowych układów komparacji metodą syntezy podstawowych układów komparacyjnych.

Integralną częścią komparacji, przedstawionej za pomocą schematu blokowego na rysunku 1.1 jest kompensacja wielkości wyjściowych z torów przetwarzania. Dlatego punktem wyjściowym rozważań dotyczących komparacji jest zdefiniowanie kompensacji i jej struktur dla uogólnionych wielkości aktywnych jednopunktowych oraz dwupunktowych. Ze schematu blokowego (rys. 1.1) oraz najprostszych obwodów wielkości uogólnionych jednopunktowych i dwupunktowych wyprowadzono strukturę podstawowych układów komparacji. Z rozwinięcia grafów struktur układów kompensacji i podstawowych układów komparacji wynikają grafy rozwiniętych struktur układów komparacji. Struktury te odwzorowują schematy układów komparacji wielkości elektrycznych ( $U, I, R$ ), omówione w rozdziale 5 oraz wielkości magnetycznych ( $\theta, \phi, \mathcal{R}, \mu$ ), omówione w rozdziale 6. Ze schematów układów komparacji wielkości elektrycznych wynikają schematy układów kompensacyjnych i mostkowych. Analogicznie, ze schematów układów komparacji wielkości magnetycznych wynikają schematy układów komparacji reluktancji.

Z kolei w rozdziale 7 powiązano komparację wielkości elektrycznych z kompensacją wielkości magnetycznych.

W rozdziale 8 przedstawiono sposób tworzenia układów pomiarowych metodą syntezy podstawowych, najprostszych układów komparacyjnych. Stosując przedstawioną metodę syntezy można otrzymać wszystkie możliwe, w tym znane, układy komparacji wielkości elektrycznych w postaci uporządkowanych klas układów. Dwa układy komparacji wynikające z przedstawionej klasyfikacji a nieznane z opisów literaturowych, o dobrych właściwościach metrologicznych są przedmiotem analizy przeprowadzonej w rozdziale 9. W rozdziale 10 przedstawiono niektóre problemy konstrukcyjne realizacji układów komparacji i kompensacji wielkości magnetycznych.

Wskazano również na możliwość stworzenia analogicznej systematyki układów komparacyjnych dla innych grup wielkości.

## 2. SCHEMATY BLOKOWE I STRUKTURALNE UKŁADÓW KOMPARACYJNYCH

### 2.1. Schematy blokowe układów komparacyjnych

Układy pomiarowe, realizujące pomiary metodą komparacji różnią się sposobem osiągnięcia stanu komparacji i spełnienia równania komparacji (1.1). Sposób osiągnięcia stanu komparacji jest pierwszym kryterium podziału układów komparacyjnych.

Spełnienie zależności (1.1) dla wielkości mierzonej  $C_X$  może nastąpić w przypadkach:

- $K_X, K_X = \text{const.}, C_X = \text{var.}$  - nastawny wzorzec,
- $K_X, C_X = \text{const.}, K_X = \text{var.}$  - ilościowa zmiana transmitancji w torze wielkości mierzonej.
- $K_X, C_X = \text{const.}, K_X = \text{var.}$  - ilościowa zmiana transmitancji w torze wielkości wzorcowej.

Zmiana wielkości wzorcowej lub transmitancji torów przetwarzania jest realizowana za pomocą członu decyzyjnego - na podstawie stanu wskaźnika  $w$ . Istnienie członu decyzyjnego jest cechą charakterystyczną metody komparacyjnej. Funkcje członu decyzyjnego może spełniać operator lub układ automatyczny.

Schematy blokowe układów komparacji, ilustrujące wymienione trzy przypadki przedstawiono na rysunku 2.1.

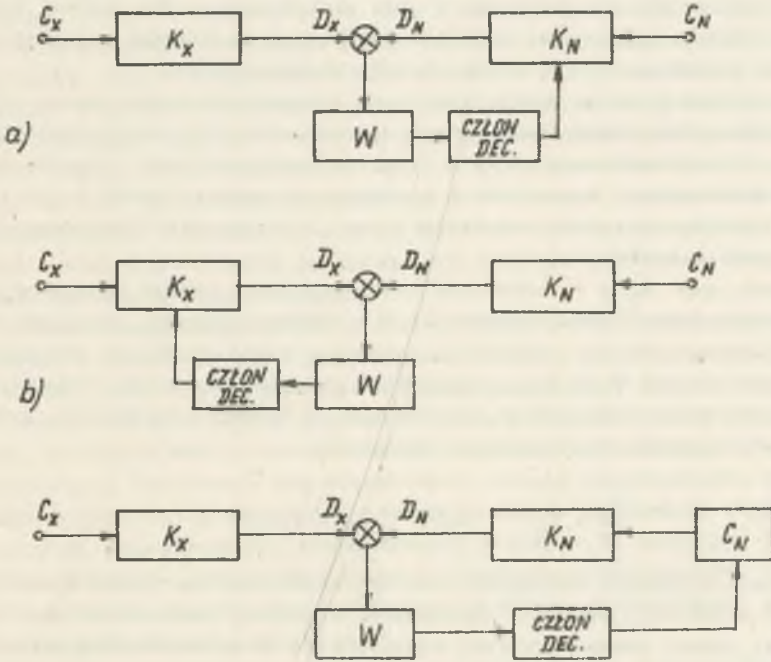
Na rysunku 2.1a człon decyzyjny powoduje zmianę nastaw elementów w torze przetwarzania wielkości wzorcowej.

Przykładem jest układ Scheringa - Albertiego. Prądy stron wtórnych przekładników wzorcowego  $I_{2N}$  oraz badanego  $I_{2X}$  doprowadzone są do impedancji, powodując na nich spadki napięcia. Stan kompensacji spadków napięcia osiąga się najczęściej przez zmianę impedancji w obwodzie prądu  $I_{2N}$ . Zmiana impedancji w obwodzie prądu  $I_{2X}$  zilustrowana jest na rysunku 2.1b. Przykładem układu komparacji, przedstawionego w postaci schematu blokowego na rysunku 2.1c, jest komparator wg Rumpa, gdzie nastawia się wartość skuteczną natężenia prądu wzorcowego.

Dwa szczególne przypadki komparacji przedstawiono, w postaci schematów blokowych, na rysunku 2.2. W przypadku, gdy  $K_N = 1$ , schemat blokowy przedstawiony na rysunku 2.2a reprezentuje układ komparacji, w którym wielkość

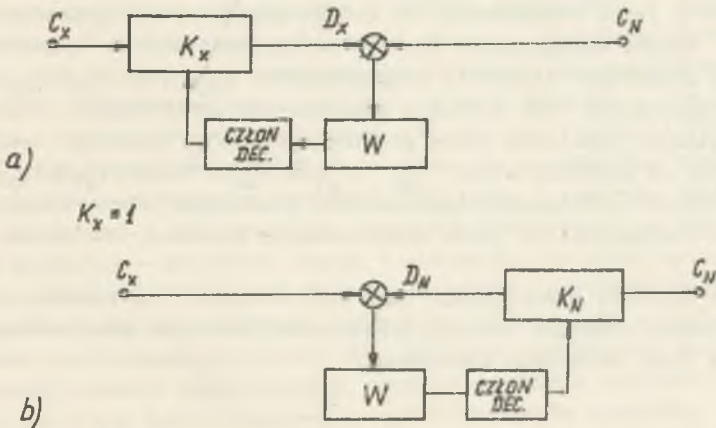
wzorcowa jest kompensowana z przetworzoną wielkością mierzoną. Równanie stanu komparacji ma postać:

$$\frac{C_X}{C_N} = \frac{1}{K_X} \quad (2.1)$$



Rys. 2.1. Schematy blokowe ilustrujące sposoby osiągnięcia stanu komparacji

$$K_N = 1$$



Rys. 2.2. Schematy blokowe szczególnych przypadków układów komparacji

Przykładem może tu być komparacja napięcia stałego, np. rzędu dziesiątek woltów z siłą elektromotoryczną ogniwa wzorcowego. Napięcie mierzone doprowadzone jest do wejścia nastawnego dzielnika napięcia; napięcie wyjściowe dzielnika jest kompensowane z siłą elektromotoryczną ogniwa wzorcowego. W torze przetwarzania wielkości mierzonej ma miejsce przepływ energii, co jak wspomniano, jest cechą układów komparacyjnych.

Należy zauważyć, że za pomocą podobnego schematu blokowego można przedstawić przetworniki elektromechaniczne, np. magnetoelektryczne, elektromagnetyczne itd. W przetwornikach tych wielkość wejściowa jest przetwarzana na moment mechaniczny, kompensowany momentem sprężynek. Jednak w tym przypadku nie istnieje gałąź członu decyzyjnego - przetwornik elektromechaniczny nie jest komparatorem.

Przypadek, gdy  $K_X = 1$ , odpowiada przekształceniu układu komparacyjnego w kompensacyjny. W stanie kompensacji z obiektu badanego nie jest pobierana energia; przepływ energii ma miejsce w torze wielkości wzorcowej. Metoda kompensacyjna jest więc szczególnym przypadkiem metody komparacyjnej. Równanie stanu kompensacji, wynikające ze schematu blokowego, przedstawionego na rysunku 2.2b opisuje zależność:

$$\frac{C_X}{C_N} = K_N \quad \text{lub} \quad C_X - K_N C_N = 0 \quad (2.2)$$

Komparacja wielkości aktywnych może być spełniona dla jednej z miar komparowanych wielkości: wartości chwilowych, średnich, skutecznych lub maksymalnych. Jeżeli charakterystyki statyczne torów przetwarzania będą liniowe - komparowane są wartości średnie lub chwilowe. Natomiast tory przetwarzania o charakterystykach kwadratujących umożliwiają komparację wartości skutecznych lub kwadratów wartości chwilowych. Komparacja wartości chwilowych lub kwadratów wartości chwilowych zależy od właściwości dynamicznych wskaźnika stanu kompensacji  $W$ . Jeżeli częstotliwość graniczna  $f_{gW}$  wskaźnika  $W$  będzie dostatecznie większa od częstotliwości najwyższych harmonicznych przebiegów wielkości komparowanych  $f_{nh}$ , tzn.  $f_{gW} \gg f_{nh}$ , komparowane i kompensowane będą wartości chwilowe lub ich kwadraty. Oczywiście, częstotliwość graniczna torów przetwarzania  $f_{gT}$  musi być dostatecznie większa od częstotliwości  $f_{nh}$  ( $f_{gT} \gg f_{nh}$ ). Jeżeli  $f_{gW} \ll f_{1h}$ , gdzie  $f_{1h}$  - częstotliwość podstawowej harmonicznej przebiegów, komparowane są w zależności od charakterystyk torów przetwarzania wartości skuteczne lub średnie.

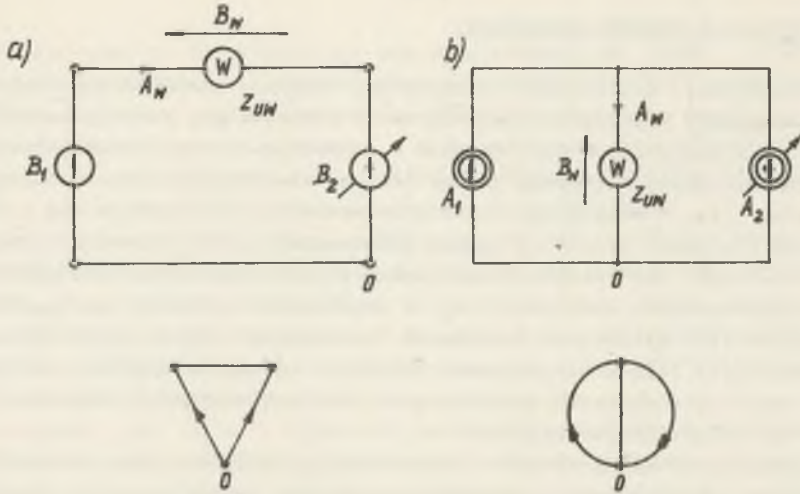
Komparacja wartości maksymalnych może mieć miejsce w przypadku, gdy w tory przetwarzania włączone zostaną przetworniki wartości maksymalnej na wartość stałą (tzw. detektory szczytowe).

## 2.2. Struktury układów komparacji

Przetwarzanie realizowane w torach ma charakter energetyczny ilościowy lub jakościowy. W przypadku przetwarzania ilościowego, postać energii na wejściu i wyjściu torów jest ta sama - zmieniają się tylko miary energii. W drugim przypadku następuje zmiana postaci energii, np. elektrycznej w mechaniczną itp. W realizacji torów przetwarzania wykorzystuje się różne zjawiska fizyczne. Jednolite ujęcie przetwarzania energetycznego umożliwiają wielkości uogólnione. Każdy bierny przetwornik można zamodelować za pomocą uogólnionych impedancji  $Z_U$  i uogólnionych admitancji  $Y_U$ . Wzajemne połączenie uogólnionych impedancji i admitancji tworzy strukturę toru przetwarzania. Połączenie, poprzez wskaźnik stanu kompensacji, struktur dwóch torów przetwarzania, uzupełnionych źródłami wielkości aktywnych, daje strukturę układu komparacyjnego.

Przetwarzanie energetyczne w torach układu komparacyjnego może być realizowane w sposób prosty (jednokrotna ilościowa zmiana energii) lub skomplikowany (wielokrotna jakościowa zmiana energii). W zależności od stopnia skomplikowania układy komparacji będą reprezentowane przez różne struktury. Struktura może stanowić kolejne kryterium klasyfikacji układów komparacyjnych. Realizacja tej klasyfikacji wymaga wyprowadzenia struktur, będących uogólnionymi schematami ideowymi układów komparacji wielkości elektrycznych, magnetycznych, mechanicznych i innych. W dalszych rozdziałach pracy rozważania ograniczono tylko do wielkości elektrycznych i magnetycznych; schematy układów komparacji tych wielkości wyprowadzono ze struktur komparacji wielkości uogólnionych.

Do torów przetwarzania doprowadzone są wielkości aktywne. Istnieje, stosowany w teorii grafów, podział tych wielkości wynikający z kryterium liczby punktów ingerencji narzędzia pomiarowego w obiekt badany (lub jego graf) podczas pomiaru [32]. Np. pomiar natężenia prądu lub strumienia magnetycznego wymaga umieszczenia narzędzia pomiarowego w jednym punkcie kontrolowanego obwodu; wielkości takie nazwano jednopunktowymi i oznaczono - A. Z kolei pomiar napięcia elektrycznego lub magnetycznego wymaga połączenia narzędzia w dwóch punktach obiektu badanego - stąd wielkości te nazwano dwupunktowymi i oznaczono - B. Podział wielkości aktywnych na jedno- oraz dwupunktowe częściowo pokrywa się z podziałem wielkości na uogólnione siły i uogólnione prędkości, ale tylko w systemie analogii, w którym uogólnionej sile odpowiada napięcie elektryczne, natomiast uogólnionej prędkości - natężenie prądu. W przypadku wielkości magnetycznych uogólnionej sile odpowiada siła magnetomotoryczna, natomiast strumień magnetyczny (wielkość jednopunktowa) odpowiada uogólnionemu przemieszczeniu [9]. W celu graficznego przedstawienia struktur wykorzystano symbole stosowane w teorii obwodów elektrycznych, oznaczają źródła wielkości jednopunktowych symbolem źródła prądowego, natomiast źródła wielkości dwupunktowych symbolem źródła napięciowego.



Rys. 2.3. Podstawowe struktury kompensacji wielkości dwupunktowych: a - jednopunktowych oraz b - ich grafy

Na rysunku 2.3a przedstawiono strukturę układu kompensacji wielkości dwupunktowych oraz reprezentujący ją graf, natomiast na rysunku 2.3b - strukturę układu kompensacji wielkości jednopunktowych oraz jej graf. Należy zauważyć, że grafy te są względem siebie dualne. W strukturach tych wyróżniono punkt "0", który w realizacjach układowych tych struktur odpowiada najczęściej punktowi odniesienia miar wielkości dwupunktowych. Wskaźniki stanu kompensacji, niezależnie od ich zasady działania, charakteryzują się uogólnioną impedancją,  $Z_{UW}$ , która zawsze przyjmuje wartości skończone. Uwzględniając skończoną wartość impedancji, struktura przedstawiona na rysunku 2.3a opisana jest zależnością:

$$A_W = \frac{B_1 - B_2}{Z_{UW}} = \frac{B_W}{Z_{UW}} \quad (2.3)$$

natomiast struktura z rysunku 2.3b - zależnością:

$$A_W = A_1 - A_2 = \frac{B_W}{Z_{UW}} \quad (2.4)$$

gdzie:

$A_1, A_2, A_W$  - wielkości jednopunktowe,

$B_1, B_2, B_W$  - wielkości dwupunktowe,

$Z_{UW}$  - uogólniona impedancja wskaźnika stanu kompensacji.

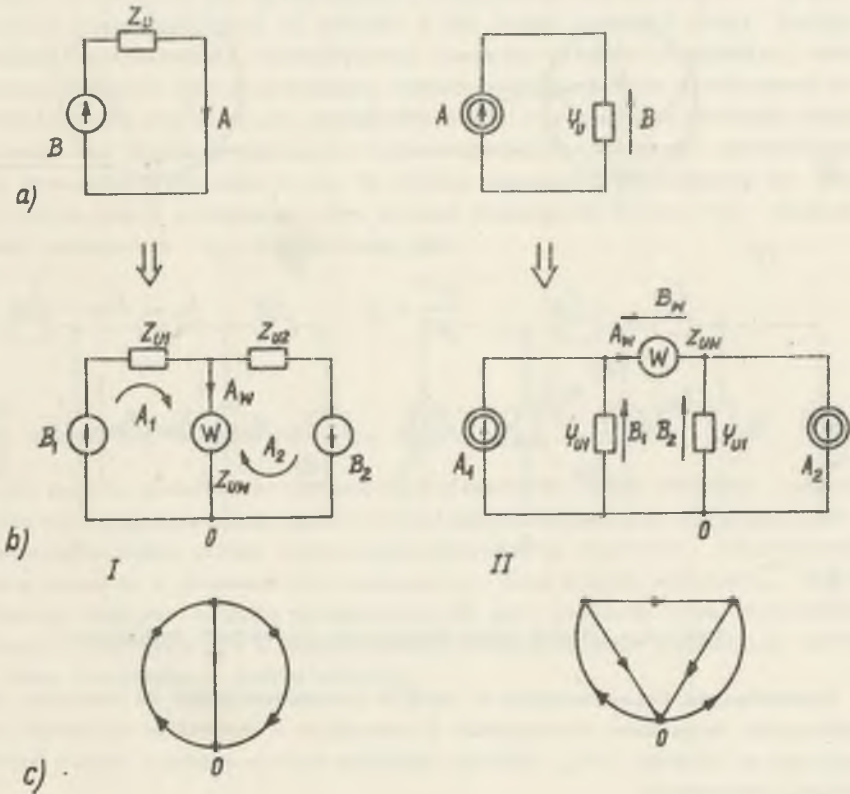
Wielkości jednopunktowe oraz dwupunktowe związane są uogólnionym prawem Ohma. Schematy zastępcze podstawowych obwodów wielkości uogólnionych przedstawiono na rysunku 2.4a. Obwody te równocześnie tworzą najprostsze tory przetwarzania - o najprostszyc strukturach. Łącząc odpowiednio obwody przedstawione na rysunku 2.4a, otrzymano podstawowe układy komparacji wielkości jednopunktowych oraz dwupunktowych o strukturach przedstawionych na rysunku 2.4b, oznaczonych odpowiednio I oraz II. Struktury te są opisane zależnościami:

- dla struktury układu komparacji wielkości dwupunktowych:

$$A_W = A_1 - A_2 = \frac{B_1 Z_{U2} - B_2 Z_{U1}}{Z_{U1} Z_{U2} + Z_{UW} (Z_{U1} + Z_{U2})} \quad (2.5)$$

- dla struktury układu komparacji wielkości jednopunktowych:

$$A_W = \frac{B_W}{Z_{UW}} = \frac{A_1 Y_{U2} - A_2 Y_{U1}}{Y_{U1} Y_{U2} + Y_{UW} (Y_{U1} + Y_{U2})} \quad (2.6)$$



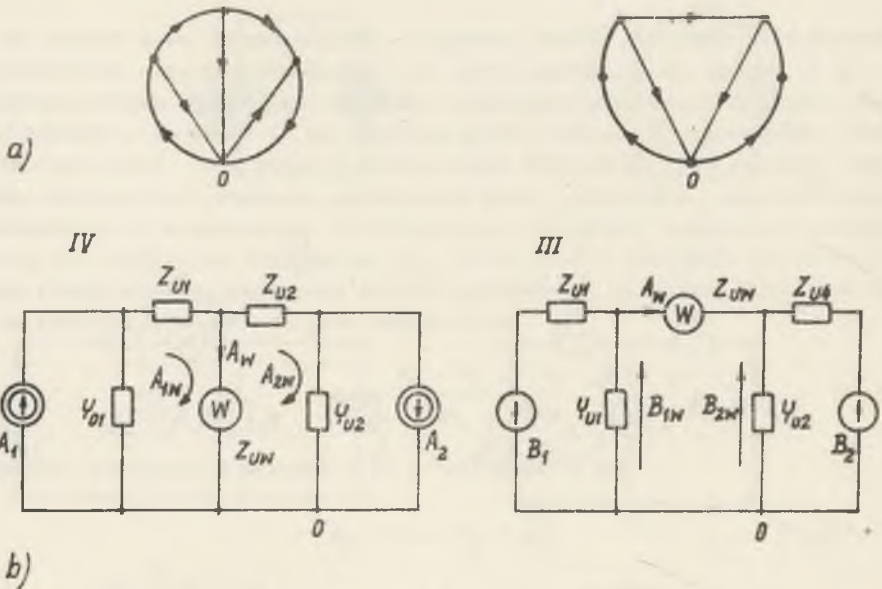
Rys. 2.4. Podstawowe struktury komparacji wielkości jednopunktowych i dwupunktowych oraz ich grafy



W zapisie zależności (2.5) i (2.6) przyjęto, że wielkością wyjściową jest wielkość jednopunktowa w gałęzi wskaźnika stanu kompensacji  $A_W$ , niezależnie od wielkości kompensowanych. W strukturze układu komparacji wielkości jednopunktowych kompensowane są wielkości dwupunktowe  $B_1$  oraz  $B_2$  i wskaźnik stanu kompensacji bezpośrednio reaguje na różnicę:  $B_1 - B_2 = B_W$ . Wielkość jednopunktowa  $A_W$  jest wynikiem działania tej różnicy na wskaźnik o uogólnionej impedancji  $Z_{UW}$ , zgodnie z zależnością (2.6).

Grafy podstawowych struktur układów komparacyjnych, przedstawione na rysunku 2.4c są również grafami względem siebie dualnymi. Z porównania tych grafów z grafami przedstawionymi na rysunku 2.3o wynikają następujące wnioski:

- graf struktury układu komparacji wielkości dwupunktowych powstał przez wprowadzenie do grafu struktury układu kompensacji wielkości jednopunktowych, w krawędzie reprezentujące wielkości jednopunktowe, dodatkowych wierzchołków,
- graf struktury układu komparacji wielkości jednopunktowych powstał przez wprowadzenie do grafu struktury układu kompensacji wielkości dwupunktowych dodatkowych krawędzi.



Rys. 2.5. Grafy oraz rozwinięte struktury komparacji

Wprowadzając konsekwentnie do grafów przedstawionych na rysunku 2.4c, odpowiednio dodatkowe wierzchołki i krawędzie - otrzymuje się grafy, przedstawione na rysunku 2.5a, również względem siebie dualne, nowych struktur układów komparacji.

Struktury te, nazwane w odróżnieniu od podstawowych struktur układów komparacji - strukturami rozwiniętymi układów komparacji, przedstawiono na rysunku 2.5b. Struktury te, oznaczone przez "III" oraz "IV", reprezentują układy komparacji z kompensacją wielkości tej samej grupy, np. jednopunktowych lub dwupunktowych.

Strukturę układu komparacji z kompensacją wielkości jednopunktowych opisuje zależność:

$$A_W = A_{1W} - A_{2W} = \frac{A_1(Z_{U2}Y_{U4}+1) - A_2(Z_{U3}Y_{U1}+1)}{(Z_{U2}Y_{U1}+1)Z_{UW}Y_{U1} + (Z_{U3}Y_{U1}+1)(Z_{UW}Y_{U4}+Z_{U2}Y_{U4}+1)} \quad (2.7)$$

natomiast strukturę komparacji z kompensacją wielkości dwupunktowych - zależność:

$$A_W = \frac{B_1(Z_{U4}Y_{U2}+1) - B_2(Z_{U1}Y_{U3}+1)}{(Z_{U4}Y_{U2}+1)(Z_{U1}+Y_{U3}Z_{UW}Z_{U1}+Z_{UW}) + Z_{U4}(Z_{U1}Y_{U3}+1)} \quad (2.8)$$

Stosując opisaną metodę wprowadzenia dodatkowych wierzchołków i krawędzi do grafów przedstawionych na rysunku 2.5a, można otrzymać grafy bardziej złożonych (wielokrotnie rozwiniętych) struktur układów komparacji. Jednak z punktu widzenia metrologicznego, układy reprezentowane strukturami wielokrotnie rozwiniętymi będą charakteryzowały się znacznie gorszymi właściwościami, niż układy komparacji, reprezentowane strukturami przedstawionymi na rysunkach 2.4b oraz 2.5b. Im więcej elementów wchodzących do zależności opisujących strukturę - tym więcej składników błędu, tym mniejsza czułość komparacji  $S_K$ , definiowana jako

$$S_K = \frac{\partial A_W}{\partial S_W}$$

gdzie:

$S_W$  - wielkość komparowana; np.  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $Z_{U1}$ ,  $Y_{U1}$  itd.

Dlatego dalsze rozważania zostaną ograniczone do dwóch struktur układów komparacji: podstawowej i rozwiniętej (jednokrotnie). Ze struktur tych wprowadzone zostaną układy realizujące komparację wielkości elektrycznych i magnetycznych i jednocześnie kompensację tych samych wielkości. Punktem wyjściowym analizy układów komparacyjnych jest modelowy opis kompensacji wielkości elektrycznych i magnetycznych uwzględniający impedancje wskaźników stanu kompensacji tych wielkości.

### 3. KOMPENSACJA WIELKOŚCI ELEKTRYCZNYCH I MAGNETYCZNYCH

Przedmiotem kompensacji mogą być wielkości aktywne, a więc takie, za pomocą których wyrażana jest energia.

Energię pola elektromagnetycznego w przestrzeni  $V$  opisuje zależność:

$$W_E = \frac{1}{2} \int_V (\overline{ED} + \overline{HB}) dV \quad (3.1)$$

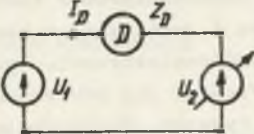
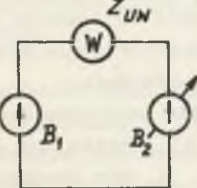
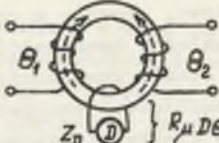
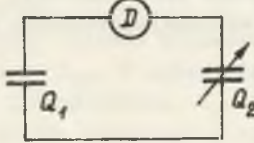
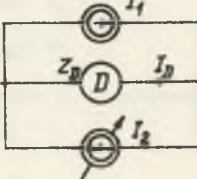
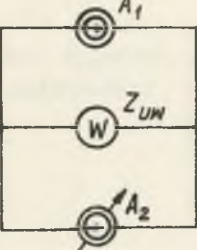
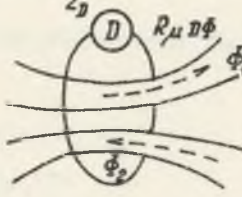
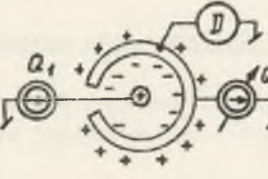
Wielkości: natężenie pola elektrycznego  $E$ , magnetycznego  $H$ , indukcja elektryczna  $D$  oraz magnetyczna  $B$  w przestrzeni  $V$  są funkcją współrzędnych wyznaczających punkty w tej przestrzeni - i w punktach tych nie są mierzalne. Mierzalne stają się dopiero efekty działania tych wielkości rozpatrywane wzdłuż drogi ich działania  $l$  lub przez przenikaną powierzchnię  $s$ :

$$\begin{aligned} \int_l \overline{E} d\overline{l} &= \varphi_1 & \oint_l \overline{H} d\overline{l} &= \theta = \sum I \\ \oint_s \overline{D} d\overline{s} &= Q & \int_s \overline{B} d\overline{s} &= \Phi \end{aligned} \quad (3.2)$$

Stąd możliwa jest kompensacja napięcia  $U$  (różnicy potencjałów  $\varphi$ ), natężenia prądu  $I$ , siły magnetomotorycznej  $\theta$ , strumienia magnetycznego  $\Phi$  oraz ładunku  $Q$ . Schematy układów kompensacji, przyporządkowane strukturom układów kompensacji przedstawiono w tabelicy 3.1. Ze struktury układu kompensacji wielkości dwupunktowych wynikają układy kompensacji napięcia, siły magnetomotorycznej oraz ładunku. Ze struktury układów kompensacji wielkości jednopunktowych wynikają układy kompensacji natężenia prądu, strumienia magnetycznego oraz ładunku, w układzie wykorzystującym zjawisko indukcji elektrostatycznej.

Układ kompensacji napięcia jest najczęściej stosowanym układem i chronologicznie najstarszym. W ostatnich dziesięcioleciach rozwinęły się układy kompensacji natężenia prądu oraz siły magnetomotorycznej. Teoretyczne podstawy kompensacji tych wielkości oraz kompensacji strumienia magnetycznego są szczegółowo omówione w pracy [53]. Realizacje i opisy modelowych właściwości kompensatorów napięcia przedstawiono m.in. w pracy [55], natomiast natężenia prądu - w pracy [59]. Modelowe opisy układów kompensacji siły magnetomotorycznej oraz strumienia magnetycznego wymagają zdefiniowania reluktancji wskaźników stanu kompensacji:  $R_{\mu V}$  oraz  $R_{\mu V}$  co jest m.in. przedmiotem analizy przedstawionej w rozdziale 4.

Tablica 3.1

Lp	STRUKTURA UKŁADU KOMPENSACJI	WIELKOŚĆ KOMPENSOWANA	SCHEMAT UKŁADU KOMPENSACJI	Równanie podstaw stanu kompensacji
1		NAPIĘCIE $U$		$\oint E dl = 0$
2		SIŁA MAGNETOMO- TORYCZNA $\theta$		$\oint H dl = 0$
3		ŁADUNEK (STRUMIEŃ INDUKCJI) $Q$		$\oint D ds = 0$
4		NATĘŻENIE PRĄDU $I$		$\oint j ds = 0$
5		STRUMIEŃ MAGNETYCZNY $\Phi$		$\oint B ds = 0$
6		ŁADUNEK $Q$		$\oint q ds = 0$

W wierszach 3 oraz 6 tablicy 3.1 przedstawiono układy kompensacji ładunku elektrycznego. Układ kompensacji ładunku jako całości ze strumienia indukcji  $D$  jest klasycznym układem kompensacji ładunków, zgromadzonych np. na okładkach kondensatorów o takich samych pojemnościach. Układ przedstawiony w wierszu 6 jest układem kompensacji ładunku wykorzystującym zjawisko indukcji elektrostatycznej. Wprowadzenie ładunku  $Q_1$  do wnętrza kuli powoduje polaryzację jej powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej, jak to przedstawiono na rysunku. Kompensacja polega na doprowadzeniu do powierzchni kuli ładunku  $Q_2$ , o przeciwnym znaku, w porównaniu ze znakiem ładunku wprowadzonego do kuli. Stan kompensacji wskaże detektor reagujący na ładunek powierzchniowy, zgodnie z opisującą układ zależnością.

W realizacjach układów kompensacji napięcia, siły magnetomotorycznej itd., istniejący w stanie kompensacji przepływ energii, wynikający z ograniczonego progu pobudliwości energetycznej wskaźnika  $W$ , nie powoduje znaczącej zmiany miary wielkości kompensowanej. W przypadku kompensacji ładunku, przepływ prądu przez wskaźnik  $W$  powoduje zmianę kompensowanego ładunku. Dlatego rezystancja wskaźnika kompensacji ładunku powinna dążyć do niskości.

#### 4. WSKAŹNIKI STANU KOMPENSACJI

##### 4.1. Wskaźniki stanu kompensacji wielkości jednopunktowych oraz dwupunktowych

Wskaźniki stanu kompensacji przedstawione w strukturach układów kompensacji na rysunku 2.3 charakteryzują się uogólnioną impedancją wyjściową  $Z_{UW}$ . Energia pobierana z obiektu badanego i jednocześnie przetworzona we wskaźniku powinna dążyć do zera. Stąd uogólniona impedancja wskaźnika  $Z_{UW}$ , dla wielkości jednopunktowych, powinna dążyć do zera, natomiast dla wielkości dwupunktowych - do nieskończoności.

W zależnościach opisujących struktury układów kompensacji (i komparacji) uwzględniono uogólnioną impedancję  $Z_{UW}$ . W zależnościach tych, jako wielkość wyjściową przyjęto wielkość jednopunktową  $A_W$ . Dla  $Z_{UW} \rightarrow 0$ , graniczną wielkość jednopunktową  $A_{W0}$  należy wyznaczyć z zależności:

$$A_{W0} = \lim_{Z_{UW} \rightarrow 0} A_W \quad (4.1)$$

Pomiędzy wielkościami opisującymi wskaźnik - jednopunktową oraz dwupunktową istnieje zależność:

$$B_W = A_W Z_{UW} \quad (4.2)$$

Stąd, dla  $Z_{UW} \rightarrow \infty$ , graniczną wielkość dwupunktową  $B_{W0}$  należy wyznaczyć z zależności:

$$B_{W0} = \lim_{Z_{UW} \rightarrow \infty} A_W Z_{UW} \quad (4.3)$$

##### 4.2. Wskaźniki stanu kompensacji napięcia oraz natężenia prądu

Wskaźnikami stanu kompensacji napięcia oraz natężenia prądu są precyzyjne przetworniki elektromechaniczne (galwanometry) lub elektroniczne wskaźniki zera.

Uogólnionej impedancji wskaźnika  $Z_{UW}$  odpowiada impedancja elektryczna  $Z_D$  lub rezystancja  $R_D$ , o skończonych wartościach. Wielkością wyj-

ściową układu kompensacji (lub komparacji) jest natężenie prądu  $I_D$ . Napięcie wskaźnika stanu kompensacji jest równe:

$$U_D = I_D Z_D \quad (4.4)$$

Układ kompensacji natężeń prądów w tablicy 3.1 opisuje zależność:

$$I_D = I_1 - I_2 = \frac{U_D}{Z_D} \quad (4.5)$$

Graniczne natężenie prądu  $I_{D0}$ , dla  $Z_D \rightarrow 0$ , jest równe:

$$I_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow 0} I_D = I_1 - I_2 \quad (4.6)$$

Stan pracy detektora, w przypadku gdy  $Z_D \rightarrow 0$ , uzasadnia stosowaną nazwę - "detektor prądowy".

Analogicznie, dla układu kompensacji napięć:

$$I_D = \frac{U_1 - U_2}{Z_D} = \frac{U_D}{Z_D} \quad (4.7)$$

Graniczne napięcie, dla  $Z_D \rightarrow \infty$  jest równe:

$$U_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow \infty} U_D = U_1 - U_2 \quad (4.8)$$

Kompensacja napięcia powinna być realizowana w sposób bezprądowy. Taki stan pracy detektora uzasadnia stosowaną nazwę - "detektor napięciowy".

#### 4.3. Wskaźniki stanu kompensacji sił magnetomotorycznych oraz strumieni magnetycznych

Wskaźniki stanu kompensacji wielkości magnetycznych reagują na wielkości magnetyczne określone zależnościami (3.2). Dlatego podstawowym warunkiem realizacji kompensacji (i komparacji) wielkości magnetycznych jest umiejscowienie strumieni i sił magnetomotorycznych w przestrzeni, konieczne do określenia granic całkowania w tych zależnościami. Najprostszym sposobem określenia granic całkowania jest skupienie strumieni i sił magnetomotorycznych w magnetowodzie o znanych wymiarach geometrycznych. Wtedy stwierdzenie stanu kompensacji strumieni i sił magnetomotorycznych przemiennych jest proste - polega na umieszczeniu na magnetowodzie dodatkowego uzwojenia (detekcyjnego) i badaniu napięcia indukującego się w tym uzwojeniu lub natężenia prądu płynącego przez to uzwojenie.

W przypadku detekcji strumieni i sił magnetomotorycznych stałych w czasie ( $\omega = 0$ ), detektorami mogą być np. hallotron, sonda Forstera, magnetoopornik itd. Możliwość zastosowania różnych typów detektorów w kompensatorach sił magnetomotorycznych stałych w czasie przeanalizowano w pracy [36]. Jednak kompensacja wielkości magnetycznych stałych w czasie, w układach komparacji wielkości magnetycznych nie będzie realizowana, ponieważ warunkiem komparacji jest przepływ energii w torach przetwarzania, możliwy w przypadku obwodów magnetycznych tylko dla  $\frac{dB}{dt} \neq 0$ .

Jeżeli schemat zastępczy magnetowodu z dwoma uzwojeniami przedstawi się w postaci czwórnika typu "T" - to gałąź poprzeczna schematu reprezentuje straty energii czynnej oraz energię pola magnetycznego magnetowodu. Te dwa efekty modeluje się w schemacie elektrycznym za pomocą rezystancji  $R_{Fe}$  oraz reaktancji  $X_{\mu}$ , połączonych równolegle lub szeregowo w gałąź impedancji magnesującej  $Z_{\mu}$ . Natomiast w schemacie zastępczym magnetycznym efekty te reprezentuje permeancja  $\Lambda$  lub reluktancja  $R_{\mu}$ . Obie wielkości są wielkościami zespolonymi, ponieważ względna przenikalność magnetyczna jest wielkością zespoloną:

$$\mu = \mu' - j\mu'' \quad (4.9)$$

Można wykazać [41], że składowe impedancji magnesującej, dla kombinacji szeregowej rezystancji  $R_{Fe}$  oraz reaktancji  $X_{\mu}$ , są proporcjonalne do odpowiednich składowych zespolonej przenikalności magnetycznej:

$$Z_{\mu} = R_{Fe} + jX_{\mu} = j\omega N^2 \Lambda = j\omega N^2 \mu_0 \frac{s}{l} (\mu' - j\mu'') \quad (4.10)$$

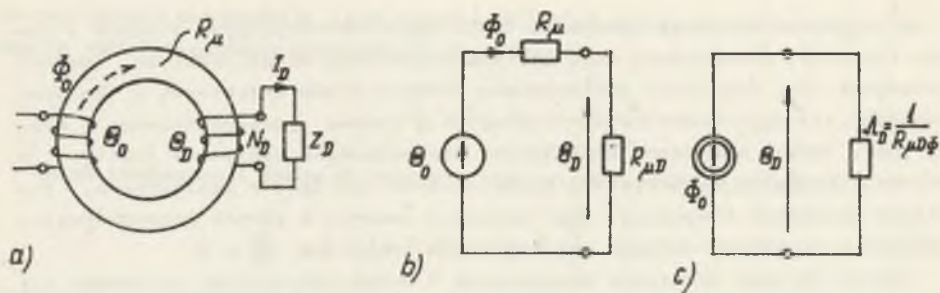
gdzie:

$s$ ,  $l$  - pole przekroju poprzecznego oraz długość drogi strumienia.

Zależność (4.10) określa odpowiedniość impedancji oraz permeancji lub reluktancji; umożliwia uwzględnienie np. impedancji uzwojenia w postaci odpowiadającej jej permeancji lub reluktancji w schemacie ideowym obwodu magnetycznego.

Na rysunku 4.1a przedstawiono obwód magnetyczny z uzwojeniem detekcyjnym  $N_D$ , połączonym z detektorem o impedancji  $Z_D$  oraz z uzwojeniem zastępczym, wymuszającym siłę magnetomotoryczną  $\theta_0$ , której odpowiada strumień  $\phi_0$ . Siła magnetomotoryczna  $\theta_0$  może być różnicą sił magnetomotorycznych  $\theta_1$  oraz  $\theta_2$  w kompensatorze sił magnetomotorycznych. Natomiast strumień  $\phi_0$  można rozpatrywać jako różnicę dwóch strumieni  $\phi_1$  oraz  $\phi_2$  w kompensatorze strumieni. W zależności od wielkości wymuszającej (siła magnetomotoryczna  $\theta_0$  lub strumień  $\phi_0$ ), obwód z rysunku 4.1a można przedstawić w postaci dwóch schematów zastępczych, przedstawionych na rysunkach 4.1b oraz 4.1c. Ze schematów tych wynikają zależności opisujące reluktancje detektorów siły magnetomotorycznej oraz strumienia.





Rys. 4.1. Schematy układu (a) i zastępcze (b,c) detektorów siły magneto-  
motorycznej i strumienia magnetycznego

W przypadku kompensacji sił magneto-  
motorycznych reluktancja detektora  
jest sumą reluktancji magnetowodu  $R_\mu$  i reluktancji wynikającej z impedan-  
cji detektora  $Z_D$ , przeliczonej zgodnie z zależnością (4.10) na wielkość  
magnetyczną - reluktancję  $R_{\mu D}$ . Stąd:

$$R_{\mu D} = R_\mu + j\omega N_D^2 \frac{1}{Z_D} \quad (4.11)$$

Kompensacja siły magneto-  
motorycznej powinna odbywać się w sposób bezstru-  
mieniu (analogia kompensacji napięć) - i stąd wartość reluktancji detek-  
tora powinna dążyć do nieskończoności. Odpowiada to sytuacji, gdy  $Z_D \rightarrow 0$ ;  
wtedy siła magneto-  
motoryczna uzwojenia detekcyjnego  $\theta_D$  będzie zbieżna,  
ale przeciwnie skierowana do różnicy kompensowanych sił magneto-  
motorycz-  
nych. Jest to zatem przypadek bezpośredniej detekcji siły magneto-  
motorycz-  
nej i stan pracy kompensatora siły magneto-  
motorycznej uzasadniający jego  
nazwę. Przypadek taki przedstawiono jedynie w pracy [3], gdzie został opi-  
sany mostek z kompensatorem siły magneto-  
motorycznej ze zwartą gałęzią de-  
tektora. Jednak realizacja warunku  $Z_D \rightarrow 0$  jest trudna i dlatego kompensato-  
ry siły magneto-  
motorycznej pracują w stanie, gdy impedancja detektora  
ma skończoną, najczęściej dużą wartość. Wtedy w magnetowodzie istnieje  
strumień

$$\Phi_0 = \frac{\theta_1 - \theta_2}{R_{\mu D}}, \quad (4.12)$$

który indukuje w uzwojeniu detekcyjnym napięcie

$$U_D = -j\omega N_D \frac{\theta_1 - \theta_2}{R_\mu + j\omega N_D^2 \frac{1}{Z_D}} \quad (4.13)$$

wtedy w uzwojeniu tym płynie prąd o natężeniu

$$I_D = \frac{\theta_1 - \theta_2}{(1 - j \frac{\mathcal{R}_{\mu} Z_D}{\omega N_D}) N_D} \quad (4.14)$$

Z zależności (4.13) oraz (4.14) można wyznaczyć graniczne natężenie prądu  $I_{Do}$ , w sytuacji, gdy  $Z_D \rightarrow 0$  oraz graniczne napięcie, gdy  $Z_D \rightarrow \infty$ :

$$I_{Do} = \lim_{Z_D \rightarrow 0} I_D = \frac{\theta_1 - \theta_2}{N_D} \quad (4.15)$$

$$U_{Do} = \lim_{Z_D \rightarrow \infty} U_D = -j\omega N_D \frac{\theta_1 - \theta_2}{\mathcal{R}_{\mu}} \quad (4.16)$$

Schemat zastępczy detektora strumienia jest przedstawiony na rysunku 4.1c. Impedancja pętli detektora odpowiada permeancji

$$\mathcal{L}_D = \frac{1}{\mathcal{R}_{\mu D \Phi}} \quad (4.17)$$

gdzie

$$\mathcal{R}_{\mu D \Phi} = j\omega N_D^2 \frac{1}{Z_D} \quad (4.18)$$

Stąd

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{\theta_D}{\mathcal{R}_{\mu D \Phi}} \quad (4.19)$$

W uzwojeniu detekcyjnym wyindukuje się napięcie

$$U_D = -j\omega N_D (\Phi_1 - \Phi_2) \quad (4.20)$$

oraz popłynie prąd o natężeniu:

$$I_D = -j\omega \frac{N_D}{Z_D} (\Phi_1 - \Phi_2) \quad (4.21)$$

Dla obu granicznych wartości impedancji detektora  $Z_D$  otrzymano:

$$U_{Do} = \lim_{Z_D \rightarrow \infty} U_D = -j\omega N_D (\Phi_1 - \Phi_2) \quad (4.22)$$

oraz

$$I_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow 0} I_D = \infty \quad (4.23)$$

Otrzymany w zależności (4.23) wynik ma znaczenie tylko teoretyczne, ponieważ w każdym przypadku kompensacji strumienia impedancja pętli detektora ma wartość skończoną.

#### 4.4. Kompensator siły magnetomotorycznej jako detektor natężenia prądu

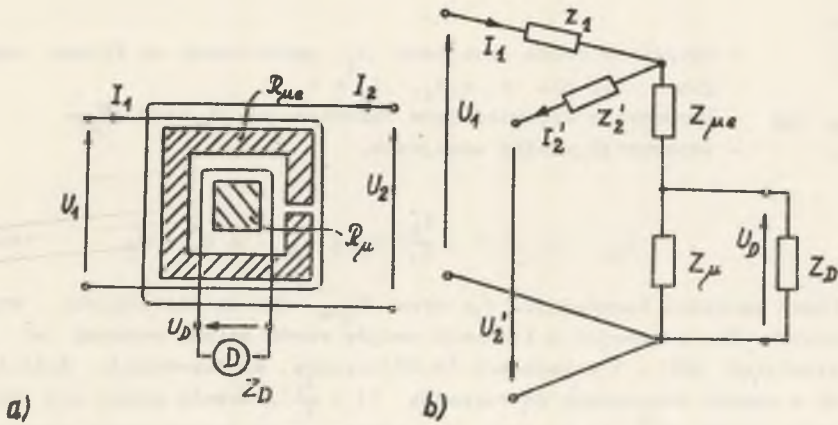
Siły magnetomotoryczne kompensujące się w magnetowodzie są wynikiem przepływu prądu przez uzwojenia nawinięte na magnetowodzie. Jeżeli liczby zwojów uzwojeń będą sobie równe, to wypadkowa siła magnetomotoryczna będzie proporcjonalna do różnicy natężeń prądów. Fakt ten umożliwia wykorzystanie kompensatora siły magnetomotorycznej jako detektora natężenia prądu. Cechą takiego detektora natężenia prądu jest galwaniczne odizolowanie obwodów obu prądów.

Najważniejszym zastosowaniem kompensatora siły magnetomotorycznej jest wyznaczenie stosunku natężeń prądów. Uzasadnia ono stosowaną w literaturze nazwę - "magnetyczny komparator prądu".

Przekonującą ilustracją przydatności magnetycznego komparatora prądu jako detektora natężenia prądu będzie porównanie przeciętnych wartości stałej prądowej i impedancji wejściowej realizowanych detektorów oraz odpowiadających im wielkości, charakteryzujących magnetyczno komparatory prądu. W realizowanych detektorach, zarówno elektronicznych jak i elektromechanicznych, zmniejszeniu stałej prądowej towarzyszy wzrost impedancji wejściowej. Typowe rozwiązania elektronicznych detektorów natężenia prądu przemiennego mają stałą prądową rzędu  $10^{-12}$  A/dz, ale jednocześnie rezystancję wejściową, rzędu setek  $k\Omega$ , [57]. Precyzyjne przetworniki magnetoelektryczne - stałą prądową rzędu  $10^{-11}$  A/dz oraz rezystancję wewnętrzną rzędu setek  $k\Omega$ .

W celu określenia impedancji wejściowej magnetycznego komparatora prądu należy rozpatrzyć jego elektryczny schemat zastępczy. Na rysunku 4.2a przedstawiono przekrój poprzeczny magnetycznego komparatora prądu opisanego w pracach [25], [26], [39] i in. Pokazano na nim przekrój magnetowodu o reluktancji  $R_{\mu}$ , z nawiniętym uzwojeniem detekcyjnym, w którym w wyniku istnienia strumienia w magnetowodzie indukuje się napięcie  $U_D$ . Magnetowód z uzwojeniem detekcyjnym jest otoczony ekranem magnetycznym o reluktancji wzdłużnej (wzdłuż drogi strumienia)  $R_{\mu 0}$ . Na ekranie znajdują się uzwojenia prądów  $I_1$  oraz  $I_2$ . Uzwojenia te obejmują dwa równoległe połączone obwody magnetyczne o reluktancjach  $R_{\mu 1}$  oraz  $R_{\mu 2}$ . Permeancja odpowiadająca wypadkowej reluktancji  $R_{\mu w}$  jest równa:

$$\frac{1}{R_{\mu w}} = \frac{1}{R_{\mu}} + \frac{1}{R_{\mu 0}} \quad (4.23)$$



Rys. 4.2. Rozwiązanie konstrukcyjne (a) oraz schemat zastępczy komparatora natężeń prądów

Permeancjom tym odpowiadają, zgodnie z zależnością (4.10) - impedancje:

$$Z_\mu = k \frac{1}{\mathcal{R}_\mu}; \quad Z_{\mu e} = k \frac{1}{\mathcal{R}_{\mu e}}; \quad Z_{\mu w} = k \frac{1}{\mathcal{R}_{\mu w}} \quad (4.24)$$

gdzie:

$$k = \omega N^2$$

$N$  - liczba zwojów uzwojeń prądów  $I_1$  oraz  $I_2$ .

Z porównania zależności (4.23) oraz (4.24) otrzymano:

$$Z_{\mu w} = Z_\mu + Z_{\mu e} \quad (4.25)$$

Połączenie szeregowe impedancji przedstawiono na rysunku 4.2b. Uzwojenie detekcyjne obejmuje tylko magnetowód o reluktancji  $\mathcal{R}_\mu$  - stąd napięcie indukujące się w tym uzwojeniu będzie równe spadkowi napięcia na impedancji  $Z_\mu$ . Impedancje  $Z_1$  oraz  $Z_2$  widoczne na schemacie zastępczym reprezentują rezystancje oraz indukcyjności rozproszeń uzwojeń.

Impedancję wejściową zdefiniowano jako:

$$Z_{we} = \frac{U_1}{I_1} \quad (4.26)$$

Na podstawie schematu zastępczego, spadek napięcia uzwojenia prądu  $I_1$  jest równy:

$$U_1 = I_1(Z_1 + Z_{\mu e} + Z_\mu) - I_2'(Z_{\mu e} + Z_\mu) \quad (4.27)$$

gdzie:

- $I_2'$  - natężenie prądu uzwojenia  $N_2$  przeliczone na stronę uzwojenia  $N_1$ ; dla  $N_1 = N_2$ ,  $I_2' = I_2$
- $Z_{\mu}$ ,  $Z_{\mu e}$  - impedancje odpowiadające reluktancjom  $R_{\mu}$  oraz  $R_{\mu e}$
- $Z_1$  - impedancja własna uzwojenia.

Stąd

$$Z_{we} = Z_1 + \left(1 - \frac{I_2'}{I_1}\right)(Z_{\mu} + Z_{\mu e}) = Z_1 + N_Z \quad (4.28)$$

Typowe wartości impedancji  $Z_{\mu}$  oraz  $Z_{\mu e}$  dla częstotliwości rzędu dziesiątek Hz i uzwojeń o liczbach zwojów rzędu setek, wynoszą od  $k\Omega$  do dziesiątek  $k\Omega$ . Z zależności (4.28) wynika, że impedancja wejściowa zależy w sposób decydujący od czynnika  $\left(1 - \frac{I_2'}{I_1}\right)$ . Jeżeli moduł tej różnicy będzie rzędu  $10^{-5}$ , to wartość  $N_Z$  będzie rzędu dziesiątych części  $\Omega$ . Jeżeli moduł różnicy będzie równy  $10^{-6}$ , to wartość  $N_Z$  będzie rzędu setnych części  $\Omega$ . Praktycznie więc impedancja wejściowa będzie równa impedancji własnej uzwojenia, a więc jej wartość będzie rzędu omów lub dziesiątek omów.

Z kolei czułość magnetycznych komparatorów prądu, opisanych w pracy [39] zdefiniowana jako:

$$S_k = \frac{\partial U_D}{\partial \theta_0} \quad (4.29)$$

gdzie:

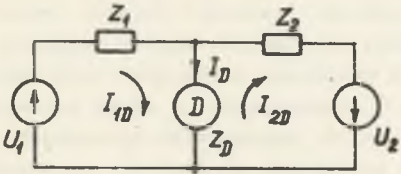
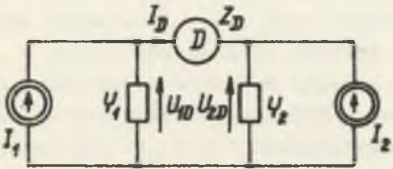
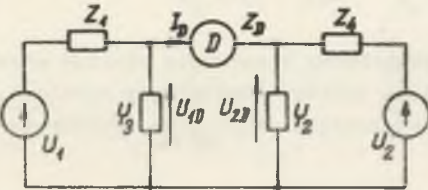
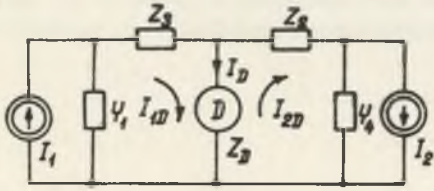
$U_D$  - napięcie indukowane w uzwojeniu detekcyjnym,

$\theta_0$  - różnica sił magnetomotorycznych uzwojeń komparatora, dla komparatorów prądów przemiennych jest rzędu kilkunastu lub kilkudziesięciu  $\frac{V}{A}$ ; [39]. Realizacja komparatora o czułości np.  $100 \frac{V}{A}$  jest względnie łatwa. Oznacza to, że siła magnetomotoryczna rzędu nA wywoła zmianę napięcia uzwojenia detekcyjnego rzędu dziesiątych części  $\mu V$ , co jest wartością w łatwy sposób mierzalną. Jednocześnie siłę magnetomotoryczną o wymienionej wartości otrzymuje się wywołując przepływ prądu o natężeniu pA przez uzwojenie o liczbie zwojów rzędu setek.

Dla komparatorów prądu stałego, [26], [29], wartości te są o rząd większe, co wynika z innej metody detekcji siły magnetomotorycznej. W przypadku przetworników strumienia stałego na napięcie parzystych harmonicznych (tzw. modulatorów parzystych harmonicznych), istotną rolę odgrywają szumy magnetyczne i niesymetria obu obwodów magnetycznych przetwornika. Problemy te są przedmiotem rozważań przeprowadzonych w pracy [36].

Z przedstawionej analizy wynika wniosek, że magnetyczny komparator prądów, będący kompensatorem siły magnetomotorycznej, jest konkurencyjnym wskaźnikiem zera w układach kompensacji natężenia prądu.

TABLICA 5.1. UKŁADY KOMPARACJI NAPIĘĆ ORAZ NATĘŻEN PRĄDÓW

Oznaczenia struktury	SCHEMATY IDEOWE UKŁADÓW KOMPARACJI	RÓWNANIE UKŁADU KOMPARACJI	RÓWNANIE KOMPENSACJI	RÓWNANIE KOMPARACJI	CZUŁOŚĆ dla $U_1 = U_x$ lub $I_1 = I_x$
1	2	3	4	5	6
I		$I_D = \frac{U_1 Z_2 - U_2 Z_1}{Z_1 Z_2 + Z_D (Z_1 + Z_2)}$ $I_{D0} = \frac{U_1}{Z_1} - \frac{U_2}{Z_2}$	$I_{1D} = I_{2D}$	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$	$S_I = \frac{Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_D (Z_1 + Z_2)} \quad [\Omega^{-1}]$
II		$I_D = \frac{I_1 Y_2 - I_2 Y_1}{Y_1 Y_2 Z_D + Y_1 + Y_2}$ $U_{D0} = \frac{I_1}{Y_1} - \frac{I_2}{Y_2}$	$U_{1D} = U_{2D}$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{Y_1}{Y_2}$	$S_I = \frac{Y_2}{Y_1 Y_2 Z_D + Y_1 + Y_2} \quad [-]$
III		$I_D = \frac{U_1 (1 + Z_4 Y_2) - U_2 (1 + Z_1 Y_3)}{(1 + Z_4 Y_2) (Z_1 + Y_3 Z_D Z_1 + Z_D) + Z_4 (1 + Z_1 Y_3)}$ $U_{D0} = \frac{U_1}{1 + Z_1 Y_3} - \frac{U_2}{1 + Z_4 Y_2}$	$U_{1D} = U_{2D}$	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{1 + Z_4 Y_2}{1 + Z_1 Y_3}$	$S_I = \frac{1 + Z_4 Y_2}{(1 + Z_4 Y_2) (Z_1 + Y_3 Z_D Z_1 + Z_D) + Z_4 (1 + Z_1 Y_3)} \quad [\Omega^{-1}]$
IV		$I_D = \frac{I_1 (1 + Z_2 Y_4) - I_2 (1 + Z_3 Y_1)}{(1 + Z_2 Y_4) Z_D Y_1 + (1 + Z_3 Y_1) (1 + Z_D Y_4 + Z_2 Y_4)}$ $I_{D0} = \frac{I_1}{1 + Z_2 Y_4} - \frac{I_2}{1 + Z_3 Y_1}$	$I_{1D} = I_{2D}$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1 + Z_3 Y_1}{1 + Z_2 Y_4}$	$S_I = \frac{1 + Z_2 Y_4}{(1 + Z_2 Y_4) Z_D Y_1 + (1 + Z_3 Y_1) (1 + Z_D Y_4 + Z_2 Y_4)} \quad [-]$

## 5. KOMPARACJA WIELKOŚCI ELEKTRYCZNYCH

### 5.1. Układy komparacji wielkości elektrycznych

Schematy ideowe układów komparacji wielkości elektrycznych wynikają bezpośrednio ze struktur układów komparacji przedstawionych w rozdziale 2. Postać graficzna jest taka sama; natomiast wielkościom jednopunktowym A odpowiadają natężenia prądu I, dwupunktowym B - napięcia, uogólnionym impedancjom  $Z_U$  - impedancje elektryczne Z, uogólnionym admitancjom  $Y_U$  - admitancje elektryczne Y. Również zależności opisujące struktury układów komparacji, po podstawieniu wielkości elektrycznych w miejsce uogólnionych, będą opisywały schematy układów komparacji wielkości elektrycznych.

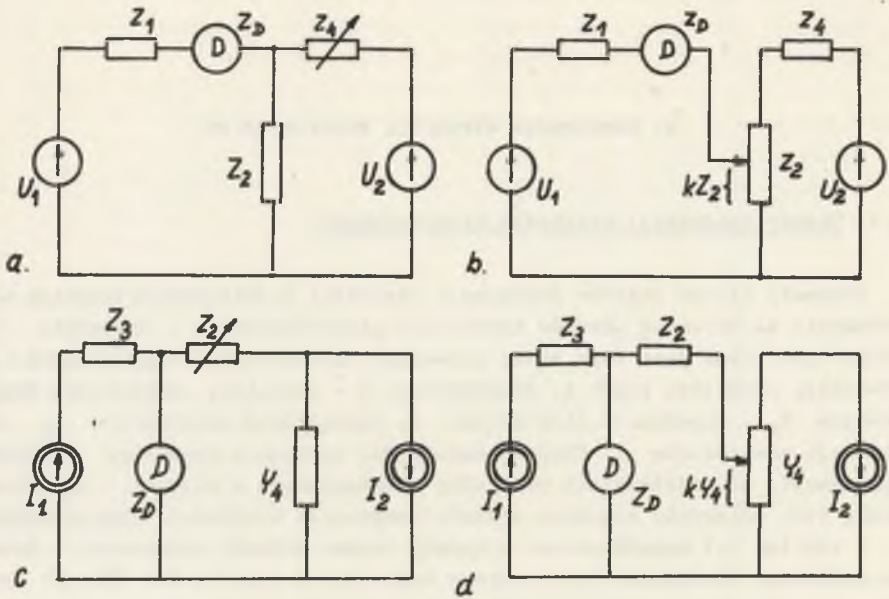
W tabelicy 5.1 przedstawiono schematy ideowe układów komparacji, przyporządkowane strukturom oznaczonym w rozdziale 2 jako I, II, III, IV oraz równania układów komparacji, przy czym wielkością wyjściową jest natężenie prądu  $I_D$ . W tabeli umieszczono również zależności opisujące układy komparacji dla granicznych wartości impedancji detektora  $Z_D$ . W dalszych kolumnach wskazano wielkości kompensowane oraz przedstawiono równanie komparacji, spełnione dla  $I_D = 0$ . Przedmiotem komparacji są napięcia lub natężenia prądów, dlatego prawa strona równań komparacji ma postać ilorazu wielkości komparowanych. W ostatniej kolumnie tabelicy 5.1 przedstawiono zależności opisujące czułość komparacji, przyjmując

$$U_x = U_1 \quad \text{lub} \quad I_x = I_1$$

Ze schematów układów komparacji przedstawionych w wierszach III oraz IV tabeli 5.1 wynikają podstawowe układy kompensatorów napięcia i natężenia prądu oraz mostków zasilanych napięciowo i prądowo.

### 5.2. Układy kompensacji napięcia i natężenia prądu

Ze schematu układu komparacji napięcia (III), przy założeniu  $Y_2 = 0$  oraz  $Z_4 = \text{var}$ ,  $Z_2 = \text{const}$ . - otrzymuje się podstawowy schemat układu kompensatora o zmiennym natężeniu prądu porównawczego, przedstawiony na rysunku 5.1a.



Rys. 5.1. Podstawowe układy kompensacji napięcia (a,b) oraz natężenia prądów (c,d)

Równanie opisujące ten układ otrzymuje się po podstawieniu do równania układu komparacji III:  $Y_3 = 0$ . Stąd

$$I_D = \frac{U_1(z_2 + z_4) - U_2 z_2}{(z_2 + z_4)(z_1 + z_D) + z_4 z_2} \quad (5.1)$$

Jeżeli  $(z_1 + z_2) = \text{const}$  oraz  $k z_2 = \text{var.}$ , otrzymuje się układ kompensatora o stałym prądzie pomocniczym, przedstawiony na rysunku 5.1b. Równanie opisujące ten układ otrzymuje się po podstawieniu do zależności (5.1) w miejsce impedancji  $z_2$  oraz  $z_4$ :

$$\begin{aligned} z_2' &= k z_2 \\ z_4' &= z_4 + (1 - k) z_2 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Stąd

$$I_D = \frac{U_1(z_2 + z_4) - U_2 z_2}{(z_2 + z_4)(k z_2 + z_1 + z_D) - k^2 z_2^2} \quad (5.3)$$



W sposób analogiczny, z układu komparacji natężeń prądów (IV), otrzymuje się układy kompensacji natężeń prądów. Dla  $Y_1 = 0$ , układ przedstawiony na rysunku 5.1c. jest kompensatorem natężenia prądu o nastawnej impedancji  $Z_2$ . Opisuje go zależność wynikająca z równania układu komparacji, po podstawieniu  $Y_1 = 0$ :

$$I_D = \frac{I_1(Z_2 Y_4 + 1) - I_2}{Z_D Y_4 + Z_2 Y_4 + 1} \quad (5.4)$$

Układ o zmiennej admitancji  $k Y_4$  przedstawiono na rysunku 5.1d. Opisuje go analogiczne do zależności (5.4) równanie otrzymane w wyniku podstawienia  $Y_4' = k Y_4$ :

$$I_D = \frac{I_1(k Z_2 Y_4 + 1) - I_2}{k Y_4 Z_D + k Y_4 Z_2 + 1} \quad (5.5)$$

Również zależności opisujące czułość układów kompensacji wynikają bezpośrednio z zależności opisujących czułość układów komparacji, po podstawieniu odpowiednio  $Y_1 = 0$  lub  $Y_3 = 0$ . Właściwości metrologiczne wyprowadzonych układów są szeroko opisane w pracach [14], [24], [30], [55] i in.

### 5.3. Komparacja impedancji

Z analizy równań komparacji napięć i natężeń prądów z tablicy 5.1 wynika możliwość komparacji impedancji lub admitancji. Dla układów komparacji wynikających ze struktur I oraz II przedstawiają one równość ilorazów impedancji i napięć lub admitancji i natężeń prądów - mają więc bardzo prostą postać:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{U_1}{U_2} \quad \text{oraz} \quad \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{I_1}{I_2} \quad (5.6)$$

Równania komparacji dla układów wynikających ze struktur III oraz IV przedstawiają bardziej skomplikowany związek pomiędzy impedancjami i admitancjami:

$$\frac{1 + Z_1 Y_3}{1 + Z_4 Y_2} = \frac{U_1}{U_2} \quad \text{oraz} \quad \frac{1 + Z_3 Y_1}{1 + Z_2 Y_4} = \frac{I_1}{I_2} \quad (5.7)$$

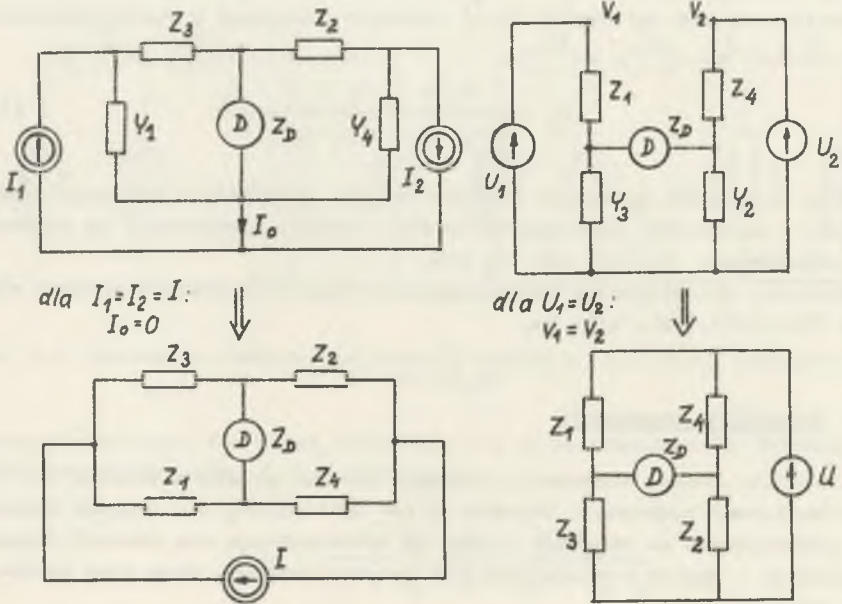
Z analizy zależności (5.7) wynika następujący wniosek: aby wynik komparacji przyjął postać ilorazu wartości komparowanych, należy narzucić warunek równości wielkości zasilających.

Stąd:

dla  $U_1 = U_2 \quad \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Y_2}{Y_3}$

dla  $I_1 = I_2 \quad \frac{Z_3}{Z_2} = \frac{Y_4}{Y_1}$

Przekształcenie układów komparacji, odpowiadające temu warunkowi pokazano na rysunku 5.2. W wyniku przekształcenia otrzymano schematy mostków czteroramiennych zasilanych prądowo lub napięciowo.



Rys. 5.2. Sposób przekształcenia układów komparacyjnych w układy mostkowe

Równania układów mostkowych umieszczono w kolumnie 3 tabeli 5.2. Otrzymano je, podobnie jak równania układów kompensacji, z równań komparacji umieszczonych w tabeli 5.1.

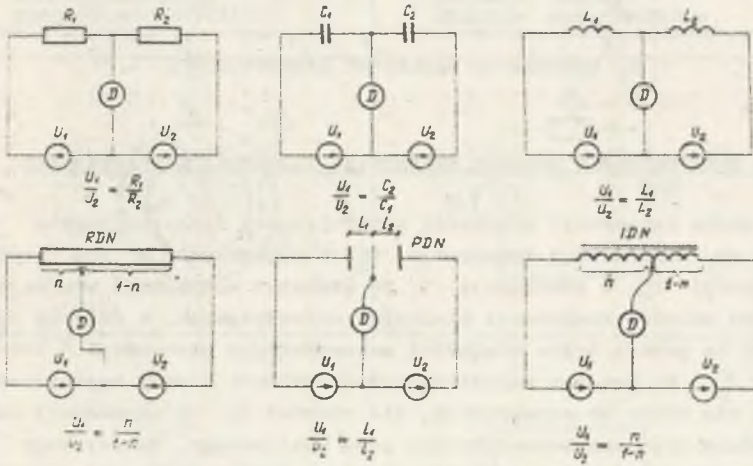
Właściwości metrologiczne wyprowadzonych układów opisane są szczegółowo w pracach [19], [21], [22], [57] i innych.

Przedstawiona analiza ma charakter ogólny; w zależnościach występują impedancje lub admitancje. Natomiast praktyczna realizacja układów komparacji jest możliwa dla każdej z trzech składowych impedancji lub admitancji. Jako przykład przedstawiono na rysunku 5.3a alternatywy podstawowego układu komparacji napięć lub składowych impedancji. Składowe impedancje mogą być w różny sposób realizowane - na rysunku 4.5b przedstawiono je w postaci dzielników napięcia rezystancyjnych (RDN), pojemnościowych (PDN) i

TABLICA 5.2. KOMPARACJA IMPEDANCJI I ADMITANCJI

Oznaczenie	RÓWNANIE KOMPARACJI	RÓWNANIE UKŁADU KOMPARACJI dla $U_1 = U_2$ lub $I_1 = I_2$	RÓWNANIE KOMPARACJI dla $U_1 = U_2$ lub $I_1 = I_2$	CZUŁOŚĆ KOMPARACJI IMPEDANCJI lub ADMITANCJI
1	2	3	4	5
I	$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{U_1}{U_2}$	$I_D = \frac{U(Z_2 - Z_1)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_D + Z_2 Z_D}$	$Z_2 = Z_1$	$Z_1 = Z_x$ $S_{Zx} \cong \frac{U}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_D + Z_2 Z_D}$
II	$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{I_1}{I_2}$	$I_D = \frac{I(Y_2 - Y_1)}{Y_1 Y_2 Z_D + Y_1 + Y_2}$	$Y_2 = Y_1$	$Y_2 = Y_x$ $S_{Yx} \cong \frac{I}{Y_1 Y_2 Z_D + Y_1 + Y_2}$
III	$\frac{1 + Z_4 Y_3}{1 + Z_4 Y_2} = \frac{U_1}{U_2}$	$I_D = U \frac{Z_4 Y_2 - Z_1 Y_3}{(1 + Z_4 Y_2)(Z_1 + Y_3 Z_D Z_1 + Z_D) + Z_4 (1 + Z_1 Y_3)}$ dla $Y_3 = \frac{1}{Z_3}$ ; $Y_2 = \frac{1}{Z_2}$ $I_D = U \frac{Z_4 Z_3 - Z_1 Z_2}{Z_4 Z_2 (Z_1 + Z_3) + Z_1 Z_3 (Z_2 + Z_4) + Z_D (Z_2 + Z_4)(Z_1 + Z_3)}$	$\frac{Z_4}{Z_1} = \frac{Y_2}{Y_3}$ $\frac{Z_4}{Z_1} = \frac{Z_3}{Z_2}$	$Z_1 = Z_x$ $S_{Zx} \cong \frac{U Y_3}{(1 + Z_4 Y_2)(Z_1 + Y_3 Z_D Z_1 + Z_D) + Z_4 (1 + Z_1 Y_3)}$ $S_{Zx} \cong \frac{U Z_2}{Z_4 Z_2 (Z_1 + Z_3) + Z_1 Z_3 (Z_2 + Z_4) + Z_D (Z_2 + Z_4)(Z_1 + Z_3)}$
IV	$\frac{1 + Z_3 Y_1}{1 + Z_2 Y_4} = \frac{I_1}{I_2}$	$I_D = I \frac{Z_2 Y_4 - Z_3 Y_1}{(1 + Z_2 Y_4) Z_D Y_1 + (1 + Z_3 Y_1)(Z_D Y_4 + Z_2 Y_4 + 1)}$ dla $Y_1 = \frac{1}{Z_1}$ ; $Y_4 = \frac{1}{Z_4}$ $I_D = I \frac{Z_2 Z_1 - Z_3 Z_4}{(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_4) + Z_D (Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4)}$	$\frac{Z_2}{Z_3} = \frac{Y_1}{Y_4}$ $\frac{Z_2}{Z_3} = \frac{Z_4}{Z_1}$	$Z_3 = Z_x$ $S_{Zx} \cong \frac{I Y_1}{(1 + Z_1 + 1) Z_D Y_1 + (1 + Z_3 Y_1)(Z_D Y_4 + Z_2 Y_4 + 1)}$ $S_{Zx} \cong \frac{I Z_4}{(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_4) + Z_D (Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4)}$

indukcyjnych (IDN). W analogiczny sposób można przedstawić alternatywy układu komparacji natężeń prądów.



Rys. 5.3. Alternatywy podstawowego układu komparacji napięć (I) - dla napięć synfazowych

## 6. KOMPARACJA WIELKOŚCI MAGNETYCZNYCH

### 6.1. Tory przetwarzania układów komparacji wielkości magnetycznych

W przypadku komparacji wielkości elektrycznych istnieje prosta odpowiedniość np. uogólnionej impedancji  $Z_U$  i impedancji  $Z$  lub uogólnionej admitancji  $Y_U$  i admitancji  $Y$ . Ze struktur komparacji wynikają schematy ideowe układów komparacji wielkości magnetycznych, w których elementy opisano za pomocą tylko wielkości magnetycznych permeancji  $\Lambda$  lub reluktancji  $R_\mu$ . W obwodach magnetycznych strumienie i siły magnetomotoryczne zależą nie tylko od reluktancji, ale również np. od impedancji uzwojenia, w którym siła magnetomotoryczna jest realizowana. Należy więc określić sposób uwzględnienia wielkości elektrycznych w schemacie ideowym układu komparacji wielkości magnetycznych.

Z drugiej strony, przyporządkowując strukturom komparacji opisanym w rozdziale 2 schematy ideowe układów komparacji należy odtworzyć układy komparacji, które te schematy reprezentują.

W tym celu rozpatrzono cztery podstawowe obwody magnetyczne, przedstawione w tabelicy 6.1, gdzie w wierszu:

- a - siła magnetomotoryczna  $\Theta$  wymusza strumień  $\Phi$  w magnetowodzie o reluktancji  $R_\mu$ ,
- b - strumień magnetyczny  $\Phi$  przenika uzwojenie o  $N$  zwojach i impedancji  $Z$  wymuszając w nim siłę magnetomotoryczną  $\Theta$ ,
- c - siła magnetomotoryczna wymusza strumień magnetyczny w magnetowodzie z dodatkowym uzwojeniem o liczbie zwojów  $N$  i impedancji  $Z$ ,
- d - strumień magnetyczny  $\Phi$  przenika uzwojenie o liczbie zwojów  $N$  i impedancji  $Z$ , obejmujące magnetowód o reluktancji  $R_\mu$

Schematy przedstawione w drugiej kolumnie tabeli 6.1 przedstawiają sposób wykonania wymienionych układów, dlatego nazwano je schematami realizacji.

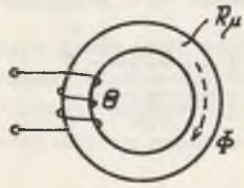
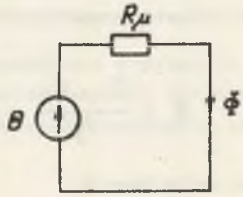

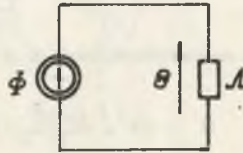
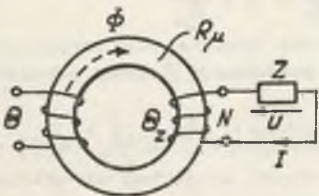
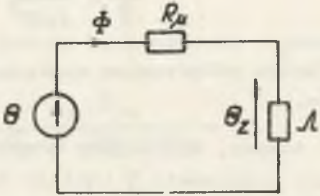
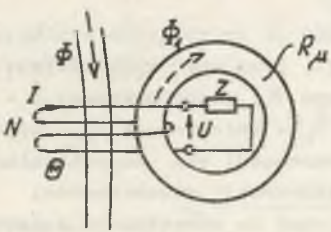
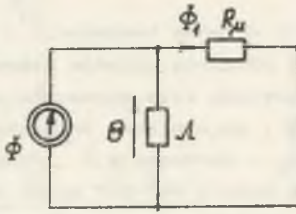
Obwód magnetyczny, przedstawiony w wierszu "a" tabelicy 6.1, jest najprostszym przypadkiem obwodu, opisanym zależnością:

$$\Theta = R_\mu \Phi \quad (6.1)$$

W drugim przypadku (b) siła magnetomotoryczna  $\Theta = IN$  zależy od impedancji  $Z$ , ponieważ:

$$\Theta = \frac{U}{Z} N = \frac{j\omega N^2}{Z} \Phi \quad (6.2)$$

Tablica 6.1

Oznaczenie niezmiennic	SCHEMATY REALIZACJI OBWODÓW MAGNETYCZNYCH	SCHEMATY IDEOWE OBWODÓW MAGNETYCZNYCH
1	2	3
a	 <p>Diagram showing a magnetic core with a winding. The magnetic flux <math>\Phi</math> is shown circulating through the core. The magnetic resistance is denoted as <math>R_\mu</math>. The current <math>I</math> flows through the winding.</p>	 <p>Ideal magnetic circuit diagram showing a current source <math>I</math> in series with a magnetic resistance <math>R_\mu</math>. The magnetic flux <math>\Phi</math> is indicated.</p>
b	 <p>Diagram showing a magnetic core with a winding and a load <math>Z</math>. The magnetic flux <math>\Phi</math> is shown circulating through the core. The current <math>I</math> flows through the winding. The load <math>Z</math> is connected across the core.</p>	 <p>Ideal magnetic circuit diagram showing a current source <math>I</math> in series with a magnetic resistance <math>R_\mu</math> and a load <math>Z</math>. The magnetic flux <math>\Phi</math> is indicated.</p>
c	 <p>Diagram showing a magnetic core with a winding and a load <math>Z</math>. The magnetic flux <math>\Phi</math> is shown circulating through the core. The current <math>I</math> flows through the winding. The load <math>Z</math> is connected across the core. The voltage <math>U</math> is indicated across the load.</p>	 <p>Ideal magnetic circuit diagram showing a current source <math>I</math> in series with a magnetic resistance <math>R_\mu</math> and a load <math>Z</math>. The magnetic flux <math>\Phi</math> is indicated.</p>
d	 <p>Diagram showing a magnetic core with a winding and a load <math>Z</math>. The magnetic flux <math>\Phi</math> is shown circulating through the core. The current <math>I</math> flows through the winding. The load <math>Z</math> is connected across the core. The voltage <math>U</math> is indicated across the load.</p>	 <p>Ideal magnetic circuit diagram showing a current source <math>I</math> in series with a magnetic resistance <math>R_\mu</math> and a load <math>Z</math>. The magnetic flux <math>\Phi</math> is indicated.</p>

Stąd zastępcza permeancja:

$$\Lambda = \frac{\Phi}{\Theta} = \frac{Z}{j\omega N^2} \quad (6.3)$$

W przypadku układu przedstawionego w wierszu "c", strumień zależy od  $\theta_z$ :

$$\Phi = \frac{\theta - \theta_z}{\mathcal{R}_\mu} = \frac{\theta - IN}{\mathcal{R}_\mu} = \frac{\theta - \frac{j\omega N^2}{Z} \Phi}{\mathcal{R}_\mu} \quad (6.4)$$

Stąd wypadkowa reluktancja:

$$\frac{\theta}{\Phi} = \mathcal{R}_\mu + \frac{j\omega N^2}{Z} = \mathcal{R}_\mu + \frac{1}{\Lambda} \quad (6.5)$$

jest szeregowym połączeniem reluktancji magnetowodu oraz zastępczej reluktancji  $\frac{1}{\Lambda}$ .

W układzie przedstawionym w wierszu "d" siła magnetomotoryczna jest równa:

$$\Theta = IN = \frac{j\omega N^2}{Z} (\Phi - \Phi_1) = \frac{j\omega N^2}{Z} (\Phi - \frac{\Theta}{\mathcal{R}_\mu}) \quad (6.6)$$

Stąd wypadkowa permeancja:

$$\frac{\Phi}{\Theta} = \frac{Z}{j\omega N^2} + \frac{1}{\mathcal{R}_\mu} = \Lambda + \frac{1}{\mathcal{R}_\mu} \quad (6.7)$$

jest równoległym połączeniem zastępczej permeancji  $\Lambda$  oraz permeancji magnetowodu  $\frac{1}{\mathcal{R}_\mu}$ .

Schematy ideowo, wynikające z zależności (6.1), (6.3), (6.5) oraz (6.7), przedstawiono w kolumnie 3 tabeli 6.1. Odpowiadają one strukturom torów układów komparacji, opisanych w rozdziale 2.

## 6.2. Komparacja sił magnetomotorycznych oraz strumieni

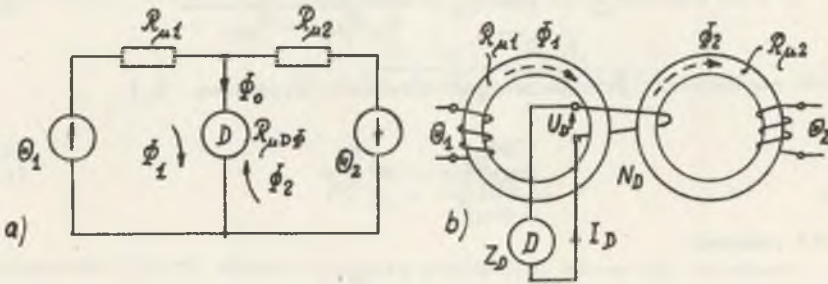
Ze struktur układów komparacji i równań je opisujących wynikają schematy ideowe i równania układów komparacji, przy czym wielkośćom: dwupunktowej  $B$  odpowiada siła magnetomotoryczna  $\Theta$ , jednopunktowej  $\Lambda$  - strumień magnetyczny  $\Phi$ , uogólnionej impedancji  $Z_U$  - reluktancja  $\mathcal{R}_\mu$ , uogólnionej admitancji  $Y_U$  - permeancja  $\Lambda$ . Wynik komparacji sił magnetomotorycznych lub strumieni będzie zależał m.in. od reluktancji magnetowodów. Obecnie nie istnieją nastawiano, w sposób analogiczny do rezystancji dekadowych, reluktancje. Dlatego układy komparacji sił magnetomotorycznych i strumieni nie są realizowane. Natomiast, podobnie jak w przypadku układów komparacji napięć i natężeń prądów, gdzie z tych układów wynikały układy komparacji

rezystancji, z układów komparacji sił magnetomotorycznych wynikają układy komparacji reluktancji i permeancji.

Niektóre zależności w analizie układów komparacji sił magnetomotorycznych i strumieni, np. opisujące czułość komparacji, przytoczono w celu zachowania kompletności wywodów.

### 6.2.1. Komparacja $\theta$ - kompensacja $\Phi$

Ze struktury komparacji oznaczonej w rozdziale 2 przez I wynika schemat ideowy układu komparacji sił magnetomotorycznych, przedstawiony na rysunku 6.1a. Schemat ideowy reprezentuje schemat realizacji układu komparacji przedstawiony na rysunku 6.1b.



Rys. 6.1. Schemat ideowy (a) oraz realizacji (b) układu komparacji  $\theta$  i kompensacji  $\Phi$

Równanie opisujące schemat ideowy wynika bezpośrednio z zależności (2.5):

$$\Phi_0 = \Phi_1 - \Phi_2 = \frac{\theta_1 R_{\mu 2} - \theta_2 R_{\mu 1}}{R_{\mu 1} R_{\mu 2} + R_{\mu D} (\mu_1 + \mu_2)} \quad (6.8)$$

Z zależności (6.8) wynika równanie komparacji sił magnetomotorycznych - dla  $\Phi_0 = 0$ :

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{R_{\mu 1}}{R_{\mu 2}} \quad (6.9)$$

Strumień detektora

$$\Phi_D = j \frac{U_D}{\omega N_D} \quad (6.10)$$

Stąd

$$U_D = \frac{-j\omega N_D (\theta_1 R_{\mu 2} - \theta_2 R_{\mu 1})}{R_{\mu 1} R_{\mu 2} + j\omega \frac{N_D^2}{Z_D} (R_{\mu 1} + R_{\mu 2})} \quad (6.11)$$



oraz

$$I_D = \frac{-j\omega N_D(\theta_1 R_{\mu 2} - \theta_2 R_{\mu 1})}{Z_D R_{\mu 1} R_{\mu 2} + j\omega N_D^2(R_{\mu 1} + R_{\mu 2})} \quad (6.12)$$

Dla  $Z_D \rightarrow \infty$ :

$$U_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow \infty} U_D = -j\omega N_D \left( \frac{\theta_1}{R_{\mu 1}} - \frac{\theta_2}{R_{\mu 2}} \right) \quad (6.13)$$

Dla  $Z_D \rightarrow 0$

$$I_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow 0} I_D = \frac{\theta_1 R_{\mu 2} - \theta_2 R_{\mu 1}}{N_D(R_{\mu 1} + R_{\mu 2})} \quad (6.14)$$

Czułość napięciowa (przyjmując jako wielkość wejściową  $\theta_1$ ):

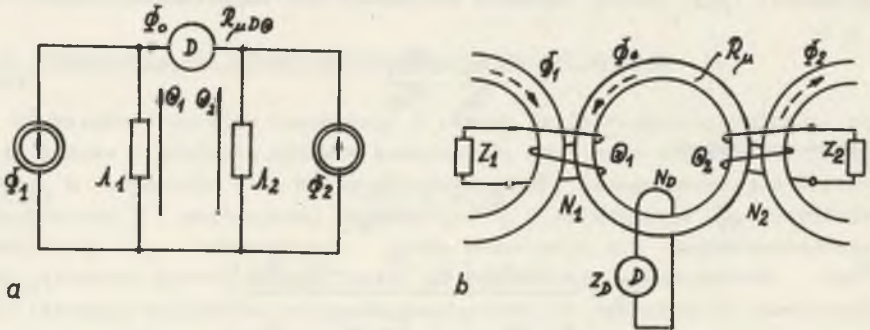
$$\frac{\partial U_{D0}}{\partial \theta_1} = -j\omega \frac{N_D}{R_{\mu 1}} \quad (6.15)$$

Czułość prądowa:

$$\frac{\partial I_{D0}}{\partial \theta_1} = - \frac{R_{\mu 2}}{N_D(R_{\mu 1} + R_{\mu 2})} \quad (6.16)$$

### 6.2.2. Komparacja $\Phi$ - kompensacja $\theta$

Ze struktury układu komparacji wielkości jednopunktowych, przedstawionej na rysunku 2.4 wynika schemat ideowy układu komparacji strumieni i kompensacji sił magnetomotorycznych, przedstawiony na rysunku 6.2a. Z tego schematu, na podstawie tablicy 6.1 wyprowadzono schemat realizacji układu komparacji strumieni przedstawiony na rysunku 6.2b.



Rys. 6.2. Schemat ideowy (a) oraz realizacji (b) układu komparacji i kompensacji  $\Phi$

Reluktancja detektora siły magnetomotorycznej, jest zgodnie z zależnością (4.11), równa:

$$\mathcal{R}_{\mu D\theta} = \mathcal{R}_{\mu} + j\omega \frac{N_D^2}{\gamma_D} \quad (6.17)$$

Permeancje  $\mathcal{L}_1$  oraz  $\mathcal{L}_2$  odpowiadają, zgodnie z zależnością (6.3), impedansom uzwojeń:

$$\mathcal{L}_1 = \frac{Z_1}{j\omega N_1^2}; \quad \mathcal{L}_2 = \frac{Z_2}{j\omega N_2^2} \quad (6.18)$$

Równanie, opisujące schemat ideowy, wynika z zależności (2.6):

$$\Phi_0 = \frac{\Phi_1 \mathcal{L}_2 - \Phi_2 \mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_2 \mathcal{R}_{\mu D\theta} + \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2} \quad (6.19)$$

gdzie:

$$\Phi_0 = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\mathcal{R}_{\mu D\theta}} \quad (6.20)$$

Z zależności (6.19) wynika równanie komparacji strumieni wyrażone przez wielkości opisujące schemat ideowy - dla  $\Phi_0 = 0$ :

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_2} \quad (6.21)$$

Po podstawieniu do równania (6.19) zależności (6.17) oraz (6.18) i uwzględnieniu, że

$$\Phi_0 = - \frac{U_D}{j\omega N_D} \quad (6.22)$$

otrzymano:

$$U_D = - j\omega N_D \frac{\Phi_1 Z_2 N_1^2 - \Phi_2 Z_1 N_2^2}{Z_2 N_1^2 + Z_1 N_2^2 + N_D^2 \frac{Z_1 Z_2}{Z_D} - j\mathcal{R}_{\mu} \frac{Z_1 Z_2}{\omega}} \quad (6.23)$$

oraz

$$I_D = - j\omega N_D \frac{\Phi_1 Z_2 N_1^2 - \Phi_2 Z_1 N_2^2}{Z_D (N_1^2 Z_2 + N_2^2 Z_1 - j \frac{Z_1 Z_2}{\omega} \mathcal{R}_{\mu}) + Z_1 Z_2 N_D^2} \quad (6.24)$$

Jeżeli  $Z_D \rightarrow \infty$ , to zgodnie z (6.17) -  $\mathcal{R}_{\mu D\theta} \rightarrow \mathcal{R}_\mu$ ; wtedy

$$U_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow \infty} U_D = -j\omega N_D \frac{\Phi_1 Z_2 N_1^2 - \Phi_2 Z_1 N_2^2}{Z_2 N_1^2 + Z_1 N_2^2 - j \frac{\mathcal{R}_\mu Z_1 Z_2}{\omega}} \quad (6.25)$$

Jeżeli  $Z_D \rightarrow 0$ , to:

$$I_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow 0} I_D = -j\omega \frac{\Phi_1 Z_2 N_1^2 - \Phi_2 Z_1 N_2^2}{Z_1 Z_2 N_D} \quad (6.26)$$

Z zależności (6.23) lub (6.24) wynika równanie komparacji wyrażone przez wielkości opisujące schemat realizacji układu:

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{Z_1 N_2^2}{Z_2 N_1^2} \quad (6.27)$$

Czułości dla  $\Phi_1$ , jako wielkości wejściowej, są równe:

- napięciowa:

$$\frac{\partial U_{D0}}{\partial \Phi_1} = -j\omega N_D \frac{Z_2 N_1^2}{Z_2 N_1^2 + Z_1 N_2^2 - j \frac{\mathcal{R}_\mu Z_1 Z_2}{\omega}} \quad (6.28)$$

- prądowa:

$$\frac{\partial I_{D0}}{\partial \Phi_1} = -j\omega \frac{N_1^2}{Z_1} \quad (6.29)$$

### 6.2.3. Komparacja $\theta$ - kompensacja $\theta$

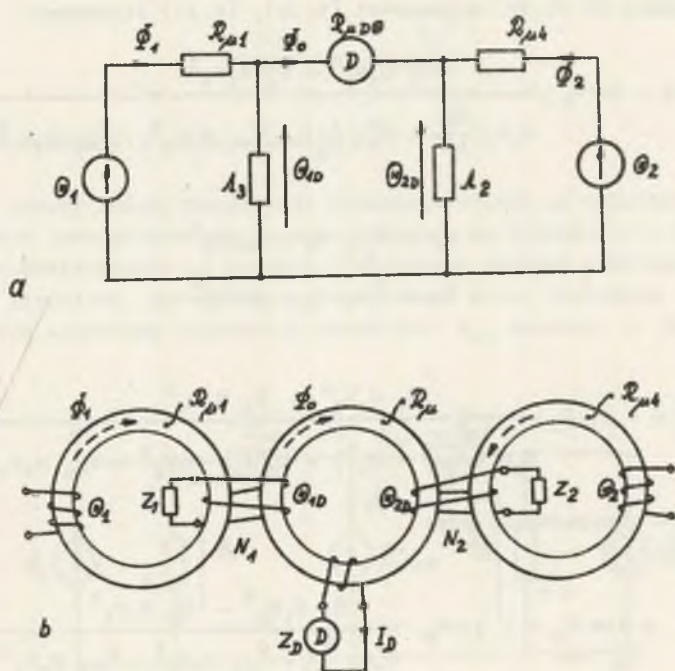
Ze struktury układu komparacji wielkości dwupunktowych, przedstawionej na rysunku 2.5 wynika schemat ideowy układu komparacji sił magnetomotorycznych, przedstawiony na rysunku 6.3a. Ze schematu ideowego odtworzono, na podstawie tablicy 6.1, schemat realizacji układu komparacji sił magnetomotorycznych, przedstawiony na rysunku 6.3b.

Reluktancja detektora, zgodnie z zależnością (4.11), jest równa:

$$\mathcal{R}_{\mu D\theta} = \mathcal{R}_\mu + j\omega \frac{N_D^2}{Z_D} \quad (6.30)$$

Zastępcze permeancje  $\mathcal{A}_2$  oraz  $\mathcal{A}_3$  odpowiadają impedancjom  $Z_1$  oraz  $Z_2$ :

$$\mathcal{A}_2 = \frac{Z_2}{j\omega N_2^2}; \quad \mathcal{A}_3 = \frac{Z_1}{j\omega N_1^2} \quad (6.31)$$



Rys. 6.3. Schemat ideowy (a) i schemat realizacji układu (b) komparacji  $\theta$  i kompensacji  $\theta$

Schemat ideowy układu komparacji, przedstawiony na rysunku 6.3a, opisuje analogiczne do zależności (2.8) równanie:

$$\Phi_0 = \frac{\theta_1(1 + R_{\mu 4} \Lambda_2) - \theta_2(1 + R_{\mu 1} \Lambda_3)}{(1 + R_{\mu 4} \Lambda_2)(R_{\mu 1} + \Lambda_3 R_{\mu 0} R_{\mu 1} + R_{\mu 0}) + R_{\mu 4}(1 + R_{\mu 1} \Lambda_3)} \quad (6.32)$$

Równanie komparacji, wyrażone przez wielkości opisujące schemat ideowy dla  $\Phi_0 = 0$ :

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{1 + R_{\mu 1} \Lambda_3}{1 + R_{\mu 4} \Lambda_2} \quad (6.33)$$

Napięcie indukujące się w uzwojeniu detekcyjnym

$$U_D = -j\omega N_D \frac{\theta_1(1 + R_{\mu 1} \Lambda_2) - \theta_2(1 + R_{\mu 1} \Lambda_3)}{(1 + R_{\mu 4} \Lambda_2)(R_{\mu 1} + \Lambda_3 R_{\mu 0} R_{\mu 1} + R_{\mu 0}) + R_{\mu 4}(1 + R_{\mu 1} \Lambda_3)} \quad (6.34)$$

Po podstawieniu do (6.34) zależności (6.30), (6.31) otrzymano:

$$U_D = -j\omega N_D \frac{\theta_1 G_1 N_2^2 - \theta_2 H_1 N_1^2}{G_1 H_1 \left( \frac{\Re\mu}{j\omega} + N_D^2 \frac{1}{Z_D} \right) + \Re\mu_1 G_1 N_2^2 + \Re\mu_4 H_1 N_1^2} \quad (6.35)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} G_1 &= \Re\mu_4 Z_1 + j\omega N_1^2 \\ H_1 &= \Re\mu_1 Z_2 + j\omega N_2^2 \end{aligned} \quad (6.36)$$

oraz

$$I_D = \frac{U_D}{Z_D} = -j\omega N_D \frac{\theta_1 G_1 N_2^2 - \theta_2 H_1 N_1^2}{G_1 H_1 \left( \frac{\Re\mu Z_D}{j\omega} + N_D^2 \right) + Z_D (\Re\mu_1 G_1 N_2^2 + \Re\mu_4 H_1 N_1^2)} \quad (6.37)$$

W granicznych przypadkach, gdy:

$$Z_D \rightarrow \infty$$

$$U_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow \infty} U_D = -j\omega N_D \frac{\theta_1 G_1 N_2^2 - \theta_2 H_1 N_1^2}{G_1 H_1 \frac{\Re\mu}{j\omega} + \Re\mu_1 G_1 N_2^2 + \Re\mu_4 H_1 N_1^2} \quad (6.38)$$

$$Z_D \rightarrow 0$$

$$I_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow 0} I_D = -j\omega \frac{1}{N_D} \left( \theta_1 \frac{N_2^2}{H_1} - \theta_2 \frac{N_1^2}{G_1} \right) \quad (6.39)$$

Z zależności (6.35) lub (6.37) wynika równanie komparacji wyrażone poprzez wielkości opisujące schemat realizacji układu;

dla  $U_D = 0$  lub  $I_D = 0$ :

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{(\Re\mu_1 Z_2 + j\omega N_2^2) N_1^2}{(\Re\mu_4 Z_1 + j\omega N_1^2) N_2^2} \quad (6.40)$$

Stąd

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\Re\mu_1 Z_2 N_1^2}{\Re\mu_4 Z_1 N_2^2} \quad (6.41)$$

Odpowiednie oznaczenia przy założeniu, że  $\theta_1$  jest wielkością wejściową, są równo:

napięciowa:

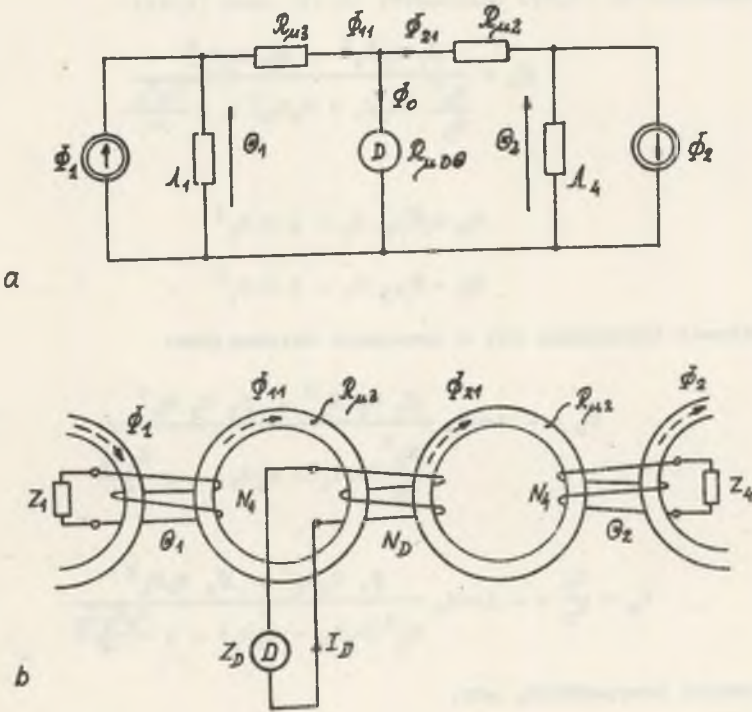
$$\frac{\partial U_{D0}}{\partial \theta_1} = -j\omega N_D \frac{G_1 N_2^2}{G_1 H_1 \frac{\Re\mu}{j\omega} + \Re\mu_1 G_1 N_2^2 + \Re\mu_4 H_1 N_1^2} \quad (6.42)$$

prądowa:

$$\frac{\partial I_{D0}}{\partial \theta_1} = -j\omega \frac{N_2^2}{N_D \mu_1} \quad (6.43)$$

6.2.4. Komparacja  $\Phi$  - kompensacja  $\Phi$

Schemat ideowy układu komparacji strumieni wynika ze schematu komparacji wielkości jednopunktowych, przedstawionego na rysunku 2.5. Ze schematu tego, przedstawionego na rysunku 6.4a, wynika schemat realizacji układu komparacji strumieni, przedstawiony na rysunku 6.4b. Zastępcza reluktancja detektora odpowiada impedancji detektora  $Z_D$ , zgodnie z zależnością (4.17).



Rys. 6.4. Schemat ideowy (a) i schemat realizacji układu (b) komparacji  $\Phi$  i kompensacji  $\Phi$

W analogiczny sposób odwzorowane są impedancje pętli prądowych  $Z_1$  oraz  $Z_2$ , uwzględnione w schemacie ideowym w postaci permeancji  $\Lambda_1$  oraz  $\Lambda_4$ :

$$\Lambda_1 = \frac{Z_1}{j\omega N_1^2}; \quad \Lambda_4 = \frac{Z_4}{j\omega N_4^2} \quad (6.44)$$

Schemat ideowy z rysunku 6.4a opisuje równanie analogiczne do zależności (2.7):

$$\Phi_0 = \frac{\Phi_1 (1 + \mathcal{R}\mu_2 \Lambda_4) - \Phi_2 (1 + \mathcal{R}\mu_3 \Lambda_1)}{(\mathcal{R}\mu_2 \Lambda_1 + 1) \mathcal{R}\mu_{D0} \Lambda_1 + (\mathcal{R}\mu_3 \Lambda_1 + 1) (\mathcal{R}\mu_{D0} \Lambda_4 + \mathcal{R}\mu_2 \Lambda_4 + 1)} \quad (6.45)$$

Stan komparacji dla  $\Phi_0 = 0$ :

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{1 + \mathcal{R}\mu_3 \Lambda_1}{1 + \mathcal{R}\mu_2 \Lambda_4} \quad (6.46)$$

Po podstawieniu do (6.45) zależności (4.17) oraz (6.44):

$$\Phi_0 = \frac{\Phi_1 G_2 N_1^2 - \Phi_2 H_2 N_4^2}{\frac{N_D^2}{Z_D} (G_2 Z_1 + H_2 Z_4) - j \frac{G_2 H_2}{\omega}} \quad (6.47)$$

gdzie:

$$G_2 = \mathcal{R}\mu_2 Z_4 + j \omega N_4^2 \quad (6.48)$$

$$H_2 = \mathcal{R}\mu_3 Z_1 + j \omega N_1^2$$

Stąd napięcie indukujące się w uzwojeniu detekcyjnym:

$$U_D = -j \omega N_D \frac{\Phi_1 G_2 N_1^2 - \Phi_2 H_2 N_4^2}{\frac{N_D^2}{Z_D} (G_2 Z_1 + H_2 Z_4) - j \frac{G_2 H_2}{\omega}} \quad (6.47a)$$

oraz

$$I_D = \frac{U_D}{Z_D} = -j \omega N_D \frac{\Phi_1 G_2 N_1^2 - \Phi_2 H_2 N_4^2}{N_D^2 (G_2 Z_1 + H_2 Z_4) - j \frac{G_2 H_2 Z_D}{\omega}} \quad (6.49)$$

W granicznych przypadkach, gdy:

$$Z_D \rightarrow \infty$$

$$U_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow \infty} U_D = \omega^2 N_D \frac{\Phi_1 G_2 N_1^2 - \Phi_2 H_2 N_4^2}{G_2 H_2} \quad (6.50)$$

$$Z_D \rightarrow 0$$

$$I_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow 0} I_D = -j \omega N_D \frac{\Phi_1 G_2 N_1^2 - \Phi_2 H_2 N_4^2}{N_D^2 (G_2 Z_1 + H_2 Z_4)} \quad (6.51)$$

TABLICA 6.2 SCHEMATY IDEOWE oraz REALIZACJI UKŁADÓW KOMPARACJI WIELKOŚCI MAGNETYCZNYCH

Oznaczenia struktury	SCHEMAT IDEOWY UKŁADU	SCHEMAT REALIZACJI UKŁADU	RÓWNANIE KOMPENSACJI	RÓWNANIE KOMPARACJI	RÓWNANIE UKŁADU KOMPARACJI
1	2	3	4	5	6
I			$\Phi_1 = \Phi_2$	$\frac{\Theta_1}{\Theta_2} = \frac{R_{\mu 1}}{R_{\mu 2}}$	$U_D = \frac{-j\omega N_D (\Theta_1 R_{\mu 2} - \Theta_2 R_{\mu 1})}{R_{\mu 1} R_{\mu 2} + j\omega \frac{N_D^2}{Z_D} (R_{\mu 1} + R_{\mu 2})}$ $I_D = \frac{-j\omega N_D (\Theta_1 R_{\mu 2} - \Theta_2 R_{\mu 1})}{Z_D R_{\mu 1} R_{\mu 2} + j\omega N_D^2 (R_{\mu 1} + R_{\mu 2})}$
II			$\Theta_1 = \Theta_2$	$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$	$U_D = -j\omega N_D \frac{\Phi_1 Z_2 N_1^2 - \Phi_2 Z_1 N_2^2}{Z_2 N_1^2 + Z_1 N_2^2 + N_D^2 \frac{Z_1 Z_2}{Z_D} - j\omega \frac{Z_1 Z_2}{\omega}}$ $I_D = -j\omega N_D \frac{\Phi_1 Z_2 N_1^2 - \Phi_2 Z_1 N_2^2}{Z_D (N_1^2 Z_2 + N_2^2 Z_1 - j \frac{Z_1 Z_2}{\omega} R_{\mu}) + Z_1 Z_2 N_D^2}$
III			$\Theta_{1D} = \Theta_{2D}$	$\frac{\Theta_1}{\Theta_2} = \frac{1 + R_{\mu 1} L_3}{1 + R_{\mu 4} L_2}$ $\frac{\Theta_1}{\Theta_2} = \frac{R_{\mu 1} Z_1 N_1^2}{R_{\mu 2} Z_1 N_2^2}$	$U_D = -j\omega N_D \frac{\Theta_1 G_1 N_2^2 - \Theta_2 H_1 N_1^2}{G_1 H_1 (\frac{R_{\mu 1} N_D^2}{j\omega + N_D^2 Z_D} + R_{\mu 1} G_1 N_2^2 + R_{\mu 4} H_1 N_1^2)}$ $I_D = -j\omega N_D \frac{\Theta_1 G_1 N_2^2 - \Theta_2 H_1 N_1^2}{G_1 H_1 (\frac{R_{\mu 1} Z_D}{j\omega} N_D^2) + Z_D (R_{\mu 1} G_1 N_2^2 + R_{\mu 4} H_1 N_1^2)}$ <p><math>G_1, H_1</math> - zależność (6.36)</p>
IV			$\Phi_{11} = \Phi_{22}$	$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{1 + R_{\mu 3} L_1}{1 + R_{\mu 2} L_4}$ $\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{R_{\mu 3} Z_1 N_1^2}{R_{\mu 2} Z_4 N_1^2}$	$U_D = -j\omega N_D \frac{\Phi_1 G_2 N_1^2 - \Phi_2 H_2 N_4^2}{N_D^2 (G_2 Z_1 + H_2 Z_4) - j \frac{G_2 H_2}{\omega}}$ $I_D = -j\omega N_D \frac{\Phi_1 G_2 N_1^2 - \Phi_2 H_2 N_4^2}{N_D^2 (G_2 Z_1 + H_2 Z_4) - j \frac{G_2 H_2 Z_D}{\omega}}$ <p><math>G_2, H_2</math> - zależność (6.48)</p>



Z zależności (6.48) oraz (6.49) wynika równanie komparacji wyrażone poprzez wielkości opisujące schemat realizacji układu;  
dla  $U_D = 0$  lub  $I_D = 0$ :

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\mathcal{R}_{\mu_1} z_1 N_4^2 + j\omega N_1^2 N_4^2}{\mathcal{R}_{\mu_2} z_4 N_1^2 + j\omega N_1^2 N_4^2} = \frac{\mathcal{R}_{\mu_1} z_1 N_4^2}{\mathcal{R}_{\mu_2} z_4 N_1^2} \quad (6.52)$$

Odpowiednie czułości, przy założeniu  $\Phi_1$  - jako wielkości wejściowej, są równe;

napięciowa:

$$\frac{\partial U_{Do}}{\partial \theta_1} = \omega^2 N_D N_1^2 \frac{1}{H_2} \quad (6.53)$$

prądowa:

$$\frac{\partial I_{Do}}{\partial \theta_1} = -j\omega \frac{G_2 N_1^2}{N_D (G_2 z_1 + H_2 z_4)} \quad (6.54)$$

Otrzymane wyniki zebrano w tabeli 6.2, gdzie w kolejnych kolumnach umieszczono: schemat ideowy, schemat realizacji układu, równanie układu komparacji, opisujące napięcie i natężenie prądu w gałęzi detektora, równanie kompensacji i komparacji.

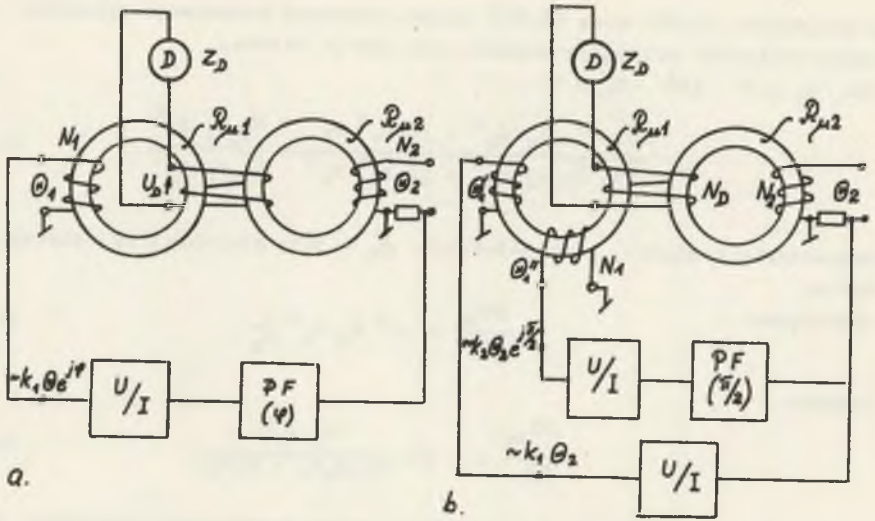
### 6.3. Komparacja reluktancji i permeancji

Zależności opisujące układy komparacji strumieni  $\Phi$  i sił magnetomotorycznych  $\Theta$  wskazują na możliwość komparacji reluktancji  $\mathcal{R}_\mu$  lub permeancji  $\Lambda$ . W praktyce istnieje potrzeba takich komparacji m.in. w badaniach właściwości materiałów magnetycznych metodami porównawczymi. Magnetowody te, wykonywane najczęściej w postaci toroidów zwijanych z taśmy, są obiektami, których reluktancji lub permeancji w sposób nastawialny nie można zmieniać. Stąd sposobem otrzymania stanu kompensacji  $\Phi$  lub  $\Theta$  jest zmiana strumieni komparowanych lub sił magnetomotorycznych.

#### 6.3.1. Komparacja reluktancji w układzie komparacji $\Theta$ i kompensacji $\Phi$

Równanie komparacji reluktancji, w układzie przedstawionym na rys.6.1b, ma postać:

$$\frac{\mathcal{R}_{\mu_1}}{\mathcal{R}_{\mu_2}} = \frac{\theta_1}{\theta_2} \quad (6.55)$$



Rys. 6.5. Komparacja reluktancji w układzie komparacji  $\theta$  we współrzędnych biegunowych (a) oraz prostokątnych (b)

Odpowiednie czułości komparacji reluktancji, przy założeniu  $R_{\mu 1}$  jako wielkości wejściowej, w stanie układu  $\theta_1 \cong \theta_2$ , opisują zależności:

$$\frac{\partial U_D}{\partial R_{\mu 1}} = j\omega N_D \frac{\theta_2}{R_{\mu 1} R_{\mu 2} + j\omega \frac{N_D^2}{Z_D} (R_{\mu 1} + R_{\mu 2})} \quad (6.56)$$

$$\frac{\partial I_D}{\partial R_{\mu 1}} = j\omega N_D \frac{\theta_2}{Z_D R_{\mu 1} R_{\mu 2} + j\omega N_D^2 (R_{\mu 1} + R_{\mu 2})} \quad (6.57)$$

Reluktancja jest wielkością zespoloną, dlatego realizacja układu komparacji musi umożliwiać zmianę obu składowych nastawianej siły magnetomotorycznej. Wartość  $\theta = IN$  można zmieniać przy pomocy zmiany liczb zwojów  $N$  lub zmiany natężenia prądu  $I$ . Realizacja wymaganej rozdzielczości jest łatwiejsza w przypadku zmiany natężenia prądu. Przyjęcie jednej z sił magnetomotorycznych jako wielkości odniesienia znacznie upraszcza realizację układu. Nastawienie  $\theta_1$  może odbywać się w układzie współrzędnych biegunowych lub prostokątnych. Odpowiednie schematy układów przedstawiono na rysunku 6.5.

Dla schematu układu przedstawionego na rysunku 6.5a

$$\theta_1 = k_1 \theta_2 e^{j\varphi} \quad (6.58)$$

Stąd, dla  $U_D = 0$

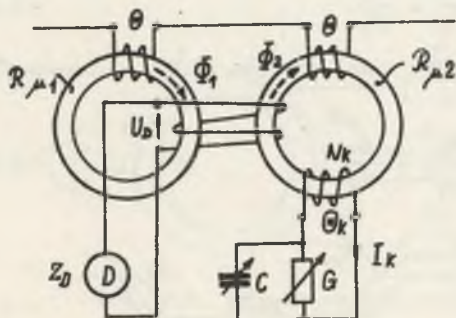
$$\frac{\mathcal{R}\mu_1}{\mathcal{R}\mu_2} = k_1 e^{j\varphi} \quad (6.59)$$

W przypadku komparacji reluktancji w układzie komparacji we współrzędnych prostokątnych, dla  $U_D = 0$ :

$$\frac{\mathcal{R}\mu_1}{\mathcal{R}\mu_2} = k_2 e^{j\frac{\pi}{2}} + k_1 \quad (6.60)$$

gdzie:

$k_1, k_2$  - stałe torów przetwarzania na rysunku 6.5.



Rys. 6.6. Schemat układu komparacji reluktancji w układzie z dodatkową siłą magnetomotoryczną  $\theta_k$

Wartości stałych  $k_1$  oraz  $k_2$  mają wpływ na właściwości układu. Duże wartości mogą spowodować niestabilną pracę układu. Sposobem ich zmniejszenia, w przypadku komparacji zbliżonych wartości reluktancji, jest wymuszenie w uzwojeniach  $N_1$  oraz  $N_2$  tej samej siły magnetomotorycznej  $\theta$ , natomiast w dodatkowym uzwojeniu siły magnetomotorycznej  $\theta_k$ . Wtedy:

$$\frac{\mathcal{R}\mu_1}{\mathcal{R}\mu_2} = 1 \pm \frac{\theta_k}{\theta} \quad (6.61)$$

Wymuszenie siły magnetomotorycznej  $\theta_k$  może być zrealizowane w sposób przedstawiony na rysunku 6.5 lub poprzez zwarcie pętli  $\theta_k$  impedancją  $Z_k$ , jak to przedstawiono na rysunku 6.6.

Układ ten zostanie rozpatrzony dla  $\theta_1 = \theta_2$ . Wtedy:

$$\frac{\theta_1 - \theta_k}{\mathcal{R}\mu_2} = \Phi_2 = j \frac{U_k}{\omega N_k} = j \frac{\theta_k}{\omega N_k^2 (G + j\omega C)} \quad (6.62)$$

oraz

$$\frac{\theta_1}{\mathcal{R}\mu_1} = \Phi_1 \quad (6.63)$$

Z porównania zależności (6.62) oraz (6.63) wynika:

$$\theta_k = -j \frac{\theta_1}{\mathcal{R}\mu_1} \omega N_k^2 (G + j\omega C) \quad (6.64)$$

Po podstawieniu (6.64) do (6.62) i uwzględnieniu  $\theta_1 = \theta_2$  otrzymano:

$$\mathcal{R}_{\mu_1} - \mathcal{R}_{\mu_2} = \omega N_k^2 (\omega C - jG) \quad (6.65)$$

Układ umożliwia wyznaczenie różnic składowych zespolonych reluktancji, a pośrednio różnic składowych zespolonej przenikalności magnetycznej.

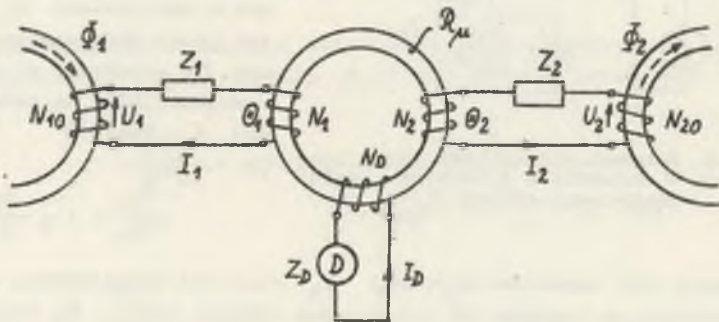
### 6.3.2. Komparacja permeancji w układzie komparacji $\Phi$ i kompensacji $\theta$

Równanie komparacji permeancji, w układzie przedstawionym na rysunku 6.2 wynika z równania (6.21):

$$\frac{\mathcal{A}_1}{\mathcal{A}_2} = \frac{\Phi_1}{\Phi_2} \quad (6.66)$$

Ale permeancje te odpowiadają, zgodnie z zależnością (6.18), impedancjom pętli prądowych; stąd:

$$\frac{Z_1 N_2^2}{Z_2 N_1^2} = \frac{\Phi_1}{\Phi_2} \quad (6.67)$$



Rys. 6.7. Komparacja impedancji w układzie komparacji strumieni

Przypadek ten ilustruje rysunek 6,7, przy czym pętlę prądową rozdzielono na dwa uzwojenia: jedno sprzężone ze strumieniem, drugie związane z siłą magnetomotoryczną. Rozdzielenie pętli nie wprowadza żadnych zmian strukturalnych. Jeżeli liczby zwojów obu części pętli są jednakowe  $N_1 = N_{10}$ , rozdzielanie nie wprowadzi również zmian ilościowych. Jeżeli liczby zwojów  $N_1 \neq N_{10}$  - w układzie zmieni się wartość napięcia na końcach uzwojenia  $N_{10}$ , zgodnie z zależnością:

$$U_1 = -j\omega N_{10} \Phi_1 \quad (6.68)$$

i analogicznie

$$U_2 = -j\omega N_{20} \Phi_2 \quad (6.69)$$

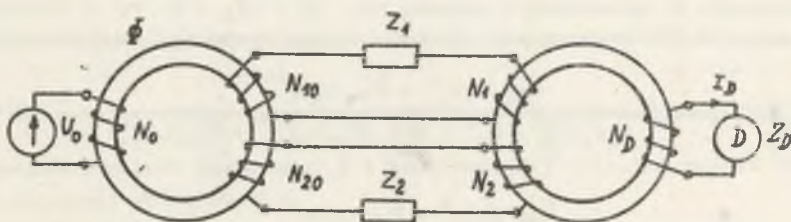
Napięcia prądów płynących w pętłach będą odpowiednio równe:

$$\begin{aligned} I_1 &= -j\omega N_{10} Z_1 \Phi_1 \\ I_2 &= -j\omega N_{20} Z_2 \Phi_2 \end{aligned} \quad (6.70)$$

Stąd, dla stanu  $I_1 N_1 = I_2 N_2$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{N_2 N_{20}}{N_1 N_{10}} \frac{\Phi_2}{\Phi_1} \quad (6.71)$$

Jeżeli na drodze konstrukcyjnej zapewni się  $\Phi_1 = \Phi_2$ , np. umieszczając oba uzwojenia na wspólnym magnetowodzie, to układ komparacji strumieni staje się klasycznym mostkiem dwutransformatorowym, przedstawionym na rysunku 6.8.



Rys. 6.8. Schemat układu mostka dwutransformatorowego

Z równań układu komparacji strumieni (6.48) oraz (6.49), uwzględniając zależności od (6.68) do (6.70), wynikają równania impedancyjnego mostka dwutransformatorowego; przyjmując, zgodnie z rysunkiem 6.8, że  $\Phi = j \frac{U}{\omega N_0}$ ,

$$U_D = U \frac{N_D}{N_0} \frac{Z_1 N_2 N_{20} - Z_2 N_1 N_{10}}{Z_2 N_1 N_{10} + Z_1 N_2 N_{20} + N_D^2 \frac{Z_1 Z_2}{Z_D} - j \frac{\mu Z_1 Z_2}{\omega}} \quad (6.72)$$

oraz

$$I_D = U \frac{N_D}{N_0} \frac{Z_1 N_2 N_{20} - Z_2 N_1 N_{10}}{Z_D (Z_2 N_1 N_{10} + Z_1 N_2 N_{20} - j \frac{\mu Z_1 Z_2}{\omega}) + Z_1 Z_2 N_D^2} \quad (6.73)$$

Odpowiednie oszułości są równe:

napięciowa:

$$\frac{\partial U_D}{\partial Z_1} = U \frac{N_D}{N_0} \frac{N_2 N_{20}}{Z_2 N_1 N_{10} + Z_1 N_2 N_{20} + N_D^2 \frac{Z_1 Z_2}{Z_D} - j \frac{\mu Z_1 Z_2}{\omega}} \quad (6.74)$$

oraz prądowa

$$\frac{\partial I_D}{\partial Z_1} = U \frac{N_D}{N_0} \frac{N_2 N_{20}}{Z_D (Z_2 N_1 N_{10} + Z_1 N_2 N_{20} - j \frac{\mu Z_1 Z_2}{\omega}) + Z_1 Z_2 N_D^2} \quad (6.75)$$

Dalsze właściwości mostków transformatorowych są opisane między innymi w pracach [2], [3], [23], [51].

### 6.3.3. Komparacja reluktancji w układzie komparacji i kompensacji $\theta$

Z równań układu komparacji sił magnetomotorycznych (6.35) oraz (6.37) wynika możliwość komparacji reluktancji lub permeancji. Ale permeancja odpowiada impedancji pętli prądowej, zgodnie z zależnością (6.31). Stąd:

$$\frac{\mathcal{R}\mu_1}{\mathcal{R}\mu_2} = \frac{\theta_1 N_2^2 Z_1}{\theta_2 N_1^2 Z_2} \quad (6.76)$$

Jeżeli  $Z_1$  oraz  $Z_2$  będą wtrąconymi w obwód pętli prądowych impedancjami nastawnymi, a jednocześnie zapewni się  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ , to z zależności (6.35) oraz (6.37) otrzyma się równanie układu komparacji reluktancji:

$$U_D = -j\omega N_D \theta \frac{\mathcal{R}\mu_4 Z_1 N_2^2 - \mathcal{R}\mu_1 Z_2 N_1^2}{G_1 H_1 \left( \frac{\mathcal{R}\mu}{j\omega} + N_D^2 + \frac{1}{Z_D} \right) + \mathcal{R}\mu_1 G_1 N_2^2 + \mathcal{R}\mu_4 H_1 N_1^2} \quad (6.77)$$

oraz

$$I_D = -j\omega N_D \frac{\mathcal{R}\mu_4 Z_1 N_2^2 - \mathcal{R}\mu_1 Z_2 N_1^2}{G_1 H_1 \left( \frac{\mathcal{R}\mu Z_D}{j\omega} + N_D^2 \right) + Z_D (\mathcal{R}\mu_1 G_1 N_2^2 + \mathcal{R}\mu_4 H_1 N_1^2)} \quad (6.78)$$

gdzie  $G_1, H_1$  określone są zależnością (6.36).

Z zależności (6.77) oraz (6.78) wynika równanie komparacji reluktancji

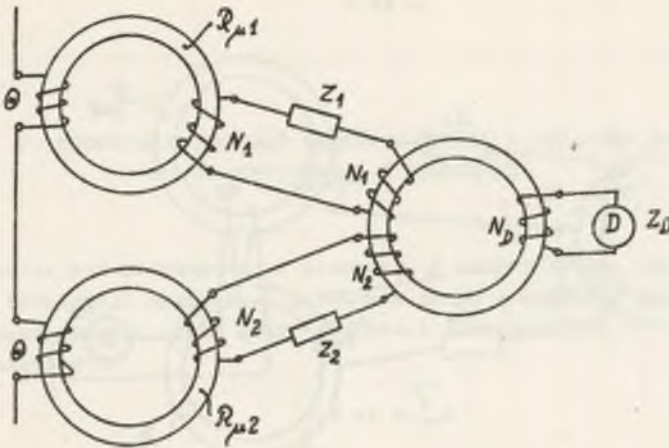
$$\frac{\mathcal{R}\mu_1}{\mathcal{R}\mu_2} = \frac{N_1 Z_1}{N_2 Z_2} \quad (6.79)$$

Schemat układu komparacji przedstawiono na rysunku 6.9.

Odpowiednie osułości komparacji reluktancji, wynikające z zależności (6.77) oraz (6.78), dla  $U_D = 0$  lub  $I_D = 0$  są równe:

$$\frac{\partial U_D}{\partial \mathcal{R}\mu_1} = j\omega N_D \theta \frac{Z_2 N_1^2}{G_1 H_1 \left( \frac{\mathcal{R}\mu}{j\omega} + N_D^2 + \frac{1}{Z_D} \right) + \mathcal{R}\mu_1 G_1 N_2^2 + \mathcal{R}\mu_4 H_1 N_1^2} \quad (6.80)$$

$$\frac{\partial I_D}{\partial \mathcal{R}\mu_1} = j\omega N_D \theta \frac{Z_2 N_1^2}{G_1 H_1 \left( \frac{\mathcal{R}\mu Z_D}{j\omega} + N_D^2 \right) + Z_D (\mathcal{R}\mu_1 G_1 N_2^2 + \mathcal{R}\mu_4 H_1 N_1^2)} \quad (6.81)$$



Rys. 6.9. Komparacja reluktancji w układzie komparacji  $\Theta$  i kompensacji  $\Theta$

6.3.4. Komparacja reluktancji w układzie komparacji i kompensacji  $\Phi$

Z równania układu komparacji  $\Phi$  i kompensacji  $\Phi$  - (6.52) wynika możliwość komparacji reluktancji:

$$\frac{\mathcal{R}_{\mu 2}}{\mathcal{R}_{\mu 3}} = \frac{\Phi_2 Z_1 N_1^2}{\Phi_1 Z_4 N_4^2} \quad (6.82)$$

Dla  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$ , z zależności (6.48) oraz (6.49) otrzymano równania układu komparacji reluktancji:

$$U_D = -j\omega N_D \Phi \frac{\mathcal{R}_{\mu 2} Z_4 N_1^2 - \mathcal{R}_{\mu 3} Z_1 N_4^2}{\frac{N_D^2}{Z_D} (G_2 Z_1 + H_2 Z_4) - j \frac{G_2 H_2}{\omega}} \quad (6.83)$$

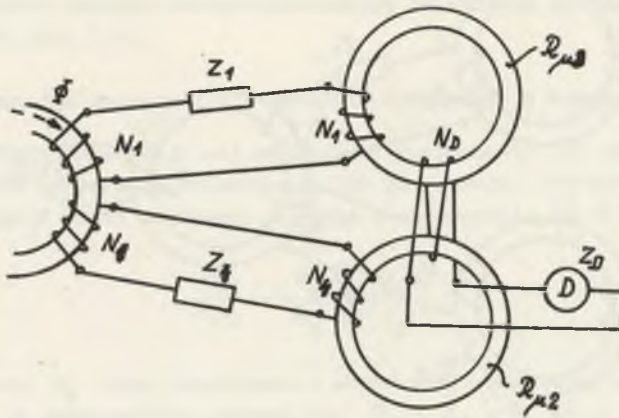
$$I_D = -j\omega N_D \Phi \frac{\mathcal{R}_{\mu 2} Z_4 N_1^2 - \mathcal{R}_{\mu 3} Z_1 N_4^2}{N_D^2 (G_2 Z_1 + H_2 Z_4) - j \frac{G_2 H_2 Z_D}{\omega}} \quad (6.84)$$

gdzie  $G_2, H_2$  opisane są zależnościami (6.48).

Schemat układu komparacji reluktancji przedstawia rysunek 6.10.

Z zależności (6.83) lub (6.84) wynika równanie komparacji reluktancji

$$\frac{\mathcal{R}_{\mu 2}}{\mathcal{R}_{\mu 3}} = \frac{Z_1 N_4^2}{Z_4 N_1^2} \quad (6.85)$$



Rys. 6.10. Komparacja reluktancji w układzie komparacji  $\Phi$  i kompensacji  $\Phi$

Odpowiednie osłokości, przy założeniu  $\mathcal{R}_{\mu_3}$  jako wielkości wejściowej, są równe:

$$\frac{\partial U_D}{\partial \mathcal{R}_{\mu_3}} = j\omega N_D \Phi \frac{Z_1 N_1^2}{N_D^2 (G_2 Z_1 + H_2 Z_2) - j \frac{G_2 H_2}{\omega}} \quad (6.86)$$

$$\frac{\partial I_D}{\partial \mathcal{R}_{\mu_3}} = j\omega N_D \Phi \frac{Z_1 N_1^2}{N_D^2 (G_2 Z_1 + H_2 Z_2) - j \frac{G_2 H_2 Z_D}{\omega}} \quad (6.87)$$

Z porównania schematów układów komparacji reluktancji wynika wniosek, że najłatwiej zrealizować układy przedstawione na rysunkach 6.9 oraz 6.10. Ich realizacja wymaga powszechnie stosowanych narzędzi pomiarowych, takich jak oporniki i kondensatory dekadowe oraz selektywnego detektora napięcia.

Komparowane reluktancje są obiektami nieliniowymi o różnych charakterystykach - dlatego w układach komparacji można skompensować tylko jedną harmoniczną strumieni lub sił magnetomotorycznych. Dlatego też komparacja reluktancji powinna być realizowana dla kolejnych harmonicznych strumieni lub sił magnetomotorycznych.



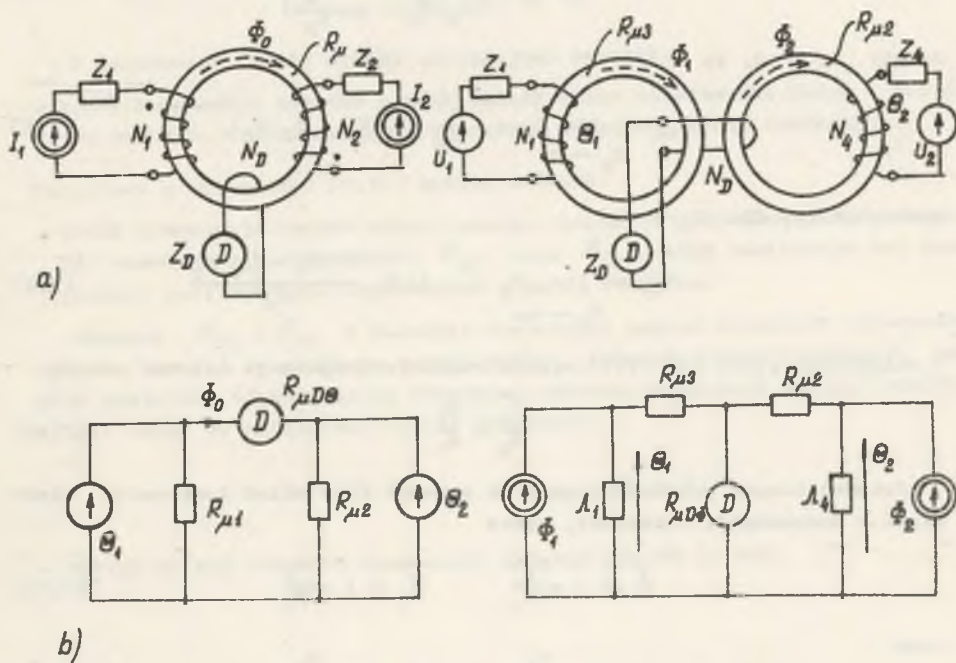
## 7. KOMPARACJA NATĘŻEŃ PRĄDÓW I NAPIĘĆ W UKŁADACH KOMPENSACJI SIŁ MAGNETYCZNYCH I STRUMIENI

Z analizy przeprowadzonej w rozdziale 6 oraz z pracy [53] wynika możliwość komparacji napięcia i natężenia prądu w układach kompensacji wielkości magnetycznych. Obie grupy wielkości elektrycznych i magnetycznych wiążą zależności:

$$\oint H \, dl = \sum I \tag{7.1}$$

$$- j \omega N_D \Phi = U$$

Schematy realizacji układów oraz schematy ideowe układów komparacji natężeń prądów i kompensacji sił magnetomotorycznych oraz komparacji napięć i kompensacji strumieni przedstawiono na rysunku 7.1.



Rys. 7.1. Schematy realizacji układów (a) oraz ideowe (b) komparacji natężeń prądów i kompensacji sił magnetomotorycznych oraz komparacji napięć i kompensacji strumieni magnetycznych

Schemat ideowy układu komparacji natężeń prądów z rysunku 7.1b opisuje zależność:

$$\theta_1 - \theta_2 = \Phi_0 \mathcal{R}_{\mu D\theta} \quad (7.2)$$

gdzie:

$$\mathcal{R}_{\mu D\theta} = \mathcal{R}_{\mu} + j\omega N_D^2 \frac{1}{Z_D} \quad (7.3)$$

$$\theta_1 = I_1 N_1, \quad \theta_2 = I_2 N_2 \quad (7.4)$$

Alte

$$\Phi_0 = - \frac{U_D}{j\omega N_D} \quad (7.5)$$

Stąd

$$U_D = -j\omega N_D \frac{I_1 N_1 - I_2 N_2}{\mathcal{R}_{\mu} + j\omega N_D^2 \frac{1}{Z_D}} \quad (7.6)$$

oraz

$$I_D = -j\omega N_D \frac{I_1 N_1 - I_2 N_2}{N_D (\mathcal{R}_{\mu} + j\omega \frac{N_D^2}{Z_D})} \quad (7.7)$$

Jeżeli  $Z_D \rightarrow 0$ , to

$$I_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow 0} I_D = - \frac{1}{N_D} (I_1 N_1 - I_2 N_2) \quad (7.8)$$

analogicznie, dla  $Z_D \rightarrow \infty$

$$U_{D0} = \lim_{Z_D \rightarrow \infty} U_D = -j\omega N_D \frac{I_1 N_1 - I_2 N_2}{\mathcal{R}_{\mu}} \quad (7.9)$$

Z zależności (7.6) lub (7.7) wynika równanie komparacji natężeń prądów:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad (7.10)$$

Schemat ideowy przedstawiający na rysunku 7.1b układ komparacji strumieni i kompensacji strumieni, gdzie

$$\Phi_1 = j \frac{U_1}{\omega N_1} \quad \Phi_2 = j \frac{U_2}{\omega N_2} \quad (7.11)$$

oraz

$$\mathcal{A}_1 = \frac{Z_1}{j\omega N_1^2} \quad \mathcal{A}_2 = \frac{Z_2}{j\omega N_2^2} \quad (7.12)$$

jest opisany zależnością (6.48). Po podstawieniu do (6.48) zależności (7.11) oraz (7.12) otrzymano:

$$U_D = N_D \frac{U_1 G_2 N_1 - U_2 H_2 N_4}{\frac{N_D^2}{Z_D} (G_2 Z_1 + H_2 Z_4) - j \frac{G_2 H_2}{\omega}} \quad (7.13)$$

oraz

$$I_D = N_D \frac{U_1 G_2 N_1 - U_2 H_2 N_4}{\frac{N_D^2}{Z_D} (G_2 Z_1 + H_2 Z_4) - j \frac{G_2 H_2}{\omega}} \quad (7.14)$$

gdzie:

$G_2, H_2$  - zależność (6.48).

Z (7.13) oraz (7.14) po uwzględnieniu (6.48) wynika równanie komparacji napięć:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\mathcal{R}_{\mu 3} Z_1 N_4}{\mathcal{R}_{\mu 2} Z_4 N_1} \quad (7.15)$$

Z zależności (7.10) wynika następujący wniosek:

- wynik komparacji natężeń prądów zależy tylko od stosunku liczb zwojów obu uzwojeń, a więc można go wyznaczyć w sposób bardzo dokładny;

Natomiast z zależności (7.15) wynika wniosek:

- wynik komparacji napięć zależy między innymi od reluktancji magnetowodów zamykających strumienie:  $\mathcal{R}_{\mu 1}$  oraz  $\mathcal{R}_{\mu 2}$  i stąd realizacja tej komparacji jest znacznie trudniejsza i mniej dokładna.

Warunek  $\mathcal{R}_{\mu 2} = \mathcal{R}_{\mu 3}$  w układzie komparacji napięć odpowiada umieszczenie obu uzwojeń na wspólnym magnetowodzie. Schemat ideowy komparacji napięć staje się identyczny ze schematem ideowym komparacji natężeń prądów. Jeżeli wtedy do zależności (7.15) podstawić:

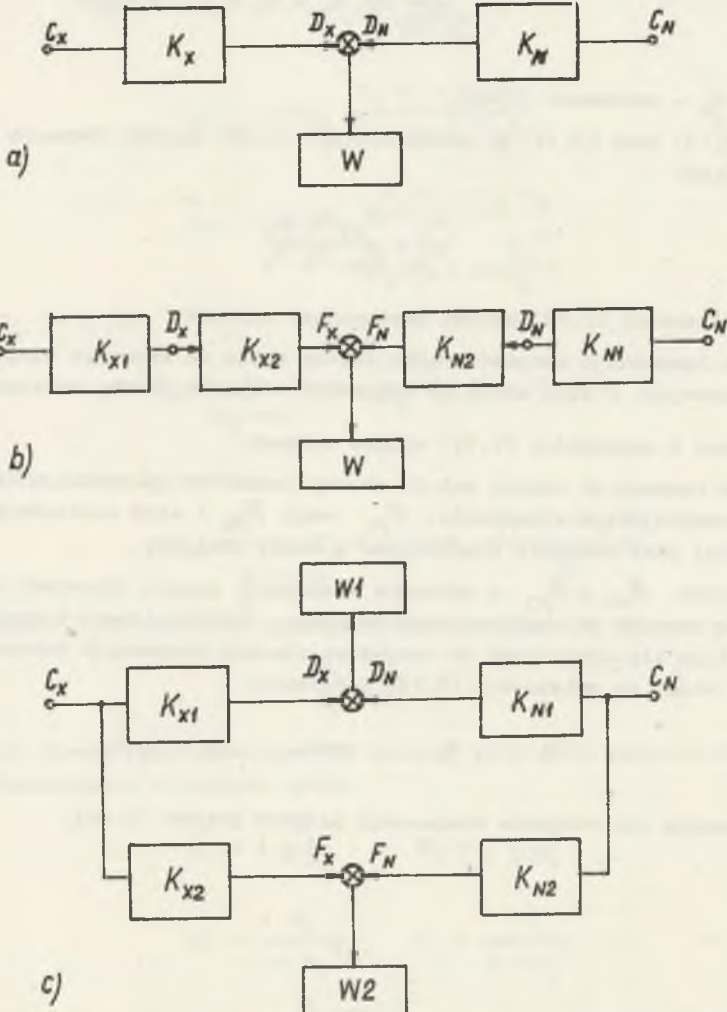
$$U_1 = I_1 Z_1 \quad \text{oraz} \quad U_2 = I_2 Z_4$$

- otrzymuje się równanie komparacji natężeń prądów (7.10).

## 8. SYNTEZA UKŁADÓW KOMPARACYJNYCH

### 8.1. Metoda syntezy układów komparacyjnych

Realizacja kompensacji wielkości wyjściowych z torów przetwarzania, przedstawionych na rysunku 8.1a, może być trudna. W takim przypadku wielkości te można przetworzyć w dodatkowych przetwornikach na inne wielkości,



Rys. 8.1. Schematy blokowe ilustrujące metody syntezy układów komparacyjnych

jest opisany zależnością (6.48). Po podstawieniu do (6.48) zależności (7.11) oraz (7.12) otrzymano:

$$U_D = N_D \frac{U_1 G_2 N_1 - U_2 H_2 N_4}{\frac{N_D^2}{Z_D} (G_2 Z_1 + H_2 Z_4) - j \frac{G_2 H_2}{\omega}} \quad (7.13)$$

oraz

$$I_D = N_D \frac{U_1 G_2 N_1 - U_2 H_2 N_4}{\frac{N_D^2}{Z_D} (G_2 Z_1 + H_2 Z_4) - j \frac{G_2 H_2}{\omega}} \quad (7.14)$$

gdzie:

$G_2, H_2$  - zależność (6.48).

Z (7.13) oraz (7.14) po uwzględnieniu (6.48) wynika równanie komparacji napięć:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_{\mu 3} Z_1 N_4}{R_{\mu 2} Z_4 N_1} \quad (7.15)$$

Z zależności (7.10) wynika następujący wniosek:

- wynik komparacji natężeń prądów zależy tylko od stosunku liczb zwojów obu uzwojeń, a więc można go wyznaczyć w sposób bardzo dokładny;

Natomiast z zależności (7.15) wynika wniosek:

- wynik komparacji napięć zależy między innymi od reluktancji magnetowodów zamykających strumienie:  $R_{\mu 1}$  oraz  $R_{\mu 2}$  i stąd realizacja tej komparacji jest znacznie trudniejsza i mniej dokładna.

Warunek  $R_{\mu 2} = R_{\mu 3}$  w układzie komparacji napięć odpowiada umieszczenie obu uzwojeń na wspólnym magnetowodzie. Schemat ideowy komparacji napięć staje się identyczny ze schematem ideowym komparacji natężeń prądów. Jeżeli wtedy do zależności (7.15) podstawić:

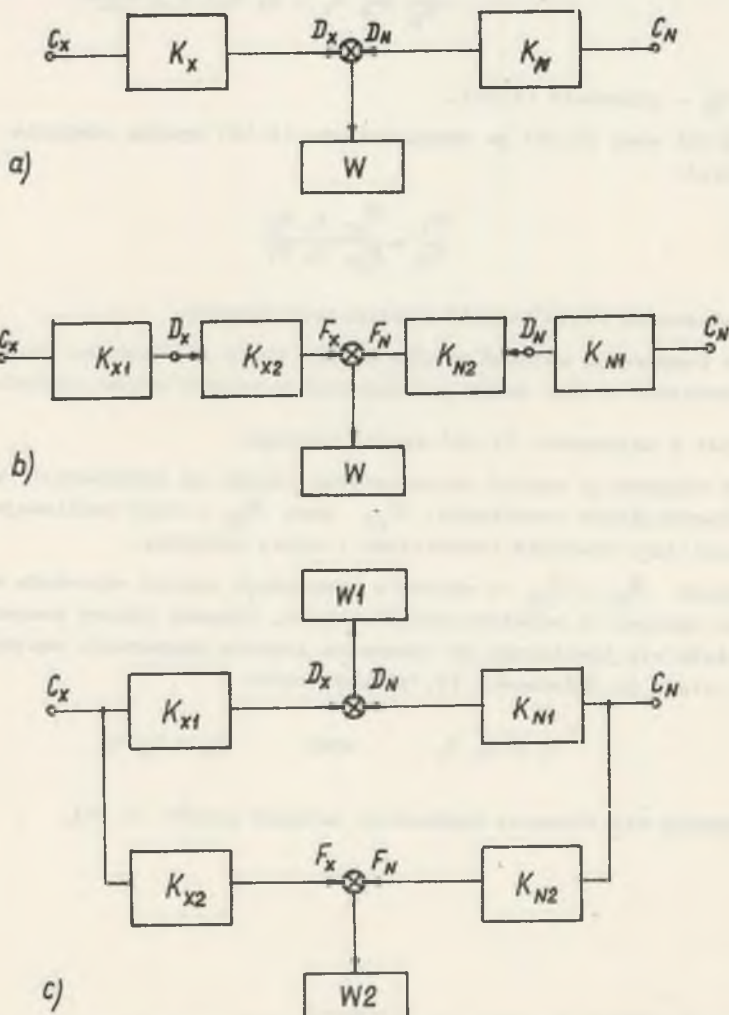
$$U_1 = I_1 Z_1 \quad \text{oraz} \quad U_2 = I_2 Z_4$$

- otrzymuje się równanie komparacji natężeń prądów (7.10).

## 8. SYNTEZA UKŁADÓW KOMPARACYJNYCH

### 8.1. Metoda syntezy układów komparacyjnych

Realizacja kompensacji wielkości wyjściowych z torów przetwarzania, przedstawionych na rysunku 8.1a, może być trudna. W takim przypadku wielkości te można przetworzyć w dodatkowych przetwornikach na inne wielkości,



Rys. 8.1. Schematy blokowe ilustrujące metody syntezy układów komparacyjnych

TABLICA 8.1 UKŁADY KOMPARACJI NATĘŻEN PRĄDÓW

Oznaczenie układu	SCHEMAT UKŁADU KOMPARACJI	RÓWNANIE KOMPENSACJI	RÓWNANIE KOMPARACJI	KOMPARACJA WARTOŚCI:	UWAGI
1	2	3	4	5	6
1		$U_1' = U_2'$ $(I_1' = I_2')$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{K_2}{K_1}$	- skutecznych * - średnich - chwilowych - maksymalnych	* w zależności od charakterystyk torów przetwarzania oraz właściwości dynamicznych detektora stanu kompensacji
2		$U_1 = U_2$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{Y_1}{Y_2}$	- chwilowych ** (dla $\omega = 0$ lub $\omega \neq 0$ ) - średnich (dla $T_D \ll T_h$ )	** w zależności od właściwości dynamicznych detektora stanu kompensacji
3		$I_{D1} = I_{D2}$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1 + Y_1 Z_3}{1 + Y_4 Z_2}$	j. w.	j. w.
4	<p>KOMPARATOR MAGNETYCZNY</p>	$\theta_1 = \theta_2$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$	- chwilowych (dla $\omega = 0$ lub $\omega \neq 0$ )	
5	<p>KOMPARATOR W/9 RUMPA</p>	$STE_1 = STE_2$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{K_2}{K_1}$	- skutecznych - kwadratów wartości chwilowych	dla $T_h \ll T_D, T_K$ dla $T_h \gg T_D, T_K$ gdzie $T_K$ - stała czasowa przetwornika termoelektrycznego
6	<p>KOMPARATOR ELEKTROMECHANICZNY</p>	$M_1 = M_2$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{C_{n1}}{C_{n2}}$ $C_{n1}, C_{n2}$ - stałe napędowe przetwornika	- średnich - skutecznych - chwilowych lub kwadratów wartości chwilowych	dla przetworników magneto-elektrycznych ( $f_{gp} \ll f_{th}$ ) np. dla przetworników elektrodynamicznych, elektromagnetycznych itd ( $f_{gp} \ll f_{th}$ ) dla $f_{gp} \gg f_{th}$ , gdzie $f_{gp}$ - częstość graniczna przetworn.
7	<p>KOMPARATOR HALOTRONOWY</p>	$U_{H1} = U_{H2}$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{B_2 R_{H1}}{B_1 R_{H2}}$ dla $B_1 = c_1 I_1$ $B_2 = c_2 I_2$ $\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{c_2 R_{H1}}{c_1 R_{H2}}$	- średnich - chwilowych - skutecznych - kwadratów wartości chwilowych	$f_{gp} \ll f_{th}$ $f_{gp} \gg f_{th}$ $f_{gp} \ll f_{th}$ $f_{gp} \gg f_{th}$
8	<p>KOMPARATOR</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- BOLOMETRYCZNY</li> <li>- FOTOKOMÓRKOWY</li> <li>- ŻARÓWKOWY</li> <li>itd.</li> </ul>	—	—	- skutecznych - chwilowych	j. w.

dla których kompensacja będzie w łatwy sposób realizowana. Należy więc wprowadzić w tory przetwarzania wielkości komparowanych dodatkowe bloki, reprezentujące przetworniki o transmitancjach  $K_{X2}$  oraz  $K_{N2}$ , w sposób przedstawiony na rysunku 8.1b. Oczywiście stan energetyczny torów przetwarzania ulega wtedy zmianie. Schemat blokowy przedstawiony na rysunku 8.1b, reprezentuje jakościowo nowy układ komparacji.

Tworzenie nowych układów poprzez wprowadzenie w tory przetwarzania dodatkowych przetworników nazwano metodą wydłużania torów. Cechą charakterystyczną tej metody jest jeden wskaźnik stanu kompensacji w układach przed i po wydłużeniu torów przetwarzania.

Z porównania schematów blokowych, przedstawionych na rysunku 8.1a oraz 8.1b, wynika wniosek, że każdą kompensację określonych wielkości można zastąpić komparacją tych samych wielkości - powodując jednocześnie zmianę stanu energetycznego torów przetwarzania.

W przypadku komparacji wielkości pasywnych, np. impedancji, wynik komparacji jest równy stosunkowi wielkości aktywnych. Często wystarczająco dokładne nastawienie wielkości aktywnej jest niemożliwe. Stosunek wielkości aktywnych można wtedy wyznaczyć w innym układzie komparacji, jak to przedstawiono w postaci schematu blokowego na rysunku 8.1c. W stanie kompensacji wielkości:  $D_X = D_N$  oraz  $F_X = F_N$ , są spełnione jednocześnie dwa równania komparacji:

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_X}{C_N} &= \frac{K_{N1}}{K_{X1}} \\ \frac{C_X}{C_N} &= \frac{K_{N2}}{K_{X2}} \end{aligned} \right\} \longrightarrow \frac{K_{N1}}{K_{X1}} = \frac{K_{N2}}{K_{X2}} \quad (8.1)$$

Stąd w równaniu komparacji występują tylko wielkości pasywne.

Schemat blokowy, przedstawiony na rysunku 8.1c, reprezentuje jakościowo nowy układ komparacji. Tworzenie nowych układów komparacji poprzez ich równoległe łączenie nazwano metodą bocznikowania układów komparacji. Cechą charakterystyczną układów komparacji powstałych metodą bocznikowania jest większa niż jeden liczba wskaźników stanu kompensacji.

Następnie przedstawione zostaną schematy podstawowych układów komparacji napięcia i natężenia prądu, wykorzystujących w torach przetwarzania różne zjawiska fizyczne. Układy te będą stanowiły bazę do tworzenia bardziej złożonych układów komparacji.

## 8.2. Podstawowe układy komparacji napięć i natężeń prądów

W tabelicy 8.1 zebrano schematy najczęściej spotykanych układów komparacji natężeń prądów, omówione w rozdziale 4 oraz częściowo znane między innymi z pracy [56]. Każdym z przedstawionych w tabelicy układów komparacji



natężeń prądów można zastąpić gałąź detektora natężenia prądu, a więc gałąź kompensacji natężeń prądów.

W rozdziale 2.1 wskazano na możliwość komparacji różnych wartości wielkości aktywnych: skutecznych, średnich, chwilowych lub maksymalnych, w zależności od charakterystyk torów przetwarzania oraz właściwości dynamicznych wskaźnika stanu kompensacji. Najlepiej fakt ten ilustruje układ komparacji natężeń prądów z przetwarzaniem elektronicznym, umieszczony w wierszu oznaczonym przez "1".

W układzie tym przetworniki  $K_1$  oraz  $K_2$  mogą mieć charakterystykę liniową lub kwadratową. Jeżeli częstotliwości graniczne przetworników  $f_{gT}$  będą dostatecznie większe od częstotliwości najwyższej harmonicznej komparowanych prądów  $f_{nh}$  ( $f_{gT} \gg f_{nh}$ ) i jednocześnie częstotliwość graniczna wskaźnika stanu kompensacji  $f_{gW}$  będzie dostatecznie mniejsza od częstotliwości podstawowej harmonicznej komparowanych prądów  $f_{1h}$  ( $f_{gW} \ll f_{1h}$ ) - w układzie komparowane będą wartości średnie (dla charakterystyk liniowych) lub skuteczne (dla charakterystyk kwadratowych przetworników). Odpowiednio dla  $f_{gW} \gg f_{nh}$  - komparowane będą wartości chwilowe natężeń prądów lub kwadraty wartości chwilowych. Komparacja wartości maksymalnych będzie realizowana w przypadku, gdy w torze przetwarzania włączone zostaną przetworniki wartości maksymalnej na stałą (tzw. detektory szczytowe).

W układach komparacji oznaczonych przez "2" oraz "3" torze przetwarzania mają charakterystykę liniową - komparowane wartości zależą od właściwości dynamicznych detektora [9], [33]. Jeżeli  $f_{gW} \ll f_{1h}$  komparowane będą wartości średnie; dla  $f_{gW} \gg f_{nh}$  - wartości chwilowe. Komparator magnetyczny - "4"; [26], [27], [50], jest komparatorem wartości chwilowych, dla  $\omega = 0$  lub  $\omega \neq 0$ .

Komparator termoelektryczny może komparować wartości skuteczne lub kwadraty wartości chwilowych, w zależności od relacji pomiędzy częstotliwością graniczną wskaźnika stanu kompensacji sił termoelektrycznych przetworników termoelektrycznych, a częstotliwością graniczną przebiegów wielkości komparowanych. W szczególnym przypadku komparuje się wartości skuteczne przebiegów przemiennego i stałego [56].

W analogiczny sposób przeanalizowano pozostałe układy komparacji, przy czym wnioski umieszczono w kolumnach 5 oraz 6 tablicy 8.1.

W tablicy 8.2 zebrano najczęściej spotykane układy komparacji napięć. Przeanalizowano je w analogiczny sposób jak układy komparacji natężeń prądów, przy czym wnioski ujęto w odpowiednich kolumnach tablicy 8.2. Każdym z wymienionych w tablicy 8.2 układów komparacji napięć można zastąpić gałąź detektora napięcia, w układzie kompensacji napięć.

TABLICA B.2 UKŁADY KOMPARACJI NAPIĘĆ

Oznaczenie układu	SCHEMAT UKŁADU KOMPARACJI	RÓWNANIE KOMPENSACJI	RÓWNANIE KOMPARACJI	KOMPARACJI WARTOŚCI:	UWAGI
1		$U_1' = U_2'$ $(I_1' = I_2')$	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{K_2}{K_1}$	- skutecznych* - średnich - chwilowych - maksymalnych	* w zależności od charakterystyk torów przetwarzania oraz właściwości dynamicznych detektora stanu kompensacji
2		$I_1 = I_2$	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$	- chwilowych** (dla $\omega = 0$ lub $\omega \neq 0$ ) - średnich	** w zależności od właściwości dynamicznych detektora stanu kompensacji
3		$U_{1D} = U_{2D}$	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{1 + Z_1 Y_3}{1 + Z_4 Y_2}$	j.w.	j.w.
4	<p>KOMPARATOR STRUMIENIOWY</p>	$\Phi_1 = \Phi_2$	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_{\mu 1} Z_1 N_2}{R_{\mu 2} Z_2 N_1}$	- chwilowych dla $\omega \neq 0$	
5	<p>KOMPARATOR ELEKTROMECHANICZNY</p>	$M_1 = M_2$	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_{N2}}{C_{N1}}$  $C_{N1}, C_{N2}$ - stałe napędowe przetworników	- skutecznych - kwadratów wartości chwilowych	dla $f_{gp} \ll f_{th}$ dla $f_{gp} \gg f_{th}$ dla przetworników elektrostatycznych

### 8.3. Przykłady syntezy układów komparacyjnych metodą wydłużania torów przetwarzania

Metoda wydłużania torów przetwarzania umożliwia tworzenie nowych układów komparacji o rozbudowanych torach przetwarzania. Zastępując kompensację - komparacją danej wielkości, wykorzystującą różne zjawiska, można kształtować charakterystyki torów przetwarzania. Tym sposobem można zmieścić np. kompensację wartości średnich natężeń prądów na komparację wartości skutecznych.

Przykładami metody wydłużania torów są:

- a) układy w tablicy 8.3 otrzymane w wyniku zastąpienia gałęzi kompensacji natężeń prądów w podstawowym układzie komparacji napięć I - układami komparacji natężeń prądów oznaczonymi przez "3,4,5,6,7" z tablicy 8.1,
- b) układy w tablicy 8.4 otrzymane w wyniku zastąpienia kompensacji napięć w podstawowym układzie komparacji natężeń prądów II - komparacją napięć w układach oznaczonych przez "3,4,5" z tablicy 8.2.

Jak wynika ze schematów układów umieszczonych w wierszu 1 tablic 8.3 i 8.4 ograniczenie metody wydłużania torów przetwarzania do tych samych grup wielkości prowadzi do zbioru układów komparacyjnych. Zbiór ten można rozszerzyć, przyjmując w schematach oraz w równaniach stanu komparacji tych układów  $Y_{mn} = 0$  lub  $Z_{mn} = 0$ , gdzie  $m, n = 0, 1, 2, \dots$ , co jednak wykracza poza ramy rozdziału.

Analiza metrologiczna większości z przytoczonych w tablicach 8.3 oraz 8.4 układów jest znana z ogólnie dostępnej literatury.

### 8.4. Synteza układów komparacyjnych metodą bocznikowania układów

Łatwo zauważyć, porównując np. zależności opisujące ozułość w tablicy 5.1, że najprostsze układy komparacji charakteryzują się największą ozułością. Analiza niedokładności komparacji prowadzi do identycznego wniosku; komparacja jest dokładniejsza, jeżeli niedokładność wyniku komparacji składa się z niedokładności minimalnej liczby elementów układu. Stąd można spodziewać się, że układy będące połączeniem podstawowych układów komparacji, o dobrych właściwościach metrologicznych, będą charakteryzowały się również dobrymi właściwościami metrologicznymi.

Najlepszych właściwości metrologicznych układów komparacyjnych można spodziewać się w przypadkach połączenia podstawowych układów komparacji impedancji lub admitancji z układami komparacyjnymi, w których elementami nastawnymi są indukcyjne dzielniki napięcia [6], [12], [16], [17] [52] lub magnetyczne komparatory prądów [8], [10], [11], [23], [39], [58]. Narzędzia te swoimi właściwościami znacznie przewyższają elementy nastawne rezystancyjne lub admitancyjne.

Synteza podstawowego układu porównania napięć

L.p.	UKŁAD WYJŚCIOWY	Połączenie z układem w TABL. 8.1.	UKŁAD KOMPARACJI NAPIĘĆ
1	2	3	4
1		[3]	
2		KOMPARATOR MAGNETY-CZNY [4]	
3		KOMPARATOR WZ RUMPA [5]	
4		KOMPARATOR ELEKTRO-MECHANICZ. [6]	
5		KOMPARATOR HALOTRO-NCWY [7]	

Synteza podstawowego układu komparacji natężeń prądów

L.p	UKŁAD WYJŚCIOWY	Połączenie układem w TABL. 8.2	UKŁAD KOMPARACJI NATĘŻEŃ PRĄDÓW
1	2	3	4
1		[3]	
2		<p>Komparator strumieniowy</p> <p>[4]</p>	
3		<p>Komparator elektromechaniczny</p> <p>[5]</p>	

Jako przykłady metody bocznikowania, przedstawione zostaną dwa układy wynikające z połączenia podstawowych układów komparacji napięć i natężeń prądów ( $I$  oraz  $II$  w tabeli 5.1) z układami komparacji natężeń prądów ("4" w tabeli 8.1) i napięć (układ wynikający z "2" w tabeli 8.2, przedstawiony na rysunku 5.3). Układy te zebrano w tabeli 8.5, oznaczone odpowiednio "a,b,c,d". Rysunki "e" oraz "f" ilustrują sposób połączenia podstawowych układów komparacji. W przypadku komparacji natężeń prądów w obwody prądów  $I_1$  oraz  $I_2$  na rysunku "c" wpleto uzwojenia komparatora prądów otrzymując układ Kustersa [26], [29], [42], przedstawiony na rysunku "e". W analogiczny sposób łącząc układy z rysunku "b" oraz "d" otrzymano nieznaną z literatury układ, przedstawiony na rysunku "f". Układ ten, ze względu na bardzo dobre właściwości metrologiczne, zostanie szczegółowo omówiony w rozdziale 9. Układ Kustersa jest zatem układem kompensacji napięć i komparacji natężeń prądów, natomiast układ z rysunku "f" - układem kompensacji natężeń prądów i komparacji napięć.

Jak wynika z rysunku 8.10, otrzymane metodą bocznikowania układy komparacji będą posiadały dwa wskaźniki stanu kompensacji. Realizując gałąź sprzężenia zwrotnego w sposób przedstawiony na rysunkach "g" oraz "h" w tabeli 8.5, eliminuje się jeden ze wskaźników stanu kompensacji, co znacznie upraszcza proces równoważenia tych układów.

Stosując przedstawioną metodę można otrzymać dalsze dwuwskaźnikowe układy komparacji, m.in. znany układ Ziemi Wagnera.

### 8.5. Wybrane przykłady syntezy układów komparacji

Przedstawione zostaną, jako ilustracja metody wydłużania torów przetwarzania układów komparacyjnych, rozwinięcia dwóch podstawowych układów:

- a) równoprądowej komparacji impedancji lub jej składowych,
- b) komparacji natężeń prądów strony pierwotnej i wtórnej przekładników prądowych.

#### 8.5.1. Równoprądowa komparacja małych impedancji lub jej składowych

W przypadku komparacji impedancji należy wymusić przepływ tego samego prądu przez komparowane impedancje lub spowodować ten sam spadek napięcia na obu impedancjach. O wartości impedancji wnioskuje się z wartości stosunku napięć lub w drugim przypadku - natężeń prądów.


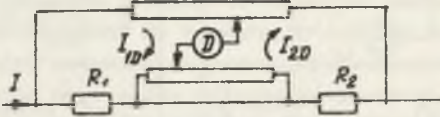
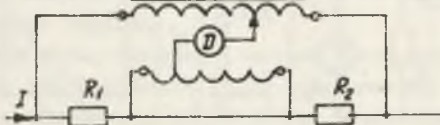
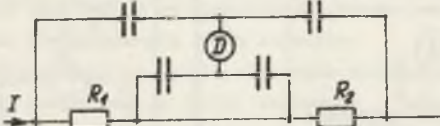
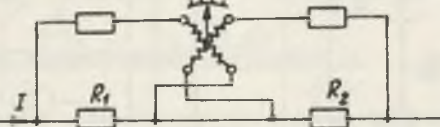
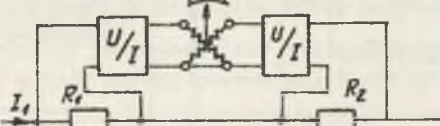
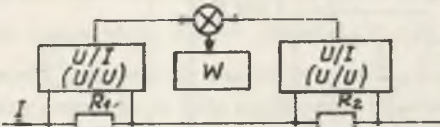
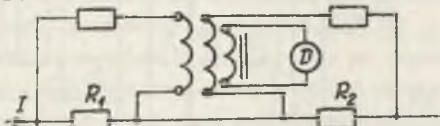
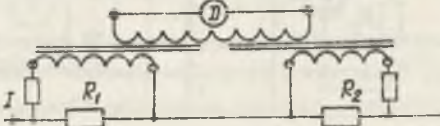
Stąd układy komparacji impedancji dzieli się na równoprądowe oraz równonapięciowe. W tym miejscu przedstawione zostaną wybrane układy równoprądowej komparacji rezystancji otrzymane metodą syntezy układów komparacyjnych.

Jeżeli natężenia prądów płynących przez obie rezystancje są takie same, to komparacja rezystancji sprowadza się do komparacji spadków napięcia, co zostało schematycznie przedstawione na rysunku oznaczonym "a" w tabeli 8.6.

Przykłady metody bocznikowania układów porównawczych

Rys	UKŁADY KOMPARACJI	Równanie kompara-cji	Rys	UKŁADY KOMPARACJI	Równanie kompara-cji
a		$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$	b		$\frac{U_1}{U_2} = \frac{n}{t-n}$
c		$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{I}{U_1} \\ Z_2 &= \frac{I}{U_2} \\ \frac{I_1}{I_2} &= \frac{Z_2}{Z_1} \end{aligned}$	d		$\frac{U_1}{U_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$
e	<i>a, a' + c'</i> 	$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{N_2}{N_1}$	f	<i>a, b' + d'</i> 	$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{n}{t-n}$
g		dla R $\frac{R_2}{R_1} = \frac{N_2}{N_1}$	h		dla R $\frac{R_2}{R_1} = \frac{n}{t-n}$

Metoda wydłużania torów w układzie równoprądowej komparacji rezystancji

Ozn.	SYNTEZA UKŁADEM	SCHEMAT UKŁADU	STOSOWANA NAZWA UKŁADU
a			—
b	[2] TABL. 8.2 + Rys. 5.3		MOSTEK KELVINA - THOMSONA
c	[2] TABL. 8.2 + Rys. 5.3		MOSTEK HILLA
d	[2] TABL. 8.2 + Rys. 5.3		—
e	[4] TABL. 8.3		UKŁAD KOHLRAUCHA
f	[1] TABL. 8.2 + [6] TABL. 8.1		UKŁAD MILLERA
g	[1] TABL. 8.2		UKŁAD LOGANA
h	[2] TABL. 8.3		—
i	[4] TABL. 8.2		—



Komparację tę można zrealizować w każdym układzie komparacji napięć zebranych w tabelach 8.2 oraz 8.3. Rysunki oznaczone "b,c,d" w tabelicy 8.6 przedstawiają komparację spadków napięcia w układzie z kompensacją natężeń prądów w gałęzi detektora. Układ przedstawiony na rysunku "b", z elementami rezystancyjnymi w torach przetwarzania, jest klasycznym mostkiem Kelvina-Thomsona. W układzie przedstawionym na rysunku "c", w miejsce elementów nastawnych rezystancyjnych włączono indukcyjnościowe dzielniki napięcia IDN - otrzymując mostek Hilla o właściwościach opisanych m.in. w pracach [16], [17], [19]. Uzupełniając alternatywy układu komparacji i kompensacji natężeń prądów, zgodnie z rysunkiem 5.3, otrzymuje się mostek z elementami nastawnymi pojemnościowymi, mogący służyć do komparacji rezystancji w zakresie dużych częstotliwości. W każdym z wymienionych układów na wynik komparacji ma wpływ impedancja przewodu łączącego komparowane rezystancje [22].

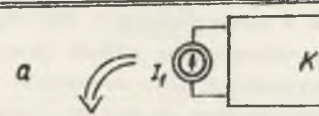
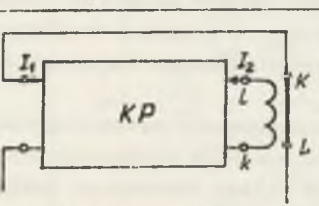
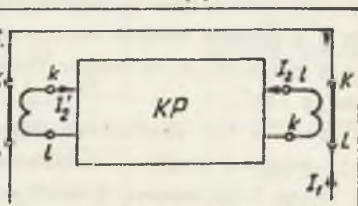
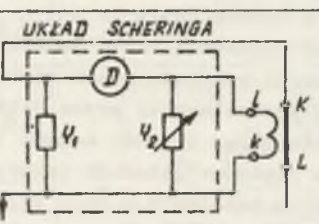
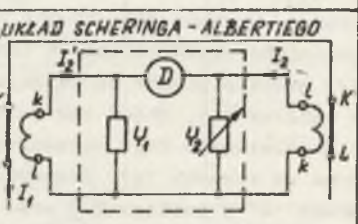
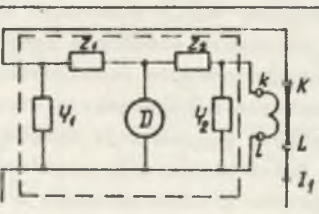
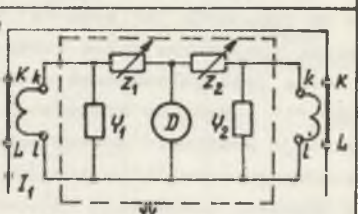
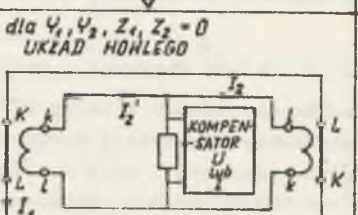
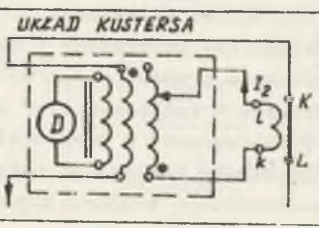
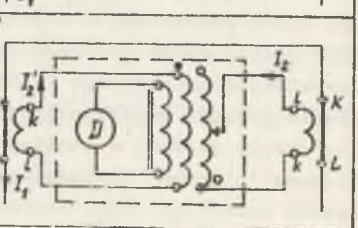
Na rysunku "e" zastąpiono gałąź kompensacji natężeń prądów układem komparacji natężeń prądów i kompensacji momentów mechanicznych - otrzymując znany układ Kohlraucha. Rozwinięciem układu Kohlraucha jest układ przedstawiony na rysunku "f". Wynika on z wprowadzenia w tory przetwarzania przetworników elektronicznych (układ oznaczony "1" w tabelicy 8.2) oraz komparacji natężeń prądów na wyjściu torów w układzie z kompensacją momentów "6" w tabelicy 8.1. Układ ten został przedstawiony przez Millera w pracy [35]. Uogólnieniem tego układu będzie grupa układów Logana [31], [60] przedstawiona na rysunku "g". Komparacja napięć w układach przedstawionych na rysunkach "2" w tabelicy 8.3 oraz "4" w tabelicy 8.4 daje układy przedstawione na rysunkach "h" oraz "i" w tabelicy 8.6. W pierwszym układzie "h" magnetyczny komparator pełni funkcję detektora natężenia prądów, przy czym jego cechą jest galwaniczne rozdzielanie obwodów komparowanych prądów. Na rysunku "i" połączono komparację napięcia z kompensacją strumieni.

Istnieje możliwość zastąpienia gałęzi kompensacji natężeń prądów w układzie na rysunku "b" w tabelicy 8.6 ich komparacją realizowaną w dalszych układach komparacji natężeń prądów przedstawionych w tabelicy 8.1.

#### 8.5.2. Układy komparacji natężenia prądów w przekładniku prądowym

Drugim przykładem syntezy układów komparacyjnych metodą wydłużania torów są układy komparacji natężeń prądów strony wtórnej i pierwotnej przekładników prądowych. Dwie możliwe sytuacje przedstawiono na rysunkach "b" oraz "c" w tabelicy 8.7. Na rysunku "b" przedstawiono komparację natężeń prądów stron pierwotnej i wtórnej, natomiast na rysunku "c" - komparację natężeń prądów stron wtórnych przekładników wzorcowego i badanego. W miejsce prostokąta oznaczonego KP (komparator prądów) można wpisać każdy z układów komparacji prądów przedstawionych w tabelicy 8.1. W praktyce stosuje się układy zebrane w tabelicy 8.7. Wstawienie w prostokąty oznaczone KP na rysunku "b" oraz "c" podstawowego układu komparacji natężeń prądów daje układy Scheringa oraz Scheringa-Albertiego przeanalizowane m.in. w pra-

Układy komparacji natężeń prądów w przekładniku prądowym

Sposób z podziałem	STRON: PIERWOTNEJ I WTORNEJ PRZEKADNIKA	STRON WTORNYCH PRZEKADNIKOM BADANEGO I WZORCOWEGO
	<p>a</p> 	
-	<p>b.</p> 	<p>c.</p> 
[2] TABL 8.1	<p>d. UKŁAD SCHERINGA</p> 	<p>e. UKŁAD SCHERINGA - ALBERTIEGO</p> 
[3] TABL 8.1	<p>f.</p> 	<p>g.</p> 
-		<p>h. dla <math>V_1, V_2, Z_1, Z_2 = 0</math> UKŁAD HOHLEGO</p> 
[4] TABL 8.1	<p>i. UKŁAD KUSTERSA</p> 	<p>j.</p> 

oach [54], [55]. Alternatywą układu komparacji natężeń prądów i kompensacji natężeń prądów jest układ Hohlego. Wprowadzenie magnetycznych komparatorów prądowych daje układ Kustersa [25], [34] oraz jego wersję, przedstawione na rysunku "i" oraz "j" w tablicy 8.7.

Analogiczną syntezę układów komparacyjnych można przeprowadzić dla równonapięciowej komparacji rezystancji oraz dla komparacji napięć przekładników napięciowych.

Każdy układ komparacji charakteryzuje się niedokładnością komparacji oraz sprawnością energetyczną torów, rozumianą jako iloraz energii na wyjściu do energii na wejściu toru przetwarzania. Łączenie szeregowo przetworników w torach przetwarzania powoduje:

- sumowanie niedokładności przetwarzania,
- mnożenie sprawności energetycznych.

Stąd może się okazać, że energia wyjściowa toru komparacji jest niewystarczająca do zapewnienia właściwej pracy wskaźnika stanu kompensacji. Dlatego, mimo iż z przedstawionych metod wynika możliwość tworzenia licznych grup układów, wydłużanie torów ma sens w przypadkach:

- zmiany charakterystyk torów, np. zastąpienie kompensacji wartości średnich komparacją wartości skutecznych,
- łatwej technicznie realizacji nastawień wyniku komparacji,
- przetworzenia wielkości trudnej technologicznie do skompensowania na wielkość, dla której realizacja kompensacji jest łatwa,
- otrzymania szczególnych właściwości metrologicznych.

Ogólnie można stwierdzić, że nie ma jednoznacznego kryterium syntezy układów komparacyjnych. Każdy układ komparacji należy rozpatrywać pod względem jego właściwości metrologicznych indywidualnie.

## 9. ANALIZA METROLOGICZNA WYBRANYCH UKŁADÓW KOMPARACJI REZYSTANCJI

### 9.1. Analiza metrologiczna układu komparacji rezystancji z indukcyjnym dzielnikiem napięcia

#### 9.1.1. Ogólny opis układu

Przedmiotem analizy jest układ komparacji rezystancji przedstawiony na rysunku h w tabeli 8.5. Układ ten należy do tej samej klasy, co układ Kustersa; wspólną ich cechą jest zastosowanie magnetycznych komparatorów prądowych (MKP) oraz indukcyjnych dzielników napięcia (IDN), jako elementów nastawnych. Dzięki temu układy tej klasy charakteryzują się dużą dokładnością komparacji i aktualnie stanowią szczytowe osiągnięcie metrologii elektrycznej w zakresie układów pomiarowych.

Analiza metrologiczna układu Kustersa została przeprowadzona m.in. w pracy [36], [42]. Niektóre właściwości układu Kustersa oraz układu analizowanego są podobne; w obu układach można wyróżnić dwa błędy pobudliwości, dwie niedokładności charakteryzujące podstawowe układy komparacji, z których w wyniku syntezy powstały omawiane układy. Układ Kustersa jest układem stałoprądowym - nie istnieje więc problem kąta zbieżności. W przypadku analizowanego układu problem ten istnieje, przy czym nastawienie parametrów realizuje się w niezależnych układach komparacji: poprzez zmianę nastawienia IDN-a oraz jednej ze składowych impedancji  $Z_N$ . W analizowanym układzie elementami komparowanymi będą oporniki, przy czym w ich schemacie zastępczym uwzględniono pojemności własne.

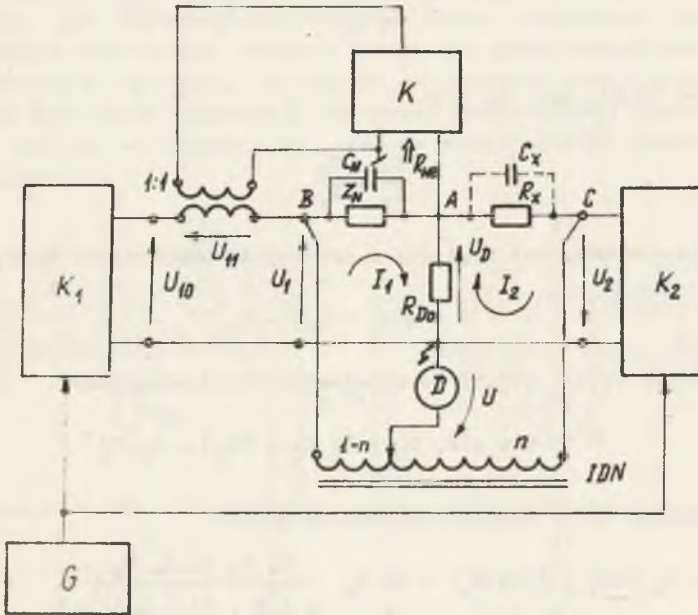
Rysunek h w tabeli 8.5 przedstawia ideę układu; realizacja jego jest bardziej skomplikowana - przedstawia ją schemat układu na rysunku 9.1.

Napięcie wyjściowe generatora fali sinusoidalnej  $U_G$  steruje dwa wzmacniacze o wzmocnieniach  $K_1$  oraz  $K_2$ . Sygnał błędny: napięcie  $U_D$ , wzmocnione  $K$ -krotnie, poprzez pętlę sprzężenia zwrotnego dodaje się do napięcia  $U_{10}$ . Rezystancja gałęzi detektora jest wypadkową rezystancji opornika detektora  $R_{Do}$  oraz rezystancji wejściowej gałęzi sprzężenia zwrotnego

$$R_D = \frac{R_{Do} R_{we}}{R_{Do} + R_{we}} \quad (9.1)$$

Sterowanie wzmacniaczy wyjściowych ze wspólnego generatora zapewnia współbieżność wartości chwilowych napięć  $U_{10}$  oraz  $U_2$ . Wartości napięć zależą od mocy nominalnych komparowanych oporników oraz od dopuszczalnych napięć

ze względu na IDN. W układzie praktycznym  $U_1 = U_2 = 100 \text{ V}$  lub  $U_1 = 0,1$ ,  $U_2 = 10 \text{ V}$ .



Rys. 9.1. Schemat układu komparacji rezystancji z indukcyjnym dzielnikiem napięcia

Pod wpływem napięć  $U_1$  oraz  $U_2$  płyną prądy, kompensujące się w gałęzi detektora; wypadkowy prąd jest opisany zależnością z tabeli 5.1:

$$I_D = \frac{U_1 Z_X - U_2 Z_N}{Z_X Z_N + Z_D (Z_X + Z_N)} \quad (9.2)$$

gdzie:

$$U_2 = K_2 U_G \quad (9.3)$$

$$U_1 = K_1 U_G - K U_D \quad (9.4)$$

$$Z_D = R_D \quad (9.5)$$

Po przekształceniach i uwzględnieniu  $U_D = I_D R_D$ , otrzymano:

$$I_D = U_G \frac{K_1 Z_X - K_2 Z_N}{Z_N (Z_X + R_D) + Z_X R_D (1+K)} \quad (9.6)$$

oraz

$$U_D = U_G \frac{K_1 Z_X - K_2 Z_N}{Z_N \left( \frac{Z_X}{Z_D} + 1 \right) + Z_X (1 + K)} \quad (9.7)$$

Z zależności (9.2), dla  $U_D = 0$

$$\frac{Z_X}{Z_N} = \frac{U_2}{U_1} \quad (9.8)$$

Wielkością wyjściową jest napięcie w przekątnej komparatora napięć:

$$U = n(U_1 + U_2) - U_2 \quad (9.9)$$

Po podstawieniu (9.3) - (9.5) do zależności (9.9) otrzymano:

$$U = n(K_1 U_G + K_2 U_G - K U_D) - K_2 U_G \quad (9.10)$$

Po uwzględnieniu (9.7) równanie układu ma postać:

$$U = U_G [nK_1 - (1-n)K_2] - nK U_G \frac{K_1 Z_X - K_2 Z_N}{Z_N \left( \frac{Z_X}{Z_D} + 1 \right) + Z_X (1+K)} \quad (9.11)$$

Z zależności (9.9), dla  $U = 0$ :

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{1-n}{n} \quad (9.12)$$

Porównując (9.8) oraz (9.12) otrzymano:

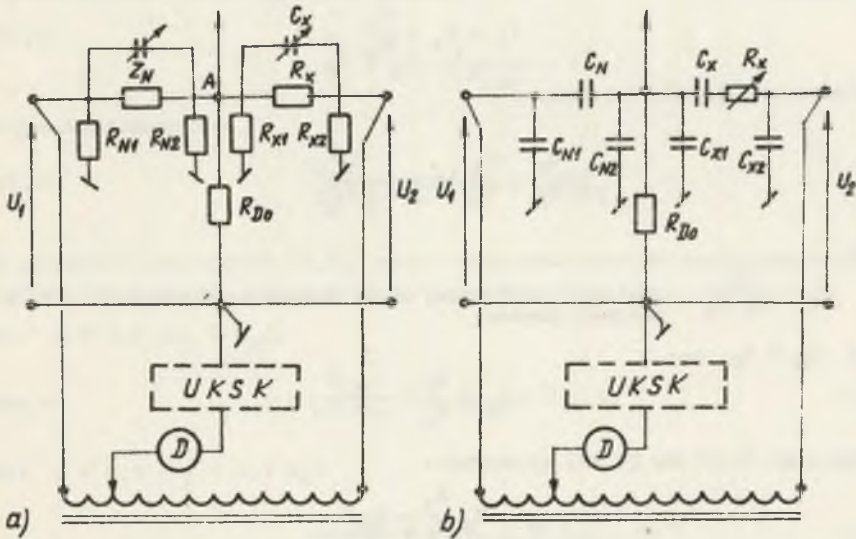
$$\frac{Z_X}{Z_N} = \frac{n}{1-n} \quad (9.13)$$

Z zależności (9.13) wynika warunek komparacji impedancji: składowe impedancji muszą być wzajemnie proporcjonalne. Spełnić ten warunek można boczniując opornik dodatkową pojemnością  $C_N$ , jak to zostało przedstawione na rysunku 9.1. Pojemność ta umożliwia wyrównanie stałych czasowych oporników, co jednocześnie zapewnia proporcjonalność składowych impedancji.

#### 9.1.2. Zakresy pomiarowe

Spadek napięcia na styku w punkcie A przedstawionym na rysunku 9.1 stanowi dodatkowy składnik błędu, pomijalny w przypadku, gdy dolna granica komparowanych rezystancji jest rzędu 100 ... 1000  $\Omega$ . Cechą charakte-

rystyczną układu jest eliminacja wpływu rezystancji doziemnych  $R_{X1}$ ,  $R_{X2}$ , przedstawionych na rysunku 9.2a. Rezystancja  $R_{X1}$  obciąża bezpośrednio źródło, natomiast  $R_{X2}$  nie wprowadza obciążenia, ponieważ potencjał punktu A jest rzędu  $\mu V$  względem masy. Stąd też można komparować rezystancje o bardzo dużych wartościach. Wówczas jednak nie można bocznikować pojemnością rezystancji wzorcowej, ze względu na upływność samej pojemności. Rozwiązaniem jest układ kompensacji składowej kwadraturowej napięcia (UKSK) włączony tak jak na rysunku 9.2a. Jest to jednak problem wymagający odrębnego opracowania.



Rys. 9.2. Schematy układów komparacji rezystancji (a) oraz pojemności (b)

Układ umożliwia również precyzyjną komparację pojemności w bardzo szerokim zakresie wartości: od pF do F, przy czym, podobnie jak w przypadku rezystancji, pojemności doziemne  $C_{X1}$ ,  $C_{X2}$ ,  $C_{N1}$ ,  $C_{N2}$  przedstawione na rysunku 9.2b, nie mają wpływu na wynik komparacji. Wyrównanie  $tg\delta$  kondensatorów może się odbywać przy pomocy dodatkowego opornika  $R_N$  lub, przy pomocy UKSK.

### 9.1.3. Niedokładność komparacji

Zależności (9.8) oraz (9.12) obarzone są błędami wynikającymi z uproszczenia modelowego. Przyjęto, że natężenia prądów

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_N} \quad \text{oraz} \quad I_2 = \frac{U_2}{Z_X} \quad (9.14)$$

w zależności (9.8) są sobie równe. Stąd

$$\frac{Z_X}{Z_N} = \frac{U_2}{U_1} \cdot \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} \quad (9.15)$$

Ale

$$I_1 - I_2 = \frac{U_D}{R_D} \neq 0 \quad (9.16)$$

co jest warunkiem działania pętli sprzężenia zwrotnego. Podstawiając

$$I_1 = I_2 + \frac{U_D}{R_D} \quad (9.17)$$

do zależności (9.15), otrzymano:

$$\frac{Z_X}{Z_N} = \frac{U_2}{U_1} \left( 1 + \frac{U_D}{I_2 R_D} \right) \quad (9.18)$$

gdzie:

$$\delta_U = \frac{U_D}{I_2 R_D} - \text{względny napięciowy błąd układu kompensacji natężeń prądów} \quad (9.19)$$

Jeżeli  $R_D \cong R_N$ , to:

$$\delta_U = \frac{U_D}{U_2} \quad (9.20)$$

Podstawiając (9.7) do (9.20) otrzymano:

$$\delta_U = \frac{Z_X \frac{K_1}{K_2} - Z_N}{Z_N \left( \frac{Z_X}{R_D} + 1 \right) + Z_X (1-K)} \quad (9.21)$$

Z zależności (9.21) można wyznaczyć przybliżoną wartość wzmocnienia pętli sprzężenia zwrotnego K.

Dla

$$\frac{R_X - R_N}{R_N} \cong 0,001$$

oraz

$$K_1 \cong K_2$$

$$R_D \cong R_N$$

względny napięciowy błąd układu kompensacji natężeń prądów jest określony zależnością

$$\delta_U \cong \frac{0,001}{1-K} \quad (9.22)$$



Stąd, np. dla  $\delta_U = -10^{-6}$ , wzmożenie powinno być rzędu  $10^3$ , co nie jest warunkiem wygórowanym. W zrealizowanym układzie osiągnięto wartość  $\delta_U = -4 \cdot 10^{-8}$  dla  $R_X \cong R_N \cong 10k\Omega$ , natomiast  $\delta_U = -10^{-7}$  w przypadku względnej procentowej różnicy rezystancji rzędu 1% dla  $f_G = 400$  Hz.

Drugim źródłem błędu jest IDN. Jego nastawy, obciążone błędem IDN-a, wchodzą do zależności (9.13). Najmniejszą wartością błędu jednorodzeniowe IDN charakteryzują się w paśmie częstotliwości od 400 - 1000 Hz. Wartości błędów dla IDN opracowanych w IMEiE w Gliwicach są rzędu  $10^{-7}$  [11] [52]. IDN dwurdzeniowe, opracowane przez IME we Wrocławiu, charakteryzują się błędami mniejszymi niż  $10^{-6}$  w paśmie częstotliwości 20 - 2000 Hz. Stąd zależność (9.13) przyjmie postać:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{n(1 + \delta_{IDN})} - 1$$

Po przekształceniu:

$$\frac{U_1}{U_2} = \left(\frac{1-n}{n}\right) \left[1 - \frac{\delta_{IDN}}{n(1-n)}\right] \quad (9.23)$$

Na podstawie zależności (9.23) można oszacować wartość błędu dla charakterystycznych wartości komparowanych rezystancji:

dla:  $n \cong 0,5$  ( $R_X \cong R_N$ ):

$$\frac{\delta_{IDN}}{n(1-n)} \cong 4 \delta_{IDN} \cong 4 \cdot 10^{-7} \quad (9.24)$$

dla:  $n \cong 0,1$  ( $R_X \cong 0,1 R_N$ )

$$\frac{\delta_{IDN}}{n(1-n)} \cong 11 \delta_{IDN} \cong 1,1 \cdot 10^{-6} \quad (9.25)$$

Z reguły wartości błędów IDN są znane, najczęściej w postaci graficznej. Dlatego też błąd nastawy IDN-a można wyeliminować stosując odpowiednią poprawkę. W przypadku nieznanego znaku błędu wypadkowa niedokładność jest równa

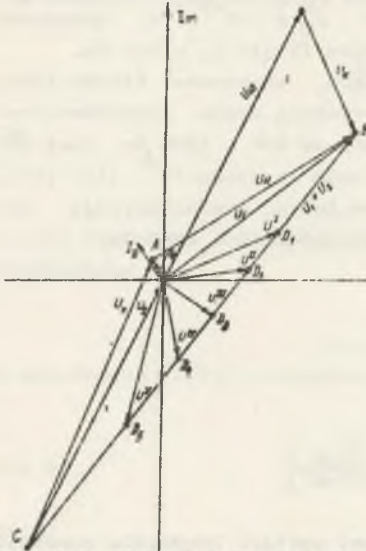
$$\pm \delta_k \cong \pm (|\delta_U| + k|\delta_{IDN}|) \quad (9.26)$$

gdzie  $k \cong 4$  lub  $k \cong 11$ , w zależności od stosunku wartości komparowanych rezystancji.

#### 9.1.4. Kąt zbieżności układu komparacji rezystancji

Stan układu opisany jest dwoma niezależnymi równaniami: (9.7) oraz (9.10) połączonymi w zależność (9.11). Konsekwencją tego jest możliwość niezależnej analizy obu układów, przy czym parametrami są: n-nastawa IDN-a oraz pojemność  $C_N$ .

Na rysunku 9.3. przedstawiono wykres topograficzny układu porównawczy napięć, ilustrujący zależność (9.7), oznaczenia odpowiadają schematowi na rysunku 9.1. Miejscem geometrycznym punktu D, odpowiadającego przełączalnemu zaciskowi IDN-a jest wektor  $\vec{CB} = U_1 + U_2$ . Na rysunku pokazano przykładowe położenia wektora  $U^I, U^{II}, \dots, U^V$ , dla nastaw  $n_1, n_2, \dots, n_5$ , odpowiadające punktom  $D_1, D_2, \dots, D_5$ . Wykres wykonano dla  $U_{11} = K U_D = \text{const}$ . Zmiana nastawy  $n$  nie wpływa na zmianę wartości napięcia  $U_D$ . Natomiast zmiana pojemności  $C_N$  wpływa na zmianę napięć  $U_D$  oraz  $U$ , zgodnie z zależnościami (9.7) oraz (9.10).



Rys. 9.3. Wykres wskazowy układu porównawczy

Podstawiając do zależności (9.7)

$$Z_N = \frac{R_N}{1 + j\omega R_N C_N}; \quad Z_X = R_X \quad (9.27)$$

otrzymano:

$$U_{11} = K U_G R_D \frac{K_1 R_X - K_2 R_N + j\omega R_N R_X K_1 C_N}{R_N(R_X + R_D) + R_X R_D(1+K) + j\omega R_X R_D R_N(1+K)C_N} \quad (9.28)$$

Zależność (9.28) ze względu na  $C_N$  jest funkcją homograficzną o współrzędnej środka okręgu:

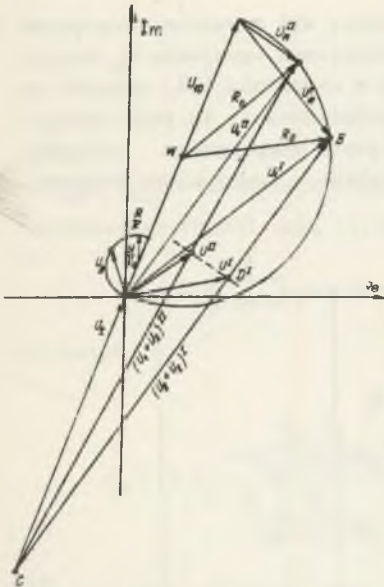
$$W = \frac{j K U_G}{2 R_D} \frac{\begin{vmatrix} K_1 R_X - K_2 R_N, & j\omega R_N R_X K_1 \\ R_N(R_X + R_D) + R_X R_D(1+K), & -j\omega R_X R_D(1+K) R_N \\ R_N(R_X + R_D) + R_X R_D(1+K), & 0 \\ 0 & R_X R_N R_D(1+K) \end{vmatrix}}{\quad} \quad (9.29)$$

Stąd dla  $K \gg 1$  oraz  $K_1 R_X - K_2 R_N \approx 0$

$$W \approx + \frac{U_{10}}{2} \quad (9.30)$$

Dla  $C_N = 0$  okrąg powinien przechodzić przez początek układu; z zależności (9.7) wynika  $U_{11} = 0$ . Stąd promień okręgu

$$R_0 = \frac{U_{10}}{2} \quad (9.31)$$



Rys. 9.4. Wykres kołowy układu dla komparacji

Wykres kołowy zmian napięcia  $U_{11}$ , w układzie współrzędnych o środku przesuniętym do końca wektora  $U_{10}$  przedstawia rysunek 9.4. Kąt zbieżności dla stanu bliskiego równowagi:

$$\varphi = \arctg \frac{\partial U}{\partial C_N} - \arctg \frac{\partial U}{\partial n} \quad (9.32)$$

gdzie:

$U$  - napięcie opisane zależnością (9.11).

Stąd:

$$\varphi = \arctg \frac{j\omega C_N R_N K_1}{R_N(R_X + R_D) + R_X R_D(1 + K) + j\omega R_X R_D R_N(1 + K)C_N} - \arctg (U_G K_1 - U_G K_2 + U_{11}) \quad (9.33)$$

$$R_N \cong R_X \cong R_D \quad \text{oraz,} \quad \frac{1}{\omega C_N} \gg R_N$$

$$\varphi \cong \pi/2$$

Stąd układ zapewnia najlepsze warunki równoważenia w pobliżu stanu równowagi.

## 9.2. Układ równoprądowej komparacji rezystancji z magnetycznym komparatorem prądów

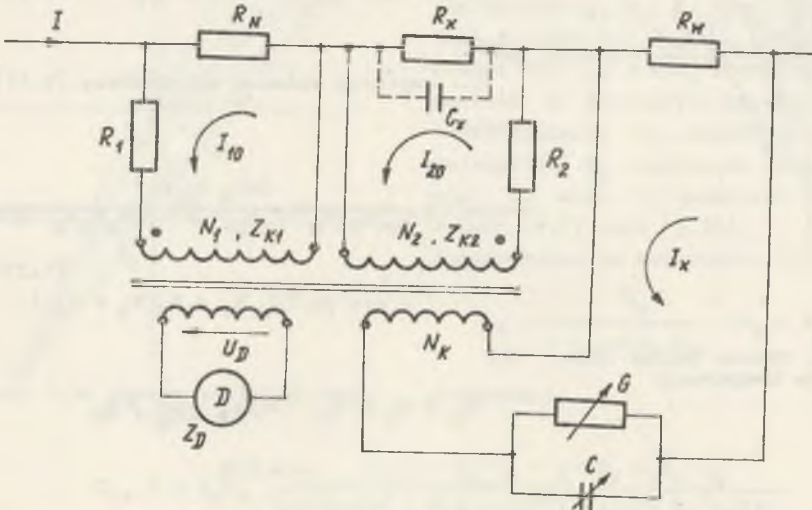
### 9.2.1. Analiza układu komparacji rezystancji

Analizowany układ komparacji rezystancji, przedstawiony na rysunku h w tablicy 8.6, jest typowym dla klasy układów, w których gałąź kompensacji natężeń prądów zastąpiono komparacją natężeń prądów i kompensacją sił magnetycznych. Komparator prądów pełni więc funkcję detektora różnicy natężeń prądów, izolując galwanicznie obwody komparowanych prądów (przykład omówiony w rozdziale 4.4). W omawianym przypadku potencjały oporników mogą się znacznie różnić.

Schemat realizacji układu komparacji rezystancji przedstawiono na rysunku 9.5.

W uzwojeniach komparatora płynie prąd wymuszony spadkiem napięcia na rezystancjach  $R_X$  oraz  $R_N$ , rezystancjami  $R_1$  oraz  $R_2$  i impedancjami uzwojeń. Przyjęto liczbę zwojów uzwojeń komparatora  $N_1 = N_2$ . Opanowana technologia takich uzwojeń [7], [18], [38], [48]; zapewnia względny błąd porów-

nania sił magnetomotorycznych rzędu  $10^{-7}$ . Różnicę sił magnetomotorycznych uzwojeń  $N_1$  oraz  $N_2$  kompensuje siła magnetomotoryczna uzwojenia  $N_k$ . Przyjmując, na podstawie rozważań przeprowadzonych w rozdziale 4.4, wartość natężenia prądu  $10^{-12}$  A jako bezwzględny próg pobudliwości, to przy wymaganym 5-6 cyfrowym wyniku komparacji przez uzwojenia komparatora płynąłby prąd o natężeniu mikroamperów. Stąd moc wydzielana w uzwojeniach komparatora nie powoduje zmian jego właściwości.



Rys. 9.5. Schemat układu komparacji rezystancji

W stanie nierówności sił magnetomotorycznych w magnetowodzie komparatora istnieje strumień  $\Phi_0$ . Równanie opisujące układ przedstawiony na rysunku 9.5. ma postać:

$$I_{10} N_1 - I_{20} N_2 - I_k N_k - I_D N_D = \Phi_0 \mathcal{R} \mu \quad (9.34)$$

dla

$$I_{10} N_1 > I_{20} N_2 + I_k N_k + I_D N_D$$

Prądy płynące przez uzwojenia są wynikiem spadku napięcia na rezystancjach  $R_X$  oraz  $R_N$  i napięć indukujących się w uzwojeniach pod wpływem strumienia  $\Phi_0$ . Stąd:

$$\left. \begin{aligned} I_{10} &= \frac{(I - I_{10})R_N - j\omega N_1 \Phi_0}{Z_{k1} + R_1 + R_N} \\ I_{20} &= \frac{(I - I_{20})R_X + j\omega N_1 \Phi_0}{Z_{k2} + R_1 + R_N} \\ I_k &= \frac{(I - I_k)R_W + j\omega N_k \Phi_0}{Z_k} \end{aligned} \right\} \quad (9.35)$$

$$I_D = -j \frac{\omega N_D \dot{\phi}_0}{Z_D} \quad (9.36)$$

gdzie:

$Z_{k1}, Z_{k2}$  - impedancje własne uzwojeń  $N_1, N_2$ .

Podstawiając (9.35) oraz (9.36) do zależności (9.34) oraz uwzględniając, że

$$\dot{\phi}_0 = \frac{U_D}{j \omega N_D} \quad (9.37)$$

otrzymano:

$$U_D = I_{N_D} = \frac{\frac{R_N N_1}{Z_{k1} + R_1 + 2R_N} - \frac{R_X N_2}{Z_{k2} + R_2 + 2R_X} - \frac{R_W N_k}{Z_k + R_W}}{\frac{N_1^2}{Z_{k1} + R_1 + 2R_N} - \frac{N_2^2}{Z_{k2} + R_2 + 2R_X} - \frac{N_k^2}{Z_k + R_W} + \frac{N_D^2}{Z_D} + \frac{R_\mu}{j\omega}} \quad (9.37)$$

oraz

$$I_D = \frac{I_{N_D} \left( \frac{R_N N_1}{Z_{k1} + R_1 + 2R_N} - \frac{R_X N_2}{Z_{k2} + R_2 + 2R_X} - \frac{R_W N_k}{Z_k + R_W} \right)}{Z_D \left( \frac{N_1^2}{Z_{k1} + R_1 + 2R_N} - \frac{N_2^2}{Z_{k2} + R_2 + 2R_X} - \frac{N_k^2}{Z_k + R_W} + \frac{R_\mu}{j\omega} \right) + N_D^2} \quad (9.38)$$

Stąd po uwzględnieniu

$$Z_k = \frac{1}{G - j\omega C} \quad (9.39)$$

$$R_X = R_N \frac{N_1 (Z_{k2} + R_2 + 2R_X)}{N_2 (Z_{k1} + R_1 + 2R_N)} - \frac{R_W N_k (Z_{k2} + R_2 + 2R_X)}{(1 + \frac{R_W}{Z_k}) N_2} (G - j\omega C) \quad (9.40)$$

Zależność (9.40) wymaga komentarza. Najprostszym przypadkiem jest komparacja rezystancji o równych wartościach nominalnych. Wtedy  $N_1 = N_2$ ,  $Z_{k1} = Z_{k2} = R_{k2} \cong R_{k1}$ ,  $R_1 \cong R_2$  i  $R_X \cong R_N$ . Przyjmując  $R_2 \gg R_{k2} + R_N$  oraz  $G \ll \frac{1}{R_W}$  otrzymano:

$$R_X = R_N \left[ 1 - (G - j\omega C) \frac{N_k R_W R_2}{N_2 R_N} \right] = R_N (1 - \beta) \quad (9.41)$$

W zależności tej wielkości  $R_2, R_N, N_2$  są narzucone innymi wymaganiami - ale zmieniając  $N_k$  i  $R_W$  można dowolnie dobrac wartość

$$\frac{N_k R_W R_2}{N_2 R_N} = 10^{-k}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (9.42)$$

Analiza dla przypadku, gdy  $R_N \cong 10R_X$  prowadzi do zależności:

$$R_X = R_N \left[ 0,1 - (G - j\omega C) \frac{N_k R_w R_2}{N_2 R_N} \right] \quad (9.43)$$

Oba przypadki zostaną przeanalizowane pod względem niedokładności komparacji rezystancji  $R_X$  oraz  $R_N$ .

### 9.2.2. Zakresy pomiarowe

Z zacisków napięciowych komparowanych oporników pobierany jest prąd  $I_{10}$  oraz  $I_{20}$ . Natężenie tego prądu powinno być możliwie małe. Stąd przyjęto, że

$$\frac{R_1}{R_N} \cong 10^6; \quad \text{dla } R_1 = 100 \text{ k}\Omega, \quad R_N \cong 0,1\Omega$$

Wtedy dla natężenia prądu  $I$  rzędu amperów, przez opornik  $R_1$  popłynie prąd o natężeniu rzędu  $\mu A$ , co jest wartością wystarczającą dla zapewnienia rozdzielczości  $10^{-6}$ . Stąd też górny zakres komparacji rezystancji wynosi  $10^{-1}$ , dolny zakres ograniczony jest szumami i zakłóceniami magnetycznymi uniemożliwiającymi otrzymanie wymaganej rozdzielczości.

### 9.2.3. Niedokładność i metoda samowzorcowania układu komparacji

Z porównania zależności (9.40) oraz (9.41) wynika, że decydujący wpływ na niedokładność komparacji ma spełnienie tożsamości:

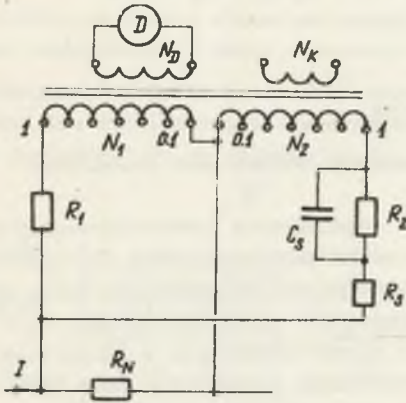
$$\frac{N_1 (Z_{k2} + R_2 + 2R_X)}{N_2 (Z_{k1} + R_1 + 2R_N)} \cong 1 \quad \text{lub} \quad 10 \quad (9.44)$$

Oszacowanie niedokładności wielkości  $\mathcal{K}$  na niedokładność wyniku komparacji ma wpływ drugorzędny, ponieważ w przypadkach oporników wzorcowych wartość  $\mathcal{K}$  jest mniejsza niż  $10^{-3}$ .

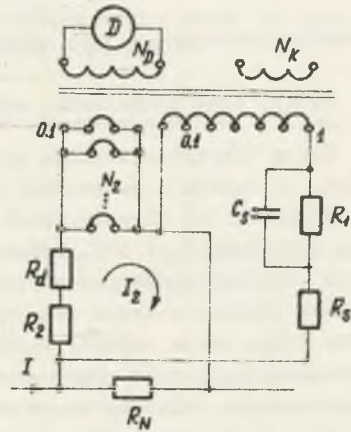
O spełnieniu tożsamości (9.44) decydują warunki konstrukcyjne oraz technologiczne. Ścisła ich analiza jest skomplikowana i nieoelowa, ponieważ analizowany układ jest układem samowzorcującym. Samowzorcowalność jest cechą układów komparacyjnych wynikającą z istnienia dwóch torów przetwarzania.

Samowzorcowanie układu komparacji realizuje się wg schematu przedstawionego na rysunku 9.6. Obwody uzwojeń oporników  $R_1$  oraz  $R_2$  podłączone są do zacisków napięciowych tego samego opornika  $R_N$ . Przy pomocy elementów  $R_s$  oraz  $C_s$  ustala się  $U_D = 0$ . Jednocześnie spełniona jest tożsamość (9.44). Stąd widać, że nieznaną wartość dokładnych wartości rezystancji  $R_1$  oraz  $R_2$  nie ma wpływu na niedokładność komparacji rezystancji  $R_X$  oraz  $R_N$ . Podobna sytuacja występuje w przypadku komparacji rezystancji o wartościach różniących się o rząd:  $R_X = 0,1 R_N$ . Stąd

dla  $N_1 = N_2$  musi być  $R_1 = 10 R_2$ . W tym przypadku zastosowanie metody samowzorcowania jest możliwe dzięki zasadzie transferu prądowego (analogia do transferu rezystancyjnego [49]). Polega ona na zmianie natężenia prądu płynącego przez uzwojenia dla tej samej siły magnetomotorycznej, w przypadku zmiany połączeń z szeregowego na równoległe sekcji uzwojenia komparatora prądów, przy czym wartość błędu porównania sił magnetomotorycznych nie zmienia się. Zasada ta została przeanalizowana dla prądów stałych w pracy [37], natomiast w dziedzinie prądów zmiennych zasada obowiązuje w zakresie małych częstotliwości.



Rys. 9.6. Metoda samowzorcowania układu komparacji dla  $R_x = R_N$



Rys. 9.7. Metoda samowzorcowania układu komparacji dla  $R_x = 0,1 R_N$

W układzie przedstawionym na rysunku 9.7 przez uzwojenie  $N_1$  i rezystancję  $R_1$  płynie prąd  $I_1$  o natężeniu dziesięciokrotnie mniejszym niż natężenie prądu  $I_2$ . Prąd  $I_1$  płynie przez 10 sekcji uzwojenia multifilarnego połączonych szeregowo; prąd  $I_2$  - przez 10 sekcji połączonych równoległe. Przełączając uzwojenie  $N_2$  z równoległego na szeregowo należy wyrównać zmianę parametrów własnych uzwojenia. Niedokładność ich określenia, ze względu na znacznie mniejszą w porównaniu z  $R_1$  wartość, ma drugorzędne znaczenie.

#### 9.2.4. Kąt zbieżności układu komparacji

Elementami nastawnymi są: przewodność  $G$  oraz  $C$ . Obliczając pochodne zależności (9.35) względem wymienionych parametrów, przy założeniu, że:

$$|R_w(G - j\omega C)| \ll 1 \quad (9.45)$$

otrzymano:

$$\frac{\partial U_D}{\partial G} = - \frac{R_w N_k}{N} \quad (9.46)$$

$$\frac{\partial U_D}{\partial C} = j\omega \frac{R_w N_k}{N} \quad (9.47)$$

gdzie:

$$N = \frac{N_1^2}{Z_{k1} + R_1 + 2R_N} - \frac{N_2^2}{Z_{k2} + R_2 + 2R_X} - \frac{N_k^2}{Z_k + R_w} + \frac{N_D^2}{Z_D} + \frac{R_{\mu}}{j\omega} \quad (9.48)$$

Stąd kąt zbieżności jest równy  $90^\circ$ .

#### 9.2.5. Inne właściwości metrologiczne

Cechą charakterystyczną przeanalizowanego układu jest niezależny odzysł, co wynika z zależności (9.41).

Podobnie jak we wszystkich układach pomiarowych przemienno-prądowych nie odgrywają roli STE, będące w klasycznym układzie mostka Kelvina-Thomsona źródłem dodatkowych błędów. Ponadto układ ten umożliwia łatwe wyznaczenie różnicy stałych czasowych komparowanych oporników  $R_N$  oraz  $R_X$ . W mostku Hilla stałe czasowe wyrównuje się łącząc równolegle z opornikiem  $R_N$  kondensator. Jednak doprowadzenia kondensatora wprowadzają duże błędy. W analizowanym układzie składową bierną różnicy sił magnetomotorycznych  $I_{10}N_1 - I_{20}N_2$  można skompensować wymuszając przepływ prądu o większym natężeniu przez mniejszą liczbę zwojów, co jest łatwe w realizacji. Wymuszenie przepływu prądu  $I_k$  można zrealizować na drodze elektronicznej, przetwarzając spadek napięcia  $IR_w$  na składowe synfazową i kwadraturową z dodatkowym przesunięciem fazy prądu. Rozwiązanie takie eliminuje założenie (9.45).

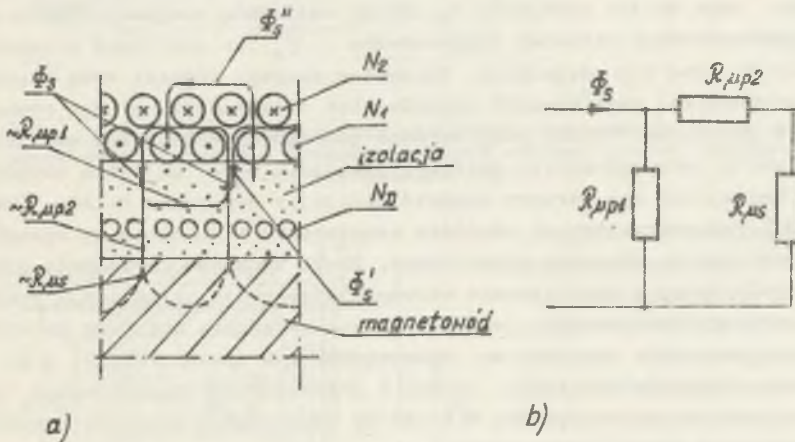


10. WYBRANE PROBLEMY KONSTRUKCYJNE UKŁADÓW KOMPENSACJI  
WIELKOŚCI MAGNETYCZNYCH

10.1. Strumienie rozproszenia i sposoby ich zmniejszenia w kompensatorze  
sił magnetomotorycznych

W modelowym opisie strumieni rozproszenia uzwojeń nawiniętych na toroidalnym magnetowodzie można wyodrębnić dwie grupy strumieni:

- zamykające się tylko przez powietrze,
- zamykające się przez powietrze oraz częściowo przez magnetowód, w sposób przedstawiony na rysunku 10.1a.



Rys. 10.1. Modelowe przedstawienie strumieni rozproszenia (a) oraz schemat ideowy reluktancji dróg strumienia (b)

Strumień rozproszenia, zamykający się częściowo przez magnetowód, przenika uzwojenie detekcyjne ( $N_D$ ). Drogi strumieni odpowiadają reluktancjom połączonym w sposób przedstawiony na rysunku 10.1b. Ze schematu z rysunku 10.1b wynika, że dla  $R_{\mu s} \ll R_{\mu p1}, R_{\mu p2}$  oraz  $R_{\mu p1} \approx R_{\mu p2}$  strumienie rozproszenia - zamykający się częściowo przez magnetowód (i przenikający przez uzwojenie detekcyjne) oraz zamykający się przez powietrze są tego samego rzędu.

Strumienie rozproszenia rozdzielają się w magnetowodzie na dwa strumienie proporcjonalne do permeancji dróg obu części strumienia, w sposób pokazany na rysunku 10.1a. W przypadku jednakowej gęstości zwojowej  $\frac{d N_D}{dl}$ ,

gdzie  $l$  - długość drogi strumienia uzwojenia detekcyjnego oraz jednakowej permeancji, wypadkowe napięcie indukujące się w tym uzwojeniu powinno być równe zeru. W rzeczywistości, w wyniku istnienia jednorodności permeancji magnetowodu, rozpatrzonej w dalszej części rozdziału, rozdzielone strumienie nie są proporcjonalne do swoich dróg i napięcie to jest różne od zera.

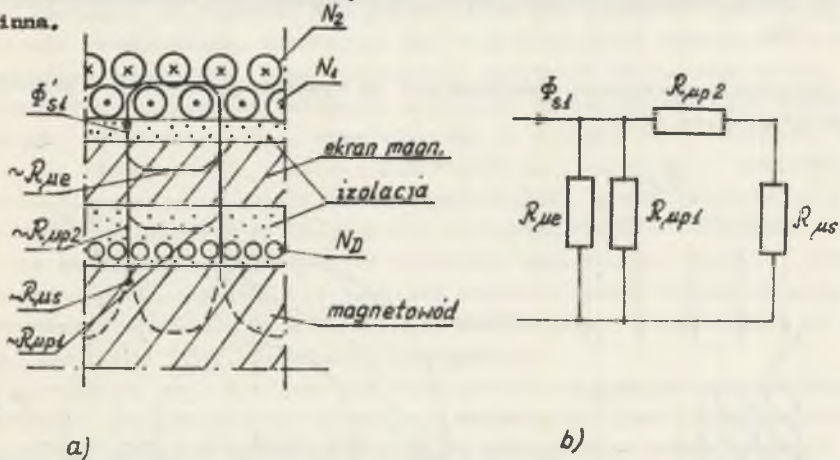
W celu zmniejszenia napięcia indukującego się w uzwojeniu detekcyjnym  $N_D$ , należy dążyć do:

- a) wyrównania strumieni rozproszenia, oznaczonych na rysunku 10.1a przez  $\Phi_S$ ,  $\Phi'_S$  oraz  $\Phi''_S$  - wtedy napięcie indukujące się w uzwojeniu detekcyjnym będzie proporcjonalne do różnicy odpowiednich strumieni - w przybliżeniu równej zeru,
- b) zmniejszenia wartości bezwzględnych strumieni rozproszenia, dochodzących do magnetowodu.

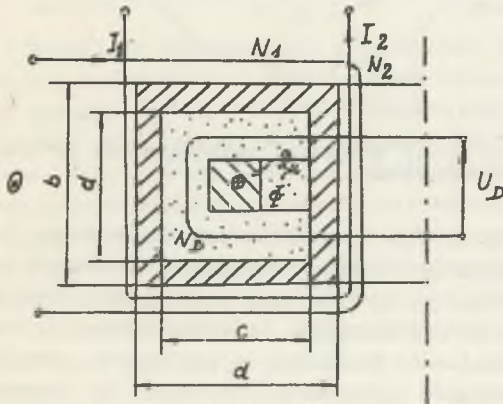
Na rysunku 10.1a przedstawiono modelowo strumień rozproszenia przyporządkowany dwóm zwojom uzwojenia  $N_1$ . Jeżeli sąsiednim zwojom zostanie również przyporządkowany strumień rozproszenia -  $\Phi'_S$ , to jak widać z rysunku, strumienie te będą się odejmowały. Warunkiem zerowej różnicy tych strumieni (ich wyrównania) jest równość odpowiednich reluktancji, a więc równość ich dróg w powietrzu. Wynika stąd warunek jednakowej odległości uzwojenia od magnetowodu oraz jednakowej gęstości uzwojenia  $\frac{dN_1}{dl}$  na całym obwodzie toroidu. Najłatwiej ten warunek spełnić nawijając uzwojenie ściśle (zwój przy zwoju) jednowarstwowo na obwodzie wewnętrznym z zachowaniem odstępów pomiędzy zwojami na obwodzie zewnętrznym. Innym sposobem nawinięcia uzwojenia spełniającego w przybliżeniu warunek jednakowych reluktancji rozproszenia poszczególnych zwojów jest nawinięcie uzwojenia tak, aby na obwodzie zewnętrznym było ono ułożone jednowarstwowo w sposób ścisły, a na obwodzie wewnętrznym dwuwarstwowo. Jednak w przedstawiony sposób można nawijać uzwojenia na magnetowodach o średnicy zewnętrznej równej w przybliżeniu dwukrotnej średnicy wewnętrznej.

Z analizy strumieni rozproszonych  $\Phi_S$  oraz  $\Phi''_S$  dwóch uzwojeń kompensatora sił magnetomotorycznych  $N_1$  oraz  $N_2$  wynika, że ich różnica byłaby równa zeru w przypadku identycznych reluktancji na drodze obu strumieni. Reluktancje te będą sobie równe, jeżeli oba uzwojenia będą zajmowały tę samą przestrzeń, czyli będą uzwojeniami przystającymi przestrzennie względem magnetowodu. Warunek ten spełnia uzwojenie multifilarne, opisane szczegółowo m.in. w pracach [18], [23], [48]. Różnica indukcyjności rozproszenia sekcji, reprezentującej strumień rozproszenia, od średniej indukcyjności rozproszenia, względem indukcyjności głównej sekcji, dla wiązki o liczbie skrętów ok. 70 na jeden metr długości przewodu jest mniejsza niż  $10^{-7}$  [23]. Uzwojenia multifilarne można stosować dla prądów o natężeniach mniejszych niż 1A. Dla większych natężeń prądów uzwojenia wykonuje się jako sekcjonowane falowe [38].

Innym sposobem zmniejszenia wpływu części strumienia rozproszenia, zamykającego się przez magnetowód, jest zwiększenie reluktancji na drodze tego strumienia poprzez oddalenie uzwojeń o liczbach zwojów  $N_1$  oraz  $N_2$  od magnetowodu. Odległość, na jaką uzwojenia te należy oddalić od magnetowodu, zależy m.in. od wymiarów geometrycznych przewodu lub wiązki uzwojenia, średniej przenikalności magnetycznej magnetowodu - i dla każdego magnetowodu jest inna.



Rys. 10.2. Modelowe przedstawienie strumieni rozproszenia w kompensatorze sił magnetomotorycznych z ekranem (a) oraz schemat ideowy reluktancji dróg strumienia (b)



Rys. 10.3. Przekrój poprzeczny magnetowodu z ekranem magnetycznym

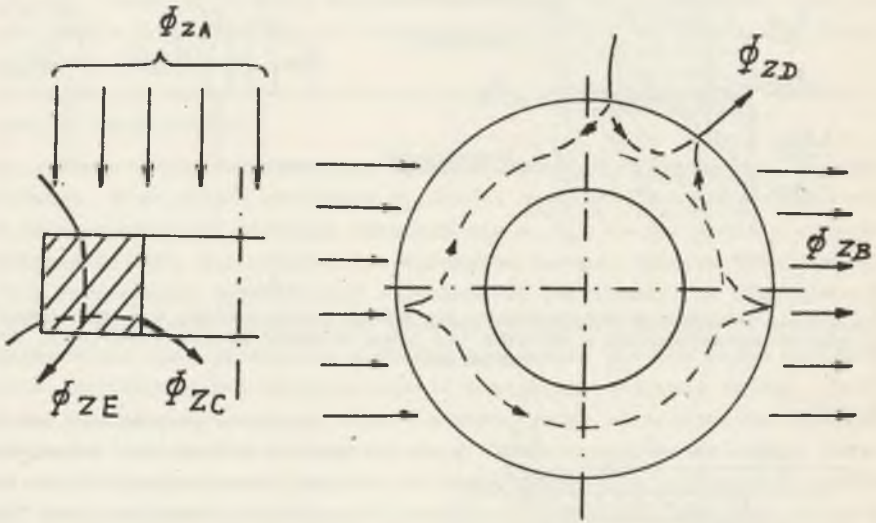
Sposobem radykalnego zmniejszenia strumienia rozproszenia, przenikającego przez uzwojenie detekcyjne, jest wprowadzenie ekranu magnetycznego pomiędzy uzwojenia wymuszające siłę magnetomotoryczną i uzwojenie detekcyjne, jak to przedstawiono na rysunku 10.2a. Schemat reluktancji dróg strumienia rozproszenia przedstawiono na rysunku 10.2b. Dla  $R_{\mu 0} \ll R_{\mu p1}, R_{\mu p2}$ , do magnetowodu przenika mała część strumienia rozproszenia - strumień  $\Phi_{s1}$ . Ekrany magnetyczne otaczają magnetowód w sposób

przedstawiony na rysunku 10.3. Mogą one być składane z toroidów o odpowiednich wymiarach lub wykonane jako lite. Ekrany składane cechuje anizotropia magnetyczna, charakteryzują się one bardzo dużą permeancją wzdłużną (wzdłuż drogi strumienia) oraz małą permeancją osiową w kierunku pro-

stopadłym do płaszczyzny ekranu i magnetowodu. Ekranry lite posiadają zbliżone wartości permeancji w obu kierunkach: poprzecznym i osiowym, jednak znacznie mniejsze od wartości permeancji wzdłużnej ekranów składanych.

### 10.2. Wpływ strumieni zewnętrznych, zakłócających na magnetowody toroidalne

Strumienie zewnętrzne, zakłócające są kombinacją strumieni przedstawionych na rysunku 10.4.



Rys. 10.4. Podstawowe kierunki działania strumieni zakłócających na magnetowód toroidalny

Strumień  $\Phi_{ZA}$  o kierunku prostopadłym do płaszczyzny magnetowodu indukuje napięcie w zwojach poprzecznych - uzwojenie magnetowodu składa się z  $N$  zwojów wzdłużnych wzdłuż drogi strumienia oraz w przypadku uzwojenia jednowarstwowego, jednego zwoju poprzecznego. Sposobem eliminacji wpływu zwoju poprzecznego jest poprowadzenie przewodu, po nawinięciu uzwojenia, w kierunku przeciwnym do kierunku nawinięcia uzwojenia, po obwodzie toroidu tyle razy, z ilu warstw składa się uzwojenie. Tym samym eliminuje się wpływ strumieni o kierunku strumienia  $\Phi_{ZE}$ , obejmujących magnetowód w płaszczyźnie pionowej.

Strumień  $\Phi_{ZB}$  po wnikięciu do magnetowodu rozpiływa się na dwie części, proporcjonalnie do permeancji dróg obu części strumienia. Jak już wspomniano, dla jednakowej gęstości uzwojenia i jednakowej permeancji magnetowodu, wypadkowe napięcie indukujące się w uzwojeniu nawiniętym na magnetowodzie będzie równe zero. Stąd magnetowód toroidalny o jednakowej per-

meanoju i jednakowej gęstości uzwojenia nawiniętego na tym magnetowodzie nie jest wrażliwy na strumień zakłócający, działający w płaszczyźnie toroidu.

W analogiczny sposób rozprzyskują się wewnątrz magnetowodu strumienie zakłócające  $\Phi_{ZD}$ , leżące w jego płaszczyźnie i obejmujące część magnetowodu. Należy zauważyć, że strumień ten posiada taki sam kierunek jak modelowe strumienie rozproszenia, zamykające się częściowo przez powietrze i częściowo przez magnetowód, przedstawione na rysunkach 10.1a oraz 10.2a.

Najgorszym przypadkiem działania strumienia na magnetowód jest strumień o kierunku strumienia  $\Phi_{ZC}$ , przedstawiony na rysunku 10.4. Strumień ten zamyka się wzdłuż taśmy, z której magnetowód jest zwinięty, przenikając wielokrotnie uzwojenia nawinięte na magnetowodzie. Jednak strumienie o takim kierunku w typowych sytuacjach nie występują; źródło strumienia musiałoby się znajdować w bezpośredniej bliskości magnetowodu. Jeżeli źródło strumienia będzie oddalone, to taki sam strumień będzie wnikał do przeciwnego boku. Wtedy kierunek strumienia zakłócającego będzie dążył do kierunku strumienia  $\Phi_{ZD}$ , omówionego poprzednio.

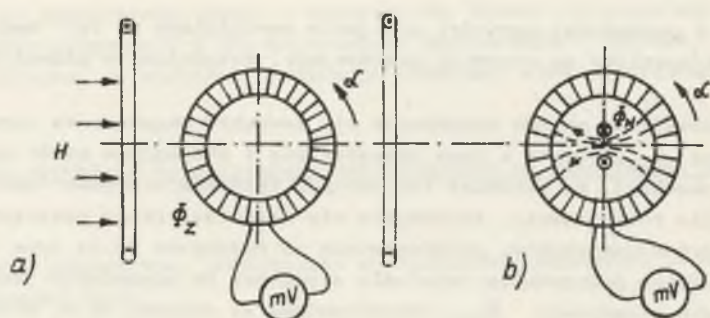
Przedstawiony opis modelowy nie uwzględniał niejednorodności permeanoju magnetowodu. Niejednorodność permeancji magnetowodu jest główną przyczyną rozbieżności pomiędzy modelowym opisem, a rzeczywistym magnetowodem.

### 10.3. Niejednorodność permeancji magnetowodów i metody jej badania

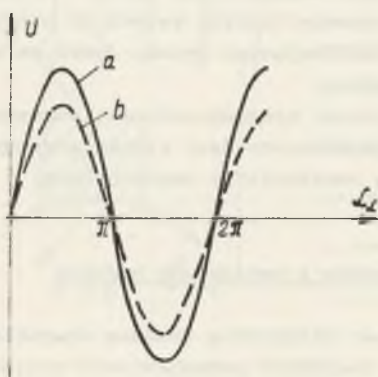
Zespolona przenikalność magnetyczna jest wielkością średnią charakteryzującą magnetowód. W magnetowodzie można rozróżnić przenikalność miejscową pewnego obszaru domen lub przekrojową warstwy  $d_l$ . Przenikalność przekrojowa jest średnią przenikalności miejscowej w obrębie warstwy  $d_l$ , zależną od struktury materiału, technologii magnetowodu. Stąd wartość zespolonej przenikalności przekrojowej zmienia się wzdłuż i w poprzek drogi strumienia magnetycznego [23]. Należy więc rozróżnić niejednorodność wzdłużną (wzdłuż drogi strumienia) oraz niejednorodność osiową (prostopadle do płaszczyzny magnetowodu) permeancji magnetowodu.

W pracach [27], [40], [45] przedstawiono metodę badania niejednorodności wzdłużnej permeancji magnetowodu.

Metoda ta polega na umieszczeniu magnetowodu w polu magnetycznym jednorodnym wytworzonym w cewce Helmholtza, w sposób przedstawiony na rysunku 10.5a. Strumienie wnikaące do magnetowodu rozdzielają się na dwa strumienie o wartościach proporcjonalnych do permeancji ich dróg. Te dwa strumienie indukują, w odpowiadających im drogach częściach uzwojeń napięcia. W wyniku niejednorodności wzdłużnej permeancji wypadkowe napięcie jest różne od zera. Zależy ono od kierunku działania pola na magnetowód oraz charakterystyki niejednorodności wzdłużnej permeancji. Przykładową zależność napięcia od kąta obrotu przedstawia rysunek 10.6 (krzywa "a"), przy czym zmienia



Rys. 10.5. Metody badania niejednorodności permeancji magnetowodu



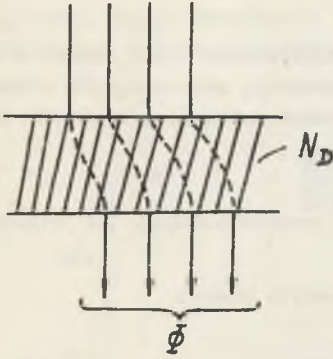
Rys. 10.6. Przykładowa zmiana napięć indukowanych w uzwojeniu magnetowodu w funkcji kąta w przypadku działania pola cewki Helmholtza (a) oraz dipola magnetycznego (b)

się nie tylko wartość napięcia, ale również przesunięcie fazy względem np. natężenia prądu w cewce, wynikające ze zmiany składowych zespolonej przenikalności magnetycznej. Identyczną charakterystykę otrzymuje się umieszczając w środku magnetowodu dipol magnetyczny (cewkę z prądem) w sposób przedstawiony na rysunku 10.5b.

Niejednorodność wzdłużna permeancji magnetowodu ma bezpośredni wpływ na dokładność kompensatora sił magnetomotorycznych oraz na wrażliwość magnetowodów na zakłócenia zewnętrzne. Każdy strumień o kierunku strumieni  $\Phi_{ZB}$  oraz  $\Phi_{ZD}$  przedstawionych na rysunku 10.4, wnikaający do magnetowodu, wskutek niejednorodności permeancji rozdziela się

na dwa nieproporcjonalne do długości dróg magnetycznych strumieni, powodując powstanie w uzwojeniu detekcyjnym magnetowodu dodatkową napięcia błędu.

Wpływ niejednorodności osiowej permeancji ujawnia się w przypadku działania strumieni o kierunkach strumieni  $\Phi_{ZA}$  oraz  $\Phi_{ZE}$  przedstawionych na rysunku 10.4. Strumienie te wskutek niejednorodności osiowej permeancji nie przenikają przez magnetowód prostopadle do jego płaszczyzny, ale ulegają przesunięciu, w wyniku czego przenikają przez część uzwojenia detekcyjnego, jak to przykładowo przedstawiono na rysunku 10.7. Jeżeli gęstość uzwojenia jest rzędu kilkudziesięciu zwojów na centymetr, to indukujące się w uzwojeniu napięcie, wskutek niejednorodności osiowej permeancji, jest wielokrotnie większe niż napięcie będące wynikiem istnienia zwoju poprze-



Rys. 10.7. Ilustracja przesunięcia strumieni prostopadłych do płaszczyzny magnetowodu w wyniku niejednorodności osiowej permeancji

oznego. Dlatego wycofanie zwoju poprzecznego daje widoczne zmniejszenie napięcia w przypadku gęstości zwojowej rzędu jednostek.

#### 10.4. Metoda badania współczynników ekranowania

Modelowe obliczenie współczynnika ekranowania magnetycznego przeprowadzono w literaturze jedynie dla ekranów kulistych lub cylindrycznych [43], [47]. Można wprawdzie znaleźć zastępcze promienie ekranu, wychodząc z warunku np. jednakowej masy magnetycznej ekranu i odległości ekranu od magnetowodu, ale postępowanie takie daje wy-

nik zbyt odbiegający od rzeczywistości. Przyczynami rozbieżności są: anizotropia materiału magnetycznego, szczeliny powietrzne przy składaniu ekranu oraz zjawisko magnetosprężyste, powodujące zmianę właściwości materiału ekranu pod wpływem naprężeń powstałych wskutek nawijania uzwojeń.

Dlatego właściwą drogą postępowania jest praktyczne wyznaczenie współczynników ekranowania - ze względu na anizotropię: osiowego (pole o kierunku prostopadłym do płaszczyzny magnetowodu) oraz wzdłużnego (pole o kierunku zgodnym z płaszczyzną magnetowodu). W celu wyznaczenia tych współczynników wykorzystano niejednorodność permeancji magnetowodu oraz efekt zwoju poprzecznego.

Miarą ekranowania będą więc dwa współczynniki ekranowania, zdefiniowane odpowiednio:

- wzdłużny

$$k_{ew} = \frac{H_H}{H_{Hw}} \quad (10.1)$$

- osiowy

$$k_{eo} = \frac{H'_H}{H_{Ho}} \quad (10.2)$$

gdzie:

$H_H, H'_H$  - natężenie pola magnetycznego w przestrzeni, w której umieszczono magnetowód,

$H_{Hw}, H_{Ho}$  - natężenie pola magnetycznego w przestrzeni chronionej ekranem, w przypadku umieszczenia płaszczyzny magnetowodu z ekranem wzdłuż pola oraz prostopadle do pola.

Można wykazać, że stosunek natężeń pola magnetycznego jest równy stosunkowi napięć indukowanych wskutek niejednorodności permeancji w uzwojeniu magnetowodu umieszczonego w polu o tym samym natężeniu, w dwóch sytuacjach:

- a) magnetowód bez ekranów,
- b) magnetowód osłonięty ekranem o konstrukcji przedstawionej na rysunku 10.3.

Stąd współczynniki ekranowania będą odpowiednio równe:

wzdłużny:

$$k_{ew} = \frac{U_H}{U'_{Hw}} \quad (10.3)$$

osiowy:

$$k_{eo} = \frac{U'_H}{U_{Ho}} \quad (10.4)$$

gdzie:

$U_H$  - napięcie indukowane w uzwojeniu magnetowodu bez ekranu, wskutek niejednorodności wzdłużnej permeancji pod wpływem pola o kierunku równoległym do płaszczyzny magnetowodu,

$U'_{Hw}$  - jw. dla magnetowodu z ekranem,

$U'_H$  - napięcie indukujące się w uzwojeniu magnetowodu bez ekranu wskutek istnienia zwoju poprzecznego i niejednorodności osiowej permeancji pod wpływem pola o kierunku prostopadłym do płaszczyzny magnetowodu,

$U_{Ho}$  - jw. dla magnetowodu z ekranem.

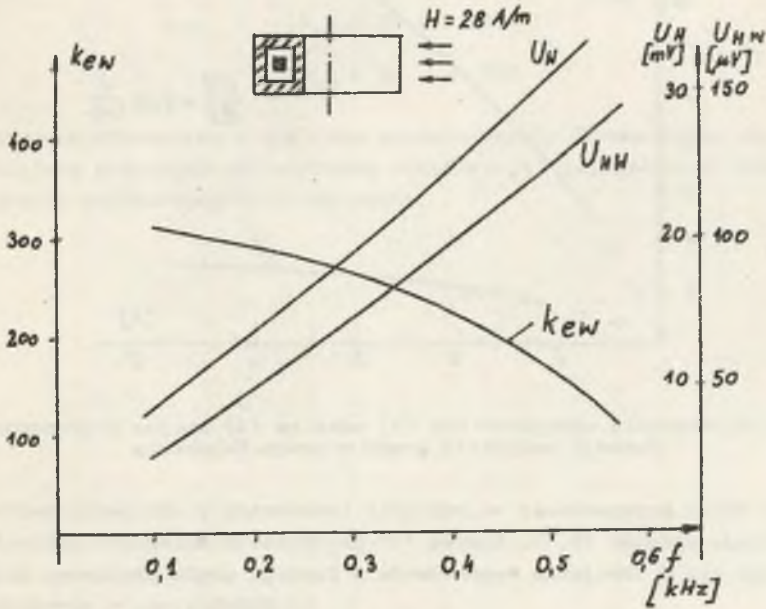
Napięcia  $U'_H$  oraz  $U_{Ho}$  nie zależą od kąta obrotu magnetowodu w jego płaszczyźnie. Natomiast jak wynika z rysunku 10.6, napięcia  $U_H$  oraz  $U'_{Hw}$  zależą od kąta obrotu. Stąd, aby jednoznacznie określić współczynnik ekranowania należy do obliczeń przyjmować napięcia indukowane w uzwojeniu dla ustawienia magnetowodu względem kierunku pola pod tym samym kątem  $\alpha$ . Wygodniej jest jednak przyjąć wartość maksymalną napięcia z całego przedziału zmian kąta  $\alpha$ .

Przykładowo wyznaczono współczynniki ekranowania dla ekranu o wymiarach, zgodnie z rysunkiem 10.3,  $a = 60$  mm,  $b = 80$  mm,  $o = 40$  mm,  $d = 60$  mm, wykonanego z toroidów permalojowych P 80, umieszczając magnetowód bez ekranu i następnie magnetowód z ekranem w polu cewki Helmholtza. Zależność  $k_{ew} = f(\alpha)$  przedstawiono na rysunku 10.8.

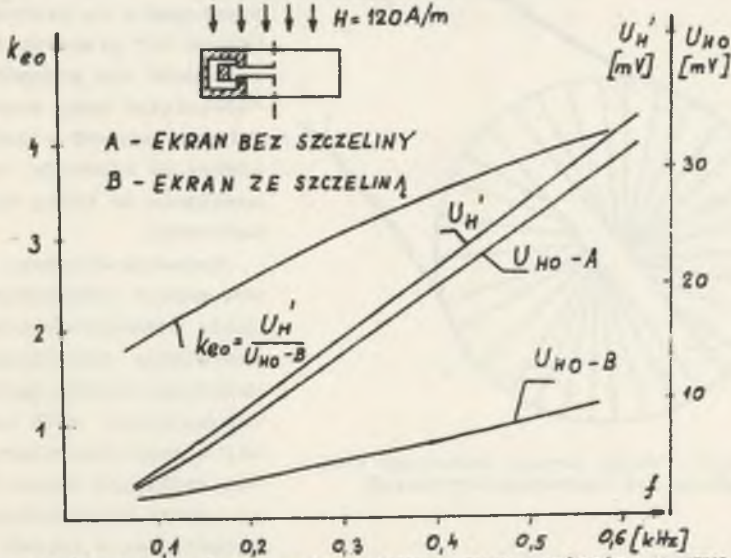
W analogiczny sposób wyznaczono współczynnik ekranowania osiowego  $k_{eo} = f(\alpha)$ ; zależność tą przedstawiono na rysunku 10.9. Mała wartość współczynnika ekranowania jest spowodowana nie tylko anizotropią ekranu, ale również faktem, że strumień o kierunku prostopadłym, niezależnie od istnienia ekranu będzie przenikał przez okno toroidu. Sposobem częściowego wypchnięcia strumienia na zewnątrz toroidu jest wprowadzenie do wnętrza



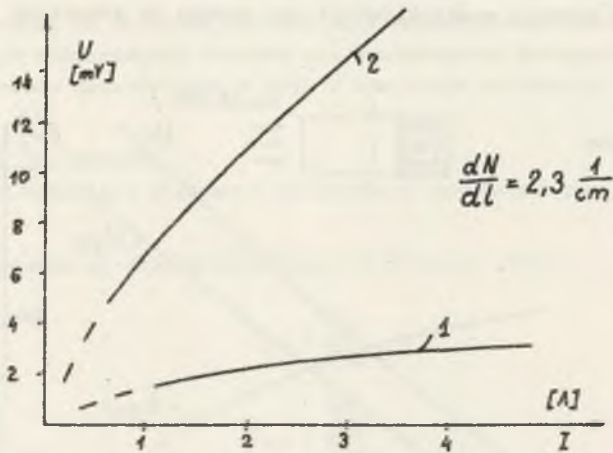
nego boku ekranu dodatkowej reluktancji poprzez wykonanie szczeliny. Zmianę napięcia w funkcji częstotliwości dla ekranu ze szczeliną przedstawia krzywa B.



Rys. 10.8. Współczynnik ekranowania wzdłużnego oraz napięcia w uzwojeniu w funkcji częstotliwości



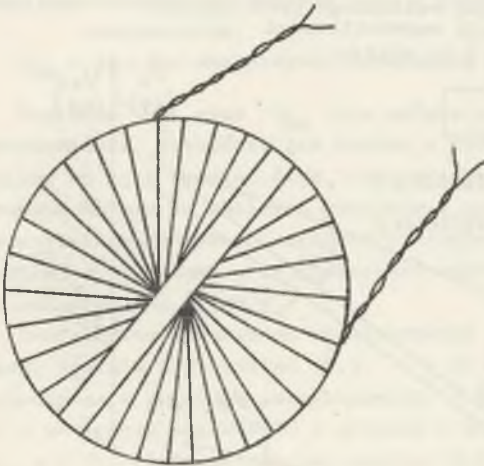
Rys. 10.9. Współczynnik ekranowania osiowego oraz napięcia w uzwojeniu w funkcji częstotliwości



Rys. 10.10. Napięcie uzwojenia bez (1) oraz ze (2) zwojem poprzecznym w funkcji natężenia prądu w cewce Helmholtza

Wpływ zwoju poprzecznego na napięcie indukowane w uzwojeniu magnetowodu ilustruje rysunek 10.10. Krzywa "1" przedstawia zależność napięcia indukującego się w uzwojeniu magnetowodu w funkcji prądu płynącego przez cewkę Helmholtza, w przypadku gdy magnetowód w ekranie bez szczeliny umieszczono w polu cewki prostopadle do kierunku pola.

Krzywa "2" przedstawia tę samą zależność dla przypadku, gdy "odwinęto" zwój poprzeczny wyoofują przewód w kierunku przeciwnym do kierunku nawinięcia uzwojenia na całej długości magnetowodu.



Rys. 10.11. Widok ekranu taśmowego kompensatora sił magnetomotorycznych

Sposobem dalszego zmniejszenia napięć indukowanych w uzwojeniu magnetowodu przez pola zewnętrzne jest wykonanie dodatkowego ekranu magnetycznego, obejmującego oazy kompensator sił magnetomotorycznych. Ekran ten najlepiej wykonać w postaci opłotu kompensatora taśmą permalojową w sposób przedstawiony na rysunku 10.11.

Stosując opisane sposoby zmniejszenia napięć indukowanych w uzwojeniach magnetowodu można osiągnąć następujące wartości współczynników ekranowania obliczonych z zależności (10.3) oraz (10.4):

$$k_{ew} = 50 \dots 1200$$

$$k_{eo} = 30 \dots 700$$

dla ekranów wykonanych z toroidów permalojowych. Ekranry lite, ze względu na mniejszą przenikalność wzdłużną umożliwiając osiągnięcie odpowiednio mniejszych współczynników ekranowania.

## LITERATURA

- [1] Bartoszewski J., Gąsowski W., Morawski K.: Komparator rezystancji oporników wzorcowych prądu stałego. PAK 6, 1977.
- [2] Bratus J., Karpienko W.: Schodimost mostowych sohiem s induktywnymi komparatorami toka. Izd. Naukowaja Dumka 1966.
- [3] Bukinskaja E., Nowik A.: O swojstwach transformatornoj mostowej oiepi s korotkozamknutym komparatorom tokow. Awtometrija nr 4, 1969.
- [4] Cykin G.S.: Transformatory malej częstotliwości - teoria, obliczanie, budowa. PWT Warszawa 1953.
- [5] Chwałeba A., Poniński M., Siedlecki A.: Metrologia elektryczna. WNT, Warszawa 1979.
- [6] Gotszalk R., Hagel R.: Przegląd właściwości i zastosowań indukcyjnych dzielników napięcia. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka 55. Teoretyczne i praktyczne problemy indukcyjnych dzielników napięcia i komparatorów prądów. Gliwice 1976.
- [7] Grocholskij A.L., Kaszczajew E.L.: Metody obiesiecziwanija tiesnojswjazi plieczliwych induktywno swjazanych eliementow na osnowie multifilarnych sistem. Problemy elektrometriji. Nowosybirsk 1971.
- [8] Gutkowski J.: Komparatory prądowe oparte na zasadzie magnetycznego detektora zerowego. PAK 10/11.
- [9] Hagel R.: Mierniotwo dynamiozne. WNT, Warszawa 1975.
- [10] Hagel R., Gotszalk R.: Właściwości i zastosowania komparatorów prądów. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka 55. Teoretyczne i praktyczne problemy indukcyjnych dzielników napięć i komparatorów prądów. Gliwice 1976.
- [11] Hagel R., Milek M., Skubis T.: Indukcyjne dzielniki napięcia i komparatory prądów w układach pomiarowych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka 71, Gliwice 1980.
- [12] Hagel R., Milek M., Skubis T.: Indukcyjne dzielniki napięć i komparatory prądów w układach pomiarowych. Materiały VI Krajowej Konferencji Metrologii. Wrocław 1979.
- [13] Hague B.: Alternating current bridge methods. Sir A. Pitman and Sons LTD, London 1946.
- [14] Helke H.: Gleichstrommessbrücken, Gleichspannungskompensatoren und ihre Normale. Oldeubourg Verlag München 1974.
- [15] Hill J., Deacon T.: Theory design and measurements of inductive voltage dividers. Proc. of the IEE May 1968.
- [16] Hill J., Deacon T.: Two-stage inductive voltage dividers. Proc. IEEE Nr 6, 1968.
- [17] Hill J.: An optimizet for a low - frequency inductive voltage divider. IEEE Trans. nr 4, 1972.
- [18] Iners R.: Rasoziot i opriedielienije paramietrow multifilarnych obmotok. Trudy Tallin. Politechn. In-ta nr 334, 1972.
- [19] Jaskulski J.: Możliwości budowy dwurdzeniowych indukcyjnych dzielników napięcia i ich zastosowanie na przykładzie mostka Thomsona. Praca doktorska IME - Wrocław 1975.

- [20] Jaworski J.: Matematyczne podstawy metrologii. WNT, W-wa 1979.
- [21] Karandiejew K.B.: Mostowyje metody izmierienij. Gostenergoizdat, Kijew 1953.
- [22] Karandiejew K.B.: Pomiary elektryczne metodami mostkowymi i kompensacyjnymi. WNT, Warszawa 1969.
- [23] Karandiejew K.B.: Izmeritielnyje transformatornyje mosty. Izd. Energija 1970.
- [24] Kolosow A.A.: Elektrischeskiye schlemy urawnowiesziwanija. Energija, Moskwa 1976.
- [25] Kusters N.L., Moore W.J.: The current comparator and its application to the absolute calibration of current transformers. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, April 1961.
- [26] Kusters N.L.: A current comparator for the precision measurement of the d-c ratios. Elektr. Eng. nr 3, 1963.
- [27] Kusters N.L.: The Precise Measurement of Current Ratios - IEEE Trans. on Instr. and Meas, 1964.
- [28] Kusters N.L., Moore J.M.: The development and performance of current comparators for audio frequencies. IEEE Trans. on Instr. and Meas. Vol. 14, 1965.
- [29] Kusters N.L., Mao Martin M.: A direct current comparator bridge for high resistance measurements. IEEE Trans. on Instr. and Meas. nr 4, 1973.
- [30] Lebson S., Szczepaniak Cz.: Kompensatory prądu stałego. WNT, Warszawa 1972.
- [31] Logan M.A.: An ac bridge for semiconductor resistivity measurement using a for-point probe. Bell System technical journal. May, 1961.
- [32] Łatka A.: Systemowe ujęcie wielkości fizycznych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka 71, Gliwice 1980.
- [33] Maroyniuk A.: Podstawy metrologii elektrycznej. Zagadnienia ogólne i przetworniki. Gliwice 1976.
- [34] Miljanic P.N.: The application of current comparator to the calibration of current transformers at ratio up to 36000/5 amperes IEEE Trans. on Instr. and Meas, nr 3, 1968.
- [35] Miller J.: An Inductronic Double Bridge. Electrical Engineering Jan. 1957.
- [36] Milek M., Kwiczala J.: Konstrukcja i technologia detektora strumienia magnetycznego komparatora prądów stałych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Elektryka 71, Gliwice 1980.
- [37] Milek M.: Zasada transferu prądowego oraz jej zastosowanie w procesie uwierzytelnienia komparatorów prądów stałych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Elektryka 55. Teoretyczne i praktyczne problemy indukcyjnych dzielników napięć i komparatorów prądów. Gliwice 1976.
- [38] Milek M., Kwiczala J.: Konstrukcja i technologia uzwojeń komparatora prądów stałych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka 71, Gliwice 1980.
- [39] Milek M., Kwiczala J.: Magnetyczne komparatory prądowe i metody ich uwierzytelniania. Materiały II Sympozjum "Kierunki Rozwoju Metrologii Elektrycznej". Warszawa 1979.
- [40] Milek M.: Metoda określenia niejednorodności permeancji magnetowodów toroidalnych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka 71, Gliwice 1980.
- [41] Milek M.: Interpretacja i pomiar zespolonej przenikalności magnetycznej stopów Fe-Ni. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka 33, Gliwice 1975.
- [42] Milek M.: Analiza magnetycznego kompensatora przepływu zastosowanego w mostku stałoprądowym. Materiały X Międzyuczelnianej Narady Metrologów. Szczecin 1975.

- [43] Minkin M.B.: Elektromagnitnoje polie krugowo kontura w cylindriczeskom ekranie. Priborostrojenije nr 3, 1960.
- [44] Orzeszkowski Z.: Podstawy metrologii elektrycznej. Wrocław 1977.
- [45] Petersons O.: A wide-range high-voltage capacitance bridge with on PPM accuracy. IEEE. Trans. on Instr. and Meas, nr 4, 1975.
- [46] Pluciński M. i inni: Podstawy metrologii elektrycznej, Gliwice 1979.
- [47] Priebrazienskiĭ A.A.: Rasčiot otnostojnykh magnitnykh ekranow. Priborostrojenije nr 4, 1960.
- [48] Puśledzki J., Skubis T.: Niektóre praktyczne aspekty wykonania uzwojeń multifilarnych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka 55, Gliwice 1976.
- [49] Riley J.: The accuracy of series and parallel connections of four terminal resistors, IEEE Trans. nr 3, 1967.
- [50] Schmidt H.: Über Stromkomparatoren, ihre Eigenschaften und ihre Anwendungen in der Niederfrequenz-Messtechnik. Z. Elektr. Inform. und Energietechnik, Leipzig 2 1972.
- [51] Skubis T., Milek M.: Analiza błędów mostka dwutransformatorowego. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka 33, Gliwice 1972.
- [52] Skubis T.: Źródła błędów indukcyjnych dzielników napięcia. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka 55. Teoretyczne i praktyczne problemy indukcyjnych dzielników napięć i komparatorów prądów. Gliwice 1976.
- [53] Słuszkiewicz T.: Kompensacyjny pomiar przepływu prądu. ZN AGH, Kraków 1965.
- [54] Starczakow W.: Przekładniki. PWT, Warszawa 1954.
- [55] Szczepaniak Cz.: Kompensatory prądu przemiennego. WNT, Warszawa 1976.
- [56] Szczepaniak Cz.: Komparatory elektryczne pomiarowe. WNT Warszawa 1979.
- [57] Szulce A.: Mostki elektryczne pomiarowe. WNT Warszawa 1977.
- [58] Szabo W.: Eine Stromkomparator-Messbrücke für die Messung der Ummagnetisierungsverluste. Messtechnik nr 5, 1971.
- [59] Turzeniecka D.: Kompensatory prądowe. Pol. Poznańska. Rozprawy, nr 97, 1979.
- [60] Zajt T.: Automatyczny mostek do pomiaru elementów RLC z wzorcem rezystancji. Rozprawy elektrotechniczne. Z. 4, 1977.
- [61] Zborucki A., Płocieniak R.: Komparator wzorców pojemności. PAK 12/1977.

## KOMPARACJA WIELKOŚCI ELEKTRYCZNYCH I MAGNETYCZNYCH

### Streszczenie

W oparciu o wprowadzoną definicję metody komparacyjnej przedstawiono schematy blokowe podstawowych układów komparacji, realizowanych wg różnych struktur. Struktury te wyprowadzono posługując się grafami i opisano je zależnościami, w których występują wielkości uogólnione. Ze struktur wynikają schematy ideowe układów komparacji różnych wielkości, opisane analogicznymi zależnościami. W pracy rozważania ograniczono do dwóch grup wielkości: elektrycznych i magnetycznych. Z układów komparacji wielkości elektrycznych wynikają układy kompensacyjne i mostkowe, opisane zależnościami wywodzącymi się ze wspólnego równania komparacji wielkości elektrycznych. W analogiczny sposób rozpatrzono układy komparacji wielkości magnetycznych, otrzymując klasę układów komparacji reluktancji oraz permeancji.

Następnie przedstawiono sposób tworzenia układów pomiarowych metodą syntezy podstawowych, najprostszych układów komparacyjnych. Stosując przedstawioną metodę syntezy można otrzymać wszystkie możliwe, w tym znane, schematy układów komparacji wielkości elektrycznych w postaci uporządkowanych klas układów. Przeanalizowano dwa układy komparacji o dobrych właściwościach metrologicznych wynikające z przedstawionej klasyfikacji, a nieznanne z opisów literaturowych. Przedstawiono również niektóre problemy konstrukcyjne realizacji układów komparacji i kompensacji wielkości magnetycznych.

## КОМПАРАЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН

### Резюме

Опираясь на введенное определение компарационного метода, приводятся блок-схема основных систем компарации, осуществляемых по разным структурам. Эти структуры выведены, пользуясь графами и они описываются зависимостями, в которых выступают обобщенные величины. Из структур вытекают принципиальные схемы систем компарации разных величин, которые описываются аналогичными зависимостями.

В работе рассуждения ограничиваются к двум группам величин т.е. электрическим и магнитным. Из систем компарации электрических величин возникают компенсационные и мостиковые системы, описанные зависимостями происходящими из общего уравнения компарации электрических величин. В аналогичный способ рассматривались системы компарации магнитных величин, получив класс систем компарации магнитного сопротивления.

Дальше рассматриваются способы образования измерительных схем при помощи синтеза основных, самых простых компарационных схем. Применяя вышеупомянутый метод синтеза можно получить все возможные в том известные системы схем компарации электрических величин в виде упорядоченных классов схем. Были тоже рассмотрены две системы компарации с хорошими метрологическими качествами, вытекающие из выше поданной классификации, а неизвестные в литературе. Рассматриваются тоже некоторые конструктивные вопросы систем компарации и компенсации магнитных величин.



## THE COMPARISON OF ELECTRIC AND MAGNETIC QUANTITIES

### Summary

Basing on the definition of comparative method introduced, the block diagrams of basic systems of comparison were presented which were realized according to various structures. These structures were deduced making use of graphs, and were described by means of dependencies in which generalized quantities appear. From these structures the schemes of the systems of comparison of various quantities described by analogical dependencies result. The considerations in the paper were confined to two groups of quantities: electric and magnetic. From the systems of comparison of electric quantities, compensatory systems and bridge circuits result. They are described by the dependencies. By thus obtaining analog the systems of comparison of magnetic quantities. Considered the class of the systems of comparison of reluctance and permeance.

Then the way of formation of measuring systems was presented using the method of synthesis of the basic, simplest comparative systems. Applying the presented method of synthesis, one can obtain all possibilities possibilities in this known schemes of the systems of comparison concerning electric quantities in the form of orderly classes of the systems. Two systems of comparison of good metrological properties resulting from presented classification, were analysed. They were not known from literary descriptions. Also some constructional problems were presented, concerning the systems of comparison and compensation magnetic quantities.



3347/81/77

**WYDAWNICTWA NAUKOWE I DYDAKTYCZNE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ  
MOŻNA NABYĆ W NASTĘPUJĄCYCH PLACÓWKACH:**

- 44-100 Gliwice — Księgarnia nr 096, ul. Konstytucji 14 b  
44-100 Gliwice — Spółdzielnia Studencka, ul. Wrocławska 4 a  
40-950 Katowice — Księgarnia nr 015, ul. Żwirki i Wigury 33  
40-096 Katowice — Księgarnia nr 005, ul. 3 Maja 12  
41-906 Bytom — Księgarnia nr 048, Pl. Kościuszki 10  
41-500 Chorzów — Księgarnia nr 063, ul. Wolności 22  
41-300 Dąbrowa Górnicza — Księgarnia nr 081, ul. ZBoWiD-u 2  
47-400 Racibórz — Księgarnia nr 148, ul. Odrzańska 1  
44-200 Rybnik — Księgarnia nr 162, Rynek 1  
41-200 Sosnowiec — Księgarnia nr 181, ul. Zwycięstwa 7  
41-800 Zabrze — Księgarnia nr 230, ul. Wolności 288  
00-901 Warszawa — Ośrodek Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN —  
Pałac Kultury i Nauki

Wszystkie wydawnictwa naukowe i dydaktyczne zamawiać można poprzez Składnicę Księgarską w Warszawie, ul. Mazowiecka 9.