ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1989

Seria: GÓRNICTWO z. 148 Nr kol. 899

Ferdynand REISS

PROGNOZOWANIE STRUKTURY WYPOSAŻENIA GNIAZD PRODUKCYJNYCH W MASZYNY URABIAJĄCE WĘGIEL KAMIENNY

Streszczenie. W artykule podjęto próbę wyznaczenia prognozowania w czasie struktury wyposażenia określonych gniazd produkcyjnych w odpowiednie maszyny urabiające.
W tym celu skorzystano z równania Chapmana-Kołogomorowa dla jednorodnego łańcucha Markowa, który jest przy przyjętych założeniach modelem zmian tej struktury.
Stanami łańcucha jest określona liczba rozpatrywanych klas maszyn urabiających, a elementami macierzy są prawdopodobieństwa warunkowe przejścia gniazd produkcyjnych z i-tej klasy maszyn urabiających do j-tej w konwencjonalnie przyjętym przedziale czasu.
Składowymi wektora stanu łańcucha w chwili t są prawopodobieństwa zaliczenia gniazd produkcyjnych do jednej z możliwych klas maszyn urabiających.
Opisany w tym artykule model markowski może być stosowany przede wszystkim do prognozowania krótko- i średnioterminowego. Przy prognozowaniu długoterminowym dokładność prognozy może się znacznie zmniejszyć.

1. Wstęp

Rozwój techniki i ekonomiki naszego podziemnego górnictwa węglowego najlepiej można prześledzić na przykładzie różnorodności uzbrojenia gniazd produkcyjnych w maszyny urabiające dostosowane do warunków naturalnych i organizacyjnych kopalń. Ta różnorodność maszyn urabiających jest wynikiem poszukiwań konstruktorów dla uzyskania wysokiej wydajności, a tym samym obniżenia kosztów produkcji węgla.
Warto przypomnieć, że dobór maszyn urabiających caliznę węgla kamiennego jest zależny od wielu czynników, jak:

- grubość urabianej warstwy,
- nachylenie,
- klasa stropu i spągu,
- wytrzymałość węgla oraz jego twardość,
- kruchość lub własności plastyczne, czyli odkształcalność oraz zdolność przejmowania energii uderzenia,
- cechy osłabienia spójności i niejednorodności, tj. łupność, uławicenie, szczelinowatość, średnie odległości powierzchni osłabionej spójności,
- własności ścierne skały w stosunku do narzędzia,
- stan skały w pokładzie, nacisk górotworu, nawilgocenie i inne dotyczące zagrożeń załóg.

Stąd też w naszym górnictwie węgla kamiennego mamy dużą liczbę maszyn urabiających i tak spośród kombajnów wąskoprzodkowych wymienić można: frezujące łańcuchowe, z frezującymi tarczami obiegowymi, z elementami frezującymi o osi poziomej, wysięgnikowe ze stożkowymi elementami urabiającymi, wiercące urabiające skrawaniem, wiercące urabiające gryzami. Z kombajnów ścianowych można wymienić: wycinające, wiercące jednowiertłowe i wielowiertłowe, frezujące bębnowe o małej i dużej mocy i napędami hydraulicznymi KWH-1 do stromych pokładów o osi pionowej bębna. Nie należy pominąć również strugów. A zatem ta znaczna, choć niekompletna liczba maszyn urabiających, którymi wyposaża się gniazda produkcyjne, wymaga w skali resortu górnictwa wyznaczenia prognozy krótko- i średnioterminowej dla określenia ich zapotrzebowania, co jest przedmiotem tego artykułu.

2. Model matematyczny

Przyjmując, że najczęściej każde z gniazd produkcyjnych (GP) może być wyposażone tylko przez jeden rodzaj maszyny urabiającej (MU), to te m typów MU wyznacza podział zbioru wszystkich rozpatrywanych GP na m rozłącznych klas. Oznaczmy przez $k_i(t)$ liczbę GP wyposażonych w konwencjonalnie przyjętym przedziale czasu t przez MU typu i, gdzie $i = 1,2,\dots m$. Wówczas zespół liczb

$$\bar{K}(t) = \| k_1(t), k_2(t), \dots, k_m(t) \| \tag{1}$$

opisuje strukturę wyposażenia GP w MU w czasie t.

Oznaczając symbolem $K(t)$ całkowitą liczbę GP wyposażonych w czasie t MU należącymi do rozpatrywanych m klas MU otrzymamy:

$$K(t) = \sum_{i=1}^{m} k_i(t) \tag{2}$$

Rozpatrując przedział czasu $(t-1, t)$ długości przedziału czasowego t (np. kwartał, rok), to w okresie tym pewna liczba GP, którą oznaczymy przez $K^{(1)}(t-1, t)$, ulegnie likwidacji, a pojawią się nowe w liczbie $K^{(z)}(t-1, t)$, które w tym czasie zostaną uruchomione.

Podział zbioru GP zlikwidowanych na m klas według typu stosowanych MU określa wektor

$$\bar{K}^{(1)}(t-1, t) = \| k_1^{(1)}(t-1, t) \dots, k_m^{(1)}(t-1, t) \| \tag{3}$$

gdzie:

$$K^{(l)}(t-1,\ t) = \sum_{i=1}^{m} k_i^{(l)}(t-1,\ t), \tag{4}$$

Dla GP nowo uruchomionych otrzymamy wektor

$$\bar{K}^{(z)}(t-1,\ t) = \| k_i^{(z)}(t-1,\ t),\ldots,k_m^{(z)}(t-1,\ t)\|, \tag{5}$$

gdzie:

$$K^{(z)}(t-1,\ t) = \sum_{i=1}^{m} k_i^{(z)}(t-1,\ t) \tag{6}$$

Przy czym między liczbami $K(t)$, $K^{(l)}(t-1,\ t)$ i $K^{(z)}(t-1,\ t)$ zachodzi związek:

$$K(t) = K(t-1) - K^{(l)}(t-1,\ t) + K^{(z)}(t-1,\ t). \tag{7}$$

Nie popełniając większego błędu można przyjąć, iż w GP przeznaczonych w danym czasie do likwidacji nie wymienia się w tym okresie MU i nie zmienia się typu MU. Również można przyjąć, że istnieje pewien okres czasu, w którym GP nowo uruchamiane zachowują swoje MU, w które zostały wyposażone.

Przyjmijmy pewien kwartał jako chwilę zerową, począwszy od której będziemy badać zmiany zachodzące w strukturze wyposażenia GP w MU na przestrzeni T kwartałów. Wtedy na mocy zależności (7) dla $t = 1,2,\ldots,T$ zachodzą związki:

$$\begin{aligned} K(1) &= K(0) - K^{(l)}(0,1) + K^{(z)}(0,1) \\ K(2) &= K(1) - K^{(l)}(1,2) + K^{(z)}(1,2) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ K(T) &= K(T-1) - K^{(l)}(T-1,\ T) + K^{(z)}(t-1,\ T) \end{aligned} \tag{8}$$

Dodając je stronami i przyjmując oznaczenia

$$\begin{aligned} K^{(l)}(0,T) &= \sum_{t=1}^{T} K^{(l)}(t-1,t) \\ K^{(z)}(0,T) &= \sum_{t=1}^{T} K^{(z)}(t-1,t) \end{aligned} \tag{9}$$

Otrzymamy zależność

$$K(T) = K(0) - K^{(l)}(0,T) + K^{(z)}(0,T). \tag{10}$$

Formuła ta wyraża związek między całkowitą liczbą $K(0)$ GP wybieranych w czasie przyjętym za chwilę 0 a ich liczbą $K(T)$ po upływie T kwartałów. Niech $K(0)$ będzie rozbiciem zbioru GP w kwartale 0 na kategorie, przy czym kryterium przynależności GP do i-tej kategorii jest uwarunkowane stosowaniem MU typu i, gdzie $i=1,2,\ldots,m$.

Niech $\overline{P}(t-1,t) = \| p_{ij}(t-1,t) \|$, gdzie $i,j=1,2,\ldots,m$ będzie macierzą, której elementami są prawdopodobieństwa likwidacji GP należących do różnych klas, w okresie $(t-1,t)$.

A zatem $\overline{P}(t-1,t)$ jest macierzą diagonalną, tzn.

$$p_{ij}(t-1,t) = \begin{cases} p_i(t-1,t) & \text{dla } i=j \\ 0 & \text{dla } i\neq j \end{cases} \tag{11}$$

Po przemnożeniu wektora $\overline{K}(t-1)$ przez macierz $\overline{P}(t-1,t)$ otrzymamy podział GP przeznaczonych do likwidacji w okresie $(t-1,t)$ na m rozpatrywanych klas.

Spośród początkowej liczby $K(t-1)$ GP w kwartale $t-1$ możliwość wymiany MU mają tylko te, które nie są przewidziane do likwidacji. Ich podział na kategorie wyposażenia w MU dany jest wektorem:

$$\overline{K}(t-1) - \overline{K}(t-1)\overline{P}(t-1,t) = \overline{K}(t-1)\,[\overline{I} - \overline{P}(t-1,t)],$$

gdzie I jest macierzą jednostkową rzędu m, czyli macierzą kwadratową rzędu m, której elementy diagnonalne są równe 1, a wszystkie pozostałe 0.

Oznaczmy przez $\overline{Q}(t-1,t) = \| q_{ij}(t-1,t) \|$, gdzie $i,j=1,2,\ldots,m$ macierz prawdopodobieństw wymiany MU w okresie $(t-1,t)$, tj. prawdopodobieństw wymiany MU w okresie $(t-1,t)$, tj. prawdopodobieństw przejścia GP z i-tej do j-tej klasy MU.

Iloczyn $K(t-1)\ [\overline{I} - \overline{P}(t-1,t)]\ \overline{Q}(t-1,t)$ określa podział na kategorie zbioru tych wszystkich GP, które były wybierane w okresie $(t-2, t-1)$ i będą nadal wybierane w okresie $(t-1,t)$, gdzie $t=1,2,\ldots,T$.

Uwzględniając zależności (1), (3) i (5) otrzymamy:

$$\overline{K}(t) = \overline{K}(t-1)\,[\overline{I} - \overline{P}(t-1,t)]\ \overline{Q}(t-1,t) + \overline{K}^{(z)}(t-1,t)\ , \tag{12}$$

gdzie $t = 1,2,\ldots,T$. Formułę tę po dokonaniu przekształceń można wyrazić wzorem:

$$\bar{K}(t) = \bar{K}(0)[\bar{I} - \bar{P}(0,1)]\,\bar{Q}(0,1)[\bar{I} - \bar{P}(1,2)]\,\bar{Q}(1,2)\ldots$$

$$\ldots[\bar{I} - \bar{P}(t-1,t)]\,\bar{Q}(t-1) + \sum_{z=1}^{t} \bar{K}^{(z)}(z-1)\,, \tag{13}$$

Do tego etapu rozważań nie przyjęto w zasadzie żadnych założeń co do macierzy $\bar{P}(t-1,t)$ i $\bar{Q}(t-1,t)$.
Ich elementy mogły być różne w różnych przedziałach czasowych, tzn. macierze przejścia mogły być funkcjami czasu. W istocie macierze te są funkcjami czasu, ale ich zmiany przy prognozowaniu krótko- i średnioterminowym można przyjąć jako stałe, wtedy równości

$$\begin{aligned}\bar{P}(0,1) &= \bar{P}(1,2) = \ldots = \bar{P}(t-1,t) = P\\ \bar{Q}(0,1) &= \bar{Q}(1,2) = \ldots = \bar{Q}(t-1,t) = Q\end{aligned} \tag{14}$$

dla $t=1,2,\ldots,T$, po uwzględnieniu których wzór przybiera postać:

$$\bar{K}(t) = \bar{K}(0)\,[(\bar{I}-\bar{P})\,.\,Q]^{t} + \bar{K}^{(z)}(0,t) \tag{15}$$

lub inaczej

$$\bar{K}(t) - \bar{K}^{(z)}(0,t) = \bar{K}(0)\,[(\bar{I}-\bar{P})\,.\,Q]^{t} \tag{16}$$

Oznaczmy wektor stojący po lewej stronie tej równości przez $\bar{K}^{(s)}(t)$, tzn.

$$\bar{K}^{(s)}(t) = \|\, k_1(t) - k_1^{(m)}(0,t),\ldots,k_m^{(t)} - k_m^{(z)}(0,t)\,\| \tag{17}$$

i niech

$$\bar{K}^{(s)}(t) = \sum_{i=1}^{m} k_i^{(s)}(t)\,, \tag{18}$$

gdzie:

$$k^{(s)}(t) = k_i(t) - k_i^{(z)}(0,t)$$

jest liczbą tych GP, które weszły do wybierania nie później niż w czasie 0 i są jeszcze czynne w czasie t. Przyjmując oznaczenie $\bar{R} = (\bar{I}-\bar{P})\,.\,\bar{Q}$ możemy zapisać wzór (16) w postaci:

$$\overline{K}^{(s)}(t) = \overline{K}(0)\overline{R}^{t} . \tag{19}$$

Po przekształceniu wzorowi temu można nadać interpretację stochastyczną. Niech $f_i^{(s)}(t)$ będzie częstością występowania GP, z którą były wybierane w całym okresie $(0,t)$ do i-tej kategorii MU, tj.

$$f_i^{(s)}(t) = \frac{k_i^{(s)}(t)}{K^{(s)}(t)} , \tag{20}$$

gdzie $i=1,2,\ldots,m$. Zachodzi równość:

$$\sum_{i=1}^{m} f_i^{(s)}(t) = 1 . \tag{21}$$

Również niech

$$f_i(0) = \frac{k_i(0)}{K(0)} , \tag{22}$$

gdzie

$$\sum_{i=1}^{m} f_1(0) = 1 . \tag{23}$$

Częstości $f_1^{(s)}(t)$ i $f_i(0)$ są statystycznymi oszacowaniami prawdopodobieństw przynależności GP do każdej z kategorii MU w chwilach t i 0, gdzie $t=1,2,\ldots,T$.
Wprowadzając wektory

$$\overline{F}^{(s)}(t) = \| f_1^{(s)}(t),\ldots,f_m^{(s)}(t) \|$$

$$\overline{F}(0) = f_1(0),\ldots,f_m(0)$$

można wzór (19) wyrazić następująco:

$$\overline{F}^{(s)}(t) = \overline{F}(0)\left[\frac{K(0)}{K^{(s)}(t)}\right] . \overline{R}^{t} \tag{24}$$

bądź też

$$\overline{F}^{(s)}(t) = \overline{F}(0)\left\{\left[\frac{K(0)}{K^{(s)}(t)}\right]^{\frac{1}{t}} . \overline{R}\right\}^{t} \tag{25}$$

macierz $\left[\frac{K(0)}{K^{(s)}(t)}\right]^{\frac{1}{t}} \cdot \bar{R}$ jest funkcją czasu. Jeśli jednak założyć, że $K^{(s)}(t)$ maleje wykładniczo z upływem czasu, czyli że

$$K^{(s)}(t) = K(0) \cdot \exp(-\alpha \cdot t) , \tag{26}$$

gdzie $\alpha > 0$, wówczas jest ona niezależna od czasu i równanie (25) przyjmie postać:

$$\bar{F}^{(s)}(t) = \bar{F}(0)(e^{\alpha} \cdot \bar{R})^{t} \tag{27}$$

Wprowadzając macierz $\bar{L} = e^{\alpha} \cdot \bar{R} = e^{\alpha} (\bar{I}-\bar{P}) \cdot \bar{Q}$ otrzymamy ostateczny wzór:

$$\bar{F}^{(s)}(t) = \bar{F}(0) \cdot \bar{L}^{t} . \tag{28}$$

W ogólnym przypadku własności macierzy L nie są znane na skutek braku odpowiednich danych statystycznych potrzebnych do oszacowania wartości współczynnika α oraz elementów macierzy $\bar{P}$ i $\bar{Q}$.
W takiej sytuacji nie można efektywnie rozwiązać równanie (28). Jeśli nie będziemy brać pod uwagę GP likwidowanych, wówczas $\bar{P}$ staje się macierzą zerową i

$$K^{(s)}(t) = K(0) = \mathrm{const},$$

a równość (28) przyjmuje postać:

$$\bar{F}^{(s)}(t) = \bar{F}(0) \cdot Q^{t} . \tag{29}$$

Jest to równanie Chapmana-Kołgomorowa dla jednorodnego łańcucha Markowa, który jest przy dotychczasowych założeniach modelem zmian struktury wyposażenia GP w MU w czasie.
Stanami łańcucha jest m rozpatrywanych klas MU, a elementami macierzy $\bar{Q}$ są prawdopodobieństwa warunkowe q_{ij} przejścia GP z i-tej klasy MU do j-tej w konwencjonalnie przyjętym przedziale czasu, gdzie $i,j=1,2,\ldots,m$. $F^{(s)}(t)$ jest wektorem stanu łańcucha w chwili t, a jego składowymi są prawdopodobieństwa zaliczenia GP w chwili t do jednej z możliwych kategorii MU. Podobną interpretację ma wektor $\bar{F}(0)$.
Opisany model markowski może być stosowany przede wszystkim do prognozowania krótko- i średnioterminowego. Przy prognozowaniu długoterminowym dokładność prognozy może się znacznie zmniejszyć. Do wyznaczania prognoz średnioterminowych należy stosować wzór (29).

Prognozy krótkoterminowe otrzymuje się ze wzoru

$$\overline{F}^{(s)}(t) = \overline{F}^{(s)}(t-1) \cdot \overline{Q} \tag{30}$$

Można również podać ogólną postać równania wyrażającego podział całkowitej liczby GP w kwartale t na klasy wg typu stosowanych MU, przy założeniu że macierz $\overline{Q}$ jest stała w czasie i że pomija się fakt likwidacji pewnej liczby GP w każdym kwartale.
Wyznaczając z równania (22) wektor $\overline{K}(0)$ i podstawiając otrzymany rezultat do wzoru (15) uzyskamy wzór:

$$\overline{K}(t) = K(0) \cdot F(0) \cdot \overline{Q}^{t} + K^{(z)})0,t) \tag{31}$$

Składowe $k_i(t)$ wektora $\overline{K}(t)$ oblicza się ze wzoru:

$$k_i(t) = K(0) \sum_{j=1}^{m} f_j(0) \cdot q_{ij}^{(t)} + k^{(z)}(0,t), \tag{32}$$

gdzie $q_{ij}^{(t)}$ jest elementem stojącym na przecięciu i-tego wiersza i i-tej kolumny macierzy $\overline{Q}^{t}$.
Relacja (32) opisuje ewolucję w czasie klasy i, dla $i=1,2,\ldots,m$. Wektor $\overline{K}^{(z)}(0,t)$ ma charakter egzogeniczny, na skutek czego opierając się na danych całkowitych dotyczących wybierania przez kopalnie węgla w okresie $(0,t)$, można dla każdej z jego składowych $k_i^{(z)}(0,t)$ określić odrębny ich rozwój niezależnie od $\overline{F}^{(s)}(t)$.

Wnioski

1. Prognozowanie w czasie struktury wyposażenia określonych gniazd produkcyjnych w odpowiednie maszyny urabiające wymaga znajomości wektorów $\overline{F}(0)$ lub $\overline{F}(t-1)$ oraz macierzy $\overline{Q}$.

2. Zaproponowany model matematyczny jest przydatny do prognozowania krótkoterminowego $\overline{F}^{(s)}(t) = \overline{F}^{(s)}(t-1)\overline{Q}$ oraz średnioterminowego $\overline{F}^{(s)}(t) = \overline{F}(0) \cdot \overline{Q}^{t}$. Natomiast przy prognozowaniu długoterminowym dokładność prognozowania może się znacznie zmniejszyć.

LITERATURA

[1] Antoniak J., Opolski T.: Maszyny górnicze, Część II - Maszyny do eksploatacji podziemnej. Wyd. "Śląsk", Katowice 1979.

[2] Kordoński Ch.B.: Zastosowanie rachunku prawdopodobieństwa w technice. Wyd. Naukowo-Techniczne, Warszawa 1963.

[3] Kotlarski J.: Rachunek prawdopodobieństwa dla inżynierów. Wyd. Naukowo-Techniczne, Warszawa 1966.

[4] Kozdrój M.: Metody rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej w organizacji produkcji górniczej. Wyd. "Śląsk", Katowice 1969.

[5] Kozdrój M.: Organizacja i podstawy automatyzacji zarządzania kopalnią węgla kamiennego. Wyd. "Śląsk", Katowice 1972.

[6] Koźniewska J., Włodarczyk M.: Modele odnowy, niezawodności i masowej obsługi. PWN, Warszawa 1979.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Marian Kozdrój

Wpłynęło do Redakcji w lipcu 1984 r.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ОСНАЩЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ГНЁЗД УГОЛЬНЫМИ ОТБОЙНЫМИ МАШИНАМИ

Р е з ю м е

В статье предпринята попытка определения прогноза во времени структуры оснащения определённых производственных гнёзд в соответствующие отбойные машины.

С этой целью использована однородная марковская цепь с конечным числом состояний и уравнения Чепмена-Колмогорова. Состояниями цепи в этом случае есть определённое число рассматриваемых классов отбойных машин. Элементами одношаговой матрицы переходов являются условные вероятности перехода производственных гнёзд из состояния - того класса отбойных машин в - тый класс. Составными вектора состояния цепи в момент t являются вероятности зачёта производственных гнёзд к одному из возможных класслв отбойных машин.

Описанная в статье марковская модель может быть применена прежде всего для кротко - и среднепериодного прогнозирования. Для прогнозирования с длинным временным горизонтом точность прогноза может значительно уменьшаться.

PROGNOSTICATING OF THE STRUCTURE OF FURNISHING WORK CENTRES WITH COAL MINING MACHINES

S u m m a r y

An attempt at determining the prognostication of the structure of furnishing particular work centres with suitable coal mining machines has been made.

To do this Chapman-Kołogomorov equation for homogeneous Markov chain has been used which is, in accordance to the assumptions made, a model of the changes of this structure.

A specified number of the investigated classes of mining machines constitutes the states of chain, and the elements of the matrix are condition probabilities of the passing of the work centres from the i-th class of mining machines to the j-th one in the conventionally assumed interval of time.

The components of the state of chain at the moment t are the probabilities of including the work centres in one of the possible classes of mining machines.

The Markov model described in the paper may be used, first of all, for short- and medium-term prognostication. With long-term prognostication the accuracy of the prognosis may be significantly decreased.