

Tomasz JANKOWIAK^{*}
Politechnika Poznańska

OPIS ZNISZCZENIA BETONU WRAZ Z PRÓBĄ IDENTYFIKACJI WYBRANYCH PARAMETRÓW KONSTITUTYWNYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono stosowane koncepcje opisu zniszczenia betonu. Zaprezentowano związek konstytutywny Betonu Plastycznego ze Zniszczeniem (BPZ) wraz z identyfikacją parametrów konstytutywnych tego modelu dla betonu klasy B50. Zastosowano standardowe zagadnienie brzegowe w celu weryfikacji modelu, tzn. zginanie czteropunktowe belki betonowej z dwoma nacięciami oraz porównano wyniki analizy numerycznej belki z wynikami badań laboratoryjnych.

THE DESCRIPTION OF CONCRETE DAMAGE WITH THE IDENTIFICATION OF SELECTED CONSTITUTIVE PARAMETERS

Summary. The paper presents theoretical concept of concrete failure. The Concrete Damage Plasticity (CDP) model and the identification of constitutive parameters identification for concrete class B50 are presented. A standard application like the four-point bending double-edge notched concrete beam specimen is used to test CDP model. In conclusion, the crack patterns in numerical and laboratory tests are compared.

1. Wstęp

Prawidłowy opis zniszczenia betonu jest podstawowym zagadnieniem w szczególności, gdy rozważa się prace betonu w konstrukcji przy zaawansowanych deformacjach. Zachowanie betonu jest określone wówczas poprzez opadającą krzywą na wykresie $\sigma - \varepsilon$ (osłabienie materiału). Jeżeli w problemach lokalizacji odkształceń plastycznych stosuje się nielepki model materiału, napotkać można na problem niejednoznaczności rozwiązania, tzn. zależności od siatki elementów skończonych. Rozwiązanie takiego problemu jest możliwe poprzez wprowadzenie do opisu konstytutywnego w sposób jawny bądź niejawni pewnej wewnętrznej skali długości (zregularyzowanie).

^{*} Opiekun naukowy: Dr hab. inż. Tomasz Łodygowski

Związek konstytutywny, w którym opadającą część krzywej $\sigma - \varepsilon$ określono na podstawie dysypowanej podczas procesu zniszczenia energii wewnętrznej, prezentowali w swych pracach między innymi Pietruszczak i Mróz [2] oraz Pijaudier-Cabot, Bažant i Tabbara [6]. Związkiem konstytutywnym zaliczanym również do tzw. zregulowanych jest model zależny od prędkości deformacji. Zależność od prędkości deformacji może się pojawić, gdy materiał wykazuje się lepkoplastycznością (Łodygowski [7] oraz de Borst [8]). Modele ciągłe wyższego rzędu mogą również posłużyć do prawidłowego rozwiązania zagadnienia brzegowego z osłabieniem materiału. Do takich modeli zaliczane są modele gradientowe (naprężenia zależą od gradientów odkształceń) oraz tzw. nielocalne modele ciągłe, gdzie naprężenia w punkcie zależą od odkształceń w okolicy tego punktu (Geers, de Borst, Brekelmans i Peerlings [9]).

W pracy zostanie zaprezentowana metoda identyfikacji wybranych parametrów konstytutywnych modelu betonu plastycznego ze zniszczeniem (BPZ, ang. Concrete Damaged Plasticity – CDP), opartego na mechanice pękania, gdzie do opisu zniszczenia wykorzystano miarę skalarną. W dalszej części, wykorzystując standardowe zagadnienie brzegowe, to jest zginanie czteropunktowe belki betonowej z dwoma nacięciami, przetestowano numerycznie model BPZ.

2. Model betonu plastycznego ze zniszczeniem

Jako pierwszy skalarnym opisem zniszczenia zajmował się Kaczanow [1]. Związek konstytutywny materiału z izotropowym skalarnym zniszczeniem rozwinięty został ostatecznie przez Lubliner [10]. W tabeli 1 przedstawiono związek konstytutywny BPZ, którego szczegółowy opis znajduje się w pracy [4]. Przedstawiony model konstytutywny BPZ jest jedną z możliwych koncepcji. Stosując go do analizy zachowania betonu, powinno się mieć świadomość, iż niezbędna jest identyfikacja określonej liczby parametrów materiałowych. Podstawową grupę parametrów opisujących model konstytutywny stanowią cztery wielkości, które określają kształt powierzchni potencjału plastycznego oraz powierzchni obciążenia. Zestawienie odpowiednich powierzchni oraz potrzebnych parametrów zawiera tabela 2.

Tabela 1

Beton plastyczny ze zniszczeniem	
$\bar{\sigma} = D_0^d : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \in \{ \bar{\sigma} F(\bar{\sigma}, \varepsilon^{pl}) \leq 0 \}$	Związek konstytutywny w przestrzeni naprężeń efektywnych $\bar{\sigma}$ oraz zmiennych wzmocnienia (osłabienia) ε^{pl}
$\dot{\varepsilon}^{pl} = h(\bar{\sigma}, \varepsilon^{pl}) \cdot \dot{\varepsilon}$	Ewolucja zmiennych wzmocnienia (osłabienia)
$\dot{\varepsilon}^{pl} = \lambda \frac{\partial G(\bar{\sigma})}{\partial \bar{\sigma}}$	Niestowarzyszone prawo płynięcia
$\dot{\lambda} F = 0; \dot{\lambda} \geq 0; F \leq 0$	Warunki Kuhna-Tuckera
$\sigma = (1-d)\bar{\sigma}$	Naprężenia Cauchy'ego

Oznaczenia do tabeli 1:

- σ - naprężenie Cauchy'ego,
- d - zmienna skalarna degradacji,
- ε - odkształcenie,
- D_0^d - początkowa sprężysta sztywność materiału,
- ε^{pl} - odkształcenie plastyczne.

Tabela 2

Powierzchnia obciążenia oraz potencjału plastycznego	
$F = \frac{1}{1-\alpha} (\bar{q} - 3 \cdot \alpha \cdot \bar{p} + \theta(\varepsilon^{pl}) (\bar{\sigma}_{\max}) - \gamma(-\bar{\sigma}_{\max})) - \bar{\sigma}_c(\varepsilon_c^{pl})$	Powierzchnia obciążenia- Lubliner
gdzie $\theta(\varepsilon^{pl}) = \frac{\bar{\sigma}_c(\varepsilon_c^{pl})}{\bar{\sigma}_1(\varepsilon_1^{pl})} (1-\alpha) - (1+\alpha)$	
$G = \sqrt{(f_c - m \cdot f_1 \cdot \tan \beta)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \cdot \tan \beta$	Powierzchnia potencjału plastycznego - hiperboliczna Druckera-Pragera określona w przestrzeni $\bar{p} - \bar{q}$
$\bar{p} = -\frac{1}{3} \bar{\sigma} \cdot I$	Efektywne naprężenie hydrostatyczne
$\bar{q} = \sqrt{\frac{1}{2} \bar{S} \cdot \bar{S}}$	Ekwiwalentne efektywne naprężenie Misesa
$\alpha = \frac{(f_{b0}/f_c) - 1}{2(f_{b0}/f_c) - 1}$	Parametr materiałowy uwzględniający wyższą wytrzymałość na ściskanie przy dwuosiowym ściskaniu
$\rho = \left(\frac{\sqrt{J_2}}{J_2} \right)_{ksp}$ określony dla \bar{p}	Parametr decydujący o kształcie powierzchni obciążenia w płaszczyźnie dewiatorowej
$\gamma = \frac{3(1-\rho)}{2\rho+3}$	Parametr obliczany na podstawie ρ

Oznaczenia do tabeli 2:

- f_1, f_c - wytrzymałość betonu przy jednoosiowym rozciąganiu oraz ściskaniu,
- β - kąt tarcia wewnętrznego mierzony w płaszczyźnie $p-q$,
- \bar{S} - dewiator tensora efektywnego naprężenia $\bar{\sigma}$,
- $\bar{\sigma}_{\max}$ - algebraicznie maksymalna wartość własna tensora $\bar{\sigma}$,
- $\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_c$ - efektywne naprężenie rozciągające i ściskające,

- m - mimosrodowość powierzchni potencjału plastycznego,
 J_2 - drugi niezmiennik dewiatora stanu naprężenia,
 RP - indeks oznacza wartość niezmiennika dla „rozciąganego południka” ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$),
 SP - indeks oznacza wartość niezmiennika dla „ściskanego południka” ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$).

3. Proces identyfikacji parametrów

Podstawową grupę parametrów konstytutywnych stanowią cztery wielkości, z których β i m decydują o kształcie powierzchni potencjału plastycznego w płaszczyźnie południkowej, natomiast f i γ określają kształt powierzchni obciążenia.

Tabela 3

Parametry materiałowe modelu BPZ dla betonu klasy B50

Parametry materiałowe	B50	Parametry modelu BPZ	
		β	38°
Właściwości sprężyste		m	1
E [GPa]	19.7	$f=f_{bo} / f_c$	1.12
ν	0.19	γ	0.666
Prawo wzmocnienia w ściskaniu		Zniszczenie izotropowe w ściskaniu	
naprężenie [MPa]	odkształcenie niesprężyste [-]	parametr zniszczenia w ściskaniu [-]	odkształcenie niesprężyste [-]
15.0	0.0	0.0	0.0
20.197804	0.0000747307	0.0	0.0000747307
30.000609	0.0000988479	0.0	0.0000988479
40.303781	0.000154123	0.0	0.000154123
50.007692	0.000761538	0.0	0.000761538
40.236090	0.002557559	0.195402	0.002557559
20.236090	0.005675431	0.596382	0.005675431
5.257557	0.011733119	0.894865	0.011733119
Prawo osłabienia w rozciąganiu		Zniszczenie izotropowe w rozciąganiu	
naprężenie [MPa]	odkształcenie pękające [-]	parametr zniszczenia w rozciąganiu [-]	odkształcenie pękające [-]
1.99893	0.0	0.0	0.0
2.842	0.00003333	0.0	0.00003333
1.86981	0.000160427	0.406411	0.000160427
0.862723	0.000279763	0.69638	0.000279763
0.226254	0.000684593	0.920389	0.000684593
0.056576	0.00108673	0.980093	0.00108673

Do kompleksowego opisu zachowania betonu niezbędne jest również określenie prawa ewolucji parametrów materiałowych (krzywe $\sigma - \varepsilon$) w ściskaniu i w rozciąganiu.

Stwierdzono, iż dla identyfikacji parametrów modelu BPZ niezbędne są testy laboratoryjne:

- jednoosiowego ściskania,
- jednoosiowego rozciągania,
- dwuosowego zniszczenia w płaskim stanie naprężenia (krzywa Kupfera dla określonej klasy betonu),
- w trójosiowym stanie naprężenia (superpozycja trójosiowego ściskania i jednoosiowego ściskania).

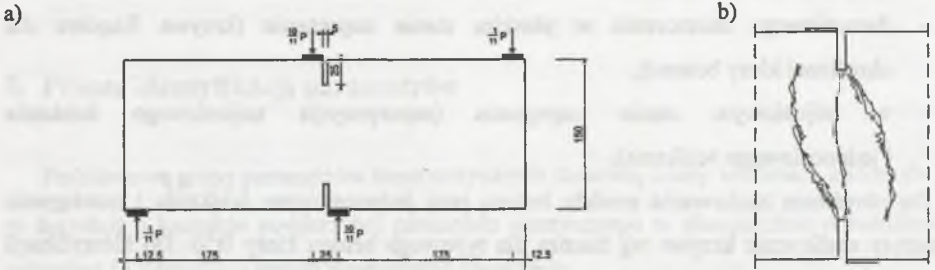
Do określenia zachowania modelu betonu przy jednoosiowym ściskaniu i rozciąganiu posłużyły analityczne krzywe wg Saenza dla typowego betonu klasy B50. Do identyfikacji parametru f posłużyła krzywa Kupfera dla betonu tej samej klasy. Parametr ρ nie podlegał identyfikacji z powodu braku wyników eksperymentów laboratoryjnych pełnego testu trójosiowego betonu klasy B50. Parametry m oraz β zidentyfikowano w taki sposób, aby najlepiej dopasować hiperbole potencjału plastycznego do wyników badań laboratoryjnych (superpozycja trójosiowego ściskania i jednoosiowego ściskania), minimalizując błąd kwadratowy dopasowania [4]. Wynik procesu identyfikacji zapisano w tab. 3.

4. Eksperyment numeryczny-czteropunktowe zginanie belki betonowej

Typowe zagadnienie brzegowe obliczono wykorzystując kod metody elementów skończonych w środowisku programu Abaqus/Explicit. Model numeryczny prowadzi do prawidłowej oceny początku oraz ewolucji zniszczenia w testowanej belce. Skalarny parametr zniszczenia w rozciąganiu posłużył do porównania mechanizmów zniszczenia w modelu numerycznym oraz doświadczalnym.

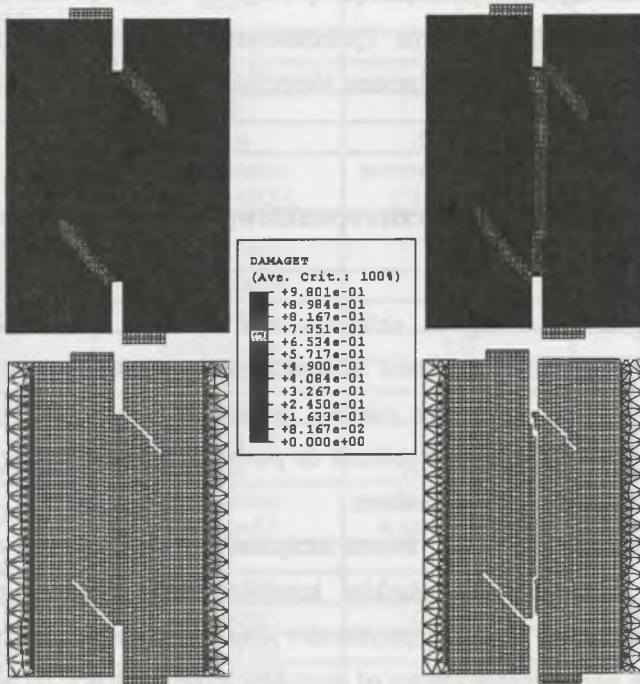
Czteropunktowe zginanie belki z dwoma nacięciami jest standardowym eksperymentem przeznaczonym do testowania związków konstytutywnych betonu. Geometrię belki przedstawiono na rys. 1a. Wyniki eksperymentów laboratoryjnych (mechanizmy zniszczenia oraz maksymalne siły) są jednak zależne od warunków brzegowych oraz od niejednorodności betonu. W testach przeprowadzonych przez Schlangena [3] część próbek niszczyła się asymetrycznie (dominowała jedna rysa), gdyż siły w modelu eksperymentalnym nie są idealnie przykładane, ponieważ następuje tarcie pomiędzy sztywną belką (umożliwiającą odpowiedni rozkład obciążeń) i belką betonową. Numeryczne modelowanie takiego

doświadczenia wymaga więc wprowadzenia pewnej mimośrodowości w przykładowym obciążeniu [5]. W części eksperymentów laboratoryjnych otrzymano mechanizm zniszczenia jak na rys. 1b.



Rys. 1a. Geometria belki czteropunktowo zginanej z dwoma nacięciami, 1b. Mechanizm zniszczenia belki czteropunktowo zginanej

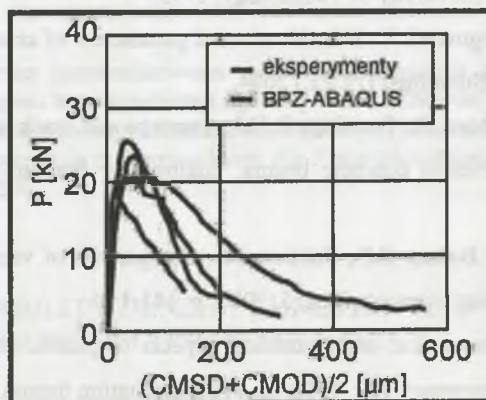
Fig. 1a. The geometry of the four-point bending double-edge notched beam, 1b. The crack pattern of the specimen



Rys. 2. Mechanizm zniszczenia belki czteropunktowo zginanej z dwoma nacięciami. Po lewej rozkład skalarnego parametru zniszczenia odpowiadający maksymalnemu obciążeniu (24 kN), po prawej (5 kN) w strefie osłabienia

Fig. 2. The crack pattern for the four-point bending double-edge notched beam. On the left side, the distribution of the scalar damage variable for the load on the level of 24 kN, on the right side for the load on the level 5 kN (post-peak)

Na rys. 2 przedstawiono wyniki uzyskane w programie Abaqus/Explicit dla idealnych warunków brzegowych. Mechanizm zniszczenia próbki jest podobny do tego z rys. 1b. Pierwsze rysy propagują się w miejscu maksymalnych naprężeń rozciągających od nacięć w kierunku przeciwnych podpór. Ostatnia rysa powstaje przez ścięcie betonu pomiędzy nacięciami belki. Na rys. 3 przedstawiono porównanie krzywych eksperymentalnych z krzywą uzyskaną w eksperymencie numerycznym (przy wykorzystaniu modelu BPZ) dla czteropunktowego zginania belki betonowej z nacięciami. W eksperymencie numerycznym osiągnięto maksymalną siłę równą 24 kN.



Rys. 3. Wykres zależności siły od zastępczego wzajemnego przemieszczenia narożników nacięcia
Fig. 3. The plot of relationship between force and the replacement displacement of the notch's corners

5. Podsumowanie

Eksperyment numeryczny udowodnił, iż możliwe jest określenie mechanizmu zniszczenia elementów betonowych przy wykorzystaniu BPZ. Model konstytutywny BPZ wraz ze zidentyfikowanymi parametrami konstytutywnymi jest przeznaczony do modelowania numerycznego konstrukcji betonowych i żelbetowych (sprężonych) w stanie zaawansowanych deformacji (poza granicami określonymi w normach). Prawidłowa identyfikacja parametrów konstytutywnych przedstawiona dokładnie w [4] stanowi jeden z możliwych sposobów odniesienia zachowania betonu do jego numerycznego modelowania.

LITERATURA

1. Kachanow L.M.: O vremeni razrušenija v usloviach polzučesti. Izv. Ak. Nauk CCCP, Otd. Techn. Nauk, nr 8, 1958, p. 26-31.
2. Pietruszczak S., Mróz Z.: Finite element analysis of deformation of strain softening materials. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 17, 1981, p. 327-334.
3. Schlangen E.: Experimental and numerical analysis of fracture processes in concrete. Ph.D. Thesis, Delft University of Technology, 1993.
4. Jankowiak T., Łodygowski T.: Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model. Submitted (FCEE) 2004.
5. Geers M.G.D., de Borst R., Peerlings R.H.J.: Damage and crack modeling in single-edge and double-edge notched concrete beams. Engineering Fracture Mechanics, 65, 2000, p. 247-261.
6. Pijaudier-Cabot G., Bažant Z.P., Tabbara M.: Comparison of various models for strain-softening. Engineering Computations, 5, 1988, p. 141-150.
7. Łodygowski, T.: Theoretical and numerical aspects of plastic strain localization. Wyd. Pol. Poznańskiej, Rozprawy 312, 1996, pp.112 (habilitation thesis).
8. Wang W.M., Sluys L.J., de Borst R.: Viscoplasticity for instabilities due to strain softening and strain-rate softening. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 40, 1997, p. 3839-3864.
9. Geers M.G.D, de Borst R., Brekelmans W.A.M, Peerlings R.H.J.: Strain-based transient-gradient damage model for failure analyses. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 160(1/2), 1998, p. 133-154.
10. Lubliner J., Oliver J., Oller S. and Oñate E.: A Plastic-Damage Model for Concrete. International Journal of Solids and Structures, vol.25, no.3, 1989, p. 229-326.

Recenzent: Prof.dr hab. inż. Stefan Piechnik