

Roman JASKULSKI

Szkoła Nauk Technicznych i Społecznych Politechniki Warszawskiej w Płocku

PRZYJĘTY ROZKŁAD WYTRZYMAŁOŚCI BETONU A ZAPAS BEZPIECZEŃSTWA BELKI ŻELBETOWEJ

Streszczenie. W pracy przeanalizowano wpływ zróżnicowania rozkładu wytrzymałości betonu na wielkość zapasu bezpieczeństwa zginanej belki żelbetowej. Przeanalizowano trzy typy rozkładów wytrzymałości na ściskanie betonów o wytrzymałości średniej $f_{cm} = 28$ MPa oraz $f_{cm} = 48$ MPa. Obliczenia przeprowadzono dla 5 wartości stopnia zbrojenia elementu z zakresu od 0,26 do 1,52 %.

ASSUMED PROBABILITY DENSITY FUNCTION AND THE SAFETY MARGIN OF REINFORCED CONCRETE BEAM

Summary. The influence of the type of concrete compressive strength distribution on the safety margin of a reinforced concrete beam under bending was analyzed. Three types of probability density functions were assumed and two values of concrete mean compressive strength: $f_{cm} = 28$ MPa and $f_{cm} = 48$ MPa. Calculations were performed for 5 values of reinforcement degree, which ranged from 0.26 to 1.52 %.

1. Wprowadzenie

Tematyka niniejszego artykułu stanowi rozwinięcie zagadnienia zaprezentowanego w artykule [1], gdzie przedstawiono wyniki badań nad wpływem postaci rozkładu wytrzymałości betonu na rozkład nośności zginanej belki żelbetowej oraz uzasadnienie potrzeby podjęcia takich badań. Rozszerzenie zagadnienia w stosunku do wcześniej wspomnianej publikacji polega na uwzględnieniu w obliczeniach obciążeń, co pozwala na analizowanie zapasu bezpieczeństwa rozumianego jako prawdopodobieństwo zniszczenia.

Celem obliczeń prezentowanych i analizowanych w niniejszym artykule była ocena wpływu postaci rozkładu wytrzymałości betonu na wielkość zapasu bezpieczeństwa zginanej

* Opiekun naukowy: Dr hab. inż. Jan Pawlikowski, prof. ITB i Pol. Warszawskiej

belki żelbetowej. Do określania tego zapasu można posłużyć się funkcją niezawodności zapisaną w postaci (1).

$$Z = R - S \quad (1)$$

gdzie:

R – nośność przekroju;

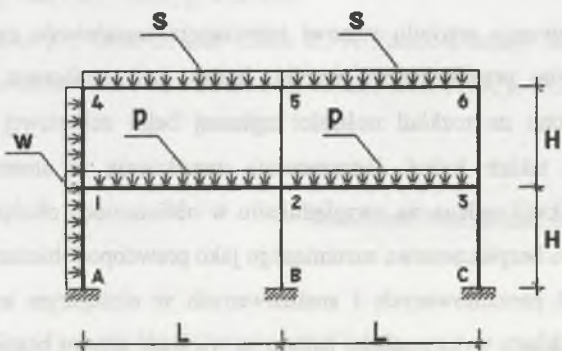
S – uogólniona siła wewnętrzna.

Aby nadać prezentowanemu zagadnieniu bardziej praktycznego charakteru, zostało ono sformułowane w ten sposób, że dla ustalonego prawdopodobieństwa zniszczenia analizowanego przekroju poszukiwano pola przekroju zbrojenia, które gwarantowało osiągnięcie tego prawdopodobieństwa. Dodatkowym wymaganiem było, aby to pole przekroju było najmniejsze z możliwych. Takie sformułowanie zagadnienia oraz wykorzystanie do jego rozwiązania metody symulacji Monte Carlo pozwala traktować przeprowadzone obliczenia jako przyczynek do wdrażania metod projektowania probabilistycznego III poziomu do praktyki inżynierskiej.

2. Przedmiot i zakres przeprowadzonych obliczeń

Do obliczeń przyjęto trzy typy rozkładów wytrzymałości: rozkład normalny, rozkład logarytmiczno-normalny oraz rozkład Pearsona III typu. Dla tego trzeciego przyjęto wartość współczynnika skośności, jaką ma rozkład logarytmiczno-normalny o tej samej wartości oczekiwanej i tym samym odchyleniu standardowym.

Przyjęto, że rozpatrywana belka jest elementem ramy dwupiętrowej dwunawowej o podporach utwierdzonych. Jako obciążenia przyjęto, poza ciężarem własnym, obciążenia środowiskowe, tj. wiatr i śnieg, oraz obciążenie użytkowe. Schemat statyczny ramy przedstawiony został na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat statyczny analizowanej konstrukcji

Fig. 1. Static scheme of analyzed construction

Analizę zapasu bezpieczeństwa przeprowadzono dla przekroju 2 belki 2-1. Założono, że rama jest elementem powtarzalnym konstrukcji. Aby przeanalizować zapasy bezpieczeństwa przy różnych stopniach zbrojenia, a co za tym idzie, przy zróżnicowanym udziale betonu w zapewnieniu niezawodności elementu, przyjęto 5 różnych szerokości zbierania obciążeń (od 3 do 15 m co 3 m).

Za pomocą metody przemieszczeń wyznaczono współczynniki wpływu transformujące wartości obciążeń zewnętrznych na wartości momentu zginającego w przekroju 2. Przyjmując $H=3$ m oraz $L=6$ m oraz przekroje elementów odpowiednio: $0,6 \times 0,3$ [m] w przypadku belki oraz $0,3 \times 0,3$ w przypadku słupa otrzymano wzór (2).

$$M_{21} = 3.907g_b + (3.907g_p + 4.008p + 1.692w - 0.101s)B \quad [\text{kNm}] \quad (2)$$

gdzie:

g_b - ciężar własny belki [kN/m]; g_p - pozostałe obciążenia stałe [kN/m]; p - obciążenie użytkowe [kN/m]; w - obciążenie wiatrem [kN/m]; s - obciążenie śniegiem [kN/m]; B - szerokość zbierania obciążeń [m].

Jako model opisujący moment niszczący zginany przekrój żelbetowy przyjęto wzór (3). Jest on oparty na modelu przedstawionym w pracy [4], który został dostosowany do wartości f_c określanej na próbkach walcowych.

$$M_R = 0,5[1 - \exp(-2,35\alpha)]bd^2f_c \quad (3)$$

gdzie:

$$\alpha = \frac{A_{s1}f_y}{bd f_c} \quad (3a)$$

- przy oznaczeniach wg [6].

Założono, że wszystkie zmienne występujące we wzorze (1) są zmiennymi losowymi opisanymi rozkładem normalnym. Wyjątek stanowi wytrzymałość betonu na ściskanie, którą, jak to zostało już wspomniane wcześniej, opisywano wariantowo za pomocą trzech różnych rozkładów. Obliczenia przeprowadzono dla dwóch wartości wytrzymałości średnich betonu $f_{cm1}=28$ MPa i $f_{cm2}=48$ MPa, odpowiadającym klasom betonu B 25 i B 50 wg [6]. Parametry danych przyjętych do obliczeń zamieszczono w tabeli 1.

Jak to zostało już wcześniej wspomniane, bezpośrednim celem obliczeń było wyznaczenie pola przekroju zbrojenia, dla którego prawdopodobieństwo zniszczenia rozpatrywanego przekroju belki będzie najbliższe założonej wartości, równej w tym wypadku $7,5 \cdot 10^{-5}$. Przyjęto liczbę losowań w jednej symulacji równą 2.000.000

Tabela 1

Parametry rozkładów danych wykorzystanych do obliczeń symulacyjnych

Zmienna	Jedn.	Wartość oczekiwana	Odchylenie standardowe	Przyjęty typ rozkładu
Parametry przekroju belki				
szerokość – b	[mm]	301	5,8	normalny
wysokość – h	[mm]	602	7,6	normalny
otulina zbrojenia – a	[mm]	50	3	normalny
wytrzymałość betonu na ściskanie – f_{cm}	[MPa]	48	5,28	—
granica plastyczności stali – f_{ym}	[MPa]	495	44,6	normalny
pole przekroju zbrojenia – A_{s1}	[mm ²]	obl*	0,03**	normalny
Obciążenia				
ciężar własny belki – g_b	[kN/m]	4,5	0,225	normalny
pozostałe obciążenia stałe – g_p	[kN/m]	4,57	0,229	normalny
obciążenie śniegiem – s	[kN/m]	0,93	0,16	Gumbela
obciążenie użytkowe – p	[kN/m]	1	0,4	Gumbela
obciążenie wiatrem – w	[kN/m]	0,34	0,23	Gumbela

*wartości obliczane w toku symulacji, ** założony współczynnik zmienności.

Przy takich założeniach ze wzoru (4), zaczerpniętego z pracy [2], obliczono, że współczynnik zmienności wartości prawdopodobieństwa określanej za pomocą symulacji wyniesie około 8%.

$$V_P = \sqrt{\frac{1-P_1}{NP_1}} \quad (4)$$

gdzie: V_P – współczynnik zmienności określanej wartości prawdopodobieństwa;

N – liczebność próbeki;

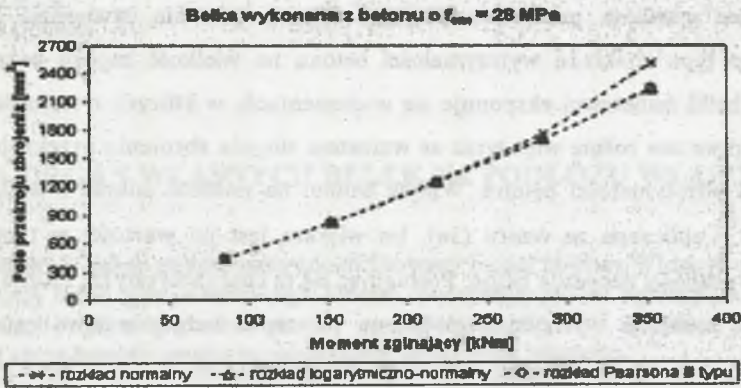
P_1 – teoretyczna wartość prawdopodobieństwa.

Obliczenia przeprowadzono za pomocą samodzielnie napisanego programu. Miały one charakter iteracyjny. Dla danego pola przekroju zbrojenia program przeprowadzał symulację i określał prawdopodobieństwo zniszczenia. Jeśli mieściło się ono w zakresie $7,5 \cdot 10^{-5} \pm 8\%$ (czyli od $6,9 \cdot 10^{-5}$ do $8,1 \cdot 10^{-5}$), program kończył działanie. Jeśli nie, pole przekroju było zwiększane lub zmniejszane o zadaną wartość i program wykonywał kolejną symulację. Dla każdego zestawu danych obliczenia wykonano trzykrotnie, a ich wyniki uśredniono. Pole przekroju stali zbrojeniowej określane było z dokładnością do 1 mm².

3. Analiza wyników i wnioski

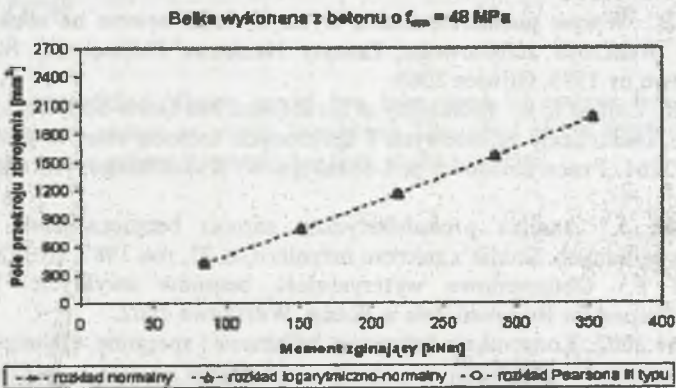
Obliczone za pomocą programu wartości pola przekroju zbrojenia przy założeniu wszystkich trzech typów rozkładu wytrzymałości betonu na ściskanie przedstawiono na

ryśunkach 2 i 3 (dla belki wykonanej z betonu o średniej wytrzymałości na ściskanie równej odpowiednio 28 MPa i 48 MPa) w funkcji średniego momentu zginającego.



Rys. 2. Uśrednione wartości pola przekroju zbrojenia otrzymane z symulacji w przypadku betonu o średniej wytrzymałości na ściskanie $f_{cm} = 28$ MPa

Fig. 2. Average values of reinforcement cross section area obtained from simulation for concrete with average compression strength $f_{cm} = 28$ MPa



Rys. 3. Uśrednione wartości pola przekroju zbrojenia otrzymane z symulacji w przypadku betonu o średniej wytrzymałości na ściskanie $f_{cm} = 48$ MPa

Fig. 3. Average values of reinforcement cross section area obtained from simulation for concrete with average compression strength $f_{cm} = 48$ MPa

W przypadku betonu o niższej wytrzymałości różnice wyników uzyskanych z wykorzystaniem różnych typów rozkładów wytrzymałości ujawniły się przy dużych obciążeniach. Szczególnie wyraźnie widać wtedy, że pole przekroju zbrojenia obliczane przy założeniu normalnego rozkładu wytrzymałości betonu jest znacząco większe od pól przekroju obliczonych w pozostałych przypadkach. W analizowanym przykładzie największa różnica między otrzymanymi polami przekroju zbrojenia wyniosła około 12%.

W przypadku betonu o wyższej wytrzymałości nie zaobserwowano znaczących różnic w obliczonych polach przekroju zbrojenia. Zanotowane różnice, rzędu 0,1-0,2%, są najprawdopodobniej konsekwencją losowego charakteru uzyskiwanych wyników.

Analiza wyników przeprowadzonych obliczeń pozwala stwierdzić, że wpływ przyjętego typu rozkładu wytrzymałości betonu na wielkość zapasu bezpieczeństwa zginanej belki żelbetowej eksponuje się w elementach, w których o nośności decyduje beton. Wpływ ten rośnie więc wraz ze wzrostem stopnia zbrojenia przekroju i wraz ze spadkiem wytrzymałości betonu. Wpływ betonu na nośność dobrze określa tzw. moc zbrojenia α obliczana ze wzoru (3a). Im większa jest jej wartość, w tym większym stopniu o nośności decyduje beton. Posługując się tą charakterystyką, można stwierdzić, że wpływ rozkładu wytrzymałości betonu na zapas bezpieczeństwa zginanej belki żelbetowej zaczyna się ujawniać przy wartości α około 0,20.

LITERATURA

1. Jaskulski R.: Wpływ postaci rozkładu wytrzymałości betonu na rozkład nośności zginanego przekroju żelbetowego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Budownictwo nr 1595, Gliwice 2003.
2. Nowak A.S., Collins K.R.: Reliability of Structures. Mc Graw-Hill, Boston 2000.
3. Obliczenie konstrukcji żelbetowych i sprężonych metodą stanów granicznych wg PN-76/B-03264. Praca zbiorowa pod redakcją W. Kukulskiego. Arkady, Warszawa 1976.
4. Pawlikowski J.: Analiza probabilistyczna zapasu bezpieczeństwa żelbetowych elementów zginanych. Studia z zakresu inżynierii, z. 25, rok 1987, str. 87-106.
5. Pawłowski P.: Obliczeniowa wytrzymałość betonów zwykłych. Towarzystwo Naukowe Ekspertów Budownictwa w Polsce, Warszawa 1962.
6. PN-B-03264:2002: Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
7. Wieczorkowski R., Zieliński R.: Komputerowe generatory liczb losowych. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1997.
8. Woliński Sz., Wróbel K.: Niezawodność konstrukcji budowlanych. Politechnika Rzeszowska, Rzeszów 2000.
9. Zieliński R.: Metody Monte Carlo. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1970.
10. Żurański J.A.: Modele obciążeń w normalizacji. Studia z zakresu inżynierii, z. 25, 1987.
11. Żurański J.A., Sobolewski A.: Nowa mapa obciążeń śniegiem w Polsce. Inżynieria i Budownictwo, nr 11, 2002.

Recenzent: Dr hab. inż. Szczepan Woliński, prof. Pol. Rzeszowskiej