ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2004
Seria: BUDOWNICTWO z. 102 Nr kol. 1644

Alicja KOWALSKA*
Politechnika Krakowska

ANALIZA I OCENA WYZNACZANIA PARAMETRU TŁUMIENIA DRGAŃ BUDOWLI NA PODSTAWIE JEJ ODPOWIEDZI NA DZIAŁANIE WIATRU

Streszczenie. Opisano najczęściej stosowane metody wyznaczania parametru tłumienia drgań budowli na podstawie wyników pomiarów drgań tych budowli wywołanych działaniem wiatru. Zaprezentowano główne założenia i algorytmy postępowania, dotyczące poszczególnych metod. Przedstawiono ocenę tych metod, biorąc pod uwagę możliwości ich zastosowania i jakość otrzymanych wyników.

THE ANALYSIS AND ASSESSMENT OF DETERMINATION OF DAMPING PARAMETER OF THE STRUCTURE FROM WIND-INDUCED VIBRATION RESPONSE

Summary. Most frequently used methods of damping parameter determination from the wind-induced dynamic measurements of the structure have been presented and described in this paper. Main assumptions and algorithms of these methods have been also presented. The methods have been assessed taking into account possibilities of their application and the quality of results.

1. Wprowadzenie

Właściwości dynamiczne budowli najczęściej charakteryzuje się kilkoma początkowymi częstotliwościami drgań własnych i odpowiadającymi im postaciami (formami) drgań oraz wartością współczynnika tłumienia. Tłumienie drgań budowli wyraża się przeważnie za pomocą dwóch wielkości: logarytmicznego dekrementu tłumienia δ albo ułamka tłumienia krytycznego D. Logarytmiczny dekrement tłumienia drgań wyraża logarytm naturalny stosunku kolejnych amplitud drgań. D wiąże z δ zależność:

$$D = (\delta / 2\pi) \tag{1}$$

* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Janusz Kawecki

W modelach obliczeniowych wygodnie jest macierz tłumienia [C] występującą w równaniu ruchu przedstawić jako liniową kombinację macierzy sztywności [K] i bezwładności [M] w postaci:

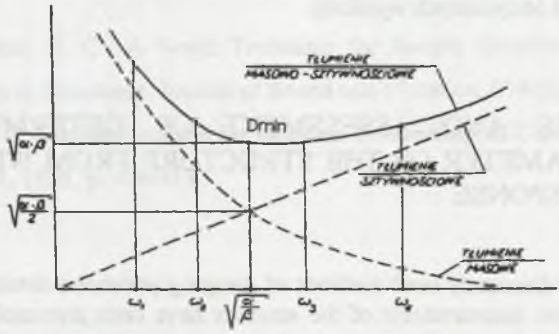
$$[C] = \alpha \cdot [M] + \beta \cdot [K] \tag{2}$$

Jest to opis tzw. tłumienia bezwładnościowo – sztywnościowego. Współczynniki α i β można – przy częstotliwości kołowej ϖ_i – związać z δ i D zależnościami:

$$\delta_i = \pi \cdot \frac{\alpha + \beta \cdot \varpi_i^2}{\overline{\varpi}_i} \qquad D_i = \frac{\alpha + \beta \cdot \varpi_i^2}{2 \cdot \overline{\varpi}_i} \tag{3}$$

gdzie: $\overline{\varpi}_i$, ϖ_i - częstości kołowe drgań własnych tłumionych i nietłumionych; $\overline{\varpi}_i = 2\pi \cdot \overline{f}_i$, $\varpi_i = 2\pi \cdot f_i$; $\overline{f}_i$ i f_i - i-te częstotliwości drgań własnych.

Wykres funkcji D(ϖ) przedstawiono za [2] na rys. 1. Funkcja ta osiąga wartość minimalną przy $\varpi = \sqrt{\alpha / \beta}$ i wówczas $D_{min} = \sqrt{\alpha \cdot \beta}$.



Rys. 1. Wykres funkcji D(ϖ)
Fig. 1. Diagram of D(ϖ) function

Wielkości charakteryzujące tłumienie budowli (np.D) można wyznaczyć zarówno w wyniku eksperymentu czynnego, jak i biernego. Stosunkowo rzadziej wyznacza się tłumienie budowli na podstawie eksperymentu biernego, w szczególności w wyniku działania wiatru na budowlę. Spowodowane jest to koniecznością stosowania długiego czasu rejestracji, trudnościami w analizowaniu dużej liczby danych oraz interpretowaniu wyników. W niniejszej pracy podjęto próbę oceny praktycznej przydatności wyników pomiarów drgań budowli wzbudzonych działaniem wiatru do wyznaczania parametru tłumienia drgań. Podano kolejno metody wyznaczania parametru tłumienia, zestawiono ich wady oraz zalety. Przedstawiono również problemy związane z interpretacją uzyskanych wyników.

2. Metody wyznaczania tłumienia drgań budowli na podstawie jej odpowiedzi na działanie wiatru

2.1. Wyznaczanie współczynnika tłumienia krytycznego z funkcji autokorelacji

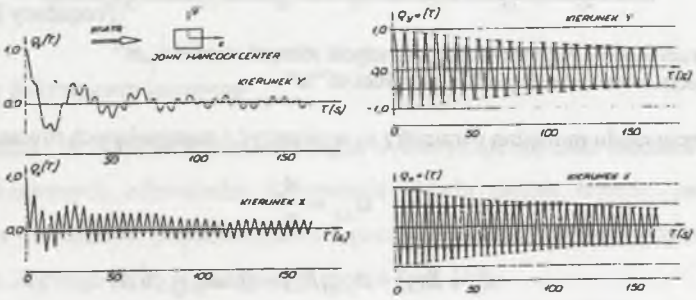
Funkcje autokorelacji $\rho_x^*(\tau)$ i $\rho_y^*(\tau)$ uzyskuje się w wyniku analizy zarejestrowanych wibrogramów. Analiza polega tu na wyznaczeniu estymatorów unormowanych funkcji autokorelacyjnych $\rho_x(\tau)$ i $\rho_y(\tau)$, a następnie na odfiltrowaniu przez filtr wąskopasmowy innych – poza analizowaną – częstotliwością. Uzyskuje się w ten sposób odpowiednio do danej częstotliwości funkcje autokorelacyjne.

Wartości D (odpowiednio w kierunku x i y) wyznacza się z następujących zależności (por. [2] i rysunek 2):

$$D = \frac{1}{2\pi n} \ln \frac{\rho_{x1}^*}{\rho_{xn}^*} \qquad D = \frac{1}{2\pi n} \ln \frac{\rho_{y1}^*}{\rho_{yn}^*} \tag{4}$$

gdzie: n – liczba cykli branych pod uwagę w tej analizie; ρ_{x1}^*, ρ_{xn}^*, ρ_{y1}^*, ρ_{yn}^* – wartości funkcji autokorelacji odpowiadające analizowanej częstotliwości.

Na rysunku 2 za [2] przedstawiono przykładowe wykresy estymatorów unormowanych funkcji autokorelacji $\rho_x(\tau)$ i $\rho_y(\tau)$ oraz funkcje autokorelacji $\rho_x^*(\tau)$ i $\rho_y^*(\tau)$ odpowiadające analizowanej częstotliwości drgań własnych.



Rys. 2. Przykładowe unormowane funkcje autokorelacyjne w postaci umożliwiającej wyznaczenie parametru tłumienia drgań

Fig. 2. An example of the normalized autocorrelation function of the first natural frequency

2.2. Model autoregresji

Metoda ta jest używana przy stosunkowo krótkich czasach rejestracji w przeciwieństwie do poprzedniej, gdzie jakość wyników jest zależna od długości czasu rejestracji.

Odpowiedź budowli na działanie wiatru jest tu analizowana jako liniowy proces losowy. Może więc być przedstawiana w postaci modelu autoregresji m-tego rzędu (por. [1]):

$$x_t = \alpha_1 \cdot x_{t-1} + \alpha_2 \cdot x_{t-2} + \ldots + \alpha_m \cdot x_{t-m} + a_t \tag{5}$$

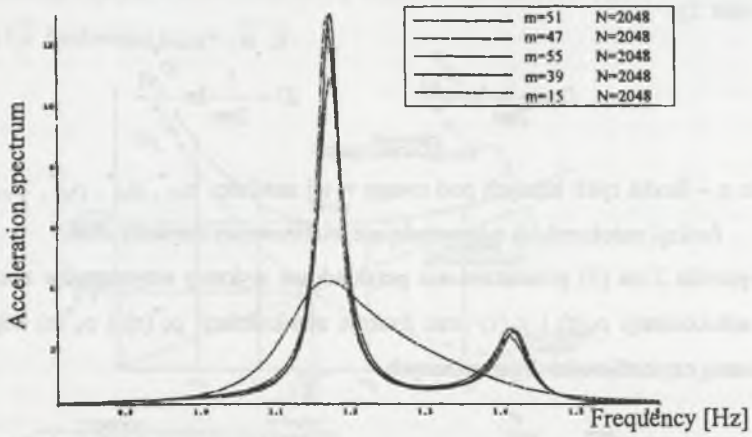
gdzie: a_t – biały szum ze średnią zero i wariancją σ_a^2, α_j (j = 1,2...m) – parametry, m – rząd modelu.

Rząd modelu wyznacza się z warunku minimalizacji błędu przewidywania (final prediction error- FPE), który definiuje się następująco (por. [1]):

$$FPE = E[(x_t - \hat{x}_t)^2] = (1 + \frac{m+1}{N}) \cdot \sigma_a^2 \tag{6}$$

gdzie: N – liczba danych punktów.

Jak ważny jest dobór rzędu modelu m, widać na rys. 3 podanym tu za [1]:



Rys. 3. Spektrum modelu AR otrzymane przy użyciu różnych wartości „m"
Fig. 3. AR spectra obtained using different values of "m"

Po przyjęciu rzędu m można parametry α_j wyznaczyć z następujących równań (por.[1]):

$$\hat{\alpha}_{j,j} = \frac{A_j}{B_j} \tag{7a}$$

$$A_j = \hat{R}(j) - \hat{\alpha}_{j-1,1}\hat{R}(j-1)\ldots\hat{\alpha}_{j-1,j-1}\hat{R}(1) \tag{7b}$$

$$B_j = \hat{R}(0) - \hat{\alpha}_{j-1,1}\hat{R}(1)\ldots\hat{\alpha}_{j-1,j-1}\hat{R}(j-1) \tag{7c}$$

gdzie: R(j) – autokowariancja procesu x_t.

Model autoregresji często w swoich badaniach wykorzystuje Jeary A. P. (por.[3,5]), wskazując na jego zalety. Ellis B. R. zaś do wartości parametrów tłumienia otrzymywanych na podstawie eksperymentu biernego podchodzi z dużą rezerwą. W [1] wraz ze

współautorami przedstawił wyniki porównania modelu autoregresji (AR) z metodami opartymi na szybkiej transformacie Fouriera (FFT) i metodami eksperymentu czynnego – wzbudzenie siłą (FVT). Wyniki tego porównania przywołano tu w tabeli 1.

Tabela 1

Porównanie charakterystyk dynamicznych otrzymanych trzema metodami (wg [1])

Parametry	FVT				FFT przy V=11,61 m/s		AR przy V=11,48 m/s	
	Wartość siły [kN]	NS1	Wartość siły [kN]	EW1	NS1	EW1	NS1	EW1
f_1 [Hz]	10,01	1,104	6,77	0,906	1,149	0,937	1,164	0,952
	4,04	1,110	2,74	0,911				
	1,04	1,210	0,70	0,919				
D [%]	10,01	1,20	6,77	0,89-0,98	1,14	0,96	1,49	0,65
	4,04	1,13-1,15	2,74	0,89-0,90				
	1,04	0,97-1,05	0,70	0,70-0,83				

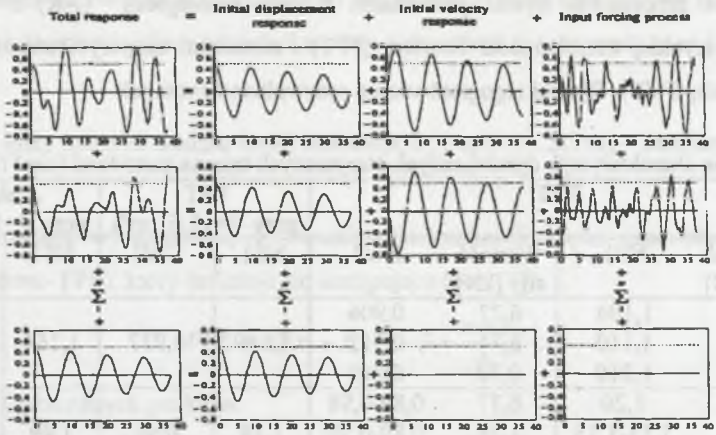
Wartości podane w tabeli 1 świadczą o tym, że charakterystyka dynamiczna wyznaczona z eksperymentu czynnego zależy od amplitudy użytej siły wymuszającej. Wyniki otrzymane z szybkiej transformaty Fouriera są zbliżone do wyznaczonych z eksperymentu czynnego, jednakże ich uzyskanie wymagało aż 100 rejestracji. Model autoregresji natomiast dobrze sprawdził się w odniesieniu do częstotliwości drgań własnych. Tłumienie zaś wyznaczone za pomocą AR uzyskano mniejsze przy drganiach w kierunku EW i większe w kierunku NS od wyznaczonego podczas eksperymentu czynnego. Autorzy [1] podkreślają jednak, że model autoregresji prowadzi do dość dobrego przybliżenia charakterystyki dynamicznej przy korzystaniu z relatywnie małej liczby danych (rejestracja trwała ok. 17 minut).

2.3. Technika dekrementu losowego

W tej metodzie do określenia tłumienia drgań wykorzystuje się zbiór średnich z kolejnych przedziałów czasowych odpowiedzi. Odpowiedź układu można wyrazić jako złożenie odpowiedzi na początkowe przemieszczenie i początkową prędkość oraz odpowiedź drgań wymuszonych. Zapisuje się to w następujący sposób (por. [4]):

$$x_t = x_{xo} + x^*_{xo} + x_F \tag{8}$$

W tej metodzie doprowadza się powyższą formułę do takiego stanu, w którym wpływ składowych wynikających z początkowej prędkości i wymuszenia siłowego w wartościach średnich redukował się do zera. Metoda dekrementu losowego jest zilustrowana na rys. 4 (za [4]), na którym składowe sygnału są uśredniane oddzielnie, aby pokazać zmianę z sygnału otrzymanego od wymuszenia siłą do rozkładu drgań własnych.



Rys. 4. Technika dekrementu losowego
Fig. 4. The random decrement technique

Technika ta wykazuje zalety w stosunku do metody autokorelacji i metod widmowych. Nie jest obciążona ograniczeniem dotyczącym amplitudy wejścia i rozdzielczości sygnału. Podawane są (por. [3,5]) propozycje zastosowania tej metody do wyznaczania tłumienia budowli poddanej działaniu wiatru. Do dobrego oszacowania parametru tłumienia wymagana jest jednak duża liczba danych i wygenerowany w ten sposób rozkład drgań własnych nie prowadzi w wielu przypadkach do oszacowania rzeczywistej wielkości tłumienia. Autorzy [4] wyjaśniają, co jest tego przyczyną. Otóż, rozwiązanie równania (8) jest następujące:

$$x_T(t) = x_o e^{-\xi\varpi_n t}\left(\cos\varpi_d t + \frac{\varpi_n}{\varpi_d}\sin\varpi_d t\right) + \frac{\dot{x}_o}{\varpi_d} e^{-\xi\varpi_n t}\sin\varpi_d t + \int_0^t h(t-\tau)f(\tau)d\tau \tag{9}$$

gdzie: $\varpi_n = \sqrt{k/m}$, $\varpi_d = \varpi_n\sqrt{1-\xi^2}$, x_o i $\dot{x}_o$ - początkowe przemieszczenie i prędkość, a h(t) – jest funkcją odpowiedzi impulsowej.

Wartość oczekiwana tego równania uwarunkowana jest przez uśrednione początkowe wartości z każdego składnika sumy i przedstawia się jako (por.[4]):

$$E[x_T(t)/x_o,\dot{x}_o] = x_o e^{-\xi\varpi_n t}\left(\cos\varpi_d t + \frac{\varpi_n}{\varpi_d}\sin\varpi_d t\right) + E\left(\frac{\dot{x}_o}{\varpi_d} e^{-\xi\varpi_n t}\sin\varpi_d t\right) + \int_0^t h(t-\tau)E[f(\tau)/x_o,\dot{x}_o]d\tau \tag{10}$$

Pierwsza składowa powyższego równania wyraża odpowiedź układu na zadane początkowe przemieszczenie. Druga składowa zależy od początkowego przyspieszenia. Jej wartość średnia zmierza do zera. Redukcja trzeciej składowej powinna nastąpić wówczas, gdy

jej wartość średnia zmierzać będzie do zera. Dopóki jednak ona będzie zależna od warunków początkowych, to ten warunek nie będzie spełniony.

W [4] podano wyniki pomiaru drgań budowli wzbudzonych wzbudzeniem impulsowym. Otrzymano wartość tłumienia krytycznego równą 5%, podczas gdy metodą dekrementu losowego z pomiarów wzbudzenia wiatrem otrzymano wartość tłumienia 2,9 – 3,1%. Na podstawie własnych doświadczeń autor [4] podkreśla, że metoda ta dobrze się sprawdza w przypadku wzbudzenia drgań wiatrem, którego spektrum jest szerokopasmowe.

3. Zalety i wady metod wyznaczania tłumienia w wyniku eksperymentu biernego w porównaniu z metodą wzbudzenia czynnego

W tabeli 2 zestawione zostały zalety i wady metod opisanych powyżej.

Tabela 2

Metoda / Cecha	Funkcje autokorelacji	Model autoregresji	Technika dekrementu losowego	Eksperyment czynny (ogólnie)
Łatwość wzbudzenia	duża	duża	duża	różna w zależności od obiektu
Komplikacja obliczeń	średnia	duża	duża	mała
Jakość rezultatów	średnia-im dłuższa rejestracja i ilość danych, tym lepsza	średnia-im dłuższa rejestracja i ilość danych, tym lepsza	słaba: dobra przy spec. warunkach wzbudzenia i podatności konstrukcji	bardzo dobra przy odpowiedniej interpretacji
Liczba danych	bardzo duża	duża	duża	mała
Czas rejestr.	bardzo długi	długi	długi	krótki

Warto zauważyć, że realizacja wymuszenia w metodach wyznaczania parametru tłumienia z reakcji budowli na porywy wiatru jest stosunkowo prosta, to same metody są skomplikowane obliczeniowo. Wymagają one również przed przystąpieniem do badań ocenienia wielkości tłumienia. Bez tych informacji nie można bowiem określić czasu rejestracji powyższej liczby próbek. To zaś wpływa na dobre oszacowanie tłumienia. Przy braku doświadczenia w tym zakresie można uzyskać wyniki budzące wątpliwości.

4. Uwagi końcowe i wnioski

W niniejszej pracy opisano najważniejsze z metod wyznaczania parametru tłumienia na podstawie pomiarów drgań budowli poddanych eksperymentowi biernemu (np. porywom wiatru). Przedstawiono główne założenia i algorytmy postępowania w poszczególnych metodach. Podano ocenę tych metod pod względem łatwości ich stosowania i jakości uzyskanych za ich pomocą rezultatów. Na końcu dokonano porównania metod wyznaczania tłumienia z eksperymentu biernego w stosunku do eksperymentu czynnego.

Można stwierdzić w podsumowaniu, że: metody wyznaczania tłumienia na podstawie jej odpowiedzi na działanie wiatru są przydatne szczególnie w przypadku budowli wrażliwych na oddziaływanie wiatru. Chcąc uzyskać wiarygodne wyniki, trzeba spełnić podstawowe warunki. W ich zbiorze ważne miejsce zajmuje czas rejestracji oraz metoda analizy wyników badań.

LITERATURA

1. Cao H., Ellis B. R., Littler J.D.: The use of the maximum entropy method for the spectral analysis of wind-induced data recorded on buildings. Journal of wind engineering and industrial aerodynamics, vol. 72, 1997, 81-93.
2. Flaga A.: Metoda wyznaczania parametrów tłumienia drgań z odpowiedzi budowli na obciążenie wiatrem. Prace Komisji Mechaniki Stosowanej, Mechanika 15, PAN Oddział w Krakowie 1991, 25 – 33.
3. Jeary A. P.: Damping in structures. Journal of wind engineering and industrial aerodynamics, vol. 72, 1997, 345-355.
4. Kareem A., Gurley K.: Damping in structures: its evaluation and treatment of uncertainty. Journal wind engineering and industrial aerodynamics, vol. 59, 1996, 131-157.
5. Li Q. S., Yang Ke., Wong C. K., Jeary A. P.: The effect of amplitude-dependent damping on wind-induced vibrations of a super tall building. Journal of wind engineering and industrial aerodynamics, vol. 91, 2003, 1175-1198.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Tadeusz Chmielewski