

Rafał PANKAU\*  
Politechnika Gdańska

## ZASTOSOWANIE ALGORYTMÓW GENETYCZNYCH DO PROJEKTOWANIA RAM STALOWYCH Z DWUTEOWNIKÓW SPAWANYCH

**Streszczenie.** W artykule opisano problem optymalnego projektowania konstrukcji ramowych wykonanych z dwuteowników spawanych. Ograniczenia skonstruowano na podstawie PN-90/B-03200, a uzyskane optymalne kształty przekrojów spełniają warunki stateczności ogólnej, miejscowej oraz nośności przy zginaniu, ścinaniu, zginaniu ze ścinaniem w stanie krytycznym. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli, w której zestawiono optymalne przekroje dla różnych przypadków obciążeniowych.

## GENETIC ALGORITHM BASED OPTIMUM DESIGN OF STEEL FRAMES MADE OF I BEAMS

**Summary.** An optimal design problem of steel frames made of welded I beams is presented in this paper. The cross section area is taken as the objective function, and the constraints dealing with global and local buckling, bearing capacity described according to Polish Standard PN-90/B-03200 are taken into account. The results of calculations are presented in a table. Optimal shape cross sections for various loading conditions are shown in this table.

### 1. Wstęp

Przedmiotem rozważań jest rama parterowa, której rygiel jest sztywno połączony ze słupami zewnętrznymi, a przegubowo ze słupami wewnętrznymi wahaczowymi. Rama obciążona jest płatwiami (kratowymi lub pełnościennymi). W artykule opisano optymalizację odcinka rygla ramy znajdującego się pomiędzy płatwiami (rys. 1). W ogólnym przypadku jest on obciążony momentami węzłowymi, siłą tnącą oraz siłą normalną, którą w przedstawionych rozważaniach pominięto.

---

\* Opiekunowie naukowci: Prof. dr hab. inż. Czesław Szymczak  
Dr inż. Mariusz Pyrz

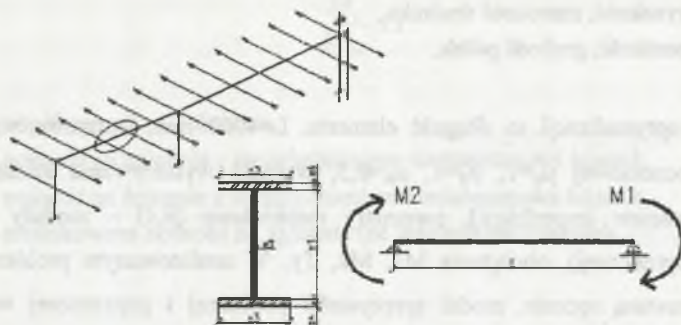
Docelowo optymalizowana będzie rama jako całość. Zdecydowano się jednak podzielić proces optymalizacji ramy na mniejsze zadania, a jednym z nich jest właśnie optymalizacja odcinka rygla ramy. Z praktyki inżynierskiej wiadomo, że wymiarowanie ramy składa się z wymiarowania poszczególnych jej elementów, a kształt przekroju poprzecznego każdego z elementów jest przyjmowany na podstawie kilku iteracji.

Chcąc zaprojektować optymalną, ekonomiczną konstrukcję, należy liczyć się z tym, iż to właśnie analiza pochłonie znaczną część czasu i energii przeznaczonych na wykonanie projektu. Prowadzi to do obniżenia jakości opracowania graficznego, które niejednokrotnie poddawane jest modyfikacji w trakcie realizacji zadania projektowego. Niska jakość rysunków prowadzi z kolei do niedokładnego odwzorowania przyjętych założeń konstrukcyjnych, schematu statycznego, utrudnień podczas produkcji i montażu, co w rezultacie niweczy dzieło. Algorytm lub tablice służące do optymalnego projektowania pojedynczych elementów mogą znacznie usprawnić pracę projektanta.

W publikacjach spotkano się z rozwiązywaniem problemów optymalizacji ram, zgodnie z obowiązującymi normami. Przykładem może być optymalizacja ramy obciążonej siłą skupioną w środku rozpiętości [2], dla której obliczenia przeprowadzono według Eurocode-3. Spotkano się również z optymalizacją wielopiętrowych ram [5], uwzględniając warunki naprężeń dopuszczalnych i stateczności ogólnej, a także inne prace traktujące o optymalizacji konstrukcji ramowych. Nie spotkano się natomiast z próbą optymalizacji ram przy ograniczeniach zgodnych z polską normą do projektowania konstrukcji metalowych.

## 2. Opis konstrukcji

Optymalizowana konstrukcja stalowa to rama parterowa (o schemacie jak na rys. 1) wykonana ze spawanych blachownic w kształcie dwuteownika, której rygiel jest podparty wewnętrznymi słupami wahaczowymi i zewnętrznymi słupami z dwuteownika spawanego. Przyjęto, że zarówno słupy zewnętrzne, jak i rygiel mogą być o pasach równoległych lub o pasach zbieżnych, natomiast w artykule rozpatrzono jedynie dwuteowniki o pasach równoległych. Nie przewiduje się rozpatrywania podatności węzłów. Założono, że wszystkie węzły są sztywne lub przegubowe, co należy wymusić odpowiednią konstrukcją węzłów. Optymalizowana rama tworzy wraz z płatwiami oraz tężnikami i systemem stężeń kompletny układ hali stalowej.



Rys. 1. Schemat statyczny konstrukcji ramowej oraz przekrój i obciążenie elementu rygła  
 Fig. 1. Steel frame scheme, cross section and load at the beam element

### 3. Problem optymalizacji

#### 3.1. Opis problemu

Optymalizacji poddano pole przekroju poprzecznego wyciętego elementu rygła ramy, ograniczonego płaciami obciążającymi ramę. Pod siłą skupioną z płacwi stosuje się zebro usztywniające środkowe. Optymalizowany element obciążony jest momentami w węzłach oraz stałą na długości elementu siłą tnącą. Schemat elementu pokazano na rysunku 1.

W praktyce zazwyczaj wymiaruje się właśnie poszczególne elementy składowe ramy: rygły, słupy. Ponieważ dla wielkości momentów na końcach oraz wartości siły tnącej można przyjąć pewne zakresy zmienności (na podstawie doświadczenia w projektowaniu), zatem zdecydowano się przeprowadzić optymalizacje dla zakresu momentów  $M_1$ : od 100 kNm do 1000 kNm, co 100 kNm; dla stosunku  $M_2/M_1$  od -1 do 1, co 0,25; oraz dla tnących  $T_y$ : od 100 kN do 400 kN, co 100 kN. Dla takich wielkości przeprowadzono szereg procesów optymalizacji, a wyniki stabilizowano.

#### 3.2. Sformułowanie problemu optymalizacji

Jako kryterium optymalizacji przyjęto pole przekroju poprzecznego, stąd funkcja celu ma postać:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 \cdot x_4 \quad (1)$$

gdzie:

$x_1, x_2$  - wysokość, szerokość środnika,

$x_3, x_4$  - szerokość, grubość półek,

Parametry optymalizacji to długość elementu  $L=4000$  mm, normowe współczynniki długości wybozczeniowej  $\mu_x=1, \mu_y=1, \mu_w=0,5$ , warunki wykonywania konstrukcji ( $n$  – uogólniony parametr imperfekcji), parametry materiałowe ( $E, G$  – moduły sprężystości podłużnej i poprzecznej), obciążenia  $M_1, M_2, T_y$ . W analizowanym problemie przyjęto konstrukcję spawaną ręcznie, moduł sprężystości podłużnej i poprzecznej wg PN-90/B-03200. Przekroje wymiarowano w stanie krytycznym.

Zmienne projektowe to geometria przekroju oraz gatunek stali, zatem genotyp składa się z jednego chromosomu (wektor zmiennych projektowych), a ten z pięciu genów (zmiennych projektowych). Cztery pierwsze geny określają geometrię przekroju, natomiast piąty określa gatunek stali.

Na podstawie powyższego wektor zmiennych projektowych ma postać jak poniżej:

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = X \quad (2)$$

gdzie:

$x_1$  - gen opisujący wysokość środnika (od 240 mm do 1680 mm, co 20 mm),

$x_2$  - gen opisujący grubość środnika (od 4 mm do 16 mm, co 1 mm),

$x_3$  - gen opisujący szerokość półek (od 50 do 800 mm, co 5 mm),

$x_4$  - gen opisujący grubość półek (od 4 mm do 30 mm co 2 mm),

$x_5$  - gen opisujący gatunek stali (1-St3S, 2-18G2A).

Zatem, poszukiwana jest geometria przekroju elementu oraz odpowiedź na pytanie, czy przy pewnych smukłościach środników stal niskostopowa nadal daje lepsze wyniki i czy opłaca się ją stosować.

Warunki ograniczające sformułowano na podstawie normy PN-90/B-03200 „Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie” [6]. Założono, że element spełnia ograniczenia dotyczące: stateczności ogólnej przy zwichrzeniu, stateczności lokalnej półek i środnika, nośności na zginanie, nośności na zginanie ze ścinaniem, nośności na ścinanie. Warunki ograniczające (normowe) przedstawiono poniżej:

$$\frac{M_1}{\phi_L \cdot M_{Rx}} \leq 1$$

$$\frac{T_y}{V_R} \leq 1 \quad (3)$$

$$\frac{M_1}{M_{Rv}} \leq 1$$

gdzie:

$\phi_L$  - współczynnik zwichrzenia,

$M_{Rv}$  - nośność na zginanie z uwzględnieniem niestateczności ścianek,

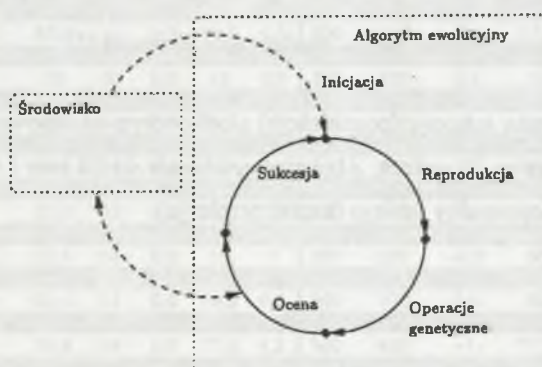
$V_R$  - nośność na ścinanie z uwzględnieniem niestateczności ścianek,

$M_{Rv}$  - zredukowana nośność na zginanie (ze względu na ścinanie).

## 4. Metoda optymalizacji

### 4.1. Opis ogólny algorytmu genetycznego

Wybrano metodę opartą na algorytmach genetycznych. Metoda ta doskonale nadaje się do rozwiązywania problemów dyskretnych. W analizowanym przypadku zarówno grubości blach składających się na przekrój, jak i wysokości średnika oraz szerokości półek są w praktyce zmiennymi dyskretnymi. W porównaniu do innej metody nadającej się do optymalizacji problemów dyskretnych: metody systematycznego poszukiwania; metoda oparta na algorytmach genetycznych przeważa pod względem wydajności, co promuje ją do wykorzystania w realnych problemach.



Rys. 2. Schemat algorytmu ewolucyjnego (J. Arabas, „Wykłady z algorytmów ewolucyjnych”[1])  
 Fig. 2. Evolutionary algorithm scheme (J. Arabas, „Lectures on evolutionary algorithms”[1])

Metoda oparta na algorytmach genetycznych wykorzystuje mechanizmy doboru naturalnego oraz prawa dziedziczności [4]. Obowiązuje tutaj również ewolucyjna zasada

przeżycia najlepiej przystosowanych. Metoda polega na stworzeniu populacji początkowej, spośród której poszukujemy najlepszych osobników w kolejnych uruchomieniach algorytmu poprawiającego przystosowanie populacji w trakcie określonej liczby iteracji. Schemat algorytmu ewolucyjnego pokazano na rys. 2.

#### 4.2. Opis algorytmu optymalizacji

W zastosowanym algorytmie wybrano dziesiętne kodowanie genotypu z pięcioelementowym chromosomem. Populację bazową tworzy się przez losowanie określonej liczby osobników (80) z całego zbioru osobników (ponad 7,5 mln) z rozkładem jednostajnym. Dobór osobników do reprodukcji (preselekcja) został zrealizowany przy użyciu preselekcji proporcjonalnej (ruletkowej). Wykorzystane operacje genetyczne to krzyżowanie oraz mutacja. Zastosowano operator krzyżowania wymieniającego, jednopunktowego, z prawdopodobieństwem krzyżowania równym 0,6. W przypadku mutacji wykorzystano mutację jednopunktową o prawdopodobieństwie 0,1. Środowisko oceniano za pomocą funkcji kary, przy czym zastosowano tzw. „karę śmierci”, osobnik niespełniający ograniczeń ma przystosowanie równe 0 (umiera). Wykorzystaną funkcję kary przedstawiono poniżej, przy czym należy podkreślić, że szuka się jej maksimum:

$$F_k(X) = \frac{1}{F(X)} \quad (4)$$

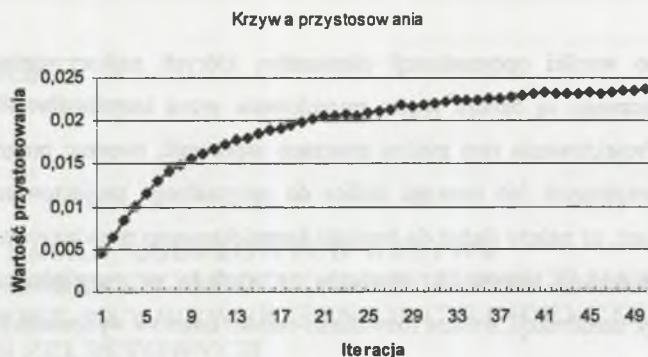
gdzie:

$F(X)$  - pole przekroju poprzecznego – funkcja celu ze wzoru (2).

W algorytmie wykorzystano sukcesję (postselekcję) z całkowitym zastępowaniem (trywialną). Obliczenia zatrzymuje się po 50 pętlach. Algorytm uruchamia się 50 razy i wśród wszystkich uruchomień wybiera się optymalny fenotyp (kształt przekroju).

#### 5. Wyniki obliczeń

Poniżej przedstawiono krzywą charakteryzującą zachowanie się algorytmu genetycznego (dla jednego z przypadków obciążeniowych). Pokazuje ona zależność zmiany średniej wartości przystosowania całej populacji, od ilości przeprowadzonych iteracji. Krzywa ta stworzona jest z punktów, z których każdy został otrzymany na podstawie 50 niezależnych uruchomień algorytmu (jest średnią arytmetyczną).



Rys. 3. Krzywa przystosowania

Fig. 3. Adaptation curve

Wynikiem przeprowadzonych obliczeń są optymalne geometrie przekrojów elementów. Poniżej przedstawiono część tabeli zawierającej zestawienie działających na element sił oraz odpowiadające tym zestawom sił optymalne przekroje.

Ty	M1	M2/M1	A	H	g	S	t	Ty	M1	M2/M1	A	H	g	S	t
kN	[kNm]	[-]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	kN	[kNm]	[-]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
200	100	-1	33,8	40	0,5	11,5	0,6	300	100	-1	37,2	36	0,6	13	0,6
200	100	-0,5	33,8	40	0,5	11,5	0,6	300	100	-0,5	37,8	40	0,6	11,5	0,6
200	100	0	34,2	38	0,5	13,5	0,6	300	100	0	37	34	0,5	12,5	0,8
200	100	0,5	36	36	0,5	15	0,6	300	100	0,5	39	36	0,6	14,5	0,6
200	100	1	37,2	36	0,5	16	0,6	300	100	1	40,2	34	0,5	14,5	0,8
200	200	-1	49	44	0,5	13,5	1	300	200	-1	52,2	42	0,6	13,5	1
200	200	-0,5	49	44	0,5	13,5	1	300	200	-0,5	52,8	38	0,6	15	1
200	200	0	49,2	44	0,5	17	0,8	300	200	0	53,2	46	0,6	16	0,8
200	200	0,5	49,4	46	0,5	16,5	0,8	300	200	0,5	53,2	46	0,6	16	0,8
200	200	1	50,6	42	0,5	18,5	0,8	300	200	1	55,2	44	0,6	18	0,8
200	300	-1	62,4	54	0,6	15	1	300	300	-1	66	52	0,6	14,5	1,2
200	300	-0,5	62,4	54	0,6	15	1	300	300	-0,5	66	54	0,6	14	1,2
200	300	0	62,4	58	0,6	18	0,8	300	300	0	68	54	0,6	14	1,2
200	300	0,5	63,6	54	0,6	19,5	0,8	300	300	0,5	66	50	0,6	18	1
200	300	1	64	50	0,5	20,5	1	300	300	1	67	50	0,6	18,5	1
200	400	-1	74,4	54	0,6	17,5	1,2	300	400	-1	77,8	64	0,7	16,5	1
200	400	-0,5	74,4	54	0,6	17,5	1,2	300	400	-0,5	77,8	64	0,7	16,5	1
200	400	0	74,4	54	0,6	21	1	300	400	0	77,4	62	0,7	17	1

## 6. Wnioski

Przedstawiono wyniki optymalizacji elementów, których najkorzystniejsze wymiary przekroju poprzecznego są bardzo często poszukiwane przez inżynierów w praktycznych zagadnieniach. Projektowanie ram można znacząco usprawnić, tworząc program oparty na algorytmach genetycznych lub tworząc tablice do optymalnego projektowania elementów ram. Oczywiście jest, że należy dążyć do bardziej kompleksowego rozwiązywania problemów optymalizacji konstrukcji ramowych, chociażby ze względu na uwzględnienie ograniczeń dotyczących ugięć konstrukcji, a także rozważanie całości kosztów wykonania [2].

## LITERATURA

1. Arabas J.: Wykłady z algorytmów ewolucyjnych. WNT, Warszawa 2001.
2. Farkas J., Jarmai K.: Economic Design of Metal Structures. Millpress, Rotterdam 2003.
3. Pałkowski Sz.: Konstrukcje stalowe - wytyczne obliczania i projektowania, praca zbiorowa. WUPK, Koszalin 1999.
4. Szymczak Cz.: Elementy teorii projektowania. PWN, Warszawa 1998.
5. Pereyra V.: An algorithm for optimal design of steel frame structures. Applied Numerical Mathematics 47, 2003, 503-514.
6. PN-90/B-02200, Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.

Recenzent: Prof. dr hab. Jan Karczewski