

Krzysztof ZIOPAJA\*  
Politechnika Poznańska

## WYKRYWANIE UKRYTYCH DEFEKTÓW KONSTRUKCJI ZA POMOCĄ TRANSFORMACJI FALKOWEJ

**Streszczenie.** Praca poświęcona jest efektywnemu wykorzystaniu dyskretnej transformacji falkowej do wykrywania defektów w układach prętowych i powierzchniowych. Rozważano różne typy falek w celu określenia ich przydatności w identyfikacji uszkodzeń. Analizowanym sygnałem jest „odpowiedź” konstrukcji, którą otrzymuje się z eksperymentu. Stosowano dyskretną transformację falkową jedno- i dwuwymiarową. Badano układy prętowe, które poddawano testom statycznym i dynamicznym oraz układy tarczowe, gdzie wykorzystywano wymuszenia fal i zjawiska przepływu ciepła. Eksperymenty przeprowadzono numerycznie w oparciu o MES. W testach numerycznych do analizowanego sygnału „odpowiedzi” konstrukcji dodano biały szum symulujący niedokładności pomiaru rzeczywistego.

## DEFECTS DETECTION USING WAVELET TRANSFORMATION

**Summary.** The paper is devoted to the effectiveness of the discrete wavelet transform in damage detection in structures. Discrete 1-D and 2-D wavelet transforms were used. The experiments were computer simulated using the FEM. The structural responses from numerical experiments were analyzed. Static and dynamic tests were used in damage detection in beams and in the case of plates the wave propagation and thermal problems were considered. To analyze signals the white noise was added to account for measurement errors.

### 1. Podstawy teoretyczne transformacji falkowej

Rozważana jest dowolna konstrukcja, w której spodziewamy się wystąpienia defektów o różnej intensywności. Naszym celem jest wykrycie uszkodzenia, pod warunkiem że jego wpływ na odpowiedź konstrukcji jest dostatecznie duży. Dodanie białego szumu do sygnału odpowiedzi z eksperymentu numerycznego ma za zadanie symulowanie rzeczywistych warunków przeprowadzania pomiarów, obciążonych pewnym błędem. W wykryciu

---

\* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Andrzej Garstecki

określonych nieciągłości analizowanych sygnałów bardzo dobrym narzędziem wydaje się dyskretna transformacja falkowa (discrete wavelet transform, w skrócie DWT). Podstawy teoretyczne transformacji falkowej zostały opublikowane szeroko w literaturze, np. Newland [1], Białasiewicz [2]. Jedną z pierwszych aplikacji falek do identyfikacji defektów opisano w pracy [3]. Poniżej omówiono w skrócie podstawowe informacje o analizie falkowej.

DWT jest metodą dekompozycji dowolnego sygnału  $f(x)$  jako nieskończoną sumę falek dla różnej rozdzielczości, co przedstawia poniższe rozwinięcie:

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{jk} W(2^j x - k), \quad (1)$$

gdzie  $W(x)$  jest falką matką (mother function), liczby całkowite  $j$  i  $k$  są odpowiednio indeksami dylatacji (scale) oraz przesunięcia (position). Określenie  $c_{jk}$  oznacza stałe numeryczne, zwane współczynnikami falkowymi. Ograniczenie zakresu niezależnej zmiennej  $x$  w jednostkowym obszarze  $(0,1)$ , gdzie  $x$  jest bezwymiarowe, i założenie, że  $f(x)$  jest w jednym okresie sygnału periodycznego, prowadzi do kolejnej formy rozwinięcia falkowego:

$$f(x) = a_0 \phi(x) + \sum_j \sum_k a_{2^j+k} W(2^j x - k), \quad (2)$$

gdzie  $\phi(x)$  jest funkcją skalującą (father function). Współczynniki  $a$  reprezentują amplitudy kolejnych falek. Liczba całkowita  $j$  określa różny poziom falek. DWT jest algorytmem generowania współczynników  $a$  wtedy, gdy  $f(x)$  jest zawarta w przedziale od  $0 \leq x \leq 1$ . Ponieważ liczba wartości jest ograniczona, każda jednowymiarowa funkcja  $f(x)$  jest aproksymowana przy użyciu  $N = 2^j$  wartości dyskretnych, co obrazuje zależność:

$$f(x) = S_j + D_j + D_{j-1} + \dots + D_j + \dots + D_2 + D_1, \quad (3)$$

gdzie  $D_j$  jest reprezentacją sygnału na poziomie  $j$ . Symbol  $D_1$  oznacza najbardziej detaliczną reprezentację transformowanego sygnału (o wysokiej częstotliwości). Określenie  $S_j$  oznacza łagodną, wygładzoną część sygnału.

Podobnie przebiega dwuwymiarowa dekompozycja funkcji  $f(x,y)$ , która przybiera następującą formę:

$$f(x,y) = S_j(x,y) + \sum_{j=1}^J D_j^V(x,y) + \sum_{j=1}^J D_j^H(x,y) + \sum_{j=1}^J D_j^D(x,y). \quad (4)$$

W równaniu (4) symbole  $D^V$ ,  $D^H$  i  $D^D$  wyrażają odpowiednio pionowy, poziomy i diagonalny detal obrazu (funkcji  $f(x, y)$ ). Każdy prezentowany detal jest sumą pionowych, poziomych i diagonalnych detali elementów na poziomie  $j$ :

$$D_j(x, y) = D_j^V(x, y) + D_j^H(x, y) + D_j^D(x, y) . \quad (5)$$

Dzięki tej własności powyższe metody reprezentacji sygnału nazywane są analizą wielorozdzielczą (multi-resolution analysis), zwaną także od twórcy piramidą Mallata.

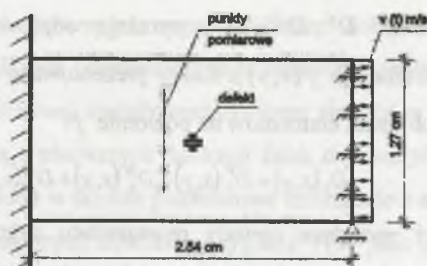
## 2. Wykrywanie uszkodzeń

### 2.1. Wymuszenie falowe

Zjawisko odbicia fal może być użyte w eksperymencie służącym lokalizacji uszkodzeń [4]. Przyjmujemy, że obciążeniem analizowanej konstrukcji jest wymuszenie na brzegu przemieszczenie o stałej prędkości (w formie funkcji Heaviside'a). Zakładamy, że mierzona odpowiedź modelu na to wymuszenie określona zostanie w przestrzeni jednowymiarowej, zlokalizowanej na linii prostopadłej do osi podłużnej płytki. Analizowane będą różne wielkości w węzłach, mianowicie: wektory przemieszczeń, wektory prędkości, wektory przyspieszeń. Model numeryczny przedstawiony jest na rys.1. Przyjmowano defekty o trzech odmiennych kształtach. Uszkodzenie zamodelowano jako lokalną redukcję sztywności poprzez wprowadzenie modułu Younga  $E_d = 10 \text{ GPa}$ . W pozostałej części płytki przyjmuje on wartość  $E = 200 \text{ GPa}$ . Prędkość przemieszczenia brzegu wzbudzającego falę przyjęto  $v(t) = 10 \text{ m/s}$ . Otrzymane z analiz numerycznych składowe poziome i pionowe amplitudy przemieszczeń, przyspieszeń i prędkości zostały poddane dyskretnej transformacji falkowej. We wszystkich transformacjach użyto falki „Daublet 4”.

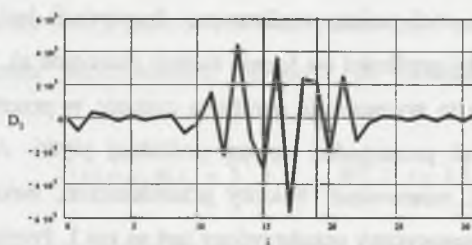
Założono, że wielkości mierzone w węzłach leżących wzdłuż linii prostopadłej do osi podłużnej płytki rejestrowane będą w tym samym momencie. Na drodze wielu testów odnotowano, że efektywność lokalizacji defektu silnie zależy od chwili czasowej, w której dokonuje się pomiaru. Najlepszy rezultat osiąga się wówczas, gdy pomiar przeprowadza się w węzłach tuż po przejściu przez nie frontu fali.





Rys. 1. Dwuwymiarowy model konstrukcji z uszkodzeniem i wymuszeniem falowym  
Fig. 1. Plate structure with the damage area and wave propagation problem

Okazuje się, że najistotniejsze informacje o konstrukcji, z punktu widzenia identyfikacji, są zawarte we froncie fali. Rysunek 2 przedstawia transformatę poziomej składowej amplitudy przyspieszenia.



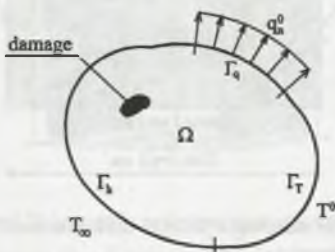
Rys. 2. Transformata falkowa (detal 1) sygnału poziomej składowej przyspieszenia  
Fig. 2. DWT (detail 1) of horizontal component of acceleration

Dodatkowo rozpatrywano wpływ kształtu obszaru uszkodzenia oraz odległości linii punktów pomiarowych od defektu na jakość transformacji falkowej pomierzonych sygnałów.

## 2.2. Procesy termiczne

Ta część referatu poświęcona jest efektywności lokalizacji uszkodzeń w układach dwuwymiarowych, bazując na eksperymentach związanych z przepływem ciepła [5]. Metody termograficzne obok emisji akustycznej, ultradźwięków i analizy modalnej należą do grupy nowoczesnych, szeroko stosowanych metod nieniszczących. Dzięki metodom termograficznym można otrzymać dwuwymiarowy obraz pola temperatury zarejestrowany na części konstrukcji. Otrzymany obraz pola temperatury będzie poddawany transformacji falkowej. Nawet niewielki defekt czy inkluzja spowoduje zmianę w odpowiedzi konstrukcji, co można będzie zauważyć dzięki analizie falkowej. W analizach numerycznych rozważany jest ustalony przepływ ciepła z uwzględnieniem konwekcji naturalnej, jak również przy jej

pominięciu. Rozpatruje się także problem przepływu nieustalonego. Model konstrukcji obciążonej termicznie przedstawia rys. 3.



Rys. 3. Dwuwymiarowy model konstrukcji obciążonej termicznie

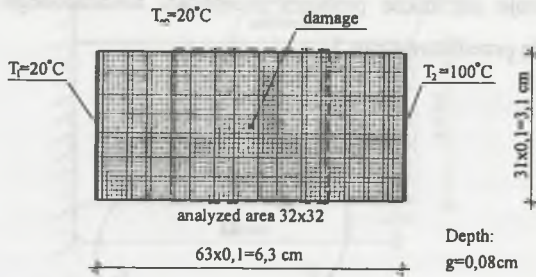
Fig. 3. Model of thermally loaded 2D-structure

Równania rządzące przepływem nieustalonym są następujące:

$$\left. \begin{aligned} -\operatorname{div} \mathbf{q}(\mathbf{x}, t) + f = c(\mathbf{x}) \dot{T}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{q}(\mathbf{x}, t) = \Lambda(\mathbf{x}) \cdot \nabla T(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \right\} \text{in } \Omega \quad \begin{aligned} T(\mathbf{x}, t) = T^0(\mathbf{x}, t) & \text{on } \Gamma_T \\ q_n(\mathbf{x}, t) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = q_n^0(\mathbf{x}, t) & \text{on } \Gamma_q \\ q_n(\mathbf{x}, t) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = h [T(\mathbf{x}, t) - T_\infty(\mathbf{x}, t)] & \text{on } \Gamma_h \\ T(\mathbf{x}, t) = T_0(\mathbf{x}) & \text{in } \Omega \cup \Gamma \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie  $\mathbf{q}$ ,  $f$ ,  $\Lambda$ ,  $T$ ,  $h$ ,  $c(\mathbf{x})$  to odpowiednio strumień ciepła, ciepło wygenerowane w jednostce objętości, macierz przewodności cieplnej, pole temperatury, współczynnik konwekcji oraz ciepło właściwe. Równanie (6) jest klasyczną formą równania przepływu ciepła określonego przez prawo Fouriera. Warunki wymiany ciepła na zewnętrznych powierzchniach ciała opisują warunki brzegowe: warunek Dirichleta  $\Gamma_T$ , Neumanna  $\Gamma_q$ , Henkela  $\Gamma_h$ . W przypadku gdy rozważamy ustalony przepływ ciepła, temperatura w rozpatrywanym punkcie nie zmienia się w czasie i jest funkcją jedynie położenia. Oznacza to, że znikają z równania (6) człony  $c(\mathbf{x}) \dot{T}(\mathbf{x}, t)$ , a warunek początkowy  $T(\mathbf{x}, 0)$  nie musi być definiowany.

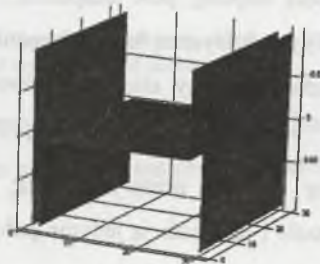
Przeanalizowano kilka przypadków zadań z różnymi parametrami materiałów, w oparciu o MES. Jednym z rozwiązywanych przykładów jest stalowa płytka przedstawiona na rys.4. Przyjęto następujące cechy modelowanego materiału: przewodność cieplna  $\lambda = 50 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ , współczynnik konwekcji  $h = 9.76 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , gęstość  $\rho = 7850 \text{ kg}/\text{m}^3$ , ciepło właściwe  $c = 450 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ . Uszkodzenie modelowane jest jako lokalna redukcja przewodności cieplnej  $\lambda$  o 10%, 25% oraz 50%, oznaczonej jako  $\lambda_d$ .



Rys. 4. Numeryczny model płytki stalowej z jednym uszkodzeniem

Fig. 4. FEM model of the structure

W zadaniu o strukturze widocznej na rys.4 modeluje się pojedyncze uszkodzenie oraz zakłada się ustalony przepływ ciepła. Dyskretnej transformacji falkowej poddano, otrzymany z analizy numerycznej, rozkład pola temperatury wybranego obszaru płytki. Na rys. 5 przedstawiono wynik tej transformacji przy założeniu idealnego izolowania badanej płytki. Wówczas współczynnik konwekcji równy jest  $h = 0 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ . Analizowano też przypadki, gdy występuje konwekcja naturalna, dla której obliczono współczynnik  $h = 9,76 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ . W każdym z przypadków użyto falki „Daublet 4”.

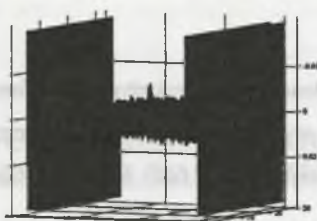


Rys. 5. Transformacja falkowa (detal  $D_1$ ) sygnału pola temperatury, uszkodzenie:  $\lambda_d = 45 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

Fig. 5. DWT (detail  $D_1$ ) of temperature signal, damage:  $\lambda_d = 45 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

W przypadku gdy będziemy analizować problem nieustalonego przepływu ciepła, ważną kwestią jest wybór odpowiedniej chwili czasowej, w której dokonamy pomiaru temperatury. Sprawdzono, że czas, po upływie którego temperatura ustabilizuje się na poziomie takim jak dla przepływu ustalonego, wynosi około 230 sekund. Rysunek 6 prezentuje wynik transformacji pola temperatury dla chwili czasowej wynoszącej  $t = 81,9 \text{ [s]}$  (przy uwzględnieniu konwekcji naturalnej).



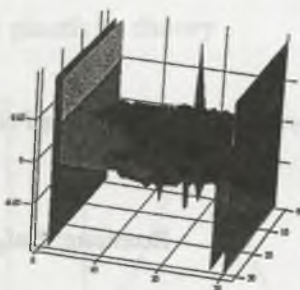


Rys. 6. Transformata falkowa (detal  $D_1$ ) sygnału pola temperatury, uszkodzenie:  $\lambda_d = 45 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

Fig. 6. DWT (detail  $D_1$ ) of temperature signal, damage:  $\lambda_d = 45 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

Ponadto rozpatrywano przypadek wystąpienia kilku stref uszkodzeń o różnym kształcie i intensywności. Przedstawiona poniżej na rysunku 7 transformacja falkowa pola temperatury pokazuje satysfakcjonującą efektywność DWT, która pozwala ustalać zarówno kształt (orientację) defektu, jak i szacunkową wielkość uszkodzenia. Współczynnik konwekcji naturalnej przyjęto  $h = 0 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .

Identyfikacja uszkodzeń w konstrukcjach rzeczywistych jest o wiele trudniejsza z uwagi na wiele czynników, które mogą zniekształcać czy zakłócać mierzony sygnał. Aby określić wpływ zaburzeń sygnału na jakość DWT, do odpowiedzi modelu konstrukcji dodano biały szum o intensywności  $\pm 0,01^\circ\text{C}$ . Podczas referowania pracy zostanie przedstawionych wiele innych przykładów.



Rys. 7. Transformata falkowa (detal  $D_1$ ) sygnału pola temperatury, 3 defekty:  $\lambda_d = 37,5 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

Fig. 7. DWT (detail  $D_1$ ) of temperature signal, 3 damage zones:  $\lambda_d = 37,5 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

### 3. Podsumowanie i wnioski

W referacie opisano zastosowanie dyskretnej transformacji falkowej do identyfikacji uszkodzeń. Opierając się na wielu symulacjach numerycznych, wykazano skuteczność tej metody. Ogromną zaletą tej metody jest fakt, że nie musimy znać informacji o konstrukcji nieuszkodzonej.

#### LITERATURA

1. Newland D. E.: An introduction to random vibrations. spectral & wavelet analysis. 3<sup>rd</sup> edition. Longman 1993.
2. Białasiewicz J. T.: Falki i aproksymacje. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2000.
3. Wang Q., Deng X.: Damage detection with spatial wavelets. International Journal of Solids and Structures, **36**, 3443-3468, 1999.
4. Knitter-Piątkowska A., Garstecki A.: Wavelet transformation in damage identification by dynamic tests. GAMM 75<sup>th</sup> Annual Scientific Conference, Dresden, Germany, March 2004.
5. Pozorski Z., Ziopaja K.: Damage identification by wavelet transformation of data measured in thermal processes. GAMM 75<sup>th</sup> Annual Scientific Conference, Dresden, Germany, March 2004.

*Praca była częściowo finansowana przez Politechnikę Poznańską DS11-557/2004.*

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Tadeusz Burczyński