ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1994
Seria: ELEKTRYKA z.141 Nr kol.1249

Janusz WALCZAK

OPTYMALIZACYJNA METODA SYNTEZY ELEMENTÓW NIELINIOWYCH I. SYNTEZA ELEMENTÓW BEZINERCYJNYCH

Streszczenie. W pracy zaproponowano metodę syntezy dwójników nieliniowych wykorzystującą metody optymalizacyjne. Rozwiązano kilka problemów syntezy bezinercyjnych dwójników nieliniowych przy wymuszeniach okresowych i niesinusoidalnych.

Pokazano również zastosowanie zaproponowanej metody do projektowania kompensatorów nieliniowych w obwodach z przebiegami okresowymi i niesinusoidalnymi.

OPTIMIZATION METHOD OF SYNTHESIS OF NONLINEAR ELEMENTS. I. SYNTHESIS OF RESISTIVE ELEMENTS

Summary. A method of nonlinear one-ports synthesis, based on optimization technique, has been proposed in this paper. Some problems of nonlinear resistive one-ports synthesis, by periodical and nonsinusoidal excitations, have been solved.

Applications of these methods to nonlinear compensators design, in systems with nonsinusoidal and periodical waveforms are presented.

ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ I. СИНТЕЗ БЕЗЫНЕРЦИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Резюме. В статье рассмотрен метод синтеза нелинейных двухполюсников с применением оптимизационных методов. Решены проблемы синтеза безынерционных нелинейных двухполюсников при периодических и несинусоидальных воздействиях. Показывается применение предлагаемого метода к проектированию нелинейных компенсаторов в цепях с несинусоидальными и периодическими процессами.

1. WSTĘP

Teorię syntezy liniowych i stacjonarnych obwodów elektrycznych można obecnie uważać w zasadzie za zakończoną. W przeciwieństwie do tego analiza i synteza układów parametrycznych nieliniowych stanowi intensywnie rozwijany dział teorii obwodów, któremu poświęconych jest wiele prac. Duża grupa prac dotyczy syntezy portretów fazowych nieliniowych równań różniczkowych i metod realizacji układowych tych równań [1], [8], często w postaci układów drabinkowych złożonych z dwójników nieliniowych i liniowych. Jedna z częściej stosowanych metod syntezy polega na identyfikacji jąder szeregów Volterry układów nieliniowych w dziedzinie czasu lub częstotliwości i następnej realizacji układowej tych jąder [5], [6], [7]. Czasem zagadnienie syntezy układów opisywanych operatorami analitycznymi Volterry lub Fredholma sprowadza się do syntezy portretów fazowych równoważnych im równań stanu [3]. Odrębna grupa metod syntezy nieliniowej polega na sprowadzeniu problemów syntezy do zagadnień nieliniowej filtracji optymalnej [2]. Zastosowaniu teorii filtru optymalnego do syntezy liniowych układów SLS poświęcona była praca [10]. Pewne uogólnienie tych wyników [10] na syntezę prostych układów nieliniowych realizowalnych w strukturach drabinkowych opisano poniżej. Proponowana metoda może znaleźć zastosowanie przy projektowaniu prostych kompensatorów w obwodach z przebiegami należącymi do wielu przestrzeni sygnałowych występujących w teorii obwodów.

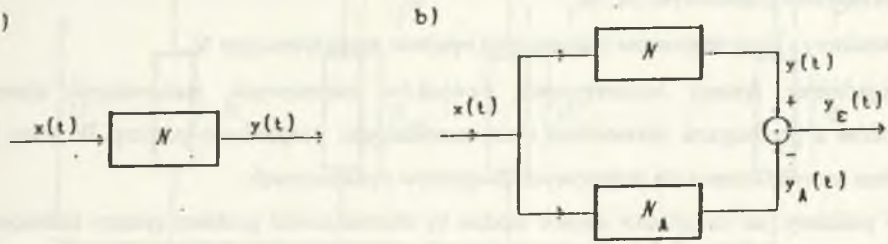
2. IDEA METODY SYNTEZY

Niech operator $\mathcal{N}$ dwójnika nieliniowego (rys.1a) odwzorowuje zbiór sygnałów wejściowych $x(t) \in \mathcal{B}_1$ w zbiór sygnałów wyjściowych $y(t) \in \mathcal{B}_2$:

$$\mathcal{N}: \mathcal{B}_1 \rightarrow \mathcal{B}_2 , \tag{1}$$

gdzie:

$\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ - przestrzenie sygnałowe Banacha



Rys.1. Idea metody syntezy

Fig.1. Idea of synthesis method

Rozpatrywane w pracy zagadnienie syntezy operatora $\mathcal{N}$ polega na wyznaczeniu operatora aproksymacyjnego $\mathcal{N}_A$ (rys.1b), który spełnia warunek:

$$\mathcal{J}(y_\varepsilon(t)) = J(\mathcal{N}x(t) - \mathcal{N}_A x(t)) < \varepsilon, \qquad \varepsilon > 0, \tag{2}$$

gdzie:

ε - dowolnie mała liczba,

$\mathcal{J}$ - funkcjonał jakości definiujący zadaną metrykę w przestrzeni $\mathcal{B}_2$.

Określenie operatora $\mathcal{N}_A$ sprowadzić można do poszukiwania optymalnego filtru nieliniowego poprzez rozwiązanie problemu optymalizacji:

$$\min_{\{\chi_\alpha\}} \mathcal{J}(\mathcal{N}x(t) - \mathcal{N}_A(\chi_\alpha)x(t)), \tag{3}$$

względem zbioru (χ_α) parametrów operatora aproksymującego $\mathcal{N}_A$. Rozpatrywana metoda implikuje równoważność (odległość, bliskość) operatorów $\mathcal{N}$, $\mathcal{N}_A$ w sensie dostatecznie małej metryki sygnału $y_\varepsilon(t)$ (rys.1b) dla zadanego sygnału wejściowego układu x(t). Tak rozumiane pojęcie "bliskości" operatorów $\mathcal{N}$, $\mathcal{N}_A$ jest bardzo ubogie i wynika z dużych trudności natury matematycznej związanych z jego uogólnieniem (zbiór operatorów nieliniowych $\{\mathcal{N}\}$ nie tworzy przestrzeni liniowej operatorów, a więc odległość pomiędzy takimi operatorami należałoby określać w terminach nienormowalnych przestrzeni metrycznych lub też ogólniej w terminach przestrzeni topologicznych).

Zastosowanie opisanej metody do syntezy dwójników nieliniowych wymaga uściślenia założeń odnośnie do:

- postaci funkcjonału $\mathcal{J}$ (2),
- przestrzeni sygnałowych $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$,
- struktury i klasy elementów realizujących operator aproksymacyjny $\mathcal{N}_A$.

Zagadnienie syntezy bezinercyjnych dwójników nieliniowych, stanowiących elementy obwodów z przebiegami okresowymi i niesinusoidalnymi, rozpatrzono poniżej. W pracy [11] problem ten rozpatrzono dla nieliniowych dwójników dynamicznych.

W podobny, jak to opisano, sposób można by sformalizować problem syntezy nieliniowych wielobiegunników w wektorowych przestrzeniach sygnałowych.

3. SYNTEZA DWÓJNIKÓW BEZINERCYJNYCH PRZY WYMUSZENIACH OKRESOWYCH

Przyjmijmy, że operator nieliniowy $\mathcal{N}$ (rys.1) odwzorowuje[1] przestrzeń $\mathcal{B}_2 = L_T^p$, p=2k, k∈N sygnałów napięciowych (T - okresowych i całkowalnych w p-tej potędze) w przestrzeni $\mathcal{B}_1 = L_T^2$ sygnałów prądowych (T-okresowych i całkowalnych z kwadratem) oraz że:

1. Funkcjonał jakości $\mathcal{J}$ (2) posiada postać kwadratu normy przestrzeni L_T^2,
2. Bezinercyjny operator aproksymacyjny $\mathcal{N}_A$ jest opisany równaniem:

$$ {}_k i(t) = \sum_{k=1}^{n} a_k u^k(t), \qquad a_k \in R, \tag{4} $$

Operator $\mathcal{N}_A$ może być realizowany w postaci struktury drabinkowej będącej równoległym połączeniem rezystorów nieliniowych, których prądy są proporcjonalne do kolejnych potęg napięcia zasilającego (rys.3).

Zadanie syntezy (2) (rys.3a) polega wiec na minimalizacji funkcjonału:

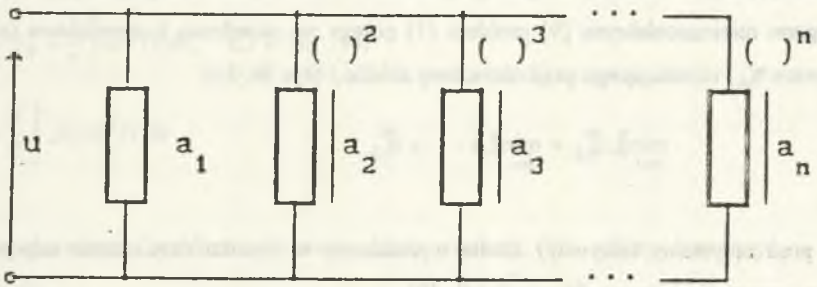
$$ \min_{\{a_k\}} \left\| {}_x i - \sum_{k=1}^{n} a_k u^k \right\|_{L_T^2}^2 \tag{5} $$

gdzie:

${}_x i$ - zadany prąd dwójnika opisanego operatorem $\mathcal{N}$ i zasilanego napięciem u,

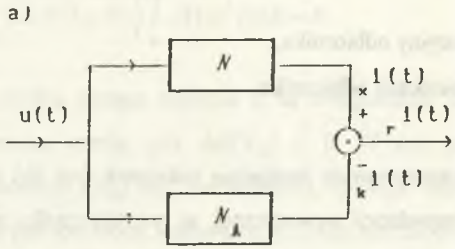
względem zbioru parametrów $\{a_k\}$ operatora opisującego syntetyzowany dwójnik nieliniowy.

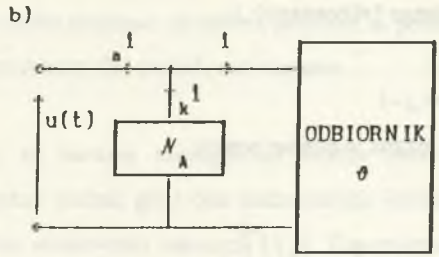
[1] Bardziej szczegółowo problem ten rozpatrzono w rozdziale 2 pracy [11].

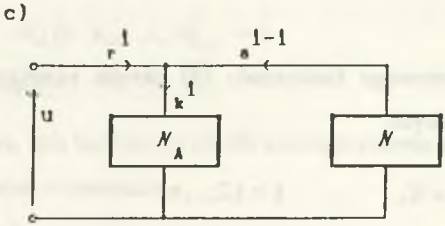


Rys.2. Realizacja operatora $\mathcal{N}_A$

Fig.2. Realization of operator $\mathcal{N}_A$







Rys.3.Ilustracja procesu syntezy

Fig.3. Illustration of synthesis proces

W interpretacji stosowanej często przy analizie właściwości energetycznych obwodów z przebiegami niesinusoidalnymi [9] problem (5) polega na określeniu kompensatora (opisanego operatorem $\mathcal{N}_A$) eliminującego prąd różnicowy źródła ${}_r i$ (rys.3b, 3c):

$$\min_{\{a_k\}} \| {}_x i \|^2_{L^2_T} = \min_{\{a_k\}} \| {}_a i - i - {}_k i \|^2_{L^2_T} \tag{6}$$

gdzie:

${}_a i$ - prąd optymalny (aktywny) źródła wyznaczony w wyniku rozwiązania odpowiedniego problemu optymalizacyjnego dla tego źródła [9],

i - prąd odbiornika określony wzorem:

$$i = O\,u, \tag{7}$$

gdzie:

O - zadany operator admitancyjny odbiornika,

u - napięcie optymalne na zaciskach odbiornika.

Należy zauważyć, że w rozpatrywanym problemie odbiornik (rys.3b) może być zasilany ze źródła napięcia o niezerowej impedancji wewnętrznej, w tym przypadku napięcie optymalne na zaciskach odbiornika i dwójnika kompensacyjnego $\mathcal{N}_A$ określa się [9] na podstawie znanego opisu (modelu) źródła i prądu optymalnego (aktywnego) ${}_a i$.

Przyjmując, że prąd ${}_x i$ (rys.3a):

$${}_x i = {}_a i - i \tag{8}$$

jest zadany, problem (6) zapisać można w postaci wzoru:

$$\min_{\{a_k\}} \left[\frac{1}{T} \int_0^T \left[{}_x i(t) - \sum_{k=1}^{n} a_k u^k(t) \right]^2 dt \right] \tag{9}$$

Współrzędne punktu stacjonarnego funkcjonału (9) określa rozwiązanie (a_k), $k \in \{1,..,n\}$ poniższego układu równań liniowych:

$$\sum_{k=1}^{n} Y_{kl} a_l = X_k \quad , \quad k = 1,2,..,n \tag{10}$$

gdzie:

$$Y_{kl} = Y_{lk} = \frac{1}{T}\int_0^T u^{l+k}(t)dt, \quad k,l \in \{1,..,n\}, \tag{11}$$

$$X_k = \frac{1}{T}\int_0^T {}_x i(t)u^k(t)dt \tag{12}$$

Analizę rozwiązań problemu (6) oraz układu równań (10) należy rozpatrzyć w dwóch przypadkach:

1.

$$\bigwedge_{k\in\{1,..,n\}} ({}_x i, u^k)_{L_T^2} = \frac{1}{T}\int_0^T {}_x i(t)u^k(t)dt = 0 \tag{13}$$

Jeżeli prąd ${}_x i$ i dowolna potęga napięcia u są ortogonalne, to układ równań (10) posiada rozwiązania niezerowe wtedy, gdy $\det[Y_{kl}] = 0$. W tym przypadku forma kwadratowa zbudowana na macierzy $[Y_{kl}]$ jest nieokreślona, a więc warunek wystarczający minimum funkcjonału (6) nie jest spełniony, omawiany problem nie ma więc rozwiązania.

2. Jeżeli $\det[Y_{kl}] \neq 0$ oraz warunek (13) nie jest spełniony, a forma kwadratowa zbudowana na macierzy $[Y_{kl}]$ jest ściśle dodatnio określona (macierz ta posiada wyłącznie dodatnie wartości własne), to problem syntezy (6) posiada rozwiązanie.

Należy zauważyć, że bardziej szczegółowa analiza rozwiązań problemu (6) metodami jakościowymi jest bardzo trudna, gdyż bez dodatkowych informacji odnośnie do napięcia u(t) niemożliwa jest analiza właściwości macierzy $[Y_{kl}]$. Z wymienionego powodu również analiza właściwości operatora $\mathcal{N}_A$ polegająca na podaniu warunków, przy których spełnione są wzory:

$$\lim_{n\to\infty} \left\| {}_x i - \mathcal{N}_A(a_1, a_2, .., a_n)u \right\|^2_{L_T^2} \to 0, \tag{14}$$

$$\lim_{n\to\infty} a_n \to 0, \tag{15}$$

nie wydaje się możliwa, tym bardziej że nie dla każdego stopnia aproksymacji (por. (4)) problem syntezy (6) musi posiadać rozwiązanie.

4. MODYFIKACJA PROCESU SYNTEZY

Proponowana modyfikacja polega na zastąpieniu zadania (5) ciągiem problemów minimalizacji:

$$\min_{\{a_k\}} \left\| {}_x i^{(k-1)} - a_k u^k \right\|^2_{L^2_T}, \quad k = 1,2,..,n, \tag{16}$$

gdzie:

$$ {}_x i^{(k-1)} = \begin{cases} {}_x i - i, & \text{dla } k = 1 \\ {}_x i - i - \sum_{i=1}^{k-1} a_i u^i, & \text{dla } k > 1 \end{cases} \tag{17}$$

rozwiązywanych kolejno (k=1,2,..,n) aż do momentu, gdy wartość skuteczna $\|\cdot\|_{L^2_T}$ prądu różnicowego ${}_r i^{(k)}$:

$$ {}_x i^{(k)} = {}_x i^{(k-1)} - a_k u^k \tag{18}$$

jest dowolnie mała. Realizacja operatora $\mathcal{N}_A$ polega więc na dołączaniu do struktury drabinkowej (rys.2), w kolejnych krokach iteracji, elementów bezinercyjnych nieliniowych, których współczynniki a_k określa się przez rozwiązywanie problemów (16). Prądy tych elementów są proporcjonalne ze współczynnikami wagi a_k do kolejnych potęg napięcia u (rys.2). Łatwo wykazać, że warunki konieczne i wystarczające rozwiązania każdego z problemów (16) są zawsze spełnione oraz że rozwiązanie dowolnego k-tego problemu syntezy określa wzór:

$$a_k = \frac{({}_x i^{(k-1)}, u^k)_{L^2_T}}{(\|u\|_{L^{2k}_T})^{2k+2}} = \frac{\frac{1}{T}\int_0^T {}_x i^{(k-1)}(t) u^k(t) dt}{\left[\frac{1}{T}\int_0^T u^{2k}(t) dt\right]^2}, \quad k = 1,2,..n \tag{19}$$

Na podstawie nierówności Höldera oraz znanych [4] zależności pomiędzy normami funkcji całkowalnych w p-tej potędze a parametrem p uzyskuje się następujące oszacowanie na współczynniki a_k:

$$|a_k| \le \frac{\left\| \sqrt{|{}_x i^{(k-1)}|} \right\|_{L^{2k}_T}}{\left(\|u\|_{L^{2k}_T}\right)^{2k+1}}, \quad k = 1,2,... \tag{20}$$

Ponieważ każdy z problemów (16) posiada rozwiązanie, to wyrażenie $\left\| \sqrt[k]{|_x i^{(k-1)}|} \right\|_{L_T^{2k}}$ jest malejącą funkcją parametru k (stopnia wielomianu (4) określającego operator $\mathcal{N}_A$), norma $\|\cdot\|_{L_T^2}$ dowolnej funkcji $f \in L_T^p$ jest niemalejącą funkcją parametru p, zatem z oszacowania (20) wynika, że ciąg współczynników wielomianu (4) dąży do zera przy k .

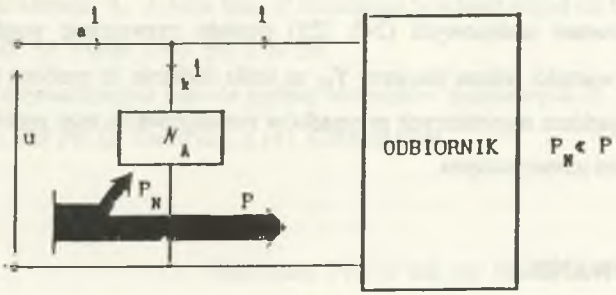
Jeżeli normy $\|\cdot\|_{L_T^{2k}}$ są rosnącymi funkcjami zmiennej k, to ze wzoru (20) wynika, że możliwa jest aproksymacja operatora nieliniowego operatorem $\mathcal{N}_A$ realizowalnym w strukturze drabinkowej zawierającej niewielką liczbę elementów.

5. ZAGADNIENIA ENERGETYCZNE

Zastosowanie opisanych metod syntezy do doboru kompensatorów ograniczających wartości skuteczne i zniekształcenia prądów w obwodach z przebiegami niesinusoidalnymi [9] wymaga często narzucenia dodatkowych ograniczeń na projektowane układy. Jedno z najważniejszych ograniczeń dotyczy mocy czynnej P_N:

$$P_N = (u,_k i)_{L_T^2} = \sum_{k=1}^{n} a_k \frac{1}{T}\int_0^T u^{k+1}(t)dt \tag{21}$$

pobieranej przez kompensator. Moc czynna P_N powinna być z reguły niewielka w porównaniu z mocą czynną odbiornika zasilanego ze źródła napięcia u (rys.4).



Rys.4. Bilans mocy czynnej w układzie: źródło - odbiornik

Fig.4. A balance of active power in the source-load system

Możliwa jest modyfikacja problemu (6) polegająca na uzupełnieniu go o ograniczenie równościowe wynikające z mocy czynnej pobieranej przez dwójnik opisany operatorem $\mathcal{N}_A$:

$$\min_{(a_k)} \left\| {}_x i - \sum_{k=1}^{n} a_k u^k \right\|^2_{L^2_T} , \tag{22}$$

$$P_w = \left(u, \sum_{k=1}^{n} a_k u^k \right)_{L^2_T} , \tag{23}$$

gdzie:

P_N - zadana moc czynna pobierana przez dwójnik N_A.

Z warunków koniecznych minimum funkcjonału Lagrange'a odpowiadającego problemowi (22), (23) wynika poniższy układ równań:

$$\sum_{l=1}^{n} Y_{kl} a_l = X'_k \quad , \quad k = 1,2,\ldots,n \tag{24}$$

$$P_N = \sum_{k=1}^{n} a_k A_k \tag{25}$$

gdzie

$$X'_k = X_k - \lambda A_k \tag{26}$$

Y_{kl}, X_k - określają wzory (11), (12),

$$A_k = \frac{1}{T} \int_0^T u^{k+1}(t)dt \quad , \tag{27}$$

$\lambda \in R$ - mnożnik Lagrange'a.

Jeżeli układ równań nieliniowych (24), (25) posiada rozwiązanie względem zmiennych $(a_1, a_2, .., a_n, \lambda)$ oraz wartości własne macierzy Y_{kl} są ściśle dodatnie, to problem (22), (23) posiada rozwiązania. Z wyjątkiem najprostszych przypadków rozwiązywanie tego problemu możliwe jest wyłącznie metodami numerycznymi.

6. PODSUMOWANIE

Przedstawione w artykule problemy optymalizacyjne umożliwiają syntezę bezinercyjnych elementów nieliniowych opisywanych charakterystykami typu wielomianowego i realizowalnych

w strukturach drabinkowych. Zastosowanie metod optymalizacyjnych do syntezy nieliniowych elementów dynamicznych przedstawiono w pracy [11].

LITERATURA

1. Chua L.O., Green D.N.: Synthesis of Nonlinear Periodic System. IEEE Trans. on CAS, Vol.CAS-11, No 5, March 1974, pp.286-294.
2. Chua L.O., Schilling R.J.: An Algorithm for Modelling the Step Response Behavior of Ground Stable Nonlinear Systems. IEEE Trans. on CAS, vol.CAS-21, No 3, May 1974, pp.417-423.
3. Hunt L.R., Linebarger D.A., De Groat R.D.: Realizations of nonlinear Systems. Proc. IEEE on Circuits, Systems and Signal Processing. Vol.8, No 4, 1989, pp.487-506.
4. Kudrewicz J.: Analiza funkcjonalna dla automatyków i elektroników. PWN, Warszawa 1976.
5. Larsen T.: Determination of Volterrn Transfer Functions of Non-linear Multiport Networks. Int. Jour. of Circuits Theory and Appl., Vol.21, 1992, pp.107-131.
6. Schetzen M.: The Volterrn and Wiener Theories of Nonlinear Systems, J.Wiley. New York, 1980.
7. Smets H.B.: Analysis and Synthesis of Nonlinear systems. IRE Trans. on CAS, No 6, Dec. 1960, pp.459-469.
8. Vivani G.L.: On Synthesis and Design of Multi-Stable Devices. IEEE Int. Symp. on CAS, ICAS'88, Budapest, pp.739-742.
9. Walczak J., Gawłowski A.: A New Idea of Immitance Synthesis Based on Optimized Methods. Proc.of MMME'93, Pilzno 1993, pp. 276-293.
10. Walczak J.: Optymalizacyjna metoda syntezy elementów nieliniowych. II. Synteza elementów dynamicznych. ZN Pol.Śl. Elektryka, z.141, Gliwice 1994 .

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Maciej Siwczyński

Wpłynęło do Redakcji 25 kwietnia 1994 r.

Abstract

In this paper a new idea of nonlinear one-ports synthesis has been presented. The idea consists in solving some problems of optimal, nonlinear filter theory (Fig.1) in function spaces with correctly defined metric. A minimization of quality functionals of output difference signals of two one-ports with regard to parameters of on operator N_A, leads to a solution of the synthesis problem. The first of the one-ports is described by the given operator N. The other of is described by a searched approximation operator N_A. The proposed method is applied to formalization and solution of three synthesis problems for noninertial approximation operator N_A with polynominal characteristics. The first problem concerns classical minimization of difference signals of two one-ports (Fig.3, eg.5). The second concern multi-step minimization method (eg.15) and the third one concerns minimization of square norm of difference signals of these one ports with limitation on active power of the one-port which is described by operator N_A (eg. (22), (23)). Existence conditions of solutions of the problems and these solutions have been given in the closed form. Some applications of the proposed methods to design nonlinear compensators in systems with periodical, nonsinusoidal waveforms have also presented.