

Marian PASKO

DOBÓR KOMPENSATORÓW OPTIMALIZUJĄCYCH WARUNKI PRACY RZECZYWISTYCH ŹRÓDEŁ TRÓJFAZOWYCH OKRESOWYCH NIESINUSOIDALNYCH

Streszczenie W prezentowanej pracy zaproponowano wyznaczenie kompensatorów optymalizujących warunki pracy rzeczywistych źródeł trójfazowych o napięciach okresowych niesinusoidalnych. Wyznaczono prądy optymalne przy różnych warunkach na strumień mocy czynnej P za pomocą mnożników Lagrange'a. Wyznaczone w ten sposób prądy optymalne oraz znajomość widma admitancji odbiornika dla rozpatrywanych harmonicznych stanowią podstawę do syntezy kompensatorów. Przedstawione rozważania zilustrowano przykładem.

SELECTION OF COMPENSATORS OPTIMIZING WORKING CONDITIONS OF THREE-PHASE SOURCES WITH NONSINUSOIDAL WAVEFORMS

Summary Selection of the compensators used to optimization of the three-phase real nonsinusoidal sources working conditions is proposed. Optimal currents for different conditions of the flow of the active power flux P are determined. Minimization is realised by means of Lagrange multiplier method. These currents and knowledge of the load admittance spectrum for harmonics taken under consideration are the basis of the compensator synthesis. Considerations presented in the paper are illustrated with an example.

ПОДБОР КОМПЕНСАТОРОВ ОПТИМИЗИРУЮЩИХ УСЛОВИЯ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНЫХ ИСТОЧНИКОВ С ДЕФОРМИРОВАННЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ

Резюме. В работе рассмотрен подбор компенсаторов оптимизирующих условия работы трехфазных источников с деформированным напряжением. Определены оптимальные токи источника для различных вариантов потока активной мощности P . Минимизация была проведена с применением метода множителей Лагранжа. Определенные оптимальные токи и знакомство спектра адмитанса приемника являются исходными данными для синтеза компенсаторов. Представленные рассуждения проиллюстрированы примером.

1. WSTĘP

Rozważania przeprowadzone w pracy [6] dla układów jednofazowych zostaną uogólnione na układy trójfazowe. Będą rozpatrzone obwody ze źródłami trójfazowymi symetrycznymi okresowymi odkształconymi o niezerowej impedancji wewnętrznej. Rozważania te były już częściowo przedstawione w pracach autora [7],[8] dla układu, źródło-kompensator-odbiornik, podanego na rys. 1.

Motywacja przyjęcia takiej struktury jest następująca:

- rozwiązanie poszczególnych zadań optymalizacyjnych oraz poszczególnych wariantów prowadzi do wyróżnienia prądów optymalnych źródła w postaci jawnej (analitycznej),
- admitancje kompensatorów dla poszczególnych harmonicznych są możliwe do określenia również w sposób jawny bez uciekania się do metod przybliżonych, co umożliwia łatwość syntezy koniecznych kompensatorów.

W pracach [10], [11] zaproponowano i wyznaczono na drodze optymalizacyjnej prąd zapewniający ustalony kompromis pomiędzy minimum wartości skutecznej prądu źródła a jego zniekształceniami przy zadanym warunku na stałość mocy czynnej źródła. Podano również warunki na dobór kompensatora równoległego w postaci układów równań nieliniowych względem niewiadomych kG_h oraz kB_h , w wielu przypadkach możliwych do rozwiązania tylko metodami numerycznymi.

W pracy [8] oraz niniejszym artykule wyznaczono prądy optymalne dla różnych zadań optymalizacyjnych i wariantów ograniczeń na moc czynną P . Podano warunki do wyznaczenia admitancji kompensatora w sposób jawny (analityczny).

2. SFORMUŁOWANIE I ROZWIĄZANIE PRZEDSTAWIONYCH ZAGADNIĘĆ

Układ przedstawiony na rys. 1 określony jest za pomocą danych:

- napięcie źródłowe

$$e_1(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_{1h} \exp jh\omega_0 t. \quad (1)$$

Zakłada się, że źródło trójfazowe jest symetryczne, czyli spełnia zależności:

$$e_2(t) = e_1(t - T/3), \quad e_3(t) = e_1(t + T/3),$$

napięcie $e_1(t)$ jest okresowe niesinusoidalne, nie zawiera harmonicznych tworzących układ kolejności zerowej,

E_{1h} - oznacza wartość skuteczną zespoloną napięcia źródła dla h -tej harmonicznej,

- macierz impedancji wewnętrznej źródła trójfazowego

$$\mathbf{Z}_h = \mathbf{R}_h + j\mathbf{X}_h, \quad \mathbf{Z}_h = \mathbf{Z}_h^T, \quad h \in N_0 \text{ indeks } T \text{ oznacza transpozycje macierzy.} \quad (2)$$

- macierz admittancej odbiornika

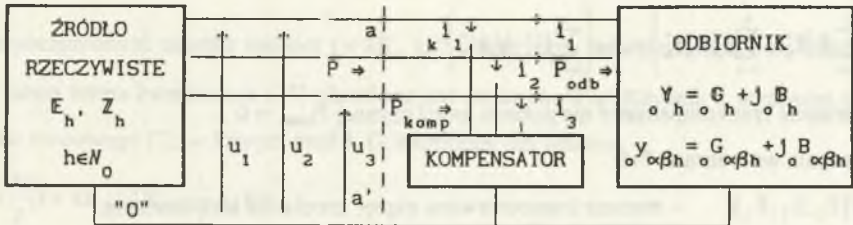
$${}^0\mathbf{Y}_h = {}^0\mathbf{G}_h + j {}^0\mathbf{B}_h, \quad {}^0\mathbf{Y}_h = {}^0\mathbf{Y}_h^T, \quad h \in N_0. \quad (3)$$

Impedancje wewnętrzne źródła oraz odbiornika są typu SLS.

Dla obwodu z rys.1 należy przez dobór kompensatorów o admittancejach

$${}_k\mathbf{Y}_{\alpha 0h} = {}_k\mathbf{G}_{\alpha 0h} + j {}_k\mathbf{B}_{\alpha 0h}, \quad \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0, \quad (4)$$

włączonych pomiędzy daną fazę a przewód zerowy (o którym zakłada się, że posiada zerową impedancję) - (por. rys.1) doprowadzić do prądów optymalnych według następujących zadań optymalizacyjnych P1., P2.



Rys.1. Układ trójfazowy: Źródło rzeczywiste-kompensator-odbiornik

Fig.1. Three-phase network: real source-compensator-load

Zadanie P1.: przeprowadzić minimalizację wartości skutecznej prądu źródła

$$\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*, \quad \alpha \in \{1,2,3\}. \quad (5)$$

Zadanie P2.: przeprowadzić minimalizację funkcji celu, która jest zadaniem kompromisem pomiędzy minimalną wartością skuteczną prądu a jego zniekształceniami względem przebiegu sinusoidalnego

$$\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*, \quad \alpha \in \{1,2,3\}. \quad (6)$$

$$\nabla_h^2 = \delta_0 + \delta_1 (h\omega)^2 + \delta_2 (h\omega)^4 + \dots + \delta_l (h\omega)^{2l}, \quad \delta_1 > 0, \delta_l \geq 0, \quad l\text{-rzęd pochodnej.}$$

Zadanie optymalizacyjne (5) nazywane jest w literaturze [1] minimalizacją w $L_3^2(0,T)$, natomiast (6) minimalizacją w $W_3^{2,6}(0,T)$ [10], [11].

Zadania optymalizacyjne P1., P2. należy przeprowadzić dla trzech wariantów ograniczeń nałożonych na moc czynną P.

Wariant A.

$$P = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n \mathbf{E}_h^T \mathbf{I}_h^* - \sum_{h=1}^n \mathbf{I}_h^T \mathbf{Z}_h^T \mathbf{I}_h^* \right\}. \quad (7)$$

Wariant ten najczęściej rozpatrywany w literaturze [11] zapewnia stałość mocy czynnej w danym przekroju a-a' (por. rys. 1) przed i po kompensacji.

Wariant B.

$$P = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n \mathbf{U}_{ho}^T \mathbf{Y}_h \mathbf{U}_h^* \right\} \quad (8)$$

Wariant ten zapewnia stałość mocy czynnej odbiornika przed i po kompensacji.

Wariant C.

$$\operatorname{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n \mathbf{E}_h^T \mathbf{I}_h^* - \sum_{h=1}^n \mathbf{I}_h^T \mathbf{Z}_h^T \mathbf{I}_h^* \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n \mathbf{U}_{ho}^T \mathbf{Y}_h \mathbf{U}_h^* \right\} \quad (9)$$

W wariancie tym kompensator nie pobiera mocy czynnej $P_{\text{komp}} = 0$.

Oznaczenia we wzorach 7÷9:

$\mathbf{E}_h^T = [E_1, E_2, E_3]_h$ - macierz transponowana napięć źródła dla harmonicznej,

$\mathbf{I}_h^T = [I_1, I_2, I_3]_h$ - macierz transponowana prądów źródła dla h-tej harmonicznej,

$\mathbf{U}_h = \mathbf{E}_h - \mathbf{Z}_h \mathbf{I}_h$ - macierz napięcia na odbiorniku dla h-tej harmonicznej,

\mathbf{I}_h^* - macierz sprzężona do macierzy \mathbf{I}_h , $h \in N_0$,

$$P = (u|i)_{L_3^2(0,T)} = \sum_{\alpha=1}^3 \int_0^T u_{\alpha}(t) i_{\alpha}(t) dt = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n \mathbf{U}_{ho}^T \mathbf{I}_h^*, \quad \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0. \quad (10)$$

Rozwiązanie zagadnienia przeprowadza się za pomocą mnożników Lagrange'a. Funkcjonał Lagrange'a, np. dla zadania P1. wariantu A ma postać

$$\Phi(\lambda, \{\mathbf{I}_h\}) = \sum_{h=1}^n \mathbf{I}_h^T \mathbf{I}_h^* + \lambda \left(P - \operatorname{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n \mathbf{E}_h^T \mathbf{I}_h^* - \sum_{h=1}^n \mathbf{I}_h^T \mathbf{Z}_h^T \mathbf{I}_h^* \right\} \right) \quad (11)$$

Wektorowi prądu I_h nadajemy dowolny przyrost ΔI_h , wówczas $I_{1h} = I_h + \Delta I_h$,

$$\text{stad: } \Phi_1(\lambda, \{I_h\}) = \sum_{h=1}^n I_h^T I_h^* + \lambda \left(P - \operatorname{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n E_h^T I_h^* - \sum_{h=1}^n I_h^T Z_h^T I_h^* \right\} \right). \quad (12)$$

Przyrost funkcjonału Lagrange'a ma postać

$$\Delta \Phi = \Phi_1 - \Phi = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n (2I_h^T (1 + \lambda R_h) - \lambda E_h^T) \Delta I_h^* + \sum_{h=1}^n \Delta I_h^T (1 + \lambda R_h) \Delta I_h^*. \quad (13)$$

Warunkiem wystarczającym istnienia minimum funkcjonału Lagrange'a (11) jest, aby

$$\bigwedge_{\Delta I_h, h \in N_0} \Delta \Phi > 0.$$

Warunkiem koniecznym istnienia minimum jest spełnienie równania wektorowego

$$\bigwedge_{h \in N} (2I_h^T (1 + \lambda R_h) - \lambda E_h^T) = 0. \quad (14)$$

Warunek wystarczający jest spełniony dla dowolnego przyrostu ΔI_h , gdy forma kwadratowa określona wzorem (15) jest dodatnia, tzn.:

$$\bigwedge_{h \in N} (\Delta I_h^T (1 + \lambda R_h) \Delta I_h^*) > 0. \quad (15)$$

Wobec poczynionych założeń macierz $1 + \lambda R_h$ jest symetryczna oraz nieosobliwa dla każdego $\lambda \geq 0$, zatem forma kwadratowa (15) określona jest dodatnio. Współczynnik λ wyznacza się z warunku mocowego (7), w którym prąd $I_h(\lambda)$ określony jest wzorem

$$I_h(\lambda) = \frac{\lambda}{2} (1 + \lambda R_h)^{-1} E_h = \frac{\lambda}{2} A_h E_h \quad (16)$$

stad

$$P(\lambda) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n E_h^T I_h^*(\lambda) - \sum_{h=1}^n I_h^T(\lambda) Z_h^T I_h^*(\lambda) \right\} = F(\lambda). \quad (17)$$

Można wykazać, podobnie jak to zrobiono w pracach [9], [10], że $F(\lambda)$ monotonicznie narasta dla $\lambda > 0$, a tym samym istnieje jednoznaczne rozwiązanie zadania optymalizacyjnego (5) przy warunku (7). Wyznamy w tym celu pochodną $F(\lambda)$

$$F'(\lambda) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{h=1}^n E_h^T (I_h^*(\lambda))' - \sum_{h=1}^n ((I_h^T(\lambda))' R_h^T I_h^*(\lambda) + I_h^T(\lambda) R_h^T (I_h^*(\lambda))') \right\}. \quad (18)$$

Różniczkując obustronnie równanie (14) względem λ mamy

$$R_h I_h(\lambda) + (1 + \lambda R_h) I_h'(\lambda) = \frac{1}{2} E_h. \quad (19)$$

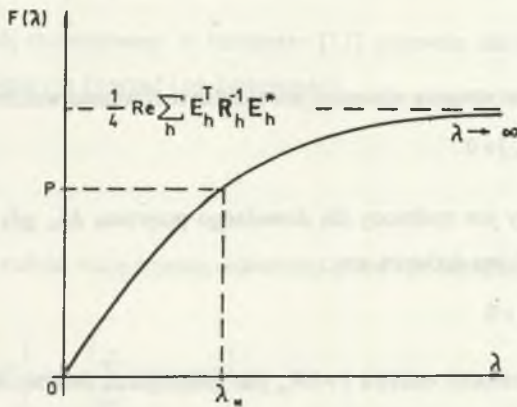
Wykorzystując równanie (19) oraz przekształcając równanie (18) otrzymujemy

$$F'(\lambda) = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n (\mathbf{I}_h^T(\lambda))' (1 + \lambda \mathbf{R}_h) (\mathbf{I}_h^*(\lambda))' \geq 0, \text{ dla } \lambda > 0. \quad (20)$$

Dla $\lambda = 0 \rightarrow \mathbf{I}_h(\lambda) = 0 \rightarrow F(0) = 0$.

$$\text{Dla } \lambda \rightarrow \infty \quad \mathbf{I}_h(\lambda) = \frac{1}{2} \mathbf{R}_h^{-1} \mathbf{E}_h, F(\lambda) \Big|_{\lambda \rightarrow \infty} = \frac{1}{4} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n \mathbf{E}_h^T \mathbf{R}_h^{-1} \mathbf{E}_h^*.$$

Przebieg zmienności $F(\lambda)$ $\lambda \in (0, \infty)$ przedstawiono na rys.2.



Rys.2. Wykres funkcji $F(\lambda)$

Fig.2. Plot of the function $F(\lambda)$

Dla wyznaczonego z równania (17) $\lambda_* > 0$ prąd optymalny źródła ma postać

$$\bigwedge_{h \in N_0} \left(\mathbf{I}_h^{\text{opt}} = \frac{\lambda_*}{2} (\mathbf{1} + \lambda_* \mathbf{R}_h)^{-1} \mathbf{E}_h = \frac{\lambda_*}{2} \mathbf{A}_h \mathbf{E}_h \right) \quad (21)$$

Napięcie na odbiorniku przy prądzie optymalnym (21) wynosi

$$\mathbf{U}_h^{\text{opt}} = \mathbf{E}_h - \mathbf{Z}_h \mathbf{I}_h^{\text{opt}} = \mathbf{E}_h - \frac{\lambda_*}{2} \mathbf{Z}_h \mathbf{A}_h \mathbf{E}_h = \left(\mathbf{1} - \frac{\lambda_*}{2} \mathbf{Z}_h \mathbf{A}_h \right) \mathbf{E}_h. \quad (22)$$

Ze znajomości prądu optymalnego $\mathbf{I}_h^{\text{opt}}$ oraz napięcia optymalnego $\mathbf{U}_h^{\text{opt}}$ $h \in N_0$ wyznacza się wektor prądu kompensatora ${}_k \mathbf{I}_h$. Na podstawie znanego wektora prądu kompensatora można wyznaczyć parametry admitancji kompensatora zapewniającego prąd optymalny. Z rys.1 wynika, że

$$\bigwedge_{h \in N_0} (\mathbf{I}_h^{\text{opt}} = {}_k \mathbf{I}_h + \mathbf{I}_h),$$

gdzie: (23)

$$\mathbf{I}_h = {}_o \mathbf{Y}_h (\mathbf{E}_h \mathbf{Z}_h \mathbf{I}_h^{\text{opt}}),$$

a stąd wektor prądu kompensatora ${}_k \mathbf{I}_h$ $h \in N_0$

$${}_k \mathbf{I}_h = \left(\frac{\lambda_0}{2} (1 + {}_o \mathbf{Y}_h \mathbf{Z}_h) \mathbf{A}_h - {}_o \mathbf{Y}_h \right) \mathbf{E}_h. \quad (24)$$

Otrzymana macierz ${}_k \mathbf{I}_h$ jest macierzą kolumnową podobnie jak macierz napięcia kompensatora $\mathbf{U}_h^{\text{opt}} = {}_k \mathbf{U}_h$. Admitancję kompensatora dla każdej harmonicznej (włączonego pomiędzy daną fazę a przewód zerowy) wyznacza się z zależności

$${}_k Y_{\alpha 0h} = \frac{{}_k \mathbf{I}_{\alpha h}}{{}_k \mathbf{U}_{\alpha h}}, \alpha \in \{1, 2, 3\}, h \in N_0. \quad (25)$$

Współczynnik Lagrange'a λ_0 wyznacza się z równania (17), np. za pomocą metody Newtona o punkcie startowym

$$\lambda_0 = {}_e G = \frac{P}{\|\mathbf{e}\|_{L_1}^2} = \frac{\text{Re} \sum_{h=1}^n \mathbf{U}_h^T \mathbf{I}_h^*}{\text{Re} \sum_{h=1}^n \mathbf{E}_h^T \mathbf{E}_h} \quad (26)$$

gdzie: P moc czynna odbiornika przed kompensacją wyznaczoną ze związku

$$P = \text{Re} \sum_{h=1}^n (\mathbf{E}_h^T ({}_o \mathbf{Z}_h^* + \mathbf{Z}_h^*)^{-1} \mathbf{E}_h^* - \mathbf{E}_h^T (({}_o \mathbf{Z}_h + \mathbf{Z}_h)^{-1})^T \mathbf{Z}_h^T ({}_o \mathbf{Z}_h + \mathbf{Z}_h)^{-1} \mathbf{E}_h^*). \quad (27)$$

Natomiast moc czynna odbiornika po kompensacji P_{odb}

$$P_{\text{odb}} = \text{Re} \sum_{h=1}^n (\mathbf{U}_h^{\text{opt}})^T {}_o \mathbf{Y}_h^* (\mathbf{U}_h^{\text{opt}})^* = \text{Re} \sum_{h=1}^n (\mathbf{U}_h^{\text{opt}})^T {}_o \mathbf{G}_h^* (\mathbf{U}_h^{\text{opt}})^*. \quad (28)$$

Postępując analogicznie dla pozostałych wariantów, wyznaczono prądy optymalne, a za ich pomocą wartości admitancji kompensatorów, które należy włączyć pomiędzy daną fazę a przewód zerowy (por. rys.1). Wyniki dla zadań P1., P2. oraz poszczególnych wariantów zestawiono w tablicach 1÷6.

Tablica 1

WARIANT	P1. $\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*$, $\alpha \in \{1,2,3\}$, $h \in N_0$	
A	$I_h^{opt} = \frac{\lambda_h}{2} (1 + \lambda_h R_h)^{-1} E_h = \frac{\lambda_h}{2} A_h E_h$	$U_h^{opt} = E_h - Z_h I_h^{opt} = \left(1 - \frac{\lambda_h}{2} Z_h A_h\right) E_h$
	${}_k I_h = \left(\frac{\lambda_h}{2} (1 + {}_o Y_h Z_h) A_h - {}_o Y_h\right) E_h$ - PRĄD KOMPENSATORA	
	ADMITANCJA KOMPENSATORA ${}_k Y_{\alpha oh} = {}_k G_{\alpha oh} + j {}_k B_{\alpha oh}$, $\alpha \in \{1,2,3\}$	
	${}_k Y_{\alpha oh} = \frac{{}_k I_{\alpha h}}{{}_k U_{\alpha h}}$, $\alpha \in \{1,2,3\}$, $h \in N_0$.	
	WARUNEK MOCY	
	$P = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n (U_h^{opt})^T (I_h^{opt})^* = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T \left(1 - \frac{\lambda_h}{2} Z_h A_h\right)^T \frac{\lambda_h}{2} Z_h A_h^*$	
OZNACZENIA		
$A_h = (1 + \lambda_h R_h)^{-1}$, $U_h^{opt} = {}_k U_h$, $h \in N_0$, 1 - macierz jednostkowa		

Tablica 2

WARIANT	P1. $\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*$, $\alpha \in \{1,2,3\}$, $h \in N_0$	
B	$I_h^{opt} = \lambda_h A_{1h}^{-1} Z_{ho}^* G_h E_h$	$U_h^{opt} = (\lambda_h Z_h A_{1h}^{-1} Z_{ho}^* G_h) E_h = C_h E_h$
	${}_k I_h = (\lambda_h A_{1h}^{-1} Z_{ho}^* G_h - {}_o Y_h C_h) E_h$ - PRĄD KOMPENSATORA	
	ADMITANCJA KOMPENSATORA ${}_k Y_{\alpha oh} = {}_k G_{\alpha oh} + j {}_k B_{\alpha oh}$, $\alpha \in \{1,2,3\}$	
	${}_k Y_{\alpha oh} = \frac{{}_k I_{\alpha h}}{{}_k U_{\alpha h}}$, $\alpha \in \{1,2,3\}$, $h \in N_0$.	
	WARUNEK MOCOWY	
	$P = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n (U_h^{opt})^T (I_h^{opt})^* = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T C_h^T G_h E_h^*$	
OZNACZENIA		
$A_{1h} = 1 + \lambda_h Z_{ho}^T G_h Z_h^*$, $C_h = 1 - \lambda_h Z_h A_{1h}^{-1} Z_{ho}^* G_h$, $U_h^{opt} = {}_k U_h$, $h \in N_0$		

Tablica 3

WARIANT	Pl. $\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha h}^* I_{\alpha h}^*, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
C	$I_h^{pr} = \frac{\lambda}{2} \cdot A_{2h}^{-1} D_h^T E_h$	$U_h^{pr} = E_h - Z_h I_h^{pr} = \left(1 - \frac{\lambda}{2} \cdot Z_h A_{2h}^{-1} D_h^T\right) E_h$
	$I_h = (1 + {}_o Y_h Z_h) I_h^{opt} - {}_o Y_h E_h = (1 + {}_o Y_h Z_h) \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot A_{2h}^{-1} D_h^T E_h - {}_o Y_h E_h$ - PRĄD KOMPENSATORA	
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_{\alpha oh} = {}_k G_{\alpha oh} + j {}_k B_{\alpha oh}, \alpha \in \{1,2,3\}$	
	$Y_{\alpha oh} = \frac{{}_k I_{\alpha h}}{{}_k U_{\alpha h}}, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
	WARUNEK MOCOWY	
	$\begin{aligned} & \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}^{-1} D_h^T\right)^T \cdot G_h \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}^{-1} D_h^T\right)^* E_h^* = \\ & = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n \frac{\lambda}{2} \cdot E_h^T \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}^{-1} D_h^T\right)^T \left(A_{2h}^{-1} D_h^T\right)^* E_h \end{aligned}$	
OZNACZENIA		
$A_{2h} = 1 + \lambda \cdot (R_h + Z_h^T \cdot G_h Z_h)^{-1}, D_h = 1 + {}_o G_h Z_h, U_h^{opt} = {}_k U_h, h \in N_0$		

Tablica 4

WARIANT	Pl. $\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 \nabla_h^2 I_{\alpha h}^* I_{\alpha h}^*, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
A	$I_h^{pr} = \frac{\lambda}{2} (\nabla_h^2 I + \lambda \cdot R_h)^{-1} E_h = \frac{\lambda}{2} A'_h E_h$	$U_h^{pr} = E_h - Z_h I_h^{pr} = \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A'_h\right) E_h$
	$I_h = \left(\frac{\lambda}{2} (1 + {}_o Y_h Z_h) A_h - {}_o Y_h\right) E_h$ - PRĄD KOMPENSATORA	
	ADMITANCJA KOMPENSATORA $Y_{\alpha oh} = {}_k G_{\alpha oh} + j {}_k B_{\alpha oh}, \alpha \in \{1,2,3\}$	
	$Y_{\alpha oh} = \frac{{}_k I_{\alpha h}}{{}_k U_{\alpha h}}, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
	WARUNEK MOCOWY	
	$P = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n (U_h^{opt})^T (I_h^{opt})^* = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_h\right)^T \frac{\lambda}{2} A'_h \cdot E_h$	
OZNACZENIA		
$A'_h = (\nabla_h^2 I + \lambda \cdot R_h)^{-1}, U_h^{opt} = {}_k U_h, h \in N_0, 1$ - macierz jednostkowa		

Tablica 5

WARIANT	Pl. $\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 \nabla_h^2 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
B	$I_h^* = \lambda \cdot A_{1h}^{-1} Z_{1h}^* G_h E_h$	$U_h^* = (1 - \lambda Z_h A_{1h} Z_h^* G_h) E_h = C_h E_h$
	$I_h = (\lambda A_{1h} Z_h^* G_h - Y_h C_h) E_h$ - PRAD KOMPENSATORA	
	ADMITANCJA KOMPENSATORA ${}_k Y_{\alpha oh} = {}_k G_{\alpha oh} + {}_k j B_{\alpha oh}, \alpha \in \{1,2,3\}$	
	${}_k Y_{\alpha oh} = \frac{{}_k I_{\alpha oh}}{{}_k U_{\alpha oh}}, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
	WARUNEK MOCOWY	
	$P = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n (U_h^{\text{opt}})^T (I_h^{\text{opt}})^* = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T C_h^T G_h E_h^*$	
OZNACZENIA		
$A'_{1h} = \nabla_h^2 1 + \lambda \cdot Z_h^T G_h Z_h^*, C_h = 1 - \lambda \cdot Z_h A_{1h}^{-1} Z_h^* G_h, U_h^{\text{opt}} = {}_k U_h, h \in N_0$		

Tablica 6

WARIANT	Pl. $\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 \nabla_h^2 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
C	$I_h^* = \frac{\lambda}{2} \cdot A_{2h}^{-1} D_h^T E_h$	$U_h^* = E_h - Z_h I_h^* = \left(1 - \frac{\lambda}{2} \cdot Z_h A_{2h}^{-1} D_h^T\right) E_h$
	${}_k I_h = (1 + {}_o Y_h Z_h) I_h^{\text{opt}} - {}_o Y_h E_h = (1 + {}_o Y_h Z_h) \frac{\lambda}{2} \cdot A_{2h}^{-1} D_h^T E_h - {}_o Y_h E_h$ - PRAD KOMPENSATORA	
	ADMITANCJA KOMPENSATORA ${}_k Y_{\alpha oh} = {}_k G_{\alpha oh} + {}_k j B_{\alpha oh}, \alpha \in \{1,2,3\}$	
	${}_k Y_{\alpha oh} = \frac{{}_k I_{\alpha oh}}{{}_k U_{\alpha oh}}, \alpha \in \{1,2,3\}, h \in N_0$	
	WARUNEK MOCOWY	
	$\operatorname{Re} \sum_{h=1}^n E_h^T \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}^{-1} D_h^T\right)^T G_h \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}^{-1} D_h^T\right)^* E_h^* =$ $= \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n \frac{\lambda}{2} \cdot E_h^T \left(1 - \frac{\lambda}{2} Z_h A_{2h}^{-1} D_h^T\right)^T (A_{2h}^{-1} D_h^T)^* E_h$	
OZNACZENIA		
$A'_{2h} = \nabla_h^2 1 + \lambda \cdot (R_h + Z_h^T G_h Z_h)^{-1}, D_h = 1 + 2 \cdot {}_o G_h Z_h^*, U_h^{\text{opt}} = {}_k U_h, h \in N_0$		

W przypadku całkowitej kompensacji admitancja ${}_k Y_h$ posiada część rzeczywistą ujemną dla niektórych harmonicznych, co wymaga użycia kompensatora aktywnego. Nie zawsze potrzebna jest całkowita kompensacja i wówczas mówimy o suboptymalizacji, którą przeprowadzamy za pomocą kompensatora pasywnego LC.

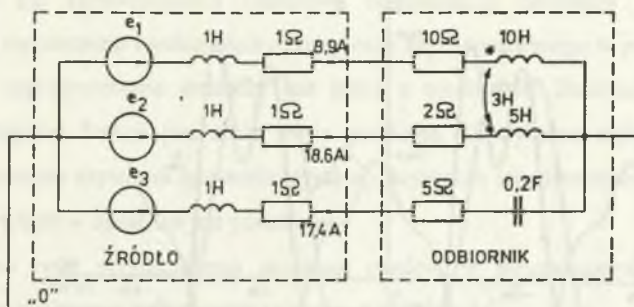
Przykład, wnioski

Dla układu (rys.3) o danych: $e_1(t) = \sqrt{2} (120\cos\omega_0 t + 30\cos 4\omega_0 t + 20\cos 5\omega_0 t)$, $e_2(t) = e_1(t - T/3)$, $e_3(t) = e_2(t - T/3)$, $\omega_0 = 1$ rad/s, należy przeprowadzić modyfikację układu według zadań P1., P2. dla poszczególnych wariantów. Moc czynna odbiornika przed modyfikacją: $P_{\text{odb}} = 3288,3$ W. Wartość skuteczna prądu źródła przed modyfikacją: $|I| = 27,1$ A. Niektóre wartości uzyskane po rozwiązaniu zadania P1. zestawiono w tabeli 1. Wartości admitancji kompensatora dla spełnienia zadania optymalizacyjnego P1. dla wariantu A wynoszą:

$${}_k Y_{101} = -0,0065 + j0,0243 \text{ S}, \quad {}_k Y_{201} = -0,022 + j0,217 \text{ S}, \quad {}_k Y_{301} = -0,0190 - j0,0933 \text{ S}.$$

$${}_k Y_{104} = 0,0475 + j0,0534 \text{ S}, \quad {}_k Y_{204} = 0,0739 + j0,096 \text{ S}, \quad {}_k Y_{304} = -0,1145 - j0,0235 \text{ S}.$$

$${}_k Y_{105} = 0,0883 + j0,0569 \text{ S}, \quad {}_k Y_{205} = 0,0569 + j0,085 \text{ S}, \quad {}_k Y_{305} = -0,1223 - j0,0200 \text{ S}.$$



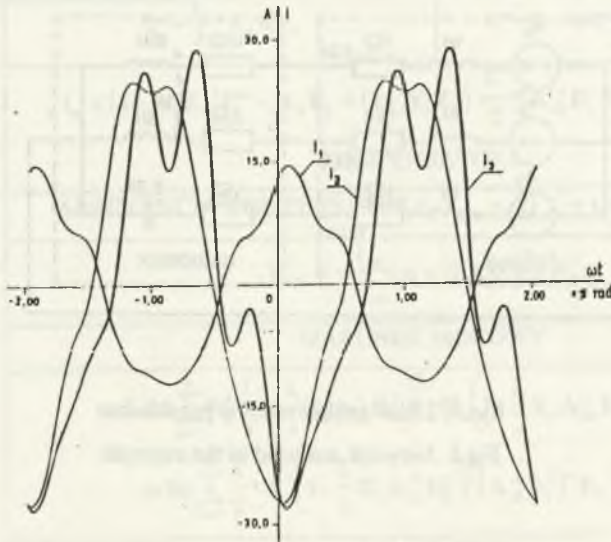
Rys.3. Układ analizowany w przykładzie

Fig.3. Network analyzed in the example

Tabela 6.1

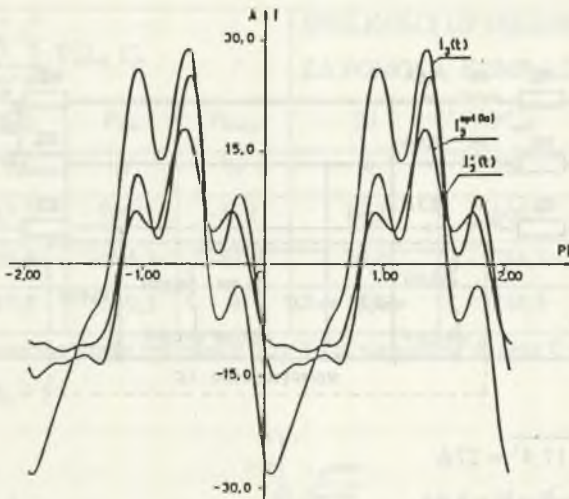
$\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 I_{\alpha h} I_{\alpha h}^*$				WIELKOŚCI UZYSKANE ZA POMOCĄ KOMP. LC		
WARIANT	$ I^{opt} $	P_{odb}	P_{komp}	$ I $	P'_{odb}	P^*_{komp}
A	A	W	W	A	W	W
	16,4	3849	-554,7	19,3	3592,8	0
B	17,4	3288,3	-1228	19,8	3048,9	0
C	18,2	3523	0	18,4	3407,8	0

Analizując powyższe wartości admitancji kompensatorów, zauważamy, że ich realizacja wymaga użycia dwójników aktywnych ze względu na ujemne wartości konduktancji. Realizacja takiego dwójnika jest możliwa za pomocą układów energoelektronicznych [5]. Jeżeli ograniczymy się tylko do układów LC (część urojona admitancji kompensatora), to mówimy wówczas o częściowej kompensacji. Na rys.4 przedstawiono przebiegi prądów źródła przed kompensacją, a na rys.5 - przebiegi prądów w fazie 3: przed kompensacją $i_3(t)$ przy całkowitej kompensacji $i_3^{opt(1a)}(t)$, przy częściowej kompensacji $i_3(t)$ (kompensator stanowi tylko jego część urojonej admitancji), dla zadania P1. wariantu A.



Rys.4. Przebiegi czasowe prądów przed kompensacją

Fig.4. Time waveforms of the currents before compensation



Rys.5. Przebiegi czasowe: prądu przed kompensacją $i_3(t)$, po pełnej kompensacji $i_3^{opt(1a)}(t)$, po częściowej kompensacji $i_3'(t)$

Fig.5. Time waveforms of the currents before compensation $i_3(t)$, after complete compensation $i_3^{opt(1a)}(t)$, after partial compensation $i_3'(t)$

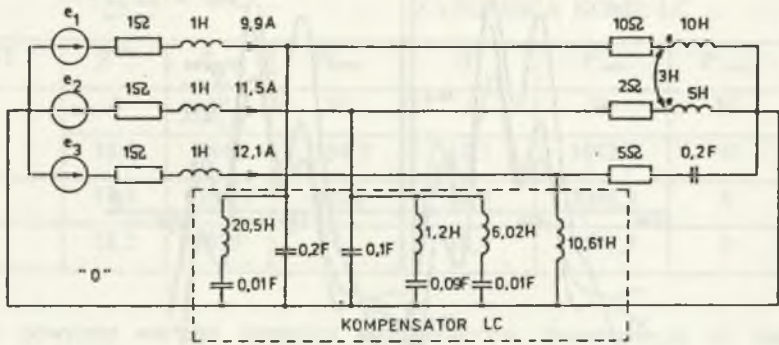
Na rys.6 przedstawiono rozważany układ z rys.3 z dołączonymi obwodami kompensatorów reaktancyjnych LC zapewniających częściową kompensację. Struktury kompensatorów reaktancyjnych wyznaczono według algorytmu syntezy zaproponowanego w pracy [4]. Należy podkreślić, że zaproponowana struktura jest jedną z możliwych. Strukturą zapewniającą realizację wymaganej funkcji jest zbiór mocy continuum. O wyborze najlepszej powinno zadecydować przyjęte kryterium optymalizacyjne np. kryterium wrażliwościowe. Problem ten w niniejszym artykule w ogóle nie jest poruszany.

Natomiast na rys.7 przedstawiono przebiegi prądów w poszczególnych fazach przy zaproponowanej częściowej kompensacji za pomocą układów LC.

Należy zauważyć, że prądy optymalne są symetryczne, tzn. spełniają zależność

$$i_3^{opt(1a)}(t) = i_1^{opt(1a)}(t - T/3); i_3^{opt(1a)}(t) = i_2^{opt(1a)}(t - T/3).$$

Podobne zależności zachodzą dla pozostałych rozpatrywanych zadań i wariantów. W tabeli 6.2 zestawiono wartości uzyskane z rozwiązania zadania P2. dla pełnej kompensacji dla $\delta_0 = \delta_1 = \delta_2 = 1$ oraz dla kompensacji częściowej.



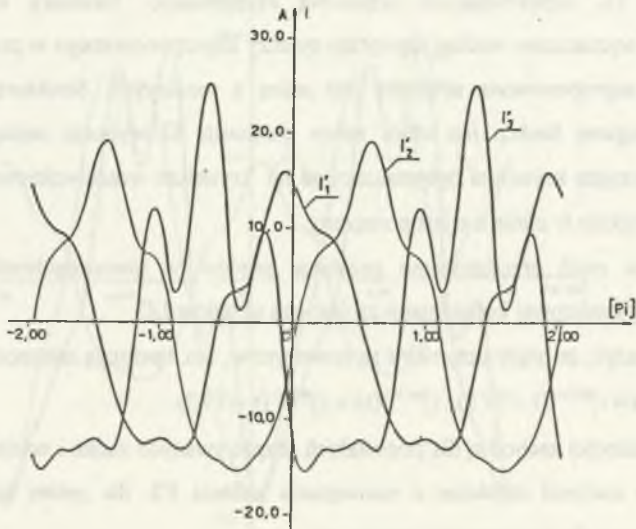
$$|I| = \sqrt{8,9^2 + 18,6^2 + 17,4^2} = 27A$$

$$|I^{opt(1st)}| = 16,4A; |I| = |I| = |I| = 9,4A$$

$$|I| = \sqrt{9,9^2 + 11,5^2 + 12,1^2} = 19,3A$$

Rys.6. Układ analizowany w przykładzie wraz z obliczonym kompensatorem

Fig.6. Network analyzed in the example together with a calculated compensator



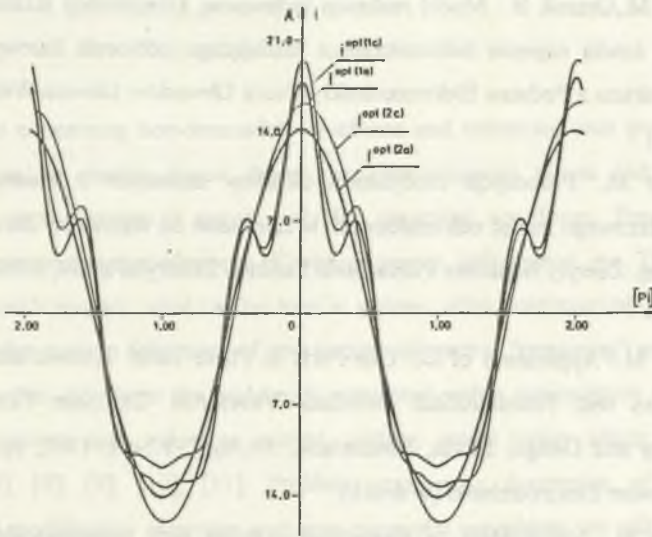
Rys.7. Przebiegi czasowe prądów po kompensacji układem LC z rys.6

Fig.7. Time waveforms of the currents after compensation with LC network from Fig.6

Tabela 6.2

$\min \sum_{h=1}^n \sum_{\alpha=1}^3 \nabla_h^2 I_{oh} I_{oh}^*$				WIELKOŚCI UZYSKANE ZA POMOCĄ KOMP. LC		
WARIANT	$ I^{opt} $	P_{odb}	P_{komp}	$ I $	P'_{odb}	P'_{komp}
A	A	W	W	A	W	W
	17,2	3801	-513	19,2	3606,2	0
B	20,6	3288,3	-810	20,9	3033,1	0
C	19,3	3589,3	0	18,4	3444,5	0

Na rys.8 przedstawiono prądy optymalne fazy 1 dla wariantów A oraz C dla zadania P1. oraz P2. dla $\delta_0 = \delta_1 = \delta_2 = 1$



Rys.8. Przebiegi czasowe prądów optymalnych dla rozpatrywanych zadań i wariantów

Fig.8. Time waveforms of the optimum currents for the considered tasks and variants

LITERATURA

1. Brodzki M., Pasko M.: Definicje pewnych mocy dla układów wielozaciskowych o przebiegach odkształconych. Rozprawy Elektrotechniczne, No.35, z.1, 1989, ss.31-44.

2. Czarniecki L., S.: Minimisation of unbalanced and reactive currents in three-phase asymmetrical circuits with nonsinusoidal voltage. IEE Proc-B, Vol.139, No 4. July 1992, pp.347-354.
3. Pasko M.: Symmetrization of Deformed Three-Phase Currents Supplying Asymmetrical Receiver. 10th European Conference Circuit Theory and Design, Lyngby, September 1991, pp.1068-1075.
4. Pasko M., Dybek M.: Komputerowe wyznaczanie struktur dwójników kompensujących składową reaktancyjną prądu źródła napięcia odkształconego zasilającego odbiornik liniowy. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, "Elektryka" z.122, Gliwice 1991, ss.21-35.
5. Pasko M., Grzesik B.: Model realizacji technicznej kompensacji składowych biernych prądu źródła napięcia odkształconego zasilającego odbiornik liniowy. Materiały 15 Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów Gliwice-Wisła 1992, ss.535-542 t1.
6. Pasko M.: Propozycje modyfikacji układów zasilanych z rzeczywistego źródła jednofazowego napięć odkształconych w zależności od warunków dla strumienia mocy czynnej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka z.130, Gliwice 1992, ss.40-56.
7. Pasko M.: Application of LC One-Ports in Phase Load Symmetrization in N-Phase Systems with Nonsinusoidal Periodical Waveforms. European Conference Circuit Theory and Design, Davos, Switzerland, 30.Aug. -3.Sept. 1993, pp.1159-1164, lub Archiwum Elektrotechniki (w druku).
8. Pasko M.: Modification of three-phase systems with non-sinusoidal waveforms in consideration of optimum shape of source current. 7th Int. Symposium on Theoretical Electrical Engineering ISTET'93, Sept. 1993, pp.85-90, Szczecin, Poland, lub Archiwum Elektrotechniki (w druku).
9. Siwczyński M., Kłosiński R.: Algorytm minimalizacji warunkowej kwadratowych funkcjonalów strat energii w rzeczywistym źródle napięcia. Materiały XIV SPETO, Gliwice-Wisła 1991, ss.85-91.
10. Walczak J.: Optymalizacja warunków pracy rzeczywistych trójfazowych źródeł napięć odkształconych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Elektryka z.122, Gliwice 1991, ss.124-145.

11. Walczak J.: Optymalizacja energetyczno-jakościowych właściwości obwodów elektrycznych w przestrzeniach Hilberta. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Elektryka z.125, Gliwice 1992, (monografia habilitacyjna).
12. Willems J.L.: The compensation of reactive and unbalanced currents in three-phase power systems. Proc. Workshop on Power Definitions and Meas. under Nonsinusoidal Conditions. Como, Italy, Sept. 1991, pp 113-128.

Recenzent: Prof. dr inż. Stanisław Bolkowski

Wpłynęło do Redakcji 15 marca 1994 r.

Abstract

The notions concerning non-sinusoidal waveforms and connected with power, which are not controversial in electric circuit theory, are: instantaneous power and active power. Definition of reactive power is proper only for sinusoidal waveforms. For non-sinusoidal waveforms there exist many definitions of reactive power, deformation, etc. These definitions often exclude each another, what can be seen in various, often controversial, papers, e.g. [2], [12]. It seems that making definitions of new notions of reactive "remaining" powers is not the right way. Another attitude to the problem is connected with a minimization of some square functional containing such values as current, voltage, active power which are commonly recognized [3], [8], [9], [10], [11]. Problems concerning description of energy-quality properties and modification of system with non-sinusoidal waveforms are still investigated in theoretical and industrial electrotechnics. In the presented paper optimum currents for different variants on active power flux P have been determined and conditions to determine a compensator admittance ${}_k Y_h = {}_k G_h + j {}_k B_h$, $h \in N_o$ have been given. To achieve an optimum current for a given variant, it is necessary to apply an active compensator. Solution for a given problem and variant is carried out by means of the Lagrange's multiplier when determining the optimum source current. The determined source optimum current can be achieved by means of compensatory systems.