

Zygmunt PIĄTEK

ROZKŁAD POLA TEMPERATURY W TORZE PRĄDOWYM JEDNOFAZOWYM DUŻEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

Streszczenie. W pracy rozpatrzono wpływ efektów naskórkowości i zbliżenia na rozkład temperatury w dwóch równoległych przewodach walcowych wiodących prądy sinusoidalne dużej częstotliwości. Do rozwiązania numerycznego wykorzystano metodę różnic skończonych.

DISTRIBUTION OF THE TEMPERATURE FIELD IN THE TWO WIRE LINE OF HIGH FREQUENCY

Summary. The paper presents influence of skin and proximity effects on the temperature distribution in two parallel conductors carrying sinusoidal currents of high frequency. For numerical solution the method of finite differences is used.

DISTRIBUTION DU CHAMP DE LA TEMPÉRATURE DANS UNE LIGNE MONOPHASÉE DE GRANDE FRÉQUENCE

Résumé. Dans cet ouvrage on a considéré l'influence des effets de peau et de proximité sur la distribution de la température dans deux conducteurs cylindriques pleins parallèles avec les courants de grande fréquence. Pour la solution on a appliqué la méthode aux différences finies.

1. WSTĘP

W urządzeniach elektrotermicznych dużej częstotliwości istotną rolę odgrywa prawidłowy dobór przewodów prądowych łączących poszczególne elementy układu. Często stosuje się giętkie, linkowe przewody, które można traktować jako przewody walcowe, pełne. Prawidłowy dobór tych przewodów powinien zapewniać między innymi prawidłową temperaturę pracy przewodu związaną z ilością oddawanego ciepła do otoczenia i dopuszczalnego obciążenia prądowego.

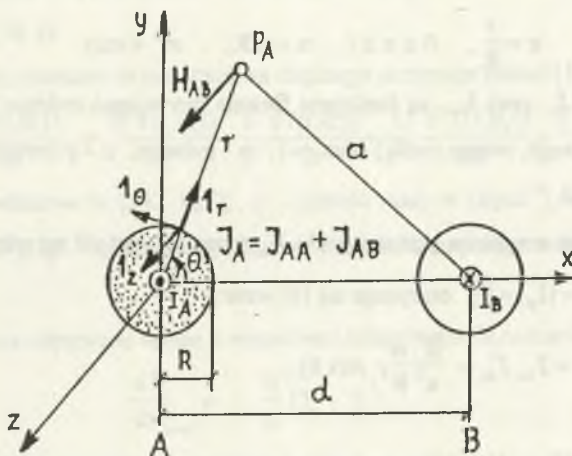
Dopuszczalne obciążenie prądowe przewodów określa się wychodząc z równości strat energetycznych w przewodzie i wymiany energii cieplnej z jego powierzchni do otoczenia przy maksymalnej, dopuszczalnej temperaturze przewodu. Uwzględnia się przy tym wzrost rezystancji w wyniku zjawisk naskórkowości i zbliżenia. Do obliczeń wymiany ciepła z powierzchni przewodu zakłada się stałą we wszystkich jego punktach temperaturę dopuszczalną [3]. Założenie to nie jest spełnione przy uwzględnieniu zjawiska naskórkowości i zbliżenia - rozkład temperatury w przewodzie jest nierównomierny. Obliczenie tego rozkładu jest celem niniejszej pracy.

Zjawisko naskórkowości i zbliżenia w przewodzie walcowym powoduje nierównomierny rozkład prądu w jego przekroju i w konsekwencji nierównomierny rozkład strat mocy Joule'a. Straty te bezpośrednio określają wewnętrzne źródła ciepła. Rozkład tych źródeł jest zatem również nierównomierny. Doprowadza to do nierównomiernego rozkładu temperatury w przewodzie.

Rozkład prądu jest opisany funkcjami Bessela pierwszego rodzaju. Rozkład wewnętrznych źródeł ciepła jest więc również opisany tymi funkcjami. Wewnętrzne źródła ciepła wchodzą do równania przewodnictwa cieplnego, które jest równaniem dwóch zmiennych walcowego układu współrzędnych. Ze względu na dwuwymiarowość problemu oraz funkcje Bessela, rozwiązanie analityczne równania przewodnictwa cieplnego nie wydaje się być możliwe do uzyskania. Dlatego też w pracy tej proponuje się rozwiązanie numeryczne stosując metodę różnic skończonych.

2. PRĄD CAŁKOWITY W PRZEWODZIE WALCOWYM

Rozpatrywany układ składa się z dwóch równoległych przewodów, z których jeden jest grubym cylindrycznym przewodnikiem, a drugi - cienkim (rys. 1).



Rys.1. Przewód walcowy A w polu magnetycznym równoległego cienkiego przewodnika B.

Fig.1. Conductor A in the magnetic field of parallel thin conductor B

Przez przewody te płyną prądy sinusoidalne o zespolonych wartościach skutecznych odpowiednio I_A oraz I_B .

W przewodzie A całkowita, zespolona gęstość prądu jest sumą wektorową gęstości prądu własnego J_{AA} oraz gęstości prądu indukowanego w nim J_{AB} przez prąd I_B przewodu sąsiedniego:

$$\mathbf{J}_A = \mathbf{J}_{AA} + \mathbf{J}_{AB} = J_{Az}(x, \theta) \mathbf{1}_z. \quad (1)$$

Gęstość prądu własnego z uwzględnieniem zjawiska naskórkowości dana jest [4] za pomocą wzoru:

$$\mathbf{J}_{AA} = J_{AAz}(x) \mathbf{1}_z = \frac{I_A \sqrt{-j} \alpha}{2\pi R^2} \cdot \frac{g_0(\sqrt{-j} \alpha x)}{g_1(\sqrt{-j} \alpha)} \mathbf{1}_z. \quad (2)$$

Gęstość prądu indukowanego z uwzględnieniem zjawiska zbliżenia dana jest [6, 10] wzorem:

$$\mathbf{J}_{AB} = J_{ABz}(x, \theta) \mathbf{1}_z = \frac{I_B \sqrt{-j} \alpha}{\pi R^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{R}{d} \right]^n \frac{g_n(\sqrt{-j} \alpha x)}{g_{n-1}(\sqrt{-j} \alpha)} \cos n\theta \mathbf{1}_z, \quad (3)$$

gdzie:

$$x = \frac{r}{R}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad \alpha = mR, \quad m^2 = \omega\mu\gamma. \quad (4)$$

Funkcje J_0 , J_1 , J_n oraz J_{n-1} są funkcjami Bessela pierwszego rodzaju odpowiednio rzędu zerowego, pierwszego, n -tego ($n \in \mathbb{N}$) oraz $n-1$; ω - pulsacja; μ - przenikalność magnetyczna; γ - konduktywność.

Mnożąc wartość zespoloną gęstości prądu J_{Az} przez jej wartość sprzężoną J_{Az}^* i zakładając przy tym, że $|I_A| = |I_B| = |I|$, otrzymuje się [8] wzór:

$$|J_{Az}(x, \theta)|^2 = J_{Az} J_{Az}^* = \frac{|I|^2 \alpha^2}{\pi^2 R^4} A(x, \theta), \quad (5)$$

w którym

$$A(x, \theta) = B(x) + C(x, \theta) + D(x, \theta) \quad (6)$$

oraz

$$B(x) = \frac{1}{4} \frac{M_0^2(\alpha x)}{M_1^2(\alpha)}, \quad (7)$$

$$C(x, \theta) = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R}{d} \right)^n \frac{M_n(\alpha x)}{M_{n-1}(\alpha)} \cos[\theta_n(\alpha x) - \theta_{n-1}(\alpha)] \cos n\theta \right\}^2 + \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R}{d} \right)^n \frac{M_n(\alpha x)}{M_{n-1}(\alpha)} \sin[\theta_n(\alpha x) - \theta_{n-1}(\alpha)] \cos n\theta \right\}^2 \quad (8)$$

$$D(x, \theta) = \frac{M_0(\alpha x)}{M_1(\alpha)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R}{d} \right)^n \frac{M_n(\alpha x)}{M_{n-1}(\alpha)} \cos[\theta_n(\alpha x) - \theta_{n-1}(\alpha) - \theta_0(\alpha x) + \theta_1(\alpha) + \varphi] \cos n\theta \quad (9)$$

gdzie $\varphi = \alpha_B - \alpha_A$ jest kątem przesunięcia fazowego między prądami I_A i I_B o fazach początkowych odpowiednio α_A i α_B .

We wzorach (7), (8) i (9) funkcje M_0 , M_1 , M_n oraz M_{n-1} są [4] modułami funkcji Bessela pierwszego rodzaju, a funkcje θ_0 , θ_1 , θ_n oraz θ_{n-1} są odpowiednio ich argumentami.

3. POLE TEMPERATURY

W rozważanym przypadku przewodu walcowego wewnętrzne źródła ciepła wytwarzane są przez prąd wypadkowy o gęstości J_A będący funkcją czasu t oraz dwóch współrzędnych r i θ

i θ walcowego układu współrzędnych. Pole temperatury jest zatem funkcją skalarną trzech zmiennych - $T = f(r, \theta, t)$.

W tym przypadku równanie przewodnictwa cieplnego przyjmuje postać [12]:

$$\frac{\rho c}{k} \frac{\partial T(r, \theta, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 T(r, \theta, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, \theta, t)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T(r, \theta, t)}{\partial \theta^2} + \frac{q'''}{k} \quad (10)$$

gdzie: c - ciepło właściwe w [$\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$], ρ - gęstość masy w [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$], k - przewodność cieplna w [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$], q''' - gęstość objętościowa strumienia cieplnego wewnętrznych źródeł ciepła w [$\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$].

Równanie (10) rozwiązywane będzie z warunkiem brzegowym III rodzaju

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R} = - \frac{h}{k} (T_s - T_f), \quad (11)$$

gdzie h jest współczynnikiem przejmowania ciepła w [$\text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$] na powierzchni zewnętrznej, T_s jest temperaturą tej powierzchni, a T_f temperaturą otoczenia.

Gęstość objętościowa strumienia cieplnego wewnętrznych źródeł ciepła jest gęstością objętościową mocy chwilowej przetwarzanej na ciepło. Z twierdzenia Poyntinga moc ta wyrażona jest poprzez wartość chwilową gęstości prądu $j(r, \theta, t)$:

$$j(r, \theta, t) = \text{Im} \left\{ \sqrt{2} J_{Az}(r, \theta) e^{j\omega t} \right\} = \sqrt{2} |J_{Az}(r, \theta)| \sin(\omega t + \alpha_j) \quad (12)$$

gdzie: $|J_{Az}(r, \theta)|$ jest wartością skuteczną wektora gęstości prądu, a α_j jest jego fazą.

Wobec tego wartość chwilową mocy ciepła Joule'a przedstawia się następująco:

$$q'''(r, \theta, t) = \frac{1}{\gamma} j^2(r, \theta, t) = \frac{|J_{Az}(r, \theta)|^2}{\gamma} \left\{ 1 - \cos[2(\omega t + \alpha_j)] \right\} \quad (13)$$

Z równania (10) oraz ze wzoru (13) wynika, że temperatura $T = f(r, \theta, t)$ zawiera w stanie ustalonym składową zmienną o pulsacji 2ω . Składową tę można jednak pominąć ze względu na znaczną bezwładność cieplną przewodu i mały okres funkcji harmonicznego prądu [5]. Przy tym uproszczeniu równanie (10) można zapisać w postaci:

$$\frac{\partial^2 T(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T(r, \theta)}{\partial \theta^2} + \frac{|J_{Az}(r, \theta)|^2}{k\gamma} = 0 \quad (14)$$

Aby rozkład pola temperatury był niezależny od natężenia prądu płynącego w przewodzie, wprowadza się:

$$T^* = \frac{|j|^2}{4\pi^2 R^2 \gamma k} \quad (15)$$

i wtedy dla temperatury zmodyfikowanej ϑ otrzymuje się:

$$\vartheta = \frac{T}{T^*}, \quad dT = T^* d\vartheta, \quad d^2T = T^* d^2\vartheta. \quad (16)$$

Po zmodyfikowaniu zmiennej r według wzoru (4) równanie (14) sprowadza się do postaci:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \theta^2} + 4\alpha^2 A(x, \theta) = 0, \quad (17)$$

a warunek brzegowy (11) do wzoru:

$$\left. \frac{d\vartheta(x)}{dx} \right|_{x=1} = -R \frac{h}{k} (\vartheta_s - \vartheta_r). \quad (18)$$

W rozważanym przypadku rozwiązanie na drodze analitycznej równania (17) z warunkiem brzegowym (18) nie jest trudne ze względu na funkcje Bessela opisujące wewnętrzne źródła ciepła. Źródła te są nierównomiernie rozłożone ze względu na zmienne r oraz θ walcowego układu współrzędnych. Dlatego też proponuje się rozwiązanie numeryczne. W tym celu wybiera się metodę różnic skończonych aproksymującą różnicami skończonymi równanie różniczkowe dla poszczególnych elementów dyskretyzacji [12, 13].

Rozpatrywane pole temperatury dzieli się siatką składającą się z segmentów o wymiarach:

- w kierunku zmiennej x o jednakowych krokach dyskretyzacji (różnicowych) - rys.2:

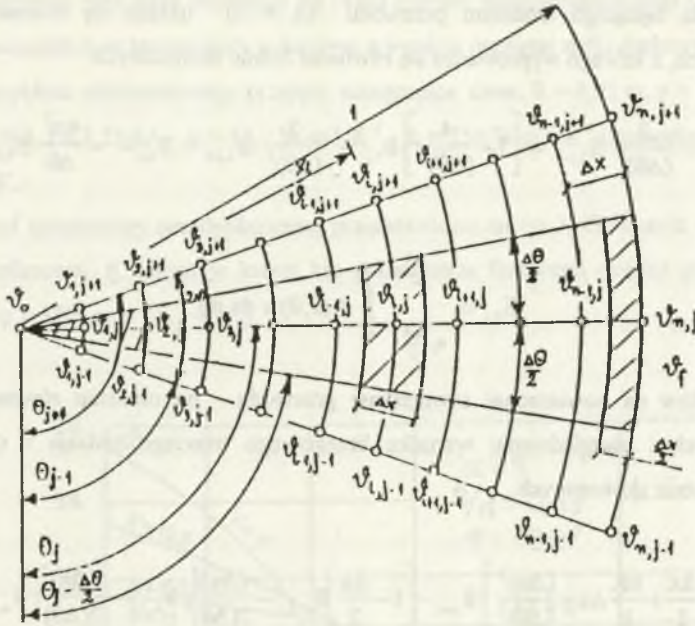
$$\Delta x = \frac{1}{n} \quad \text{za pomocą punktów} \quad x_i = i \Delta x; \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n).$$

- w kierunku zmiennej θ o jednakowej szerokości - rys.2 (uwzględniając symetrię gęstości prądu względem osi odciętych oraz pomijając zjawisko opływu):

$$\Delta \theta = \frac{\pi}{m} \quad \text{za pomocą punktów} \quad \theta_j = j \Delta \theta; \quad (j = 0, 1, 2, \dots, m).$$

W równaniu (17) pochodne zastępuje się przez ich przybliżone wartości - ilorazy różnicowe centralne [11]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{i,j} &= \frac{\vartheta_{i+1,j} - \vartheta_{i-1,j}}{2\Delta x}, \\ \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \right)_{i,j} &= \frac{\vartheta_{i+1,j} - 2\vartheta_{i,j} + \vartheta_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}, \\ \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \theta^2} \right)_{i,j} &= \frac{\vartheta_{i,j+1} - 2\vartheta_{i,j} + \vartheta_{i,j-1}}{(\Delta \theta)^2}. \end{aligned} \quad (19)$$



Rys.2. Siatka z węzłami wewnętrznymi i granicznymi

Fig.2. Net with internal and border nodes

Ze względu na nierównomierny rozkład wewnętrznych źródeł ciepła w każdym obszarze elementu różnicowego oblicza się całkę podwójną z funkcji $A(x, \theta)$ x odpowiadającą - na mocy twierdzenia Poyntinga - gęstości objętościowej mocy przetwarzanej na ciepło.

Dla węzłów wewnętrznych, innych niż środek przewodu, równanie różniczkowe (17) sprowadza się do równania o różnicach skończonych:

$$\left[1 - \frac{1}{2i}\right] \vartheta_{i-1,j} - 2 \left[1 + \frac{1}{i^2(\Delta\theta)^2}\right] \vartheta_{i,j} + \left[1 + \frac{1}{2i}\right] \vartheta_{i+1,j} + \frac{1}{i^2(\Delta\theta)^2} \vartheta_{i,j-1} + \frac{1}{i^2(\Delta\theta)^2} \vartheta_{i,j+1} = -\frac{4\alpha^2}{i\Delta\theta} E_{i,j} \quad (20)$$

w którym

$$E_{i,j} = \int_{\theta_j - \frac{\Delta\theta}{2}}^{\theta_j + \frac{\Delta\theta}{2}} \int_{r_{i,j-1}}^{r_{i,j+1}} A(x, \theta) x dx d\theta \quad (21)$$

Dla węzła będącego środkiem przewodu ($x = 0$) układu się równanie bilansów elementarnych, z którego wyprowadza się równanie różnic skończonych:

$$-\frac{2}{(\Delta\theta)^2} \vartheta_{1,j-1} + \left[1 + \frac{4}{(\Delta\theta)^2}\right] \vartheta_{1,j} - \frac{2}{(\Delta\theta)^2} \vartheta_{1,j+1} - \vartheta_{3,j} = -\frac{4\alpha^2}{\Delta\theta} E_{0,j}, \quad (22)$$

w którym

$$E_{0,j} = \int_{\theta_j - \frac{\Delta\theta}{2}}^{\theta_j + \frac{\Delta\theta}{2}} \int_0^{2\Delta x} A(x, \theta) x \, dx \, d\theta. \quad (23)$$

Dla węzłów na powierzchni zewnętrznej przewodu - po ułożeniu równania bilansów elementarnych i uwzględnieniu warunku brzegowego trzeciego rodzaju - otrzymuje się równanie różnic skończonych:

$$\begin{aligned} & \left[1 - \frac{\Delta x}{2} + \frac{hR}{k} \Delta x + \frac{(\Delta x)^2}{(\Delta\theta)^2}\right] \vartheta_{n+1} - \left[1 - \frac{\Delta x}{2}\right] \vartheta_{n-1,j} - \frac{(\Delta x)^2}{2(\Delta\theta)^2} \vartheta_{n,j-1} - \frac{(\Delta x)^2}{2(\Delta\theta)^2} \vartheta_{n,j+1} = \\ & = \frac{hR}{k} \Delta x \vartheta_f + \frac{4\alpha^2 \Delta x}{\Delta\theta} E_{n,j}, \end{aligned} \quad (24)$$

w którym

$$E_{n,j} = \int_{\theta_j - \frac{\Delta\theta}{2}}^{\theta_j + \frac{\Delta\theta}{2}} \int_{1 - \frac{\Delta x}{2}}^1 A(x, \theta) x \, dx \, d\theta. \quad (25)$$

Całki (21), (23) i (25) są odpowiednio sumami całek z funkcji $B(x) x$, $C(x, \theta) x$ oraz $D(x, \theta) x$. Całkę z funkcji $B(x) x$ można obliczyć analitycznie wykorzystując wzory z pracy [4]. Otrzymuje się:

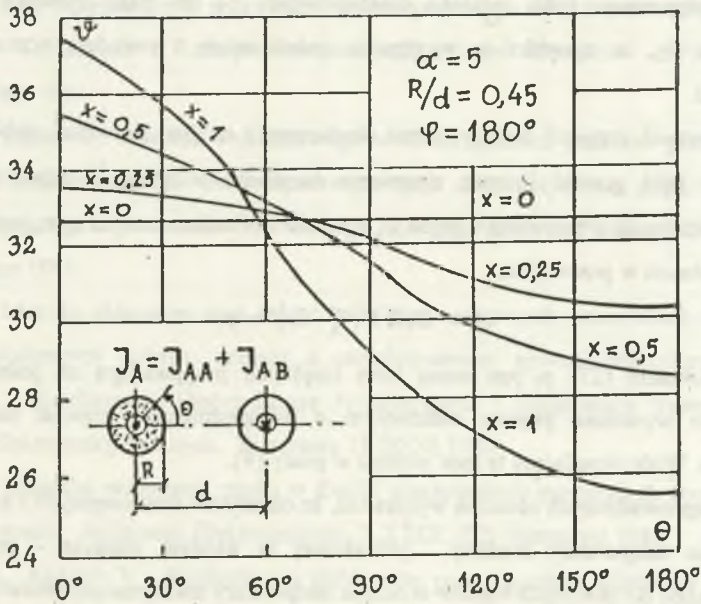
$$\begin{aligned} & \int_{\theta_j - \frac{\Delta\theta}{2}}^{\theta_j + \frac{\Delta\theta}{2}} \int_{x_1 - \frac{\Delta x}{2}}^{x_1 + \frac{\Delta x}{2}} B(x) x \, dx \, d\theta = \\ & = \frac{\Delta\theta}{4\alpha M_1^2(\alpha)} \times M_0(\alpha x) M_1(\alpha x) \sin[\theta_1(\alpha x) - \theta_0(\alpha x) - 45^\circ] \Big|_{\Delta x \left(1 - \frac{1}{2}\right)}^{\Delta x \left(1 + \frac{1}{2}\right)}. \end{aligned} \quad (26)$$

Całki z pozostałych funkcji oblicza się numerycznie wg metod zawartych w pracach [1, 2] lub też za pomocą oryginalnych programów komputerowych.

Po obliczeniu tych całek otrzymuje się układ równań algebraicznych typu (20), (22) i (24). Jego rozwiązaniem są temperatury w każdym z węzłów przyjętej siatki dyskretyzacji.

Dla przykładu obliczeniowego przyjęto następujące dane: $R = 0,01$ m, $\gamma = 1,25 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ (stop Cu-Ni), $I = 1,25$ kA, $k = 12,7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $h = 250 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ (konwekcja wymuszona); $T_f = 293$ K.

Rozkład temperatury zmodyfikowanej przedstawiono na rys.3. Obliczenia ograniczono do linii jednofazowej, tj. takiej, w której kąt przesunięcia fazowego między prądami w przewodach $\varphi = 180^\circ$ oraz $|I_A| = |I_B|$.



Rys.3. Rozkład temperatury zmodyfikowanej w przewodzie walcowym z uwzględnieniem zjawiska naskórkowości i zbliżenia

Fig.3. The modified temperature distribution in a conductor with regard to the skin and proximity effects

4. ZAKOŃCZENIE

Otrzymane rozwiązanie obejmuje cały zakres parametru α , tj. częstotliwości, odległości względnej między przewodami danej przez stosunek R/d oraz cały zakres przesunięcia fazowego φ między prądami w przewodach. W szczególności dla kąta $\varphi = 180^\circ$ (linia jednofazowa) występuje charakterystyczne wypieranie prądu do środka układu przewodów [8], a więc dla $\theta = 0^\circ$ wewnętrzne źródła ciepła mają największą moc i w konsekwencji temperatury tych punktów osiągają największe wartości.

Porównując otrzymane wyniki z temperaturami otrzymanymi dla tego samego przewodu przy występowaniu tylko zjawiska naskórkowości [5] lub tylko zjawiska zbliżenia [7], stwierdza się, że zjawiska te występując jednocześnie powodują wzrost temperatury przewodu.

Poprawność przyjętej metody różnic skończonych można sprawdzać obliczając z prawa Newtona [12] gęstość liniową strumienia cieplnego w $[\text{W}\cdot\text{m}^{-1}]$ odpowiadającą ciepłu odprowadzonemu z przewodu. Ciepło to, zgodnie z bilansem termicznym, jest równe energii strat cieplnych w przewodzie:

$$q' = 2\pi R h (T_s - T_f) = p_1 \quad (27)$$

W równaniu (27) p_1 jest mocą strat cieplnych przypadającą na jednostkę długości przewodu wywołaną prądem całkowitym z uwzględnieniem zjawisk naskórkowości i zbliżenia. Wzór określający tę moc podano w pracy [9].

Z przeprowadzonych obliczeń wynika też, że określenie strat cieplnych i na ich podstawie obliczenie temperatury średniej - jednakowej w każdym punkcie - przewodu może doprowadzić do znacznych błędów w ocenie temperatury maksymalnej przewodu.

W rzeczywistości, jak pokazały przeprowadzone obliczenia, temperatura maksymalna może znacznie różnić się od obliczonej na podstawie strat cieplnych. Spowodowane jest to nierównomiernym rozkładem wewnętrznych źródeł ciepła.

LITERATURA

1. Arbenz K., Wohlhauser A.: *Analyse numérique*. Presses Polytechniques Romandes, Lausanne 1981.

2. Bourdeau M., Gelinas J.: Analyse numérique élémentaire. Gaëtan Morin Editeur, Quebec 1982.
3. Donskij A.W.: Nagrzewanie indukcyjne i pojemnościowe. WNT, Warszawa 1970.
4. McLachlan N.W.: Funkcje Bessela dla inżynierów. PWN, Warszawa 1964.
5. Mytkowski K., Róžański L.: Rozkład pola temperatury w przewodzie przy występowaniu naskórkowości. Przegląd Elektrotechniczny, R. LII Z.1/1976.
6. Piątek Z.: Metoda obliczania prądów wirowych indukowanych w przewodzie walcowym przez prąd sinusoidalny płynący w przewodzie równoległym. Zeszyty Naukowe Pol.Śl. "Elektryka", z.75, Gliwice 1981.
7. Piątek Z.: Pole temperatury w przewodzie walcowym układu dwóch przewodów równoległych. Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów - SPETO'91, Gliwice-Wisła 1991.
8. Piątek Z., Piętka E.: Rozkład wypadkowego wektora gęstości prądu w przewodzie walcowym umieszczonym w nierównomiernym polu magnetycznym prądu sinusoidalnego płynącego w przewodzie równoległym. Zeszyty Naukowe Pol.Śl. "Elektryka", z.76, Gliwice 1981.
9. Piątek Z.: Metoda obliczania strat mocy Joule'a w walcowych przewodach równoległych chłodzonych ciekłym azotem z uwzględnieniem zjawisk naskórkowości i zbliżenia. I Konferencja: Optymalizacja Projektowania i Eksploatacji Systemów i Urządzeń Elektroenergetycznych, Warszawa 18-20.XI.1980.
10. Rolicz P.: Zjawisko wypierania prądu w dwóch równoległych przewodach wiodących jednakowe prądy. Archiwum Elektrotechniki, T. XXIX, Z.2, Warszawa 1980.
11. Samarski A., Andreev V.: Méthode aux différences pour équations elliptiques. MIR, Moscou 1978.
12. Vriendt A.B.de.: La transmission de la chaleur. Gaëtan Morin Editeur, Quebec, 1982.
13. Wiśniewski S.: Wymiana ciepła. PWN, Warszawa 1979.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Andrzej Jordan

Wpłynęło do Redakcji 25 marca 1994 r.

Abstract

The paper presents influence of skin and proximity effects on the temperature distribution in two parallel conductors carrying sinusoidal currents of high frequency (Fig.1).

On the basis of defined self current density (with regard to the skin effect) (2) and induced current density (with regard to the proximity effects) (3), the density of total current in the conductor is determined (5), (6), (7), (8) and (9).

Then internal sources (13) of heat described by the Bessel's functions are determined. The distribution of these sources in the conductor is irregular and it causes the irregular distribution of temperatures.

The internal thermal sources appear in the equation of the thermal conduction (10) which can not be solved analytically because of the Bessel's functions occurring in it and because of the double aspect of the problem, i.e. dependence of the internal sources of heat (and also of the temperature) on two variables of the circular-cylinder coordinates (14). That is why the numerical solution is proposed in that paper. For the solution the method of finite differences is used ((19) and Fig.2).

On the basis of numerical solution graphs of the temperature distribution for different frequency and geometrical conductor parameters have been plotted (Fig.3).

The obtained results can be used to calculate a heat exchanger between the conductor and the environment and as a consequence they can be helpful in fixing the admissible current.