ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1994
Seria: AUTOMATYKA z.114 Nr kol. 1250

Ewa KOMOROWSKA, Barbara MAŻBIC-KULMA, Anna POGORZELEC
Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa

WYBRANE PRZYKŁADY ZASTOSOWAŃ ZAGADNIEŃ LOKALIZACYJNYCH I ICH KLASYFIKACJE

Streszczenie: Ważnym zagadnieniem przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych oraz rozwiązywaniu zadań przydziału jest optymalne rozmieszczenie obiektów. W ostatnich latach w literaturze światowej pojawiło się wiele prac poświęconych zagadnieniom lokalizacyjnym, przedstawiających problem w różnych ujęciach w zależności od specyfiki omawianych w nich zadań praktycznych. W prezentowanej pracy przedstawiono klasyfikację modeli matematycznych dotyczących zagadnień lokalizacyjnych z punktu widzenia sposobu uwzględnienia w nich parametru czasu.

ON CERTAIN APPLICATIONS OF LOCATION PROBLEM AND THEIR CLASSIFICATION

Summary: An optimal facility location is one of the most important problems in the process of investment and allocation decision making. In the world's literature a lot of interesting papers describe real applications of the location problem. This paper presents a new location problem classification depending on time as a parameter which can be utilized in a very flexible way.

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ЗАДАЧ РАЗМЕЩЕНИЯ И ИХ КЛАССИФИКАЦИИ

Резюме: Важным вопросом для принятия решений о капиталовложениях и решения задач назначения являеся оптимальное размещение объектов. В последнее время в мировой литературе много работ посвящено локализационным задачам с учетом разных обстоятельств касающихся их применения на практике. В настоящей работе дается классификация математических моделей задач размещения с учетом зависимости от времени.

1. Wstęp

Planowanie lokalizacji obiektów oraz powiększanie ich pojemności jest istotnym zagadnieniem dla różnych aplikacji w szeregu intensywnie rozwijających się gałęzi przemysłu. Przykłady tych aplikacji mogą być zaczerpnięte z sieci komunikacyjnych, systemów zasilania elektrycznością, w ciężkich procesach przemysłowych, źródłach zasilania wodą i w wielu innych. Celem matematycznego modelowania tych zagadnień jest podanie praktycznych narzędzi wspomagających podejmowanie decyzji inwestycyjnych. Jednym z takich narzędzi jest opracowany przez autorki tego artykułu użytkowy system komputerowy LOCAL-R [30] rozwiązujący statyczne jedno- i dwupoziomowe zagadnienia. System ten posłużył do rozwiązania rzeczywistego zadania wyznaczenia optymalnego rozmieszczenia magazynów produktów naftowych (zadanie jednopoziomowe). LOCAL-R został przetestowany również na danych rzeczywistych dotyczących przemysłu owocowo-warzywnego (zadanie dwupoziomowe).

W swojej dotychczasowej praktyce autorki zetknęły się również z licznymi zagadnieniami praktycznymi, dla których istnieje potrzeba rozwiązania problemu lokalizacji z uwzględnieniem horyzontu czasowego. Do szczególnie interesujących przykładów należą:

1. lokalizacja oddziałów bankowych,
2. lokalizacja rozdzielni przesyłek pocztowych,
3. lokalizacja służb ratownictwa lotniczego lub miejskiego,
4. lokalizacja lotnisk zapasowych,
5. lokalizacja miejsc zrzutu paliwa w przypadkach awarii samolotu.

We wszystkich tych przykładach czas występuje jako istotny parametr w opisie modelu, czy to w funkcji celu, czy też w ograniczeniach.

W rozdziale drugim prezentowanej pracy przedstawiono wybrane przykłady zastosowań. W rozdziale trzecim podano trzy ważniejsze klasyfikacje zadań lokalizacji. W rozdziale czwartym autorki zaproponowały własną klasyfikację modeli lokalizacyjnych, których głównym parametrem jest czas.

2. Przykłady modeli lokalizacyjnych

W rozdziale tym zostanie przedstawionych 12 wybranych przykładów zastosowań. Dla 7 z nich przytoczono sformułowania matematyczne.

A.Warszawski w artykule [34] prezentuje dwa modele lokalizacji: statyczny i dynamiczny. Pierwszy z nich opisuje wieloasortymentowy, statyczny problem lokalizacji. Lokalizowane są tu różnego rodzaju funkcjonalne (infrastrukturalne) centra w satelitarnych osiedlach mieszkaniowych. W rozpatrywnym zadaniu osiedle satelitarne składa się ze 152 mieszkań zawartych w 7 czteropiętrowych budynkach. Podstawowymi 3 materiałami budowlanymi są beton, bloki budowlane oraz wzmacniające konstrukcje stalowe. Dla celów analizy problem podzielono na 38 odbiorców z określonymi zapotrzebowaniami na powyższe materiały. Ustalono również 9 potencjalnych lokalizacji dostawców tych trzech typów towarów. Problem posiada 204603 dopuszczalnych rozwiązań. Optymalnym rozwiązaniem będzie to, które spełni zapotrzebowania, zminimalizuje koszty własne dostawców i koszty przesyłki. Model matematyczny przedstawia się następująco:

$$min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} c_{ij} Q_j + \sum_{i=1}^{n} g_i y_i$$

przy ograniczeniach: $\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad j = 1,\dots,m; \qquad \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \le m y_i, \quad i = 1,\dots,n; \qquad y_i = 1$ lub $0, \qquad x_{ij} \ge 0,$

gdzie: m - liczba miejsc odbiorców, $i = 1,\dots,n$, n - liczba lokalizacji dostawców, $j = 1,\dots,m$,

Q_j - wielkość zapotrzebowań j-tego odbiorcy; g_i - stałe koszty związane z lokalizacją i,

c_{ij} - koszty transportowe z lokalizacji i do j, x_{ij} - udział zapotrzebowania w j dostarczanego z i,

$y_i \in \{0,1\}$ 1 - gdy jest lokalizacja w punkcie i.

M.J.Hodgson [14] rozważa problem optymalnej lokalizacji obiektów infrastruktury społecznej, takich jak: przedszkola, żłobki, sklepy, punkty usługowe. Społeczna analiza problemu wykazuje, iż powinny znajdować się one na drodze pomiędzy miejscami zamieszkania a miejscami pracy. Minimalizowany jest sumaryczny czas podróży. Znamienny jest fakt, że czas odgrywa tu rolę współczynnika w funkcji celu i ze względu na brak horyzontu planowania jest to klasyczne zadanie statyczne.

W ostatnich czasach problemy optymalnej lokalizacji obiektów w czasie objęły m.in. tak istotną dziedzinę naszego życia, jaką jest telekomunikacja. W swoim artykule D.Ghosh i

I.Murthy [12] rozpatrują zagadnienie optymalnej lokalizacji zbiorów baz danych składowanych na dyskach komputerów połączonych za pomocą sieci telekomunikacyjnych. Przekazywanie tą drogą danych zgromadzonych w zintegrowanych systemach informacyjnych stało się koniecznością dla geograficznie rozproszonych organizacji. W systemach zintegrowanych procesy takie, jak komputerowe przetwarzanie czy składowanie baz danych, są zdecentralizowane i ich lokalizacja jest zwielokrotniona (tzn. tworzone są kopie zapasowe). W prawidłowym funkcjonowaniu tych systemów bierze się pod uwagę takie cele jak:

◊ obniżenie kosztów operacyjnych (tj. składowania zbiorów oraz komunikacyjne koszty realizacji zapotrzebowań i uaktualniania danych),
◊ obniżenie czasów realizacji zapotrzebowań on-line,
◊ poprawianie ogólnej dostępności do zbiorów (tj. zwiększenie prawdopodobieństwa, że kopia zbioru będzie osiągalna w chwili wystąpienia zapotrzebowania u użytkownika).

Wymienione tu funkcje celu są we wzajemnym konflikcie. Zwielokrotnienie składowania kopii zbiorów powiększa koszty składowania i aktualizacji. Jednakże przy większej liczbie składowań odbiorcy mogą docierać do zbiorów lokalnie, stąd koszty komunikacyjne i czasy realizacji są pomniejszane. Komputery i kanały komunikacyjne mogą ulegać awariom. W wyniku takich awarii wierzchołki zostają odłączane od sieci, a więc wszystkie magazynowane w nich zbiory stają się niedostępne. Polepszenie dostępności do danych może być osiągnięte poprzez utrzymanie wysokiego poziomu nadmiarowych zbiorów, co w rezultacie powiększa koszty operacyjne systemu. Model matematyczny przedstawia się następująco:

$$min \sum_{j=1}^{N}\sum_{d=1}^{F} C_j^d y_j^d + \sum_{i=1}^{N}\sum_{d=1}^{F}\sum_{j=1}^{N} Q_i^d k_{ij} x_{ij}^d + \sum_{i=1}^{N}\sum_{d=1}^{F} U_i^d \left(\sum_{j=1}^{N} y_j^d k_{ij}\right)$$

jeżeli przyjmiemy, że:

$$Cy_j^d = C_j^d + \sum_{i=1}^{N} U_i^d t_{ij}, \quad \forall j,d \text{ oraz } \quad Cx_{ij}^d = Q_i^d t_{ij}, \quad \forall i,j,d$$

postać funkcji celu będzie następująca:

$$min \sum_{j=1}^{N}\sum_{d=1}^{F} Cy_j^d + \sum_{i=1}^{N}\sum_{d=1}^{F}\sum_{j=1}^{N} Cx_{ij}^d + x_{ij}^d$$

przy następujących ograniczeniach:

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij}^d = 1, \quad \forall i,d; \qquad y_j^d - x_{ij}^d \geq 0, \quad \forall i,d,j; \qquad \sum_{j=1}^{N} x_{ij}^d w_{ij} = T_j^d, \quad \forall i,d$$

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij}^d a_{ij} \leq A_i^d, \quad \forall i,d; \qquad \sum_{ij \in p^l} x_{ij}^d + \bar{Q}_i^d \leq c^l, \quad \forall l; \qquad y_j^d, x_{ij}^d \in \{0,1\},$$

gdzie:
i, j -geograficzne lokalizacje w sieci, i,j=1,2,...,N, d -identyfikator zbioru z danymi, d=1,2,...,F, l - identyfikator łącza komunikacyjnego, l=1,2,...,L, Q_i^d -wielkość zapotrzebowania z wierzchołka i dla zbioru d (w KB), $\bar{Q}_i^d$ -max wielkość zapotrzebowania z wierzchołka i dla zbioru d (w KB), U_i^d -wielkość aktualizacji z wierzchołka i dla zbioru d (w KB), C_j^d -koszty składowania/utrzymania zbioru d w wierzchołku j (w S), k_{ij} -koszty komunikacji pomiędzy wierzchołkami i oraz j, w_{ij} -najgorszy czas realizacji pomiędzy wierzchołkami i oraz j, a_{ij} -prawdopodobieństwo udanej komunikacji pomiędzy wierzchołkami i oraz j, T_i^d - maksymalny akceptowalny czas realizacji dla zapotrzebowań z wierzchołka i dla zbioru d (w sek.), A_i^d - minimum akceptowalnej dostępności dla zapotrzebowania z wierzchołka i dla zbioru d, c^l-pojemność łącza l (w KB/sek.), p^l-zbiór par źródłowo-docelowych i-j wymagających połączenia l, N -liczba wierzchołków w sieci, F -liczba lokalizowanych zbiorów z danymi, L -liczba połączeń w sieci.

Innym przykładem lokalizacji w skali makro (dla kraju) jest model zaprezentowany przez J.M.Nambiara, L.F.Geldersa i L.N. Van Wassenhovea [29]. W pracy autorzy rozpatrywali rozwiązanie lokalizacyjno-przydziałowego problemu w przemyśle kauczukowym. Zadanie to było rozwiązywane na zlecenie rządu Malezji. Dostawcami latexu są właściciele dużych plantacji drzew kauczukowych. Lokalizowane są punkty skupu (CS) oraz przetwórnie (CRPF), produkujące wysokiej jakości kauczuk naturalny oraz rozpatrywany jest problem marszruty pojazdów zwożących latex z plantacji do punktów skupu. Globalny model minimalizuje koszty składowania i koszty stałe systemu, biorąc pod uwagę ograniczenia na pojemność oraz czas, przy zadanym zbiorze pojazdów. Model matematyczny przedstawia się następująco:

$$min\left[\sum_{i=K+1}^{K+n}\sum_{j=1}^{K+n}\sum_{h=1}^{H}c_{ijh}x_{ijh}+\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=K+1}^{K+n}\sum_{h=1}^{H}\left(c_{ijh}+P_h\right)x_{ijh}+\sum_{i=1}^{K}D_i(S_i)V_i+\sum_{h=1}^{H}aO_h\right]$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{i=1}^{K+n}\sum_{h=1}^{H}x_{ijh}=1, \qquad j=K+1,\ldots,K+n,$$

$$\sum_{j=1}^{K+n}x_{ijh}-\sum_{j=1}^{K+n}x_{ijh}=0, \qquad h=1,\ldots,H,\ i=1,\ldots,K+n,$$

$$\sum_{j=K+1}^{K+n}\sum_{h=1}^{H}x_{ijh}\le M_iV_i, \qquad i=1,\ldots,K,$$

$$\sum_{j=1}^{K+n}y_{ij}-\sum_{j=K+1}^{K+n}y_{ij}=d_i, \qquad i=K+1,\ldots,K+n,$$

$$y_{ij}\le\sum_{h=2}^{H}Q_hx_{ijh}, \qquad i=K+1,\ldots,K+n,\ j=1,\ldots,K+n,$$

$$\sum_{i=K+1}^{K+n}y_{ij}\le S_j, \qquad j=1,\ldots,K,$$

$$S_j\le R_j, \qquad j=1,\ldots,K,$$

$$O_h\le O_{\max}, \qquad h=1,\ldots,H,$$

$$\sum_{i=1}^{K+n}\sum_{j=1}^{K+n}t_{ijh}x_{ijh}\le B+O_h, \qquad h=1,\ldots,h,$$

$$\sum_{i=K+1}^{K+n}\sum_{j=1}^{K+n}t_{ijh}x_{ijh}\le W, \qquad h=1,\ldots,H,$$

$$x_{ijh}\in\{0,1\}, \qquad i,j=1,\ldots,K+n,\ h=1,\ldots,H,$$

$$V_i\in\{0,1\}, \qquad i=1,\ldots,K,$$

$$O_h\ge 0, \qquad \text{h}=1,\ldots,\text{H},$$

$$y_{ij}\ge 0, \qquad i,j=1,\ldots K+n,$$

$$S_j\ge 0, \qquad j=1,\ldots,K,$$

przy oznaczeniach:

$i,j=1,\ldots,K$ - potencjalne lokalizacje CRPF,
$i,j=K+1,\ldots,K+n$ - lokalizacje CS,
$h=1,\ldots,H$ - zbiór pojazdów,
C_{ijh} - koszty przejazdu bezpośrednio z i do j po najkrótszej drodze przy użyciu pojazdu h,
P_h - stale koszty pojazdu h,
D_iS_i - stale koszty i-tego CRPF jako funkcja jego rozmiaru S_i,
a - nadgodziny, koszt/godz.,
M_i - maksymalna liczba pojazdów w i-tym CRPF,
d_i - wielkość dostaw latexu do i-tego punktu CS,
Q_h - pojemność pojazdu,

R_i - maksymalna pojemność i-tego CRPF,

t_{ijh} - czas przejazdu h-tego pojazdu z i do j,

B - czas pracy regularnej zmiany (8 godz.),

O_{max} - maksimum z liczby nadgodzin za dzień lub za pojazd,

W - dopuszczalny przedział czasu (wynikający z łatwego psucia się latexu),

$x_{ijh} \in \{0,1\}$ 1 - jeżeli pojazd jedzie bezpośrednio z i do j,

$V_i \in \{0,1\}$ 1 - jeżeli CRPF jest otwarte,

Y_{ij} - nieujemna, zmienna przepływu,

O_h - nieujemna, całkowita zmienna oznaczająca nadgodziny pojazdu h,

S_i - pojemność i-tego CRPF.

R.Srivastava i W.C.Benton rozważają w swej pracy [32] problem lokalizacji z położeniem szczególnego nacisku na problem doboru marszruty dla zadanej liczby pojazdów rozwożących towary. Zakłada się spełnienie wszystkich zapotrzebowań odbiorców. Zdaniem autorów poprawa systemu dystrybucji może dać ponad 20% zysku i jest równie ważna jak poprawa produktywności. Podstawową charakterystyką rzeczywistego problemu jest stosunek kosztów transportowych do kosztów lokalizacji magazynów. Autorzy wykazują, że każda gałąź przemysłu ma swoją strukturę tych stosunków kosztów i odzwierciedlają one charakterystykę własnego środowiska.

Zagadnienie zaprezentowane przez G.A.Kochmana i C.J.McCalluma w artykule [19] bez wątpienia może być uznane za reprezentanta rzeczywistych problemów lokalizacyjnych końca dwudziestego wieku. Autorzy podali dwa modele lokalizacyjne dla zagadnień wyznaczania optymalnej obsługi zapotrzebowań na komunikacyjne obiegi informacji pomiędzy USA oraz krajami Europy i Bliskiego Wschodu. W prognozach wielkości przyszłych zapotrzebowań, zadaniem do rozwiązania jest ekonomiczny wzrost sieci komunikacyjnych dla spełnienia tych zapotrzebowań. Obiektem lokalizacji są zarówno obiekty satelitarne jak i kable podmorskie. Wybór marszruty wszystkich indywidualnych obiegów pomiędzy dwoma punktami zapotrzebowań powinien minimalizować całkowity ponoszony koszt w zadanym horyzoncie czasowym. Model .ten nie uwzględnia problemu relokalizacji. Model matematyczny przedstawia się następująco:

$$\sum_{j=1}^{N} C_j x_j + \sum_{t=1}^{T}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K} a_{kmt} y_{kmt}$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{m=1}^{M} y_{mt} = d_{kt}, \qquad 1 \le k \le K, \qquad 1 \le t \le T,$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{kmt} \le \sum_{j \in O_m} Q_j x_j, \qquad 1 \le m \le M-1, \qquad 1 \le t \le T,$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{kMt} \ge \sum_{k=1}^{K} y_{kM,t-1}, \qquad 1 \le t \le T,$$

$$\sum_{j \in I_t} x_j \le 1, \qquad 1 \le t \le T,$$

$$f_{kt}^1 d_{kt} \le y_{kMt} \le f_{kt}^2 d_{kt}, \qquad 1 \le k \le K, \qquad 1 \le t \le T,$$

$$y_{kmt} \ge 0, \qquad 1 \le k \le K, \qquad 1 \le m \le M-1, \qquad 1 \le t \le T,$$

$$x_j = 0,1, \qquad 1 \le j \le N,$$

gdzie:

$x_j \in \{0,1\}$, 1 - jeżeli kabel jest instalowany, y_{kmt} - wielkość przepływu, T - liczba przedziałów czasowych, K - liczba rozpatrywanych krajów (odbiorców w Europie i na Bliskim Wschodzie), M - liczba marszrut,

N - liczba kabli podmorskich, Q_j - pojemność "obiegowa" kabli, C_j - stałe koszty konstrukcji i instalacji kabla j ($1 \leq j \leq N$), a_{kmt} - jednostkowe koszty marszruty, d_{kt} - zapotrzebowanie na "obiegi" dla kraju k w przedziale czasowym t.

Interesującym zadaniem lokalizacji dynamicznej jest problem opisany przez M.Bastiana oraz M.Volkmera [2]. Rozpatrywana jest sieć z odbiorcami umiejscowionymi w węzłach. Zapotrzebowania są niestacjonarne w czasie i zadane dla pewnej liczby okresów naprzód. Zakłada się, że pojedynczy dostawca jest w stanie zaspokoić wszystkie z tych zapotrzebowań. Dostawca może być relokowany na początku każdego z przedziałów, co pociąga za sobą dodatkowe koszty. W problemie uwzględnia się koszty transportowe. Celem jest minimalizacja kosztów całkowitych systemu funkcjonującego w zadanym skończonym horyzoncie czasu. Podobny problem rozważa w swym artykule S.Chand i T.E.Morton [7].

Przykładem dynamicznego zadania lokalizacyjnego ze znaczącymi kosztami relokalizacji obiektów jest drugi model zaprezentowany przez A.Warszawskiego [34]. Prezentowany problem lokalizacji rozciąga się na kilka przedziałów czasowych, z zapotrzebowaniami zmieniającymi się z przedziału na przedział. Celem jest wyznaczenie optymalnych lokalizacji i ewentualnego relokowania zakładów produkujących beton, przy zadanych wielkościach na porcje betonu dla każdego odbiorcy na odpowiednim etapie budowy, kosztach własnych zakładów produkujących beton i technicznej specyfikacji transportu tego materiału. W tym przypadku model matematyczny przedstawia się następująco:

$$min \sum_{t=1}^{v}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{tij} Q_{tj} x_{tij} + \sum_{t=1}^{v}\sum_{i=1}^{n} b_{ti} y_{ti} + \sum_{i=1}^{n} a_{1i} y_{1i} + \sum_{t=2}^{v}\sum_{i=1}^{n} a_{ti} y_{ti}\left(1 - y_{(t-1)i}\right)$$

przy ograniczeniach:

$$my_{ti} \geq \sum_{j=1}^{m} x_{tij}, \qquad i = 1,\dots,n, \qquad t = 1,\dots,v,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{tij} = 1 \text{ jezeli } Q_{tj} \geq 0, \qquad j = 1,\dots,m, \qquad t = 1,\dots,v,$$

$$y_{ti} = 1 \text{ lub } 0, \qquad t = 1,\dots,v, \qquad i = 1,\dots,n,$$

$$x_{tij} \geq 0 \qquad t = 1,\dots,v, \qquad i = 1,\dots,n, \qquad j = 1,\dots,m,$$

gdzie:

n - miejsca lokalizacji, m - odbiorcy, v - przedziały czasu, Q_{tj} - zapotrzebowanie w punkcie j w przedziale czasu t, c_{tij} - jednostkowe koszty transportowe z lokalizacji i do odbiorcy j w przedziale czasu t, g_{ti} - stałe koszty związane z decyzją o lokalizacji w punkcie i w przedziale czau t, b_{ti} - stałe koszty dostawcy i w przedziale czasu t, a_{ti} - koszty inwestycyjne związane z uruchomieniem dostawcy i w przedziale czasu t,

x_{tij} - udział zapotrzebowania Q_{tj} zaspokajanego z i,

y_{ti} = 1- oznacza, że dostawca jest lokalizowany w i w przedziale czasu t.

T.J.Van Roy i D.Erlenkoter [33] przedstawiają zagadnienie optymalnej lokalizacji obiektów w zadanych stanach czasowych, tak aby zminimalizować całkowite koszty zaspokojenia zapotrzebowań rozmaicie zlokalizowanych w czasie. Obiekty mogą być zamykane lub otwierane w badanym horyzoncie czasu, przy czym zakłada się, że obiekt raz zamknięty nie jest już więcej otwierany. Autorzy rozważają model, dla którego wszystkie zapotrzebowania są spełniane. Jednocześnie omawiają kwestię zastosowania swojej metody do problemów dynamicznej lokalizacji o ograniczonych pojemnościach.

$$min \sum_{t}\sum_{i}\sum_{j}\sum_{\tau} c_{ij}^{t\tau} x_{ij}^{t\tau} + \sum_{\tau}\sum_{i} F_i^{\tau} z_i^{\tau},$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{i}\sum_{\tau} x_{ij}^{t\tau} = 1, \qquad \forall j,t \qquad\qquad x_{ij}^{t\tau} \leq z_i^{\tau}, \qquad \forall i,j,t,\tau$$

$x_{ij}^{t\tau} \geq 0, \qquad \forall i,j,t,\tau \qquad z_i^{\tau} \in \{0,1\} \qquad \forall i,\tau$

gdzie:
i - wskaźnik lokalizacji obiektu, I - zbiór wszystkich lokalizacji odbiorców, j - wskaźnik lokalizacji odbiorcy, J - zbiór "pseudo" odbiorców, t.j. wszystkich kombinacji (j,t) odbiorców j oraz przedziałów czasowych, t - wskaźnik przedziału czasu dla zapotrzebowania odbiorcy, τ - wskaźnik przedziału czasu dla decyzji o otwarciu (zamknięciu), I_0 - zbiór lokalizacji, gdzie obiekty mogłyby być otwarte, I_c - zbiór lokalizacji, gdzie istniejące obiekty mogłyby być otwarte, $I = I_0 \cup I_c$ $c_{ij}^{t\tau}$ - koszt produkcji oraz przesłania całkowitego zapotrzebowania odbiorcy j, w przedziale czasu t przez obiekt i otwarty w przedziale czasu τ,
$x_{ij}^{t\tau}$ - część zapotrzebowania odbiorcy j realizowana w przedziale czasu t przez obiekt i otwarty w przedziale czasu τ,

$z_i^{\tau} = 1,$	$i \in I_0$	oznacza, że istniejący obiekt i jest otwarty w przedziale czasu τ,
$z_i^{\tau} = 1,$	$i \in I_c$	oznacza, że istniejący obiekt i jest otwarty tylko do końca przedziału czasu τ,
$F_i^{\tau} \geq 0,$	$i \in I_0$	określa wszystkie przyszłe koszty stałe dla otwieranego obiektu i w przedziale czasu τ,
$F_i^{\tau} \geq 0,$	$i \in I_c$	określa wszystkie poniesione w przeszłości koszty stałe dla obiektu i otwartego tylko do końca przedziału czasu τ,

J.G.Klincewicz, H.Luss i C.S.Yu [18] opisują wielolokanalizacyjny model o ograniczonej pojemności sformułowany dla zagadnień o dużych rozmiarach i długich horyzontach planowania. Centra dystrybucyjne mogą być otwierane, rozbudowywane lub zamykane w rozpatrywanym horyzoncie czasowym.Wielkości zapotrzebowań oraz ich umiejscowienie są zmienne w czasie. Minimalizowane są wszystkie koszty przy przy zaspokojaniu zapotrzebowań w odpowiednich przedziałach czasu. Prezentowany model jest nieliniowym sformułowaniem mieszanego programowania całkowitoliczbowego.

Poniżej przedstawiony jest opis zadania wraz z modelem matematycznym dla zagadnienia optymalnego rozmieszczenia służb ratownictwa lotniczego. Model ten został opracowany przez autorki tego artykułu. W pewnej klasie przykładów praktycznych spotykamy się ze zjawiskiem, gdy nie istnieje możliwość określenia punktów na sieci, które w zadaniach lokalizacji są nazywane odbiorcami. Natomiast dla istniejących lub potencjalnych dostawców mamy ściśle określone wierzchołki. Zauważmy, że nie określony w sposób jawny zbiór wierzchołków odbiorców, gdy istnieje możliwość ich wystąpienia w całej rozpatrywanej przestrzeni, sprowadza to zadanie do problemu znanego w literaturze jako problem pokrycia. Z takim zagadnieniem mamy do czynienia w przypadku lokalizacji rozmieszczenia ośrodków ratownictwa lotniczego. Polska będąc członkiem ICAO jest zobowiązana do posiadania na swoim terytorium systemu poszukiwania i ratownictwa SAR. Działaniem tego systemu objęte są wszystkie statki powietrzne: cywilne wojskowe oraz będące w służbie cywilnej i służbie publicznej, ich załogi, pasażerowie oraz inne osoby poszkodowane w wyniku wypadku statku powietrznego poza lotniskiem. System ten powinien pokrywać obszar lądowy Polski i część Morza Bałtyckiego w granicach polskiego Rejonu Informacji Powietrznej - FIR Warszawa. Biorąc pod uwagę to, że:

- ◊ minimalizacja kosztów transportowych w tym przypadku musi być pominięta, ponieważ trudno jest mówić o ograniczeniach kosztów, gdy chodzi o życie ludzkie,
- ◊ rozpatrywany teren musi być w pełni pokryty usługą, ponieważ takie są wymagania przepisów międzynarodowych o bezpieczeństwie ruchu lotniczego,
- ◊ koszty stałe można pominąć, ponieważ w obecnym stanie organizacyjnym służb poszukiwawczo - ratowniczych wszystkie jednostki rozmieszczone są na istniejących lotniskach, a nowe lokalizacje powinny uwzględniać fakt istnienia w wybranym miejscu struktur organizacyjnych o zbliżonym działaniu (np. Zespoły Lotnictwa Sanitarnego),

model matematyczny naszego zadania przedstawia się więc następująco:

$$min\sum_i \sum_j x_{ij}$$

i - numer lokalizacji, j - numer jednostki, i=1,...,I, j=1,...,J

$x_{ij} = \{1,0\}$ 1 - jeżeli jednostka j-ta jest umieszczona w i-tej lokalizacji,

przy ograniczeniach:

$\sum_j x_{ij} \le 1$ (max. jeden obiekt w jednej lokalizacji),

$\sum_i x_{ij} \le 1$ (lokalizacja tego samego obiektu w co najwyżej jednym miejscu),

$\sum_i \sum_j b_{ij} x_{ij} \ge 1$ (zapewnienie całkowitego pokrycia rozpatrywanej powierzchni),

gdzie: b_{ij} - część powierzchni kraju pokryta przez j-tą jednostkę umieszczoną w i-tym miejscu,

Tak sformułowane zadanie należy do NP-trudnych.

3. Wybrane klasyfikacje zagadnień lokalizacyjnych

Zagadnienia uwzględniające pojęcie lokalizacji pojawiają się w literaturze światowej od kilkudziesięciu lat. Za twórcę pierwszej systematycznej teorii lokalizacji jest uznawany Alfred Weber [23]. Według jego teorii pierwszoplanowymi czynnikami lokalizacji są koszty transportowe, koszty siły roboczej oraz korzyści aglomeracji. Koncepcja A.Webera dotyczy indywidualnego przedsiębiorcy działającego w warunkach wolnej konkurencji. Jest to ujęcie mikroekonomiczne. Celem teorii A.Webera było poszukiwanie optymalnego miejsca lokalizacji prywatnego przedsiębiorstwa w punkcie zapewniającym maksymalną oszczędność. Mimo swojej niedoskonałości teoria ta stanowi w dalszym ciągu podstawę rozważań o rozmieszczeniu przemysłu. Klasyfikacja przeprowadzona przez A.Webera nie była dokonywana z punktu widzenia modeli lokalizacyjnych, ale z punktu widzenia geografii ekonomicznej, tj. optymalnego rozmieszczenia produktów oraz własności tych produktów. W klasyfikacji tej A.Weber rozróżnia:

1. surowce występujące powszechnie, np. glina - nie wywierające wpływu na lokalizację, chyba że różnią się one parametrami jakościowymi bądź łatwością pozyskiwania;
2. surowce tracące na wadze w procesie produkcji, np. niskoprocentowe rudy metali - lokalizacja surowcowa;
3. surowce uczestniczące w procesie produkcji, ale niknące w nim, np. surowce energetyczne - w zasadzie lokalizacja surowcowa, chyba, że koszty transportowe i ubytki w czasie transportu przemawiają za lokalizacją rynkową;
4. surowce czyste tracące niewiele na wadze w procesie przetwarzania - lokalizacja rynkowa.

W świetle później przeprowadzanych klasyfikacji powyższe rozróżnienie jest ujęciem problemu w mikroskali.

Rozwój komputeryzacji postawił problemy lokalizacji w nowym świetle. W literaturze światowej pojawiła się duża liczba prac poświęconych różnym zagadnieniom lokalizacyjnym. Większość z tych prac powstała na konkretne zamówienia. Zakres instytucji zlecających wyznaczenie optymalnej lokalizacji zadanych obiektów jest bardzo szeroki: zarządy korporacji [11], rady miejskie [14],[31], różne gałęzie przemysłu [15],[22], sektor prywatny i publiczny [12], a także rządy państw [29],[34]. W każdej z tych prac opisano szczegółowo konkretny problem, sformułowano model matematyczny, zaproponowano algorytm rozwiązania oraz przedstawiono rezultaty obliczeń komputerowych, dokonując częstokroć analizy porównawczej z rozwiązaniami otrzymywanymi przy użyciu innych metod.

Wielość różnorakich modeli, które pojawiły się od czasu cytowanego wyżej, powszechnie znanego artykułu A.Webera spowodowała potrzebę ich klasyfikacji. W ostatnich latach pojawiły się dwie prace, zwracające szczególną uwagę swoim podejściem, dokonujące klasyfikacji zagadnień lokalizacyjnych [1], [8].

C.H.Aikens [1] prezentuje rzetelny przegląd literatury do 1985 roku i przyporządkowuje modele do odpowiednich grup w zależności od tego, w jaki sposób uwzględniane są w nich następujące charakterystyki:

1. liczba poziomów magazynów pośrednich,
2. liczba rodzajów towarów (asortymentów),
3. struktura kosztów (liniowe i nieliniowe),
4. horyzont planowania (statyczne lub dynamiczne),
5. zapotrzebowania (deterministyczne lub stochastyczne),
6. sieć dystrybucji (o ograniczonej lub nieograniczonej pojemności).

Powyższe charakterystyki pozwoliły Aikensowi na wyodrębnienie 8 grup najczęściej spotykanych modeli:

1. Najprostszy model lokalizacji.
2. Prosty model lokalizacji z uwzględnieniem magazynów pośrednich.
3. Wieloasortymentowy model lokalizacji.
4. Dynamiczny model lokalizacji.
5. Model lokalizacji z ograniczoną dostawą.
6. Uogólniony model lokalizacji z ograniczoną dostawą.
7. Stochastyczny model lokalizacji z ograniczoną dostawą.
8. Wieloasortymentowy model lokalizacji z magazynami pośrednimi i z ograniczonymi dostawami.

Wraz z matematycznym opisem każdego z powyższych modeli autor powołuje się na konkretne publikacje i przedstawia zastosowane algorytmy otrzymania rozwiązań. Większość z tych algorytmów ze względu na trudności obliczeniowe jest heurystyczna, a zatem wyznacza rozwiązania suboptymalne.

J.Current, H.Min oraz D.Schilling [8] również dokonują przeglądu szerokiej i wielodyscyplinarnej literatury dotyczącej zadań lokalizacyjnych. Celem ich analizy jest przedstawienie zakresu badań prowadzonych do 1990 roku oraz zobrazowanie,w jak wielu różnorodnych dyscyplinach zagadnienie lokalizacji znajduje zastosowanie. W swojej pracy autorzy zacytowali 45 artykułów, które zostały opublikowane w 20 anglojęzycznych pismach. Wyodrębnili oni 4 szerokie kategorie problemów. Najobszerniejsza okazała się kategoria, w której minimalizowany jest koszt. W klasie tej umieszczone są m.in. modele z minimalizacją odległości. Drugą istotną kategorią jest klasa problemów zorientowanych na pokrycie i przydział zapotrzebowań. Zaledwie 10% artykułów obejmuje dwie ostatnie kategorie, tj. maksymalizację zysków oraz spełnienie wymogów ekologicznych. Generalnie autorzy wyróżniają następujące obiektowe zorientowania funkcji celu rozróżniające zagadnienia lokalizacyjne:

1. Kryteria kosztów.
2. Spełnienie zapotrzebowań.
3. Zyskowność.
4. Ochrona środowiska.

Strukturalnie przestudiowane modele obejmują populację modeli lokalizacji jednoasortymentowych. Chociaż również umiejscawiane są obiekty z nieograniczonymi wieloasortymentowymi pojemnościami w dyskretnym zbiorze dla deterministycznych parametrów dla pojedynczego okresu planowania. Autorzy wyodrębniają jako istotne następujących pięć charakterystyk strukturalnych:

1. Lokalizacja jednego lub wielu obiektów.
2. Ograniczoność lub nieograniczoność pojemności.

3. Ciągłość lub dyskretność zbioru obiektów lokalizacji.
4. Deterministyczna lub stochastyczna natura parametrów zagadnienia (np. zapotrzebowań, zysku).
5. Statyczna lub dynamiczna natura modelu.

Ogromna większość matematycznych modeli służących do opisu zadań wyznaczania optymalnej lokalizacji może być uznana jako wieloobiektowe, z nieograniczonymi pojemnościami, dyskretne, deterministyczne i statyczne. Nie jest to zaskakujące, gdy weźmie się pod uwagę wysiłek związany z uzyskaniem komputerowej realizacji algorytmów dających optymalne rozwiązania zagadnień lokalizacyjnych. Przykładowo, duże trudności napotyka się już przy konstrukcji optymalnego algorytmu dla modelu lokalizującego pojedynczy obiekt w ciągłej przestrzeni decyzyjnej. ***Stąd potrzeba stosowania heurystycznej metody wyznaczania suboptymalnego rozwiązania, do którego zbiegają rozwiązania kolejnych podproblemów powstałych w wyniku dekompozycji problemu podstawowego, przy jednoczesnej anumeracji.*** Z drugiej strony zagadnienia dyskretne i tak są w większości przypadków rozwiązywane metodami aproksymacji rozwiązania optymalnego. Autorzy podkreślają konieczność każdorazowego przeprowadzania dokładnej analizy wieloprzedmiotowości i złożoności charakteru konkretnego problemu, zwłaszcza gdy cele są względem siebie konfliktowe. Trudno bowiem bezpośrednio pogodzić względy ekologiczne regionu z zyskownością prywatnego przedsiębiorcy operującego prywatnym kapitałem.

W odróżnieniu od klasyfikacji Aikensa, klasyfikacja zaproponowana przez J.Currenta, H.Mina oraz D.Schillinga nie jest wzajemnie jednoznaczna. Fakt ten wynika bezpośrednio z wieloobiektowości funkcji celu.

4. Klasyfikacja zagadnień lokalizacyjnych z uwzględnieniem parametru czasu

Przegląd światowej literatury ostatniego dziesięciolecia wykazuje, że nieustająco wzrasta zapotrzebowanie na algorytmy rozwiązujące problemy optymalnego lokalizowania obiektów, w następujących po sobie przedziałach czasu. Aktualnie, gdy wiele procesów jest już sterowanych komputerowo, przy jednoczesnej ich ciągłej elektronicznej obserwacji, posługiwanie się szybkim narzędziem dającym zadowalająco dobre rozwiązania lokalizacyjne staje się wyzwaniem naszych czasów.

W ogólnym, intuicyjnym rozumieniu o dynamice procesów mówimy, gdy w wieloetapowym procesie decyzyjnym na każdym etapie należy podejmować optymalne decyzje. W szczególności problem lokalizacji jest dynamiczny wówczas, gdy zapotrzebowania lub koszty zmieniają się w czasie, bądź gdy koszty powiększenia dostaw lub ich relokacji w horyzoncie czasowym są znaczące.

Kolejną, przedstawioną poniżej,klasyfikacją jest klasyfikacja zaproponowana przez autorki tego artykułu. Klasyfikacja ta została dokonana z punktu widzenia traktowania w modelach parametru czasu.

Zgodnie z trzema klasyfikacjami [1], [8], [23] omówionymi w rozdziale 3 o zagadnieniu lokalizacyjnym mówimy, że jest ***dynamiczne***, gdy jedną z charakterystyk opisujących go jest czas. Biorąc pod uwagę możliwość różnorodnego podejścia do problemu, bądź że względu na specyfikę konkretnych rozwiązywanych zadań, bądź ze względu na różne podejścia do matematycznego sformułowania modelu (różne traktowanie parametru czasu lub wprowadzenie różnych ograniczeń), autorki wyodrębniły w klasie zadań lokalizacyjnych trzy podstawowe grupy zagadnień. Dla każdej z tych grup zostanie podana poniżej definicja, a także przedstawiony odpowiedni model matematyczny. Każda z tych grup jest w dalszym ciągu ogólnym opisem zadania, zatem również sformułowane modele są ogólne. Dają one możliwość opisu szerokiej gamy problemów praktycznych, dla których uwzględnienie specyfiki konkretnych zagadnień dokonuje się dopiero poprzez dodanie odpowiednich ograniczeń.

Z praktycznego punktu widzenia problem lokalizacji jest dynamiczny wówczas, gdy spełnione są następujące dwa warunki:

1. zapotrzebowania lub koszty zmieniają się w czasie,
2. koszty powiększenia dostaw lub ich relokacji w horyzoncie czasowym są znaczące.

Jeżeli nie jest spełniony warunek pierwszy, mamy do czynienia ze statycznym modelem lokalizacji. W przypadku gdy nie jest spełniony warunek drugi, wystarczy rozważyć serię nie powiązanych ze sobą statycznych modeli.

DEFINICJA 1

Zagadnienie lokalizacyjne nazywamy statycznym, gdy nie uwzględnia ono horyzontu czasowego.

Ogólny model matematyczny przedstawia się następująco:

$$\min \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} + \sum_i f_i(y_i), \qquad \sum_i x_{ij} = 1,$$

$$y_i - x_{ij} \geq 0, \qquad y_i \in \{0,1\}, \qquad x_{ij} \geq 0 \quad i = 1,\dots,I, \qquad j = 1,\dots,J,$$

DEFINICJA 2

Zagadnienie lokalizacyjne nazywamy semidynamicznymi, gdy nie uwzględnia ono horyzontu czasowego, a parametr czasu występuje w ograniczeniach.

Ogólny model matematyczny:

$$\min \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} + \sum_i f_i(y_i) \qquad \sum_i x_{ij} = 1, \qquad y_i - x_{ij} \geq 0, \qquad y_i = \{0,1\}, \qquad x_{ij} \geq 0,$$

$$AX \leq TY, \qquad A = [a_{ij}], \; X = [x_{ij}], \; T = [T_{ij}], \; Y = [y_{ij}], \qquad i = 1,\dots,I, \qquad j = 1,\dots,J,$$

DEFINICJA 3

Zagadnienie lokalizacyjne nazywamy dynamicznym, gdy parametr czasu występuje jako indeks w zmiennych decyzyjnych.

Ogólny model matematyczny:

$$\min \sum_i \sum_j \sum_p c_{ijp} x_{ijp} + \sum_i f_{ip}(y_{ip}, y_{ip-1}) \qquad \sum_i \sum_p x_{ijp} = 1, \qquad y_{ip} - \sum_i x_{ijp} \geq 0, \qquad \sum_p y_{ip} \leq 1,$$

$$A_p X_p \leq T_p Y_p, \qquad A = [a_{ijp}], \; X = [x_{ijp}], \; T = [T_{ijp}], \; Y = [y_{ijp}], \quad i = 1,\dots,I, \; j = 1,\dots,J, \; p = 1,\dots,P,$$

Zadania statyczne charakteryzują się swoją niezależnością od horyzontu czasowego w postaci zbioru przedziałów czasowych.

Zauważmy, że semidynamiczny problem lokalizacji traktuje występowanie w nim czasu jako pewnego dodatkowo narzuconego ograniczenia. Jest to jedna z wielu charakterystyk modelu, dla którego sam proces lokalizacji, przydziału i przepływu dotyczy pojedynczego ustalonego przedziału czasowego. Przypadek ten został ujęty powyżej jako ten, w którym koszty i zapotrzebowania nie zmieniają się w czasie i jest on sprowadzany de facto do pojedynczego modelu statycznego. Dla niektórych zadań praktycznych współczynniki funkcji celu są niestacjonarne w badanym horyzoncie czasowym. Można jednak wykazać niezależność zmiennych decyzyjnych w kolejnym przedziale czasu od wartości tych zmiennych ze wszystkich okresów poprzedzających. Przypadek taki sprowadza się do rozwiązywania serii statycznych zadań lokalizacyjnych, dla których dane dotyczące współczynników funkcji celu otrzymywane na wyjściu z okresu poprzedzającego mogą determinować dane wejściowe okresu następnego.

Powyższe trzy definicje grupują zagadnienia lokalizacyjne w sposób zagnieżdżony.

Klasyfikacja modeli lokalizacyjnych z uwzględnieniem parametru czasu Tablica 1

	statyczne	semi-dynamiczne	dynamiczne
[2] Bastian M., Volkmer M.			*
[3] Benito Alonso M.A., Devaux P.	*		
[4] Baumwol W.J.	*		
[5] Broin M.W., Lowe T.J.	*		
[6] Chand S.			*
[7] Chand S., Morton T.E.			*
[10] Erlenkotter D.			*
[11] Fleischmann B., Paraschis J.N.	*		
[12] Gosh D., Murthy I.		*	
[13] Hakimi S.L., Kuo Ch-Ch.	*		
[14] Hodgson M.J.		*	
[15] Jasińska E., Wojtych E.	*		*
[17] Kaufman L., Eede M.V., Hansen P.	*		
[18] Klincewicz			*
[19] Kochman G.A., McCallum Jr. C.J.			*
[20] Kolen A.	*		
[21] Komorowska E., Mażbic-Kulma B., Piela Cz., Rydel J.	*		
[22] Komorowska E., Mażbic-Kulma B., Stępień J.	*		
[24] Laporte G., Nobert Y.	*		
[25] Mażbic-Kulma B., Pogorzelec A., Piela Cz., Rydel J.	*		
[26] Mażbic-Kulma B., Pogorzelec A., Rydel J.	*		
[28] Malandraki Ch., Daskin M.S.			*
[29] Nambiar J.M., Gelders F., Wassenhove Van L.N.		*	
[30] Pogorzelec A., Mażbic-Kulma B., Komorowska E. ...	*		
[31] Schreuder J.A.M.		*	
[32] Srivastava R., Benton W.C.		*	
[33] Van Roy T.J., Erlenkotter D.			*
[34] Warszawski A.	*		*
[35] Wesolowsky G.O., Truscott W.G.	*		*
[36] Wesolowsky G.O.	*		*
[37] Xu N., Lowe T.J.	*		

5. Podsumowanie

W pracy zaprezentowano klasyfikację zadań lokalizacyjnych, dla których głównym parametrem jest czas. Klasyfikacja ta została dokonana na podstawie szerokiego przeglądu literatury światowej oraz własnych doświadczeń autorek w modelowaniu problemów podejmowania decyzji inwestycyjnych. Już tylko przedstawione w rozdz. 2 wybrane przykłady rzeczywiste pokazują ogromną różnorodność zapotrzebowań na rozwiązywanie zadań lokalizacyjnych. Każdy przypadek jest indywidualny i wprawdzie funkcje celu, wiążące zmienne przydziału (x_{ij}) oraz lokalizacji (y_j), zapisują się tą samą formułą, to ograniczenia różnią między sobą poszczególne modele w sposób zasadniczy. Ograniczenia odzwierciedlają indywidualność rozwiązywanego problemu i mają daleko idące konsekwencje podczas konstrukcji algorytmu rozwiązującego. Omówienie algorytmów rozwiązujących wykracza poza tematykę tego artykułu. Matematyczne sformułowanie zadań lokalizacyjnych klasyfikuje je do mieszanego problemu całkowitoliczbowego. Problemy te są trudne do rozwiązania i w literaturze nazywa się je MP-H. Na ogół algorytm rozwiązujący jeden typ problemów lokalizacyjnych jest nieprzydatny dla innego zadania. Projektanci algorytmów opracowują heurystyczne algorytmy dające suboptymalne rozwiązania. Należy tu jednak zauważyć, że nie sposób stwierdzić, który z następujących czynników ma większy wpływ na dokładność rozwiązania:

◊ heurystyka algorytmu wynikająca z trudności skonstruowania dokładnego algorytmu,
◊ kompromis podejmowany przy tworzeniu skończonego matematycznego modelu dla układu otwartego, jakim jest rzeczywistość.

I tak ostateczną decyzję lokalizacji podejmuje człowiek biorąc przy tym pod uwagę dodatkowe uwarunkowania np. socjologiczne, ekologiczne. Algorytmy są dla niego ważnym narzędziem wspomagającym podejmowanie decyzji.

LITERATURA

[1] AIKENS C.H., *Facility location models for distribution planning*, EJOR 22, 1985, pp.263-279.
[2] BASTIAN M., VOLKMER M., *A perfect forward procedure for a single facility dynamic location/relocation problem*, Oper.Res.Lett. 12, 1992, pp.11-16.
[3] BENITO ALONSO M.A.; DEVAUX P., *Location and size of day nurseries - a multiple goal approach*, EJOR 6, 1981, pp.195-198.
[4] BAUMOL W.J., WOLFE P. *A warehause location problem*, Oper.Res. 6, 1958, pp.181-211.
[5] BROIN M.W., LOWE T.J., *A dynamic programming algorithm for covering problems with (greedy) totally balanced constraint matrices*, SIAM J.Alg.Disc.Meth., Vol.7, No3, 1986, pp.348-357.
[6] CHAND S., *Decision/forecast horizon results for a single facility dynamic location/relocation problem*, Oper.Res. Let. 7, 5, 1988, pp.247-251.
[7] CHAND S., MORTON T.E., *Minimal forecast horizon procedures for dynamic lot size models*, Nav.Res.Log.Quar. 33, 1986, pp.111-122.
[8] CURRENT J., MIN H., SCHILLING D., *Multiobjective analisis of facility location decisions*, EJOR 49, 1990, pp.295-307.
[9] CZERENIN W.P., CHACZATUROW W.R., *Rieszenije mietodom posledowatielnych rasczotow odnogo klassa zadacz o razmieszczenii proizwodstwa*, Ekonomika matiematiczeskoj mietody, Nauka, Moskwa, 1965, pp.279-290.
[10] ERLENKOTTER D., *A comparative study of approaches to dynamic location problams*, EJOR 6, 1981, pp.133-143.
[11] FLEISCHMANN B., PARASCHIS J.N., *Solving a large scale districting problem: a case report*, Comput.Opns Res. Vol.15, No.6, 1988, pp.521-533.
[12] GHOSH D., MURTHY I., *A solution procedure for the file allocation problem with file availability and response time*, Comp.Oper.Res. Vol.18, No.6, 1991, pp.557-567.
[13] HAKIMI S.L., KUO Ch.-Ch., *On a general network location - production - allocation problem*, EJOR 55, 1991, pp.31-45.
[14] HODGSON M.J., *The location of public facilities intermediate to the journey to work*, EJOR 6, 1981, pp.199-204.
[15] JASIŃSKA E., WOJTYCH E., *Location of depots in a sugar-beet distribution system*, EJOR 18, 1984, pp.396-402.
[16] KACPRZYŃSKI B., *Rozwój regionalny a środowisko człowieka*, PAN, Studia, Tom LXXI, 1979.
[17] KAUFMAN L., EEDE M.V., HANSEN P., *A plant and warehouse location problem*, Oper.Res.Quart. 28, 3, 1977, pp.547-554.
[18] KLINCEWICZ J.G.. LUSS H., YU C.-S., *A large scale multilocation capacity planning model*, EJOR 34, 1988, pp.178-190.

[19] KOCHMAN G.A., McCALUM Jr. C.J., *Facility location models for planning a transatlantic communications network*, EJOR 6, 1981, pp.205-211.

[20] KOLEN A. *Solving covering problems and the uncapacited plant location problem on trees*, EJOR 12, 1983, pp.266-278.

[21] KOMOROWSKA E., MAŻBIC-KULMA B., PIELA CZ., RYDEL J., *Problem lokalizacji - narzędzie wspomagające projektowanie inwestycji w przemyśle mleczarskim*, PTI, Szczecin - Julin, 1988, pp.157-162.

[22] KOMOROWSKA E., MAŻBIC-KULMA B., STĘPIEŃ J., *Zagadnienie dystrybucji produktów naftowych*, Zesz.Nauk.Pol.Śląsk., Automatyka, Z.94, Gliwice, 1988, pp.167-176.

[23] KUCIŃSKI K., *Geografia ekonomiczna - zarys teoretyczny*, SGH, 1991.

[24] LAPORTE G., NOBERT Y., *An exact algorithm for minimizing routing and operating costs in depot location*, EJOR, 6, 1981, pp.224-226.

[25] MAŻBIC-KULMA B., POGORZELEC A., PIELA CZ., RYDEL J., *Lokalizacja punktów skupu w przemyśle owocowo - warzywnym jako przykład zadania jednopoziomowego z ograniczoną dostawą*, PTI, Szczecin - Julin, 1990, pp.161-165.

[26] MAŻBIC-KULMA B., POGORZELEC A., RYDEL J., *Dwupoziomowe zadanie lokalizacji i jego zastosowanie w przemyśle*, Zesz.Nauk.Pol.Śląsk., Automatyka, Z.100, Gliwice, 1990, pp.173-186.

[27] LOVE R.F., MORRIS J.G., WESOLOWSKY G.O., *Facilities locations. Models & Methods*, Publications in Oper.Res.Series, 1988.

[28] MALANDRAKI Ch., DASKIN M.S., *Time dependent vehicle routing problems: formulations, properties and heuristic algorithms*, Transport. Science, Vol. 26, No.3, 1992, pp.185-200.

[29] NAMBIAR J.M.,GELDERS L.F., VAN WASSENHOVE L.N., *A large scale location-allocation problem in natural rubber industry*, EJOR 6, 1981, pp.183-189.

[30] POGORZELEC A., MAŻBIC-KULMA B., KOMOROWSKA E., PAMEDIENE R., CZAPLINSKAS A., PALILIONS V., MISERVICIUS R., TRUKSININENE E., *LOCAL-R - location-transportation computer system*, Systems Science, Vol.19, No.3, pp.81-93.

[31] SCHREUDER J.A.M., *Application of a location model to fire stations in Rotterdam*, EJOR 6, 1981, pp. 212-219.

[32] SRIVASTAVA R., BENTON C., *The location-routing problem: considerations in physical distribution system design*, Comp.Opns.Res. Vol.17, No.5, 1990, pp.427-435.

[33] VAN ROY T.J., ERLENKOTTER D., *A dual-based procedure for dynamic facility location*, Manag.Scien. Vol.28, No.10, 1982, pp.1091-1105.

[34] WARSZAWSKI A., Multi-*dimensional location problems*, Oper.Res.Quar. 24, 2, 1973, pp.165-179.

[35] WESOLOWSKY G.O., *Dynamic facility location*, Management Science, Vol.19, No.11, 1973, pp.1241-1248.

[36] WESOLOWSKY G.O., TRUSCOTT W.G., *The multiperiod location-allocation problem with relocation of facilities*, Management Science, Vol.22, No.1, 1975, pp.57-65.

[37] XU N., LOWE T.J., *On the equivalence of dual methods for two location problems*, Transport. Science, Vol.27, No.2, 1993, pp.194-199.

Recenzent: Dr hab.inż. Ewa Dudek-Dyduch

Wpłynęło do Redakcji do 30.04.1994r.

Abstract

An optimal facility location is one of the most important problems in the process of investment and allocation decision making. In the world's literature, a lot of interesting papers describe real applications of location problem. This paper presents a new classification of location problem depending on a time parameter which can be utilized in a very flexible way: in the objective function and/or in the constraints. Various formulations of location problem are presented and several practical examples are given.

A.Weber is aknowledged the founder of the location theory. In spite of its evident deficiences, Weber's theory is still a basis for analysis of industry location problems. In the paper, four classifications are presented. Three of them: 1. A.Weber's, 2. C.H.Aikens', 3. J.Current's, H.Min's and D.Schilling's are well known in the literature. The fourth one, in

which a time parameter plays a crutial role, is new and results from the experience of authors in modelling of decision making process in the area of investment.

In the class of location analysis we distinguish three major groups of problems:

◊ static location problems (independent of time),
◊ semi-dynamic location problems (with time included in constraints),
◊ dynamic location problems (with time appearing explicitly in the objective function).

For all the above groups, definitions of location and transportation problems are given, and mathematical models are formulated. The problems and models are formulated in a general form, separately for each group. It enables description of a wide spectrum of practical location problems, specificity of which, is regarded by adding or changing the constraints.