ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLASKIEJ 1994
Seria: AUTOMATYKA z.115 Nr kol. 1251

Jerzy KOTOWSKI
Ewa SZLACHCIC
Politechnika Wrocławska

OPIS PROCEDURY WYZNACZANIA PIERWSZEGO ROZWIĄZANIA DOPUSZCZALNEGO DLA PEWNEGO ZADANIA ROZKROJU SUROWCA

Streszczenie: Praca dotyczy ważnego zagadnienia optymalizacji rozkroju surowca. Zagadnienia tego typu pojawiają się w wielu przedsiębiorstwach. W pracy ograniczono się do zagadnień rozkroju gilotynowego prostokąta na mniejsze prostokąty. Przedstawiono model matematyczny zadania optymalizacji, dyskusję kryteriów jakości optymalizacji, algorytm oraz jego własności ze szczególnym uwzględnieniem problemu poszukiwania pierwszego rozwiązania dopuszczalnego.

DESCRIPTION OF STARTING POINT ALGORITHM FOR TWO-DIMENSIONAL CUTTING STOCK PROBLEM

Summary: The paper discusses an important cutting stock problem. The cutting stock problems occur in a wide variety of industries. The paper is limited to two-dimensional case in which both stock and ordered sizes are rectangular. The mathematical model of the described problem, various optimisation criteria, an optimisation algorithm and its basic properties are presented. A procedure for finding a first feasible solution is described in details.

DESCRIPTION DE LA PROCEDURE DE FIXATION DE LA PREMIÈRE SOLUTION ADMISSIBLE POUR UN PROBLÈME DE DÈCOUPAGE D'UNE MATIÈRE PREMIÈRE

Résumé: L'ouvrage présenté concerne un problème important d'optimisation de découpage d'une matière première. Les problèmes de ce type apparaissent dans de nombreux types d'enterprises. Dans l'ouvrage on s'est limité aux problèmes de découpage guillotinaire d'un rectangle en rectangles plus petits. On a présenté le modèle mathématique du problème d'optimisation, la discussion du critérium de qualité d'optimisation, la déscription de l'algorhitme et ses qualités selectées avec la considération particulière de problème d'investigation de la première solution admissible.

1. Wstęp

Zagadnienia optymalizacji rozkroju surowca pojawiają się w wielu typach przedsiębiorstw. Koszt surowca ma różny udział w cenie produktu finalnego. W fabrykach mebli udział ten często przekracza 70%. Optymalne wykorzystanie surowca ma w takich przypadkach istotne znaczenie dla wyników finansowych przedsiębiorstwa.

Zagadnienie rozkroju jest w rzeczywistych przypadkach problemem bardzo trudnym do rozwiązania. Wiąże się to z dużym rozmiarem problemu oraz z szeregiem uwarunkowań wynikających z ograniczeń technologicznych występujących w procesie produkcji i z ograniczeń organizacyjnych. Ograniczenia te wynikają z możliwości technicznych urządzeń wykorzystywanych do rozkroju (gilotyn, formatyzerek, pił, noży itp.), kosztów przezbrajania maszyn i urządzeń oraz z kosztów magazynowania surowca i półproduktów.

Problematyka pracy ograniczona jest do rozkroju gilotynowego prostokąta na mniejsze prostokąty. W pracy przedstawiony zostanie przykładowy problem optymalizacji, kryteria jakości, model matematyczny oraz opis algorytmu ze szczególnym uwzględnieniem problemu poszukiwania pierwszego rozwiązania dopuszczalnego.

2. Przykładowy problem optymalizacji

Przedstawiony w tym rozdziale pracy problem dotyczy pewnego zagadnienia wyznaczenia optymalnego rozkroju surowca w fabryce mebli. Problem tego typu może być sformułowany następująco: Na potrzeby zadanego horyzontu sterowania należy wykroić z dostępnych typów płyty pilśniowej wszystkie elementy potrzebne do wykonania na przykład 100 sztuk danego zestawu mebli. Dane wejściowe i ograniczenia można podzielić na kilka grup dotyczących:

A. surowca,

B. produkowanego zestawu,

C. formatyzerki wykorzystywanej do rozkroju,

D. organizacji procesu produkcji.

Ad A.

Z płyty pilśniowej otrzymuje się takie elementy, jak ściany tylne szaf i szafek, dna szuflad itp. Elementy te nie wymagają dalszej obróbki. W związku z tym wykrawane są z surowca na tak zwany wymiar netto. Dane wejściowe do procedury obliczeniowej to:

- liczba dostępnych typów surowca,
- wymiary płyt dla poszczególnych typów surowca: długość, szerokość i grubość,
- poziomy zapasów dla poszczególnych typów surowca.

Grubość surowca ma istotny udział w kryterium optymalizacji. Najczęściej bowiem jest to koszt surowca,a cena pojedynczej płyty zależy od jej wagi. Płyta grubsza jest uwzględniana do rozkroju,jeżeli jej długość i szerokość lepiej pasują do wymiarów wykrawanych elementów. Surowiec, w zależności od producenta, sposobu transportu i magazynowania, ma postrzępiony brzeg i niezachowane kąty proste. Konieczność obcięcia istniejących nierówności nosi nazwę brzegowania. Straty z tym związane dochodzić mogą do 10 mm na każdy z czterech boków. Wielkość brzegowania jest jedną z danych wejściowych do procedury optymalizacji.

Ad B.

Na informacje o elementach wyjściowych składają się następujące grupy danych:

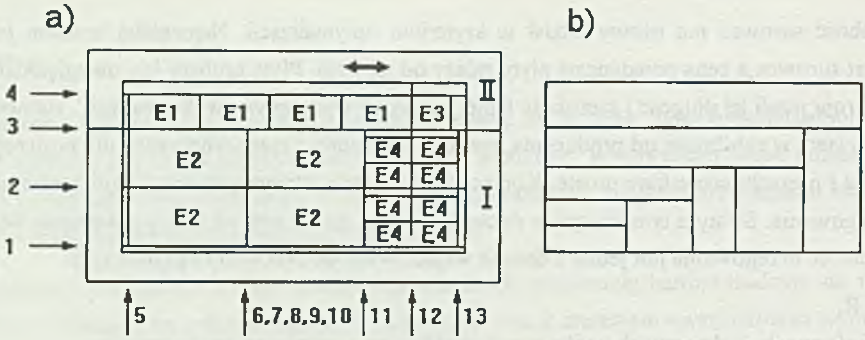
- liczba typów elementów,
- wymiary każdego elementu: długość i szerokość,
- zapotrzebowanie na elementy.

Liczba typów elementów oraz poziom zapotrzebowania wynika z opisu wykonywanego zestawu. W przypadku surowca charakteryzującego się anizotropowym wzorem lub własnościami fizycznymi,ważne jest ustawienie elementu na płycie surowca. Sytuacja taka występuje przy rozkroju płyt laminowanych, tkanin itp. Informacja o obracaniu ma w zadaniu postać binarną: 1 - można obracać element na płycie, 0 - obracanie jest niedopuszczalne.

Ad C.

Analiza tej grupy ograniczeń poprzedzona zostanie skrótowym opisem możliwości przykładowej formatyzarki wykorzystywanej w polskich fabrykach mebli. Za takie urządzenie może być uważana sterowana numerycznie formatyzerka Schwabedissen. Stół formatyzerki Schwabedissen (rys.1a) składa się z dwóch części: nieruchomej **I** oraz ruchomej **II**. Formatyzerka jest wyposażona w dwie piły tarczowe pracujące w prostopadłych względem siebie osiach. Nie ma możliwości zatrzymania piły wewnątrz płyty surowca. Każdy rozkrój jest zatem rozkrojem gilotynowym. Przejście piły przez płytę surowca pozostawia ślad, noszący nazwę rzazu.

Na rys. 1a kolejne przejścia pił zostały zaznaczone numerami od **1** do **13**. Przejść **1-4** dokonuje piła pracująca wzdłuż długiej osi stołu. **1** i **4** to brzegowania wzdłużne płyty. **3** odcina górną część płyty, leżącą na ruchomej części stołu **II**,a **5** i **13** to brzegowania poprzeczne. W trakcie przejść **6-10** piła przechodzi przez to samo miejsce na nieruchomej części stołu. Przed każdym przejściem przemieszczana jest ruchoma część stołu **II**. Cztery części surowca, na których znajduje się razem 8 elementów **E4**,należy zdjąć ze stołu formatyzerki i dokończyć ich rozkroju na innym urządzeniu. Proces ten nosi nazwę docinania. Wiąże się on z poniesieniem dodatkowych kosztów i wymaga wprowadzenia do zadania optymalizacji informacji o dopuszczalności takiego postępowania. Docinanie, podobnie jak obracanie,ma postać binarną: 1 - element może być docinany, 0 - nie.



Rys. 1. Przykładowe rozkroje
Fig. 1. Sample cutting patterns

Na wyposażeniu fabryk mebli w Polsce znajduje się wiele innych typów formatyzerek, zarówno nowocześniejszych, jak i urządzeń starszych typów. Przykład rozkroju dopuszczalnego na urządzeniu nowoczesnego typu przedstawiono na rys. 1b.

Ad D.
Do wymagań wynikających z organizacji procesu produkcji można zaliczyć warunki wynikające z ograniczonych powierzchni magazynowania, koszty przezbrajania maszyn itp. Ich uwzględnienie prowadzi do wprowadzenia dodatkowych ograniczeń, na przykład na minimalne wartości składowych wektora zmiennych decyzyjnych, maksymalne liczby różnych typów rozkrojów, maksymalne liczby elementów na jednym rozkroju itp.

Lepsza organizacja pracy prowadzi do wprowadzenia do modelu tak zwanych elementów dodatkowych. W odróżnieniu od elementów omawianych do tej pory, zwanych podstawowymi, wprowadzane są one arbitralnie w celu poprawienia wykorzystania surowca. Wiążą się z produkcją przewidywaną na przykład na następny dzień. Zapotrzebowanie na nie musi być spełnione od dołu, aby zyski związane z wzrostem wydajności nie zostały zniwelowane przez koszty magazynowania.

3. Sformułowanie zadania optymalizacji

Typowy problem optymalizacji rozkroju może być zdefiniowany następująco: Znana jest

- liczba typów surowca **l_s** i wymiary surowca każdego typu **w_s_{ij}, $i=1,l\_s$, $j=1,3$,**
- liczba dysponowana **n_s_i, $i=1,l\_s$** dla surowca każdego typu,
- liczba typów elementów podstawowych **l_p** i ich wymiary **w_p_{ij}, $i=1,l\_p$, $j=1,2$,**
- zapotrzebowanie na elementy podstawowe **n_p_i, $i=1,l\_p$,**
- liczba typów elementów dodatkowych **l_d** i ich wymiary **w_d_{ij}, $i=1,l\_d$, $j=1,2$,**
- oraz zapotrzebowanie na elementy dodatkowe **n_d_i, $i=1,l\_d$.**

Należy wyznaczyć:

- zbiór dopuszczalnych rozkrojów surowca

$$A = \{ a_1, a_2, ... a_k \}, \tag{1}$$

gdzie

$$k > l = l\_p + l\_d + l\_s. \tag{2}$$

- wektor całkowitoliczbowych krotności stosowania powyższych strategii $x \in R^k$.

Wektory $a_i \in R^l$ noszą nazwę strategii rozkroju. Ich elementy określa się następująco: a_{ij} -liczba elementów i-tego typu na j-tym rozkroju $i=1, l\_p+l\_d, j=1, l-1$, $a_{i+l\_p+l\_d,j}=1$ jeżeli j-ty rozkrój wykonuje się z i-tego typu surowca lub 0 w przeciwnym przypadku, $i=1,l\_s, j=1, l-1$

3.1. Kryterium jakości

Jako wskaźnik jakości przyjmuje się najczęściej jedną z trzech poniższych funkcji:

a) $F(x)$ - sumaryczne zużycie surowca,
b) $G(x)$ - sumaryczny odpad,
c) $H(x)$ - wydajność wykorzystania surowca.

W przypadkach a) i b) zadanie optymalizacji polega na znalezieniu minimalnej wartości funkcji $F(x)$ lub $G(x)$, a w przypadku c) maksymalnej wartości funkcji $H(x)$. Niech u_j, $j=1, k$ będzie wielkością wykorzystanej objętości j-tego rozkroju, a w_j, $j=1, k$ wielkością znajdującego się na nim odpadu. Dalej niech u oraz w odpowiednio oznaczają k elementowe wektory o składowych odpowiednio u_j i w_j. Można napisać:

$$u = u' + u'', \tag{3}$$

gdzie u' odpowiada powierzchni zajętej przez elementy podstawowe, a u" przez elementy dodatkowe. Przy wprowadzonych oznaczeniach zachodzi:

$$F(x) = (u' + u'' + w)x, \tag{4}$$

$$G(x) = wx, \tag{5}$$

$$H(x) = \frac{F(x) - G(x)}{F(x)} = \frac{(u' + u'')x}{(u' + u'' + w)x}. \tag{6}$$

Różnym funkcjom kryterialnym mogą odpowiadać inne rozwiązania zadania optymalizacji. Minimalizacja zużycia surowca prowadzi do nieuwzględniania w rozwiązaniu elementów dodatkowych. Zwiększa to poziom odpadu i doprowadzi do spadku wydajności. Minimalizacja poziomu odpadu jest równoważna maksymalizacji wydajności, jeżeli wymagania na poziom produkcji elementów podstawowych są spełnione równościowo, jest jeden rodzaj surowca i nie ma elementów dodatkowych. Wtedy $\mathbf{u'x}$ jest stałą i

$$\mathbf{H(x)} = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{C+G(x)}}, \tag{7}$$

gdzie $C=\mathbf{u'x}$. Prowadzi to do relacji:

$$\mathbf{H(x) \to max \Leftrightarrow G(x) \to min.} \tag{8}$$

Kryterium najbardziej odpowiadającym interesom fabryki jest wydajność. $\mathbf{H(x)}$ jest nieliniową funkcją wektora $\mathbf{x}$ i jej wykorzystanie może prowadzić do określonych kłopotów przy budowie algorytmu optymalizacji. Kryteria a) i b) są liniowe i ze względu na (8) funkcja typu b) dużo bardziej odpowiada rzeczywistym potrzebom użytkownika. Poziom odpadu zostanie przyjęty jako funkcja kryterialna w następnych rozdziałach pracy.

4. Model matematyczny zadania optymalizacji

Modelem matematycznym problemu wyznaczania optymalnego rozkroju sformułowanego w punkcie 3 jest następujące zadanie optymalizacji liniowej całkowitoliczbowej:

$$\mathbf{G(x) = wx \to min} \tag{9}$$
$$\mathbf{A_1x \geq n\_p} \tag{10}$$
$$\mathbf{A_2x \leq n\_d} \tag{11}$$
$$\mathbf{A_3x \leq n\_s} \tag{12}$$
$$\mathbf{x \geq 0 \text{ i całkowite.}} \tag{13}$$

Wektory $\mathbf{n\_p}$, $\mathbf{n\_d}$ i $\mathbf{n\_s}$ zostały zbudowane z elementów $\mathbf{n\_p_i}$, $\mathbf{n\_d_i}$ i $\mathbf{n\_s_i}$. (10) jest zapisem wymagań dotyczących poziomu produkcji elementów podstawowych,a (11) liczby elementów dodatkowych. (12) odpowiada wymaganiom dotyczącym dostępnych ilości surowców.

5. Opis algorytmu optymalizacji

Podstawowe trudności występujące przy rozwiązaniu zadania (9)-(13) związanie są z wymaganiami dotyczącymi całkowitoliczbowości zmiennych $\mathbf{x}$ oraz z nieznajomością strategii rozkroju, to znaczy macierzy **A**. Wyjściem z sytuacji jest algorytm Gilmore'a i Gomory'ego:

Algorytm 1 (Gilmore'a i Gomory'ego)

Krok 1

Wyznaczyć rozwiązanie bazowe dopuszczalne B dla problemu (9)-(13). Obliczyć macierz odwrotną B^{-1} oraz wektor cen w_B dla zmiennych bazowych.

Krok 2

Wyznaczyć wektor cen dualnych $\mathbf{c} = \mathrm{w_B} \cdot \mathbf{B}^{-1}$. Znaleźć nowy rozkrój dopuszczalny, to znaczy wektor $a \in \mathrm{R}^l$, dla którego $\mathbf{c}a \to \mathbf{max}$.

Krok 3

Jeżeli $\mathbf{c}a \leq 0$ to STOP. Macierz bazowa **B** zawiera wszystkie optymalne strategie rozkrojów, a **x** jest optymalnym rozwiązaniem problemu (9)-(13) nie uwzględniającym całkowitoliczbowości zmiennych. W przeciwnym przypadku przejść do kroku 4.

Krok 4

Przeprowadzić proces reoptymalizacji. Polega on na wprowadzeniu do bazy strategii a na miejsce jednej z już tam się znajdujących. Wyznaczyć macierz odwrotną B^{-1} do nowej macierzy bazowej B oraz nowy wektor cen $\mathrm{w_B}$ i powrócić do kroku 2.■

6. Procedura wyznaczania pierwszego rozwiązania dopuszczalnego

Zastosowanie postępowania opisanego w algorytmie Gilmore'a i Gomory'ego wymaga uprzedniego wyznaczenia pierwszego rozwiązania bazowego dopuszczalnego. Jest to problem nietrywialny, ponieważ nie można przyjąć **x**=0 z powodu ograniczeń (10). Pierwsze rozwiązanie bazowe dopuszczalne wygodnie jest wyznaczyć bez obecności elementów dodatkowych w oparciu o metodę sztucznej bazy. Metoda sztucznej bazy ma w omawianym przypadku prostą interpretację fizyczną. Sprowadza się ona do wprowadzenia sztucznego surowca dostępnego w nieograniczonej ilości i o bardzo wysokiej cenie. Obliczenia należy rozpocząć od rozwiązania, na które składa się **l_p** strategii rozkroju wykonanych ze sztucznego surowca. Pierwsza macierz bazowa prymalnie dopuszczalna **B** i macierz do niej odwrotna $\mathbf{B}^{-1}$ mają postać:

$$\mathbf{B} = \begin{array}{r} \text{elem. 1} \\ \text{elem. 2} \\ \vdots \\ \text{sur. 1} \\ \text{sur. 2} \\ \vdots \\ \text{szt. sur.} \end{array} \left| \begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array} \right| \qquad \mathbf{B}^{-1} = \left| \begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & 0 \\ -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array} \right| \qquad \mathbf{(14)}$$

W pierwszym rozwiązaniu bazowym prymalnie dopuszczalnym znajduje się **l_p** sztucznych zmiennych oraz **l+1-l_p** zmiennych osłabiających. Wektor współczynników funkcji celu $\mathrm{w_B}$ ma wartości **M>>0** na **l_p** pierwszych pozycjach odpowiadających zmiennym sztucznym oraz 0 na wszystkich pozostałych, odpowiadającym zmiennym osłabiającym:

$$\mathrm{w_B} = [\,\mathbf{M, M, ..., M, 0, 0, ..., 0}\,]. \qquad \mathbf{(15)}$$

Sztuczne rozwiązanie bazowe prymalnie dopuszczalne określają zależności: $\mathrm{b_i}$=n_p$_\mathrm{i}$ dla **i=1,l_p**; $\mathrm{b_i}$=n_d$_\mathrm{i}$ dla **i =1+l_p, l_p+l_d**; $\mathrm{b_i}$=n_s$_\mathrm{i}$ dla **i=1+l_p+l_d, l**; $\mathrm{b_{l+1}}$=M >> 0.

Można teraz wyznaczyć wektor cen dualnych, czyli współczynniki lokalnej funkcji celu dla zadania **ca → max**. Wyznaczenie nowej, lepszej strategii rozkroju musi być związane z uprzednim określeniem rodzaju surowca. Wektor *a* ma znaną wartość jednej składowej $a_{l\_p+l\_d+j} = 1$, gdzie j jest numerem surowca. Można zatem lokalny problem optymalizacji zapisać jako:

$$f = \max f_j,\ j=1, l\_s \tag{16}$$

gdzie

$$f_j = \max_{\alpha} \sum_{i=1}^{l\_p} c_i \alpha_i - c_{j+l\_p+l\_d},\ \alpha \in D \tag{17}$$

a D jest zbiorem rozkrojów dopuszczalnych. Proces wyznaczania pierwszego rozwiązania prymalnie dopuszczalnego opisuje poniższy

Algorytm 2

Krok 1

Wyznaczyć macierze B, B^{-1}, wektor cen w_B i kolumnę b.

Krok 2

Wyznaczyć wektor cen dualnych $c = w_B B^{-1}$.

Krok 3

Wyznaczyć $c0 = c_{j0} = \min c_j$, $j = l\_p + l\_d + 1, l$. Jeżeli $c0 \le 0$, przejść do kroku 5.

Krok 4

Do bazy wprowadzić zmienną osłabiającą. Odpowiadająca jej kolumna *a* składa się z prawie samych zer, jedynie $a_{j0} = 1$. Przejść do kroku 6.

Krok 5

Wyznaczyć *a* jako rozwiązanie problemu (16)-(17). Jeżeli $f \le 0$, to STOP. Problem nie ma rozwiązań dopuszczalnych.

Krok 6

Wprowadzić do bazy nową strategię *a*. W szczególności wyznaczyć techniką eliminacji nowe macierze B, B^{-1} oraz wektory w_B i b.

Krok 7

Jeżeli w bazie B znajdują się jeszcze strategie wykonane ze sztucznego surowca, przejść do kroku 2. W przeciwnym przypadku STOP. Znaleziono rozwiązanie dopuszczalne. ■

7. Uwagi końcowe

Trudno jest przecenić efekty ekonomiczne związane z eksploatacją programów do optymalizacji rozkrojów surowca. Znajdują one zastosowanie do wyznaczania operatywnego planu produkcji, projektowania wyrobów, planowania zakupów odpowiednich rodzajów surowca itp.

W pracy przedstawiono przykładowy problem optymalizacji rozkrojów surowca. Sformułowano problem optymalizacji, model matematyczny zadania oraz schemat algorytmu do jego rozwiązania. W drugiej części pracy skoncentrowano się nad problemem wyznaczania pierwszego rozwiązania dopuszczalnego dla algorytmu Gilmore'a i Gomory'ego. Na potrzeby sprawnego rozwiązania zadania lokalnego, to znaczy wyznaczenia w kroku 5 omówionego w punkcie 6 algorytmu 2 nowej strategii rozkroju *a*, opracowano szereg własnych procedur wykorzystujących liczne własności i twierdzenia z obszaru teorii i techniki optymalizacji całkowitoliczbowej. Najbardziej istotnym problemem przy eksploatacji komputerowych systemów przeznaczonych do rozkrojów surowca jest złożoność obliczeniowa algorytmów optymalizacji. Zagadnienie złożoności opracowanych algorytmów będzie przedyskutowane w następnych pracach.

LITERATURA

[1] Coffman E.G., Shor P.W.: *Average-case analysis of cutting and packing in two dimensions*, European Journal of Operational Research, 44, 1990, pp. 134-144.

[2] Dowsland K.A., Dowsland W.B.: *Packing problems*, European Journal of Operational Research, **56**, 1992, pp. 2-14.

[3] Dyckhoff H.: *A typology of cutting and packing problems*, European Journal of Operational Research, 44, 1990, pp. 145-159.

[4] Garfinkel R.S., Nemhauser G.L.: *Programowanie całkowitoliczbowe*, PWN, Warszawa 1978.

[5] Gilmore P.C., Gomory R.E.: *A linear programming approach to the cutting stock problem*, Opns. Res., **9**, 1961, pp. 849-859.

[6] Gilmore P.C., Gomory R.E.: *A linear programming approach to the cutting stock problem*, Pt. II, Opns. Res., **11**, 1963, pp. 863-888.

[7] Gilmore P.C., Gomory R.E.: *Multistage cutting stock problem of two and more dimensions*, Opns. Res., **13**, 1965, pp. 94-120.

[8] Haessler R. W., Sweeney P. E.: *Cutting stock problems and solution procedures*, European Journal of Operational Research, **54**, 1991, pp. 141-150.

[9] Wang P.Y.: *Two algorithms for constrained two-dimensional cutting stock problems*, Opns. Res., **31**, 1983, pp. 573-586.

Recenzent: Prof. dr hab. Franciszek Marecki

Wpłynęło do Redakcji 30.04.1994.

Abstract

The paper discusses an important cutting stock problem in furniture factory. Cutting stock problems occur in a wide variety of industries. The first, significant advance in solving the problems was the Gilmore and Gomory algorithm described in 1961. Since than an explosion

of interest in this application area has been observed. In 1991 Sweeney and Paternoster identified more than 500 papers that deal with cutting stock problems and their applications. One of the most important reason for this activity is a large economic incentive to find more effective optimisation procedures. It is easy to estimate potential benefits from using an available system of optimisation algorithms. For example, in furniture factories the stock cost exceeds 70% of the output product cost. Such a system is helpful not only during the operational production plan formulation. It helps also in designing of new products, in planning of stock storage and so on.

The paper is limited to the two-dimensional case in which both stock and ordered sizes are rectangular. In the first part of the paper an optimization problem is formulated. During the problem description various technical and organisational restrictions are considered in details. Then, we present a mathematical model of the problem, various optimisation criteria, an optimisation algorithm and its basic properties.

The proposed optimisation algorithm is based on the Gilmore and Gomory approach. The most important feature of this algorithm relates to the non feasibility of the first primary solution for the simplex revised algorithm. So, in the second part of the paper, an appropriate procedure for finding first faesible solution is described.

The complexity of the reworked methods and procedures will be discussed in further papers.