ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2005
Seria: BUDOWNICTWO z. 104 Nr kol. 1695

Rafał DOMAGAŁA*
Politechnika Śląska

PRZEPŁYW MASY I ENERGII W PŁYCIE BETONOWEJ PODDANEJ DZIAŁANIU PODWYŻSZONEJ TEMPERATURY

Streszczenie. W pracy zaprezentowano fizykę zjawiska przenoszenia masy i energii w płycie betonowej poddanej działaniu podwyższonej temperatury oraz model matematyczny opisujący niniejszy problem. Formułując ten model, autor korzystał z podejścia termodynamicznego, rozważając w nim jednowymiarowy przepływ masy i energii w poszczególnych fazach materiału porowatego. Następnie poprawność tego modelu została skonfrontowana z wynikami literaturowymi oraz doświadczalnymi uzyskanymi przez innych badaczy za pomocą własnego programu komputerowego.

HEAT AND MASS TRANSFER WITHIN AN INTENSELY HEATED CONCRETE SLAB

Summary. In the presented paper the mathematical model of mass and energy transport within an intensely heated concrete slab were discussed. The mathematical model was using thermodynamics approach was created. There was considered one-dimensional heat and mass flux with separate phases of porous material. Presented model was numerically tested and compared with experimental and theoretical results.

1. Wstęp

Przepływ ciepła oraz migracja wilgoci w elementach budowlanych poddanych działaniu podwyższonej temperatury mają istotny wpływ na zmianę ich właściwości mechanicznych oraz struktury, powodując zmniejszenie ich wytrzymałości, dlatego problem prawidłowego określenia w nich pola cieplno-wilgotnościowego wydaje się być zagadnieniem bardzo istotnym.

Poprawny opis zjawisk fizycznych zachodzących w podgrzewanym materiale budowlanym wymaga uwzględnienia jego rzeczywistej, wielofazowej struktury, zmian jego właściwości pod wpływem zawilgocenia czy podgrzania oraz skomplikowanych zjawisk przepływu ciepła i migracji wilgoci przy występujących przemianach fazowych.

* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Jan Kubik

2. Fizyka zjawiska

Podczas przepływu ciepła i wilgoci w materiale powinny być spełnione bilanse masy i energii, z których wynikają równania ciągłości i przewodzenia ciepła. Opisują one procesy zachodzące w poszczególnych fazach materiału porowatego.

Przepływ ciepła w wilgotnym materiale porowatym opisać możemy za pomocą prawa Fouriera, gdyż może się on odbywać na skutek kilku nakładających się procesów, z których jednak każdy zależny jest od występujących w materiale różnic temperatur. Również migrująca w porach wilgoć, na skutek przenoszenia entalpii, przyczynia się do wzrostu przepływu ciepła. Uwzględniając powyższe zjawiska, otrzymamy zależność opisującą jednowymiarowy przepływ ciepła w zawilgoconej płycie betonowej równaniem

$$q = -K_{eff}\frac{\partial T}{\partial x} + j_v h_v + j_l h_l \tag{1}$$

gdzie:

q - składowa wektora strumienia energii na kierunku x, [W/m^2],
x - współrzędna przestrzenna, [m],
j_v, j_l - składowa wektora strumienia masy pary wodnej na kierunku x, składowa wektora strumienia masy fazy ciekłej materiału na kierunku x, [kg/(s·m^2)],
h_v, h_l - gęstość entalpii pary wodnej, gęstość entalpii fazy ciekłej materiału, [J/kg],
K_{eff} - efektywny współczynnik przewodności cieplnej, [W/(mK)],
T - temperatura, [°C].

Przepływ wilgoci w materiale porowatym jest procesem skomplikowanym i przebiegającym niejednakowo w całym zakresie wilgotności materiału. Według autora pracy [3] cały zakres wilgotności, poczynając od stanu suchego, a kończąc na pełnym nasyceniu wodą, można podzielić na etapy, w których realizowane są różne typy przepływu wilgoci.

W zakresie wilgotności sorpcyjnej, czyli kiedy wilgoć związana jest z materiałem jako monomolekularna lub polimolekularna warstwa adsorbatu, przepływ wilgoci odbywa się w zasadzie jako dyfuzja pary wodnej. Proces ten opisuje równanie

$$j_v = -D_v\frac{\partial P_v}{\partial x} \tag{2}$$

gdzie:

D_v - współczynnik dyfuzji pary wodnej, [m^2/s],
P_v - ciśnienie pary wodnej [N/m^2].

Gdy wilgotność materiału porowatego osiągnie wartość krytyczną, w niektórych porach powstają meniski wody zwilżające szkielet materiału. Warunkuje to zapoczątkowanie ruchu kapilarnego wody opisanego równaniem (3), który przy wilgotności powyżej maksymalnej wilgotności sorpcyjnej dominuje nad dyfuzją pary wodnej.

$$j_l = -D_l\frac{\partial P_c}{\partial x} \tag{3}$$

gdzie:

D_l - współczynnik dyfuzji fazy ciekłej materiału [m2/s],
P_c - ciśnienie kapilarne, [N/m2].

W powyższym równaniu wartość ciśnienia kapilarnego silnie zależy od stopnia zawilgocenia materiału. Osiąga ono bardzo wysokie wartości przy małym zawilgoceniu, natomiast zanika przy pełnym nasyceniu wodą.

Punktem wyjścia podczas formułowania równań bilansowych jest fenomenologiczna teoria bilansów wielkości ekstensywnych [1]. W teorii tej przyjmuje się, że wszelkie przyczyny zmian zmagazynowanego w obszarze bilansowania zasobu wielkości ekstensywnej spowodowane są produkcją tej wielkości wewnątrz obszaru oraz jej wymianą z otoczeniem.

Bilansując masę dowolnego składnika, otrzymamy równanie ciągłości tego składnika

$$\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho_\alpha v_\alpha) + \hat{R}_\alpha \tag{4}$$

gdzie:

ρ_α - gęstość fazy α materiału, [kg/m^3],
v_α - składowa wektora prędkości na kierunku x fazy α materiału [m/s],
t - czas, [s],
$\hat{R}_\alpha$ - gęstość źródeł masy składnika fazy α materiału [kg/m^3].

Bilansując natomiast energię dowolnego składnika, otrzymamy równanie energii tego składnika

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho_\alpha\left(e_\alpha + \frac{1}{2}v_\alpha^2\right)\right] = -\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho_\alpha\left(e_\alpha + \frac{1}{2}v_\alpha^2\right)v_\alpha\right] - \frac{\partial q_\alpha}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(v_\alpha T_\alpha) + \rho_\alpha v_\alpha f_\alpha + \rho_\alpha r_\alpha + \hat{e}_\alpha \tag{5}$$

gdzie:

e_α - gęstość energii wewnętrznej fazy α materiału, [J/kg],
r_α - gęstość napromieniowania energetycznego fazy α składnika [W/m^3],
$\hat{e}_\alpha$ - gęstość źródeł energii składnika w fazie α, [J/kg].

3. Model matematyczny

Formułując model matematyczny opisywanego zjawiska, korzystamy z podejścia termodynamicznego, rozważając w nim jednowymiarowy przepływ masy i energii w poszczególnych fazach materiału porowatego. Przyjmujemy ponadto, iż szkielet tego materiału stanowi fazę stałą, natomiast pory wypełnione są fazą ciekłą i gazową, będącą mieszaniną pary wodnej i suchego powietrza traktowanego jako gaz inertny.

Przyjmujemy także, iż analizowana płyta betonowa składa się wyłącznie z uwodnionego zaczynu cementowego bez dodatku kruszywa oraz iż szkielet materiału zawiera pory wypełnione cieczą, której ilość zależy zarówno od temperatury, jak i wilgotności względnej materiału.

Pojawienie się wysokiej temperatury na jednej z powierzchni betonu powoduje, iż region w pobliżu tej powierzchni wysycha, prowadząc do powstania tzw. powierzchni rozdziału faz rozdzielającej materiał na dwie strefy – suchą i mokrą. Tak więc w analizowanym przypadku równania zachowania masy i energii należy sporządzić oddzielnie dla każdej ze stref [4].

Równania ciągłości strefy suchej przyjętego modelu matematycznego przyjmują postać:

$$\varepsilon \frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(v_g \rho_\alpha + j_\alpha\right) = 0, \text{ gdzie } \alpha = a, v \tag{6}$$

gdzie:

ε - porowatość, [-],
v_g - składowa wektora prędkości fazy gazowej na kierunku x, [m/s],

indeksy dolne:

a - suche powietrze,
v - para wodna.

Równanie bilansu energii dla strefy suchej natomiast przyjmie postać:

$$(1-\varepsilon)\rho_s \frac{\partial e_s}{\partial t} + \sum_{\alpha=a,v}\left(\varepsilon \frac{\partial(\rho_\alpha e_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(v_g \rho_\alpha + j_\alpha\right) h_\alpha\right) = K_d \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{7}$$

gdzie:

ρ_s - gęstość szkieletu materiału, [kg/m^3],
e_s - gęstość energii wewnętrznej szkieletu materiału, [J/kg],
K_d - współczynnik przewodności cieplnej suchego materiału, [W/(mK)].

W przypadku strefy mokrej równania ciągłości należy sporządzić oddzielnie dla suchego powietrza oraz dla fazy ciekłej. Tak więc przyjmą one postać:

$$\varepsilon \frac{\partial}{\partial t}\left[(1-S)\rho_l + S\rho_v\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left(v_l\rho_l + v_g\rho_v + j_v\right) = 0 \tag{8}$$

$$\varepsilon \frac{\partial}{\partial t}(S\rho_a) + \frac{\partial}{\partial x}\left(v_g\rho_a + j_a\right) = 0 \tag{9}$$

gdzie:

S - objętość porów wypełnionych gazem, [m^3],
ρ_a - gęstość suchego powietrza [kg/m^3],
j_a - składowa wektora strumienia masy suchego powietrza na kierunku x, [kg/(s·m^2)],

a równanie energii dane będzie zależnością:

$$\begin{aligned}(1-\varepsilon)\rho_s \frac{\partial e_s}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t}\left[(1-S)\rho_l e_l + S\left(\rho_v e_v + \rho_a e_a\right)\right] + \\ + \frac{\partial}{\partial x}\left[v_l\rho_l h_l + \left(v_g\rho_v + j_v\right)h_v + \left(v_g\rho_a + j_a\right)h_a\right] = K_w \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\end{aligned} \tag{10}$$

gdzie:

K_w - współczynnik przewodności cieplnej zawilgoconego materiału, [W/(mK)].

4. Przykład liczbowy

W celu sprawdzenia poprawności powyżej przedstawionego modelu sporządzony został w programie komputerowym Matlab schemat numeryczny wyznaczający rozkład przestrzenny i zmienność temperatury w czasie.

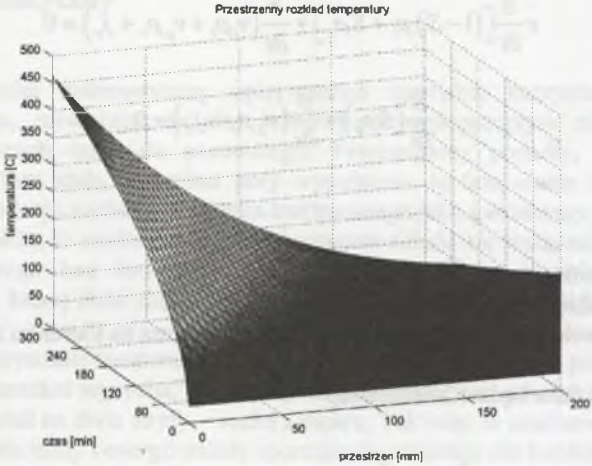
Przyjęto, iż początkowa temperatura T na całej długości analizowanego elementu wynosić będzie 30,42°C, więc

$$T(x,t_0) = T_0(x) = T_0 = 30,42 \tag{11}$$

a następnie będzie wzrastać na jego lewym brzegu, zgodnie ze wzorem (12) otrzymanym poprzez interpolację wyników doświadczalnych przedstawionych w pracy [5]

$$T(x=0) = \sqrt{707,5 \cdot t + 925,3} \tag{12}$$

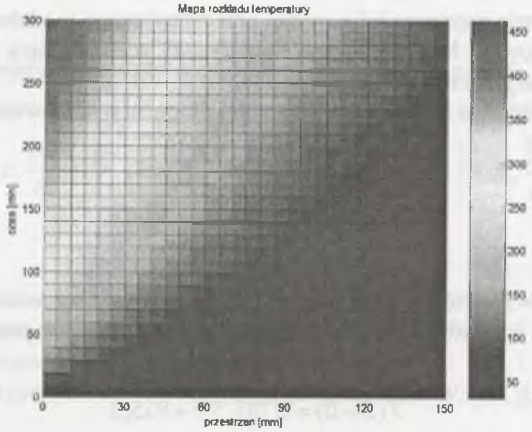
W wyniku działania programu otrzymamy między innymi przestrzenny rozkład temperatury w postaci trójwymiarowego wykresu.



Rys. 1. Przestrzenny rozkład temperatury
Fig. 1. Three-dimensional thermal decomposition

Otrzymany przestrzenny rozkład temperatury można interpretować na dwa sposoby. Przecinając go prostopadle do osi przestrzeni x, otrzymamy serię czasową zmian temperatury w wybranym punkcie (rys. 3), natomiast tnąc prostopadle do osi czasu t, otrzymamy rozkład temperatury na kierunku osi x w wybranej chwili.

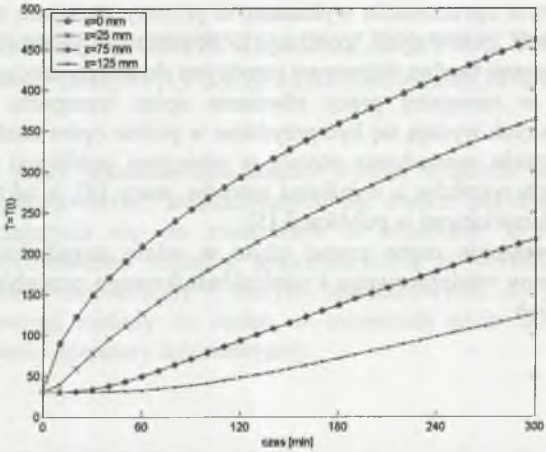
Ciekawe wnioski można również wyciągnąć patrząc na rys. 1, przedstawiający przestrzenny rozkład temperatury z różnej perspektywy. W widoku z „góry" (rys. 2) otrzymamy mapę rozkładu temperatury, na podstawie której określimy temperaturę w dowolnym punkcie analizowanego elementu.



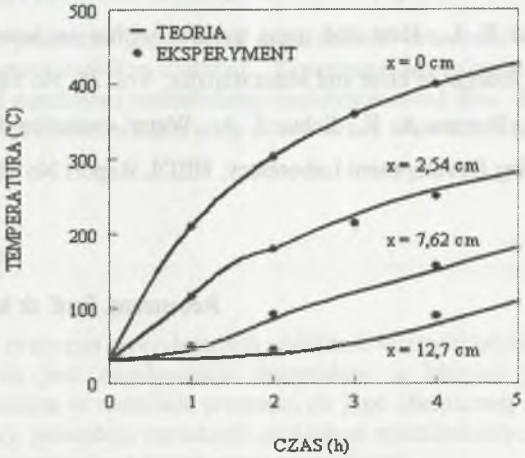
Rys. 2. Mapa rozkładu temperatury
Fig. 2. Thermal decomposition map

Otrzymane rezultaty w wyniku działania programu komputerowego zostały następnie porównane z wynikami badań doświadczalnych analizujących podobny problem.

Uzyskane wyniki z zaprezentowanego modelu posiadają wiele cech charakterystycznych zaobserwowanych w pracach eksperymentalnych oraz licznych rozprawach teoretycznych, a ewentualne odstępstwa, jakie możemy zaobserwować na poniższych wykresach, są najprawdopodobniej wynikiem niedoskonałego dopasowania danych wejściowych do rzeczywistych warunków. Rozbieżności te są jednak na tyle małe, iż możemy je bez większych zastrzeżeń zaakceptować.



Rys. 3. Odpowiedź termiczna podgrzewanej płyty betonowej – wyniki własne
Fig. 3. Thermal response of a heated concrete slab – own results



Rys. 4. Odpowiedź termiczna podgrzewanej płyty betonowej – wyniki z prac [1] oraz [2]
Fig. 4. Thermal response of a heated concrete slab – results from [1] and [2]

Na rysunku 3. przedstawione zostały wyniki własnego programu, natomiast rysunek 4. ilustruje wyniki numerycznych obliczeń autorów pracy [4] oraz wyniki badań doświadczalnych opisanych w pracy [5].

Można zauważyć duże podobieństwo obu rozwiązań teoretycznych, które jednocześnie pokrywają się z wynikami prac doświadczalnych. Tak więc można uznać, iż zaprezentowany model obliczeniowy wystarczająco dobrze opisuje odpowiedź termiczną podgrzewanego układu.

5. Podsumowanie

W zaprezentowanym opracowaniu wykazano, iż procesy związane z przepływem masy i energii w materiałach porowatych poddanych dodatkowo jeszcze działaniu wysokiej temperatury są zjawiskami bardzo złożonymi i trudnymi do teoretycznego ujęcia.

Zaprezentowane w niniejszej pracy równania opisu transportu masy i energii w przegrodach budowlanych wydają się być przydatne w próbie opisu analizowanego zjawiska. Przydatność tego modelu sprawdzona została w niniejszej publikacji poprzez porównanie otrzymanych własnych wyników z wynikami autorów pracy [4], a także z wynikami pracy doświadczalnej przedstawionymi w publikacji [5].

Przytoczone rozwiązanie może zostać użyte w wielu zagadnieniach inżynieryjnych, zawierających problemy wielofazowego i wieloskładnikowego przepływu masy i energii w materiałach porowatych.

LITERATURA

1. Wyrwał J.: Termodynamiczne podstawy fizyki budowli, Politechnika Opolska, 2004.
2. Kubik J.: Przepływy wilgoci w materiałach budowlanych, Politechnika Opolska, 2000.
3. Rose D.: Water movement in porous materials, Britain Journal of Physics, No 14, 1963.
4. Dayan A., Glueker E. L.: Heat and mass transfer within an intensely heated concrete slab, International Journal of Heat and Mass transfer, Vol. 25, No 10, 1982.
5. Mccormack J. D., Postma A. K., Schur J. A., Water evolution from heated concrete, Hanford Engineering Development Laboratory, HEDL Report No TME 78, 1979.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jerzy Wyrwał