ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2005
Seria: BUDOWNICTWO z.104 Nr kol 1695

Jacek SZULEJ*
Politechnika Lubelska

METODY WYZNACZANIA WSPÓŁCZYNNIKA TŁUMIENIA DRGAŃ KONSTRUKCJI CIĘGNOWO – PRĘTOWYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono metodę obliczania logarytmicznego dekrementu tłumienia, polegającą na szacowania energii kinetycznej drgającego układu. Metoda dotyczy konstrukcji cięgnowo-prętowych. Wyniki metody porównano z dwoma pracami [7, 8].

THE METHODS OF DETERMINING DAMPING COEFFICIENT OF VIBRATION FOR COMPOSITE CONSTRUCTION

Summary. The paper presents the energetic method to determine damping coefficient of vibration in cable-stayed and suspension footbridges. Kinetic energy was taken into account in this research. Real structures were measured and obtained results were compared with calculations performed according to energetic method.

1. Wstęp

Projektując kładki dla pieszych lub kładki pieszo-jezdne, podwieszone lub wiszące, które charakteryzują się bardzo małą sztywnością, należy zapewnić odpowiedni poziom tłumienia drgań. Jednym ze sposobów uzyskania zadowalającej wartości tłumienia jest przyjęcie odpowiedniego schematu konstrukcyjnego i użycie odpowiednich materiałów do budowy kładek. Na tłumienie w projektowanych tak kładkach będą miały wpływ nie tylko materiały konstrukcyjne, lecz również materiały wypełniające, dlatego wpływ obu typów materiałów należy uwzględnić.

Wzorując się na metodzie energetycznej Yamaguchi i Ito [1], określającej udział dysypowanej energii potencjalnej poszczególnych materiałów lub części konstrukcji podczas drgań, oszacowano energię kinetyczną. Określenie tłumienia na podstawie energii kinetycznej

* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Andrzej Flaga

pozwoli na uwzględnienie materiałów wypełniających. Analizę tłumienia drgań wykonano dla trzech kładek:

- Stalowej, linowo-prętowej w Tropiu,
- Stalowej, linowo-prętowej, z drewnianym wypełnieniem pomostu w Tylmanowej,
- Stalowej, linowo-kratowej, z żelbetowym wypełnieniem pomostu.

Wartość tłumienia wyznaczano przez wyliczanie logarytmicznego dekrementu tłumienia dla 10 kolejnych postaci drgań. Wyniki metody energetycznej opartej na szacowaniu energii kinetycznej porównano z otrzymanymi z pomiarów na istniejących kładkach [7] oraz z wynikami pracy [8].

2. Metoda energetyczna – propozycja własna

Korzystając z podstawowych założeń metody energetycznej, przedstawionej w [1], określono wartości tłumienia, opierając się na energii kinetycznej układu. Metoda ta pozwoli na dokładniejsze określenie tłumienia, ponieważ uwzględni również warstwy, których sztywność się na ogół pomija. Warstwy te mają znaczną energię kinetyczną i właściwości tłumiące (np.: żelbetowe lub drewniane wypełnienie na pomoście kładki).

Różnica w określeniu współczynnika tłumienia będzie polegała na uwzględnieniu energii kinetycznej E_{ij} zamiast energii potencjalnej, czyli wartość energii będzie następująca:

$$E_{ij} = \frac{1}{2}\varphi_i^T \mathbf{M}_j \varphi_i \omega_i^2 \tag{1}$$

gdzie: φ_i - unormowane wektory własne i–tej postaci drgań, $\mathbf{M}_j$ - macierze bezwładności j-tego materiału w konstrukcji (lub fragmentu konstrukcji), ω_i - częstości drgań własnych i–tej postaci drgań.

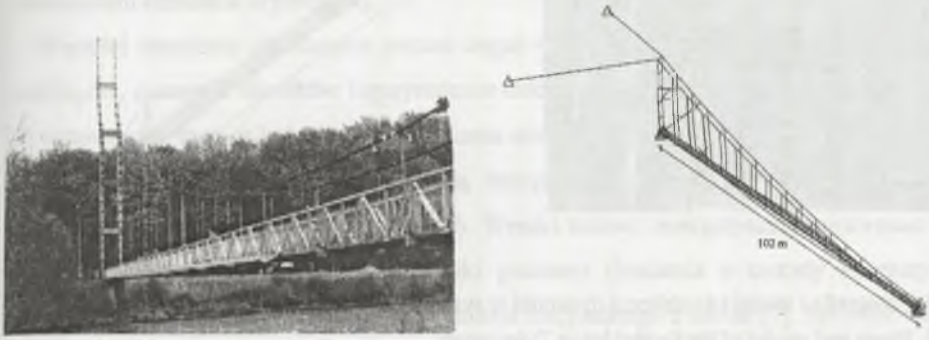
Postać wzoru na wartość logarytmicznego dekrementu tłumienia jest następująca:

$$\Delta_i = \frac{1}{2}\frac{\sum_j E_{ij}\psi_j}{\sum_j E_{ij}} \tag{2}$$

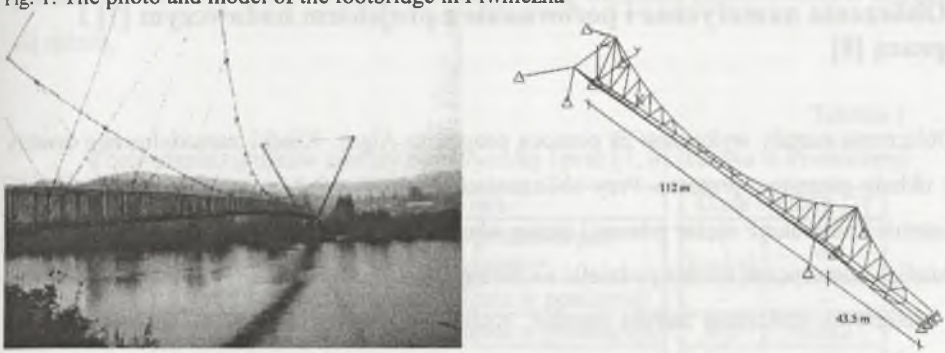
gdzie: E_{ij} - udział energii kinetycznej j-tego materiału w konstrukcji przy i-tej formie drgań, ψ_j - współczynnik pochłaniania (tłumienia właściwego) danego materiału wg [2, 3, 4, 5, 6, 7].

3. Opis badanych kładek

Kładka dla pieszych przez rzekę Poprad w Piwnicznej (rys.1) jest konstrukcją wiszącą, jednoprzęsłową i jednopylonową. Kładka jest konstrukcją całkowicie stalową. Długość przęsła wynosi 102 m. Przęsło wiszące kładki znajduje się na wysokości ok. 5 m ponad zwierciadłem Popradu. Wypełnienie pomostu stanowią płyty stalowe.



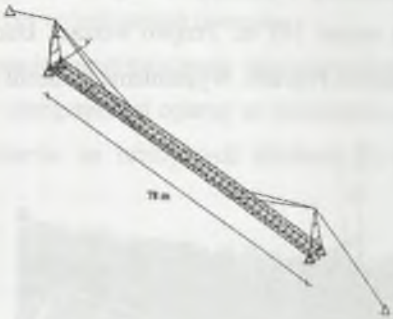
Rys.1. Fotografia i model (do obliczeń dynamiki w systemie Algor) kładki w Piwnicznej
Fig. 1. The photo and model of the footbridge in Piwniczna



Rys.2. Fotografia i model (do obliczeń dynamiki w systemie Algor) kładki w Tropiu
Fig. 2. Photo and model of the footbridge in Tropie

Kładka dla pieszych przez rzekę Dunajec w Tropiu (rys. 2) jest konstrukcją wiszącą, dwuprzęsłową i dwupylonową. Kładka jest konstrukcją stalową. Długość przęsła głównego wynosi 112 m, przęsła mniejszego 43.5 m. Przęsło wiszące kładki znajduje się na wysokości 6 m ponad zwierciadłem rzeki. Powierzchnia pomostu wykonana jest z drewnianych desek.

Kładka pieszo-jezdna w Tylmanowej (rys. 3) jest konstrukcją podwieszoną, jednoprzęsłową, dwupylonową. Długość przęsła konstrukcji wynosi 78 m. Pomost jest kratownicą przestrzenną, dlatego kładka jest sztywniejsza niż dwie wcześniej wymienione. Wypełnieniem pomostu jest żelbetowa płyta.



Rys.3. Fotografia i model (do obliczeń dynamiki w systemie Algor) kładki w Tylmanowej
Fig. 3. Photo and model of the footbridge in Tylmanowa

4. Obliczenia numeryczne i porównanie z projektem badawczym [7] i pracą [8]

Obliczenia zostały wykonane za pomocą programu Algor. Kładki zamodelowane zostały jako układy cięgnowo-prętowe. Przy obliczeniach dynamicznych rozpatrzono dwie sytuacje obciążenia konstrukcji: ciężar własny i ciężar własny z parciem wiatru.

Analizę numeryczną można podzielić na następujące etapy:

- nieliniowe obliczenia statyki (moduł. Apak0), z których otrzymano przemieszczenia węzłów i siły wewnętrzne, które pozwoliły uwzględnić w obliczeniach dynamicznych naciąg w linach dla dwóch wymienionych przypadków,
- obliczenia dynamiczne wykonane modułem Ssap1 systemu Algor. Wynikiem analizy numerycznej były: częstości i postacie drgań własnych (przemieszczenia dla danych postaci),
- wykorzystując program Stelm 1.0 (uwzględniający dane z plików systemu Algor), otrzymano masy poszczególnych materiałów skupione w poszczególnych węzłach,
- na podstawie metody energetycznej, zgodnie ze wzorem (2), określano dysypowaną energię dla każdego materiału,

- obliczenie logarytmicznych dekrementów tłumienia dla dziesięciu kolejnych postaci drgań, współczynniki tłumienia właściwego dla danych materiałów przyjęto wg [6, 2, 3, 4, 5, 7]: stal ψ =0.03, liny ψ =0.02, drewno ψ =0.18, żelbet ψ=0.2.

Poniżej zestawiono wartości logarytmicznych dekrementów tłumienia dla trzech kładek (dla pierwszych dziesięciu postaci), otrzymane z obliczeń numerycznych. Uzyskane wartości δ kładek porównano z wynikami otrzymanymi w ramach projektu badawczego [7] i z wielkościami tłumienia w pracy [8].

Wartości tłumienia dla danych postaci drgań w pracy [7] otrzymywano przez filtrację przebiegów, następnie określano logarytmiczne dekrementy tłumienia drgań. W opracowaniu [8] zastosowano metodę kolokacji do określania wielkości tłumienia.

Wielkości tłumienia określane metodą energetyczną (kładka w Piwnicznej) zostały porównane z [7] dla czterech postaci drgań. Wyniki metody energetycznej porównano też z wartościami tłumienia według [8]. Wyniki poziomu tłumienia z metody energetycznej stanowią od 30 do 70 procent wartości tłumienia otrzymanego z badań [7]. Spowodowane to jest rozbieżnością w uzyskanych wartościach częstotliwości. W kładce tej wpływ wiatru nie spowodował różnic w poziomie tłumienia. Logarytmiczny dekrement tłumienia według [8] jest taki sam dla częstotliwości ok. 6.3 rad/s, poza tą wartością częstotliwości δ nieznacznie się różnią.

Tablica 1

Porównanie wyników analizy numerycznej i prac [7, 8] (kładka w Piwnicznej)

Prędkość 0 m/s, 30 m/s				Dane według [7]	
Nr	f [rad/s]	δ	Rodzaj postaci drgań własnych	f [rad/s]	δ
1	3.8505	0.0143	Skrętna (giętna w poziomie)	-	-
2	4.5327	0.0143	Skrętna (giętna w poziomie)	4.9	0.022
3	6.6832	0.0138	Giętna (czysta)	6.72	0.02
4	7.1672	0.0136	Giętno-skrętna (2 fale)	-	-
5	7.5684	0.01	Drgania lin	-	-
6	7.6975	0.0111	Giętno-skrętna (2 fale)	-	-
7	9.0149	0.014	Giętno-skrętna (b. złożona)	-	-
8	10.0552	0.0137	Giętna (2 fale)	-	-
9	12.9243	0.0116	Giętno-skrętna (2 fale)	12.56	0.025
10	13.1907	0.01	Drgania lin	13.76	0.034

Dane według [8]			
f [rad/s]	~14	~6.3	~4.9
δ	0.004 – 0.006	0.017 – 0.067	0.034 – 0.092
Zakres i średnia	0.005	0.031	0.069

Tablica 2

Porównanie wyników analizy numerycznej i prac [7, 8] (kładka w Tropiu)

Prędkość 0 m/s			Rodzaj postaci drgań własnych	Prędkość 30 m/s			Dane według [7]	
Nr	f [rad/s]	δ		Nr	f [rad/s]	δ	f [rad/s]	δ
1	4.5806	0.0486	Skrętna (giętna w poziomie)	1	5.1828	0.0509	-	-
2	7.7669	0.0464	Skrętna (giętna w poz. 2 fale)	2	8.6825	0.0531	7.35	0.097
3	8.213	0.0216	Drgania lin-pionowe	3	9.2871	0.0497	7.66	0.11
4	9.0027	0.046	Skrętna (2 fale)	4	9.9307	0.0526	-	-
5	9.1809	0.0359	Giętna-drgania lin	5	11.5416	0.0501	-	-
6	9.2966	0.0271	Drgania poziome lin	6	12.3515	0.0554	-	-
7	10.0173	0.0146	Skrętna z 2 falami	7	15.4624	0.0235	-	-
8	10.3906	0.0218	Skrętno-giętna z 2 falami	8	15.6941	0.0502	-	-
9	10.9448	0.0452	Skrętna	9	16.046	0.0331	-	-
10	11.3598	0.0512	Skrętna-pozioma z 2 falami	10	16.5426	0.0461	-	-

Dane według [8]			
f [rad/s]	~17	~7.2	~4.5
δ	0.012 – 0.118	0.015 – 0.184	0.077 – 0.154
Zakres i średnia	0.057	0.051	0.083

Tablica 3

Porównanie wyników analizy numerycznej i prac [7, 8] (kładka w Tylmanowej)

Prędkość 30 m/s			Rodzaj postaci drgań własnych	Dane według [7]	
Nr	f [rad/s]	δ		f [rad/s]	δ
1	7,834397	0,05	Zginanie w poziomie	7.35	0.055
2	9,488641	0,05	Zginanie w pionie	8.61	0.07
3	17,939254	0,049	Zginanie ze skręcaniem	-	-
4	19,925451	0,05	Zginanie w pionie-2 fale	20.23	0.09
5	29,268765	0,049	Zginanie ze skręcaniem-3 fale	-	-
6	36,137906	0,017	Drgania poręczy	37.43	0.013
7	40,016828	0,051	Zginanie w pionie-3 fale	-	-
8	40,993446	0,047	Zginanie ze skręcaniem-4 fale	-	-
9	42,490112	0,015	Drgania pylonu	-	-
10	42,641223	0,015	Drgania pylonu	-	-

Dane według [8]			
f [rad/s]	~26.2	~14.3	~7.5
δ	0.003 – 0.035	0.011 – 0.063	0.021 – 0.236
Zakres i średnia	0.016	0.034	0.038

Rozpatrując kładkę w Tropiu, widoczna jest rozbieżność w wynikach w porównaniu do pracy [7]. Spowodowane to jest przyjętym modelem, który nie uwzględniał całkowitej sztywności wywołanej przez drewniane pomosty. W pracy [8] zaobserwować można te same wartości tłumienia (dla częstotliwości 7.2 rad/s). Poza tą wartością częstotliwości logarytmiczne dekrementu tłumienia różnią się. W kładce tej zaobserwować można nieznaczny wzrost tłumienia dla prędkości wiatru 30 m/s.

Tłumienie otrzymane metodą energetyczną (kładka w Tylmanowej) jest takie same jak w pracy [7, 8]. Potwierdził się tutaj przyjęty model. Uzyskano zbieżne częstotliwości i wartości tłumień. Porównano tłumienia dla czterech postaci drgań własnych.

5. Wyniki przedstawione w pracy [6]

W celu kolejnego porównania otrzymanych wyników zestawiono dane z pracy [6], podającej średnie wartości logarytmicznego dekrementu tłumienia drgań. Dane oparte są na podstawie badań 43 kładek o różnych konstrukcjach.

Tablica 4

Średnie współczynniki tłumienia kładek według pracy [6]

Typ kładki	Żelbetowa	Beton sprężony	Złożona	Stalowa
Średnie wartości δ	0.082	0.063	0.038	0.025

6. Wnioski

Wynikami analizy numerycznej były częstotliwości drgań własnych i logarytmiczne dekrementy tłumienia pierwszych dziesięciu postaci drgań. Na podstawie wyników badań, zamieszczonych w pracy [7] i [8], otrzymano także wartości częstotliwości drgań własnych i dekrement tłumienia δ. Niestety, z powodu ograniczeń, jakie występują podczas badań, analiza została przeprowadzona tylko dla kilku postaci drgań własnych. Obliczenia i wyniki badań potwierdzają, że poziom tłumienia zależy od postaci drgań własnych.

Obliczenia teoretyczne wykonano dla trzech kładek. Tylko w przypadku kładki w Tropiu wyniki obliczeń różnią się od uzyskanych w badaniach. Wynika to prawdopodobnie z

nieprawidłowego przyjęcia naciągu w linach lub nieprawidłowego oszacowania sztywności drewnianego wypełnienia pomostu. Poza tym na tłumienie ma duży wpływ stan techniczny kładek, który nie został uwzględniony w obliczeniach komputerowych. Obliczenia kładki pieszej w Piwnicznej są zbliżone do wyników badań z prac [7, 8]. Metoda energetyczna sprawdziła się w obliczeniach kładki pieszo-jezdnej w Tylmanowej, gdzie uzyskano dobrą zgodność wyników badań i analiz teoretycznych.

Porównując wyniki obliczeń i badań, można stwierdzić, że zaproponowaną metodą energetyczną można otrzymać prawidłowe wartości współczynników tłumienia, ale jest to uzależnione od doboru modelu numerycznego, służącego do wyznaczania częstości drgań własnych.

LITERATURA

1. Yamaguchi H, Ito M.: „Mode-dependency of structural damping in cable-stayed bridges", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 72, 1997, 289-300.
2. Yamaguchi H., Adhikari R.: „Energy-based evaluation of modal damping in structural cables with and without damping treatment", J. of Sound and Vibration 181, 1995, 71-83.
3. Jayawardena L.: „Analytical estimation of vibration damping in cable system" Asian Institute of Technology, Bangkok, Thailand, 1991.
4. Dyląg Z. i inni:„Wytrzymałość materiałów", tom 2, WNT, Warszawa 1997.
5. Rakowski G. i in.: „Mechanika budowli-ujęcie komputerowe", tom 2, Arkady, Warszawa 1992.
6. Bachmann H. „Vibration problems in structures", Bulletin D'Information, No 209, Wien 1991.
7. Flaga A. i in.: „Analiza dynamicznego oddziaływania wiatru na wybrane konstrukcje wiszące w warunkach sprzężeń dynamicznych", Pr. bad. nr 7 T07E01212, Lublin 1999.
8. Flaga A., Michałowski T.: „Charakterystyki tłumienia drgań lekkich kładek wiszących i podwieszonych", Inżynieria i Budownictwo nr 9, 2000, 495-497.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Romuald Świtka