ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2005
Seria: BUDOWNICTWO z.104 Nr kol. 1695

Mariusz ZYCH *
Politechnika Krakowska

# NAPRĘŻENIA TERMICZNE W SEGMENCIE ŚCIANY ZBIORNIKA ŻELBETOWEGO

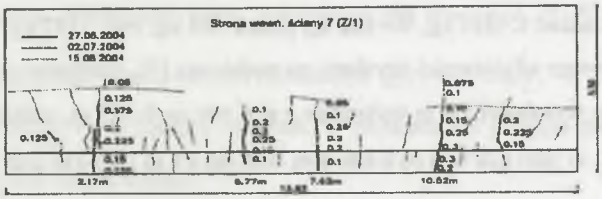
**Streszczenie.** W niniejszym artykule przeanalizowano rozwój naprężeń termicznych w segmencie ściany żelbetowej wykonanej pomiędzy istniejącymi segmentami ściany zbiornika.

# THERMAL STRESSES IN THE WALL OF THE RC TANK

**Summary.** In this article was presented an approximate analysis of the development of a thermal stress in the wall of the cylindrical RC tank which was realized during the extension of the sewage treatment plant Krakow-Płaszow. In the analysed wall appeared four through cracks three days after removal of formwork of the width equal to 0.25mm. However, later appeared numerous surface cracks of the width equal to 0.125mm. The calculation took into account the influence of the solar temperature of the air on the development of the non-uniform temperature area (Fourier`s equation). The development of the stress was calculated with taking into account the momentary Young`s modulus, the momentary creep function (according to Breugel) and the moment of removal of formwork.

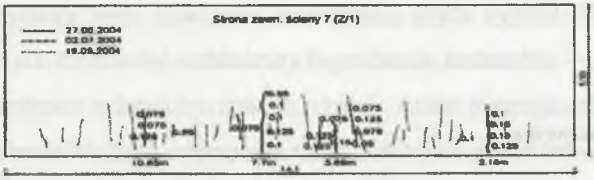
## 1. Wstęp

W fazie realizacji konstrukcji masywnych najważniejszym obciążeniem są siły wewnętrzne wynikające z właściwości młodego betonu. W początkowej fazie obciążenia te wywołane są zmianami niejednorodnego pola temperatury (naprężenia termiczne), a w okresie późniejszym zmianami niejednorodnego pola wilgoci generującego niejednorodne naprężenia skurczowe. Niejednorodne pola temperatury i wilgoci są efektem egzotermicznych reakcji wiązania poszczególnych składników cementu z wodą (głównie $C_3A$ i $C_3S$) oraz wymiany ciepła i

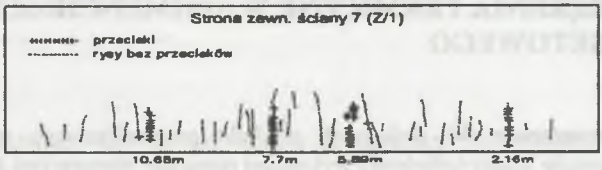


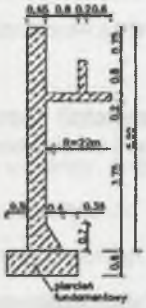

Rys. 1. Etapy powstawania rys po stronie wewn.
Fig. 1. The stages of the cracking on the internal surface

* Opiekun naukowy: Dr hab. inż. Andrzej Seruga




Rys. 2. Etapy powstawania rys po stronie zewn.
Fig. 2. The stages of the cracking on the outside surface




Rys. 3. Przecieki na stronie zewn. podczas próby szczelności
Fig. 3. The leakage on the outside surface during the test of tightness
Rys. 4. Przekrój poprzeczny przez ścianę i pierścień fundamentowy
Fig. 4. The cross section of the wall and the ring foundation

wilgoci z otoczeniem [2] Szybkość i ilość narastania ciepła jest zależna między innymi od: temperatury początkowej mieszanki, składu i ilości cementu, wskaźnika w/c, domieszek, masywności konstrukcji, warunków brzegowych oraz właściwości termofizycznych materiału. Naprężenia własne mogą często skutkować nadmiernym zarysowaniem konstrukcji, prowadzącym do utraty szczelności, trwałości oraz zmianą sztywności, podczas gdy naprawa i utrzymanie takich konstrukcji są bardzo kosztowne.

W niniejszym artykule przeanalizowano rozwój naprężeń termicznych w segmencie ściany żelbetowej wykonanej pomiędzy istniejącymi segmentami ściany zbiornika. Na rys.1 i 2 przedstawiono etapy powstawania rys po wewn. i zewn. stronie ściany. Segment ściany został zabetonowany bez wspornika 24-06-2004 i rozdeskowany po 24h. Po trzech dniach od zabetonowania stwierdzono obecność czterech rys przelotowych oznaczonych na rysunku linią ciągłą. W okresach późniejszych odnotowano powstanie rys po stronie wewn. o rozwarciu od 0.05 mm do 0.15 mm oraz po stronie zewn. o rozwarciu od 0.05 mm do 0.125 mm nie mających wpływu na szczelność zbiornika (rys. 3). Do realizacji zbiornika zastosowano beton B-25 o następującym składzie: C=330 kg, W=132 kg, piasek 583 kg, żwir 1197 kg. Użyto cementu CEM II/B-S 32,5R, którego właściwości uzyskano na podstawie [8]. Zbrojenie poziome (RB500W) po stronie wewn. do wysokości 2.8 m wykonano z $\phi$16 mm co 0.125 m, natomiast po stronie zewn. do wysokości 1.2 m jako $\phi$20 mm co 0.1m, a na wys. do 2.5 m jako $\phi$16 mm co 0.1 m.

## 2. Temperatura twardniejącego betonu

Zmianę temperatury dojrzewającego betonu z uwzględnieniem temperatury otoczenia możemy wyznaczyć posługując się równaniem Fouriera [2]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_t\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{1}{c_b \cdot \gamma_b} C \frac{\partial Q}{\partial t} \tag{1}$$

gdzie:

T- temperatura betonu [°C], Q - ciepło twardnienia cementu odniesione do jednostki masy materiału [kJ/kg], $a_b$ - współczynnik dyfuzji temperatury w betonie [m$^2$/s], $c_b$ - ciepło właściwe [kJ/kgK], $\gamma_b$ - gęstość pozorna betonu [kg/m$^3$], C - ilość cementu [kg/m$^3$].

W artykule wykorzystano równanie Fouriera do wyznaczenia pola temperatury w przekroju ściany upraszczając je do przypadku przepływu jednokierunkowego z uwzględnieniem następujących warunków:

- warunek początkowy $T(x,0) = T_p$
- warunek brzegowy $\left.\frac{\partial T(x)}{\partial n}\right|_k = -\frac{\alpha}{\lambda_b}(T_k - T_o)$

gdzie:

$T_o$ - temperatura otoczenia [°C] (rys. 5), $T_k$ – temperatura powierzchni elementu [°C], $T_p$ - temperatura początkowa mieszanki [°C], n– normalna zewnętrzna do brzegu k.

Współczynnik przejmowania ciepła $\alpha$ równy 5.8 [W/m$^2$K] przyjęto wg C. L. Townesenda [2],[4] przy założeniu zerowej prędkości wiatru, natomiast wpływ deskowania uwzględniono poprzez zastępczy współczynnik przejmowania ciepła $\alpha_w$ [2]:

$$\alpha_w = \frac{\alpha}{R\alpha + 1} \tag{2}$$

gdzie: R - opór przewodzenia ciepłą szalunku: $R = \frac{d}{\lambda}$, d - grubość szalunku [m], $\lambda$ - współczynnik przewodzenia ciepła [kJ/mKh].

Funkcję źródeł opisano równaniem wg K. Wesche [2], [5] $W = Q(\tau) \cdot P_1 \cdot P_2 \cdot t^{(P_2 - t)}$, w której $Q(\tau)$ jest ilością wydzielanego ciepła opisaną równaniem $Q(\tau) = q \cdot \exp\left(P_1 \cdot t^{P_2}\right)$, gdzie $P_1$, $P_2$ są wartościami stałych zależnych od rodzaju cementu. W obliczeniach przyjęto stałe wartości $c_b$, $\lambda_b$ określone na podstawie składu betonu.

Duży wpływ na rozkład temperatury poza ciepłem hydratacji ma promieniowanie słoneczne [3]. Jednak energia tego promieniowania napotykając na atmosferę ziemską ma zmienną energię

w różnych porach dnia i roku, ponadto jest ona redukowana poprzez zanieczyszczenie powietrza i zachmurzenie. W obliczeniach uwzględniono promieniowanie bezpośrednie określone jako [3]:

$$I_{dir} = I_0 \cdot q_G \tag{3}$$

gdzie:

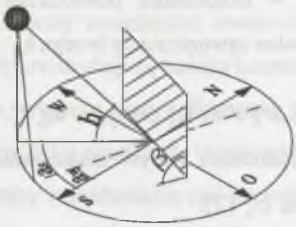
$I_0$=1370 [W/m$^2$] - stała słoneczna (+3% w styczniu/grudniu, -3% w lipcu/sierpniu), $q_G$ - jest współczynnikiem zależnym od wysokości Słońca, pory roku i zanieczyszczenia powietrza. Przez pojęcie promieniowania bezpośredniego $I_{dir}$ rozumie się część promieniowania stałej słonecznej przechodzącej przez atmosferę, która bezpośrednio dociera do powierzchni Ziemi równolegle do jej normalnej.

Promieniowanie bezpośrednie na dowolnie zorientowaną powierzchnię elementu możemy opisać następującymi zależnościami trygonometrycznymi [3]:

$$I_\beta = I_{dir} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + h - B\right) \cdot \cos(a_s - a_w) \tag{4}$$

gdzie:

$I_{dir}$ - promieniowanie bezpośrednie [W/m$^2$], h - wysokość Słońca nad horyzontem [rad], β - nachylenie powierzchni elementu [rad], $a_w$ - azymut normalnej powierzchni elementu [rad], $a_s$ - azymut Słońca [rad].




Rys. 5. Zależności trygonometryczne [3]

Fig. 5. Trigonometry relationships

Wpływ promieniowania słonecznego na powierzchnię wewnętrzną i zewnętrzną ściany został uwzględniony poprzez zastąpienie temperatury powietrza $T_o$ tzw. słoneczną temperaturą powietrza $T_S$ [3]:

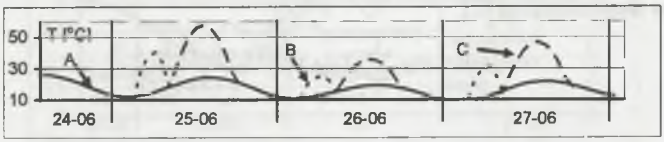
$$T_S = T_o + I_\beta \cdot A / \alpha_e \tag{5}$$

gdzie:

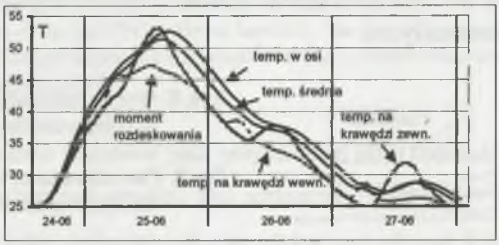
$I_\beta$ - natężenie promieniowania słonecznego na daną powierzchnię [W/m$^2$], A - wsp. absorpcji promieniowania słonecznego [-], $\alpha_e$ - wsp. przejmowania ciepła na powierzchni [W/m$^2$K].

Na rys. 6 przedstawiono temperaturę powietrza w cieniu, temperaturę słoneczną dla ściany po stronie zewn. i wewn. Wartości temperatury słonecznej mają w poszczególnych dniach różną wartość, gdyż uwzględniono redukcję promieniowania wynikającą z różnego stopnia

zachmurzenia. Wyniki przeprowadzonej analizy rozwoju temperatury w przedziale czasu $t \in (0,82)h$ przy założeniu rozszalowania po 24h i temperatur słonecznych powietrza (jak na rys.6) przedstawiona na rys. 7.




Rys. 6. Temperatura powietrza w cieniu (A) oraz temperatury słoneczne powietrza dla zewn. (C) i wewn. (B) powierzchni ściany
Fig. 6. The temperature of atmospheric air (A) and solar temperatures for internal (B) and outside (C) surface of the wall




Rys. 7. Rozwój temperatury w przekroju ściany
Fig. 7. The development of the temperature in the cross section of the wall

## 3. Naprężenia w twardniejącym betonie od zmian temperatury

Całkowite naprężenia w przekroju ściany wynikają z oporu, jaki stanowi pierścień fundamentowy i sąsiadujące ściany oraz z naprężeń własnych wynikających z niejednorodnego pola temperatury. W obliczeniach przyrostu naprężeń $\Delta\sigma_i$ od chwilowej zamiany temperatury $\Delta T_i$ uwzględniono wartość chwilowego modułu sprężystości E(τ) oraz chwilową wartość funkcji pełzania $\varphi(t,t_o)$ wg K.Breug'ela [2]:

$$\varphi(t,t_0) = \beta \cdot t_0^{-d} \cdot (t - t_0)^n \tag{6}$$

$$\beta = \left[-0.14 \cdot \omega^2 + 0.76 \cdot \omega - 0.16\right] \cdot 24^d \tag{7}$$

gdzie:

$\omega$ - wskaźnik wodno-cementowy, d - współczynnik zależny od rodzaju cementu, n - współczynnik zależny od znaku obciążenia.

Przyjęta funkcja opisuje również pełzanie młodego betonu przy rozciąganiu. Daje ona większe wartości pełzania młodego betonu w porównaniu do funkcji pełzania zawartej w PN- 03264:2002, która nie uwzględnia wpływu znaku obciążenia. Funkcję K. Breugela

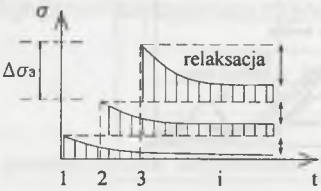
przyjęto na podstawie porównań funkcji pełzania młodego betonu zawartych w pracy P. Freidenberga [1].

Naprężenia od więzów zewnętrznych wyznaczono w przybliżeniu jak dla przypadku jednoosiowego stanu naprężeń [2]:

$$\sigma(t) \approx -R\alpha_T \sum_{t_0}^{t} E(\tau)\Delta\overline{T}(\tau)\frac{1+\varphi(t,\tau)\cdot(\kappa-1)}{1+\kappa\varphi(t,\tau)} \tag{8}$$

w którym:

$\Delta\overline{T}(\tau)$ - zmiana temperatury średniej, $\kappa$ - współczynnik starzenia równy 0.8, R - stopień, w jakim warunki brzegowe ograniczają odkształcenia swobodne ściany (ze względu na zamocowanie ściany na trzech krawędziach przyjęto współczynnik R=1). Interpretację równań (8) oraz (9) przedstawiono na rys. 8.




Rys. 8. Wpływ relaksacji na naprężenia w kolejnych krokach obliczeniowych [2]

Fig. 8. The influence of the relaxation function on the stress in next computational steps.

Termiczne naprężenia powodowane niejednorodnym polem temperatury wyznaczono na podstawie zależności [2]:

$$\sigma(t,x) = -\sum_{t_0}^{t} \frac{E(\tau)\alpha_T}{1-\nu}\cdot\frac{1+\varphi(t,\tau)\cdot(\kappa-1)}{1+\kappa\varphi(t,\tau)}\cdot a(\tau,x) \tag{9}$$

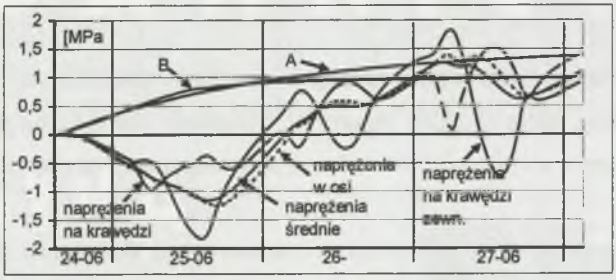
gdzie: $a(t,x)$ w przypadku niesymetrycznych warunków brzegowych można określić na podstawie zależności [2]:

$$a(\tau,x) = \Delta T(x,\tau) - \frac{1}{d}\int_{+d/2}^{-d/2}\Delta T(x,\tau)dx - 12\frac{x}{d^3}\int_{+d/2}^{-d/2} x\cdot\Delta T(x,\tau)dx \tag{10}$$

W obliczeniach przyjęto stałą wartość współczynnika Poissona dla młodego betonu $\nu$=0.25 oraz zwiększoną wartość współczynnika rozszerzalności termicznej $\alpha_T = 1{,}1\cdot 10^{-5} 1/C^o$ wynikającą ze składu betonu.

Całkowite naprężenia w przekroju ściany, które są efektem niejednorodnego pola temperatury oraz więzów zewnętrznych, jakimi są sąsiadujące ściany i pierścień fundamentowy, przedstawiono na rys. 9.

Wpływ pełzania betonu jest bardzo korzystny, gdyż zmniejsza ono wartość naprężeń rozciągających, jednak bardzo duże pełzanie w pierwszych godzinach jest zjawiskiem potęgującym naprężenia rozciągające w fazie studzenia. W tym przypadku wzrost temperatury średniej o $\Delta T = 26^o C$ w początkowej fazie powoduje naprężenia ściskające równe –1.26MPa, natomiast spadek temperatury o $\Delta T = 23^o C$ powoduje wzrost naprężeń rozciągających o $\Delta\sigma = 3.1 MPa$. Zjawisko to jest również potęgowane przyrostem modułu sprężystości.




Rys. 9. Rozwój naprężeń całkowitych w przekroju ściany; Krzywa A - wytrzymałość betonu na rozciąganie określona na walcach 15x30 (osiowe rozciąganie), B - wytrzymałość betonu po uwzględnieniu przyśpieszonego procesu hydratacji, degradacji struktury w wyniku podwyższonej temperatury oraz wpływu szybkości obciążenia [7]

Fig. 9. The development of the total stresess in the cross section of the wall; The curve A - concrete tensile strength specific on the cylinders 15x30 (direct tension), the curve B - concrete strength with taking into account the speed of hydration, the degradation of the concrete structure in high temperature and the influence of the loading rate [7]

Niniejsze obliczenia należy traktować jako przybliżenie, gdyż rozkład temperatury sprzężony jest z niejednorodnym polem wilgotności. Do uproszczeń należy również zaliczyć przyjęcie stałych wartości $\alpha_T$ i $\nu$, które zmieniają się znacznie w początkowej fazie dojrzewania betonu. W obliczeniach nie uwzględniono również wpływu niejednorodnego pola temperatury na cechy betonu.

W rozpatrywanej konstrukcji wpływ więzów zewnętrznych ma zasadnicze znaczenie na wartość naprężeń rozciągających. Wszystkie pionowe rysy są efektem ograniczenia przemieszczeń poziomych pomiędzy ścianą w połączeniu z pierścieniem fundamentowym. Sąsiednie segmenty ściany również ograniczają przemieszczenia poziome ściany, jednak rozwierające się styki robocze zezwalają na nieznaczne przemieszczenia, o czym świadczy kierunek rys skrajnych (pionowy). W przypadku pełnego scalenia nowego segmentu ściany z istniejącym w styku roboczym powstałyby rysy nachylone do wewn. ściany, co było zaobserwowane na innych ścianach tego obiektu. O wielkości nachylenia rys skrajnych decyduje również sztywność łączonych elementów, co jednak nie zostało ujęte w tych obliczeniach. Na podstawie przeprowadzonej uproszczonej analizy możemy stwierdzić, że naprężenia rozciągające przekraczają wytrzymałość średnią betonu na rozciąganie po 3 dniach od zabetonowania. Uzyskany wynik analizy jest w pełni zgodny z obserwacjami w terenie.

Na podstawie przedstawionego przykładu wynika jednoznacznie konieczność uwzględniania w obliczeniach historii temperatury oraz historii naprężeń, jak również zmieniających się w czasie właściwości mechanicznych betonu.

## 4. Wnioski

Na rys.7 widoczny jest wpływ zmiany temperatury otoczenia na zmianę temperatury powierzchni ściany, która skutkuje znacznymi wahaniami naprężeń na jej krawędzi (rys.9). Natomiast naprężenia w osi od niejednorodnego pola temperatury są zdecydowanie mniejsze niż na krawędzi.

W przypadku ściany osłoniętej przed promieniowaniem słonecznym gradient temperatury wywołany ciepłem hydratacji powoduje powstanie naprężeń samorównoważących się, które w początkowym okresie powodują ściskanie w strefie rdzenia ściany, a rozciąganie stref przypowierzchniowych, natomiast w okresie studzenia ściany następuje inwersja naprężeń, czyli ściskanie stref przypowierzchniowych (lub redukcja naprężeń rozciągających) i rozciąganie rdzenia. Promieniowanie słoneczne może powodować wzrost temperatury na powierzchni ściany do wartości większej niż w rdzeniu. Powoduje to powstanie naprężeń ściskających na powierzchni nasłonecznionej i dużych naprężeń rozciągających na powierzchni zacienionej. Naprężenia te sumują się z naprężeniami wywołanymi oporem pierścienia fundamentowego (rys. 9) i mogą w znacznym stopniu zwiększyć prawdopodobieństwo zarysowania. W przedstawionych obliczeniach przyjęto redukcję promieniowania w kolejnych dniach o wartości 20%, 60%, 40% spowodowaną różnym stopniem zachmurzenia. Nie uwzględniono jednak wpływu pielęgnacji. Z przedstawionego wykresu (rys. 9) wynika, iż bardzo korzystne jest osłonięcie ścian przed promieniowaniem. Czynnikiem niekorzystnym było to, że temperatura powietrza w kolejnych dniach była niższa od temperatury powietrza w dniu betonowania. Skutkowało to większą wartością temperatury maksymalnej i szybszym jej spadkiem.

LITERATURA

1. Freidenberg P.: Pełzanie i relaksacja młodego betonu rozciąganego, Szczecin 1999.
2. Kiernożycki W.: Betonowe konstrukcje masywne, Polski Cement, Kraków 2003.
3. Paas U.: Mindestbewehrung fur verformungsbehinderte Betonbauteile im jungen Alter. Berlin, Deutscher Ausschuss fur stahlbeton, Heft 489, Berlin 1998.
4. Townsend,C. L.: USBR practices for control of cracking in arch dams. Journal of Power Division, 1959.
5. Wesche K.: Baustoffkennwerte zur Berechnung von Temperaturfeldern in Betonbauteilen. Forschungsbericht T.H. Aachen 1982.
6. PN-B-03264:2002. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
7. RILEM RAPORT 15. Prevention of Thermal Cracking in Concrete at Early Ages. Edited by R. Springenschmid. London 1998.
8. Cementy z dodatkiem granulowanego żużla wielkopiecowego. Górażdże Cement.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Włodzimierz Kiernożycki