ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1996

Seria: ELEKTRYKA z. 149 Nr kol. 1321

Jerzy KUDŁA
Katedra Maszyn i Urządzeń Elektrycznych

INDUKCYJNOŚCI STATYCZNE I DYNAMICZNE MASZYNY SYNCHRONICZNEJ CYLINDRYCZNEJ ZWIĄZANE Z POLEM MAGNETYCZNYM GŁÓWNYM

Streszczenie. W pracy podano definicje indukcyjności statycznych i dynamicznych maszyny synchronicznej, związanych z polem magnetycznym głównym. Określono ich zależności za pomocą syntetycznych charakterystyk sprzężeń magnetycznych. Zwrócono uwagę na ich zależność od modułu i argumentu wektora przestrzennego prądu magnesującego maszyny lub też od jego składowych w osi d i q. Dokonano porównania indukcyjności różniczkowych wzajemnych.

STATIC AND DYNAMIC INDUCTANCES OF A NONSALIENT SYNCHRONOUS MACHINE ASSOCIATED WITH MAIN MAGNETIC FIELD

Summary. In the paper definitions of static and dynamic inductances of a nonsalient synchronous machine associated with the main magnetic field have been given. Relationships between them have been determined by means of the synthetic characteristics of magnetic linkages. Special attention has been paid to their dependence on magnitude and argument of the space vector of the machine magnetizing current or on the components of this vector in the d and q axes as well. Comparison between differential mutual inductances has been made.

1. WPROWADZENIE

Przy formułowaniu równań różniczkowych napięciowo - prądowych maszyny synchronicznej konieczne jest wyrażenie sprzężeń magnetycznych obwodów elektrycznych maszyny oraz ich pochodnych względem czasu za pośrednictwem odpowiednich prądów i ich pochodnych. W tym celu wprowadza się do rozważań parametry maszyny - indukcyjności statyczne i dynamiczne.

W modelach matematycznych maszyn elektrycznych, w których nie uwzględnia się zjawiska nasycenia, indukcyjności statyczne i dynamiczne są stałe i sobie równe, tak że nie ma potrzeby ich rozróżniania. W modelach matematycznych maszyn elektrycznych, w których uwzględnia się zjawisko nasycenia, indukcyjności te różnią się między sobą, a ich wartości zależą od stanu nasycenia obwodu magnetycznego. Dodatkowo w modelach tych indukcyjności statyczne nie są określone w sposób jednoznaczny, tak że w praktyce w zależności od sposobu ich definicji przyjmują różną wartość. W konsekwencji niektórzy [2] traktują je jako tylko współczynniki strumieniowo-prądowe, mające wymiar indukcyjności i uznają indukcyjności dynamiczne za właściwe indukcyjności maszyny, zdefiniowane w sposób jednoznaczny. Wspomniane wyżej indukcyjności statyczne i dynamiczne wyznacza się na podstawie charakterystyk sprzężeń magnetycznych w maszynie. W artykule przedstawiono zależności określające indukcyjności statyczne i dynamiczne maszyny synchronicznej cylindrycznej, związane z polem magnetycznym głównym. Przeprowadzono ich obliczenia oraz analizę, wykorzystując przedstawione w [3] charakterystyki sprzężeń magnetycznych pola magnetycznego głównego, obliczone dla generatora synchronicznego TWW-200.

2. INDUKCYJNOŚCI STATYCZNE MASZYNY SYNCHRONICZNEJ ZWIĄZANE Z POLEM MAGNETYCZNYM GŁÓWNYM

Nawiązując do teorii liniowych obwodów elektrycznych, nieliniowe charakterystyki sprzężeń magnetycznych pola głównego z obwodami elektrycznymi maszyny w osiach d i q przedstawić można w postaci dwóch nieliniowych równań algebraicznych:

$$\Psi_{\mu d} = L_{\mu d} I_{\mu d} + L_{\mu dq} I_{\mu q} \qquad \Psi_{\mu q} = L_{\mu qd} I_{\mu d} + L_{\mu q} I_{\mu q} \tag{2.1}$$

W równaniach tych współczynniki wiążące ze sobą sprzężenia magnetyczne z odpowiednimi prądami noszą nazwę indukcyjności statycznych (nasyconych bądź nieliniowych). Indukcyjności te są nieliniowymi funkcjami amplitudy i argumentu wektora przestrzennego prądu magnesującego lub jego składowych osiowych i w przeciwieństwie do teorii liniowych obwodów elektrycznych nie można ich jednoznacznie określić na podstawie wyżej sformułowanego układu równań (ilość niewiadomych przewyższa liczbę równań oraz nie zachodzi zasada superpozycji). Dlatego też ich określenie wymaga podania dodatkowych warunków, które mogą być arbitralne. Powoduje to, że indukcyjności statyczne mogą

przyjmować różną postać oraz wartość, w zależności od przyjętych definicji. W pracy rozpatrzono dwa typy indukcyjności statycznych:

– indukcyjności statyczne globalne, które otrzymano przyjmując

$$L_{\mu dq} = L_{\mu qd} = 0, \quad \text{co powoduje, że} \quad L_{\mu d} = \frac{\Psi_{\mu d}}{I_{\mu d}}; \; L_{\mu q} = \frac{\Psi_{\mu q}}{I_{\mu q}}; \tag{2.2}$$

– indukcyjności statyczne własne i wzajemne, związane ze zjawiskiem wzajemnego sprzężenia magnetycznego (cross-coupling) obwodów elektrycznych maszyny w osiach d i q, definiując je w następujący sposób

  – indukcyjności statyczne własne

$$L^{*}_{\mu d} = \frac{\Psi_{\mu d}(I_{\mu d})}{I_{\mu d}} \qquad L^{*}_{\mu q} = \frac{\Psi_{\mu q}(I_{\mu q})}{I_{\mu q}} \tag{2.3}$$

  – indukcyjności statyczne wzajemne

$$L_{\mu dq} = \frac{\Psi_{\mu d} - \Psi_{\mu d}(I_{\mu d})}{I_{\mu q}} \qquad L_{\mu qd} = \frac{\Psi_{\mu q} - \Psi_{\mu q}(I_{\mu q})}{I_{\mu d}} \tag{2.4}$$

Jak wynika z przedstawionych definicji, indukcyjności statyczne globalne (2.2) zdefiniowano w sposób całkowicie arbitralny jako ilorazy sprzężeń magnetycznych obwodów elektrycznych maszyny w osiach d i q do odpowiednich składowych wektora przestrzennego prądu magnesującego, uwzględniając przy tym, iż sprzężenia te zostały wytworzone przez obie składowe tego prądu. Indukcyjności statyczne własne (2.3) formalnie zdefiniowano w podobny sposób, z tą jednak różnicą, iż sprzężenia magnetyczne wytworzone zostały przez jedną składową wektora przestrzennego prądu magnesującego (co wyraźnie zaznaczono w zależnościach (2.3)). Wpływ drugiej składowej wektora przestrzennego prądu magnesującego na wartość sprzężenia magnetycznego tego samego obwodu został uwzględniony za pośrednictwem indukcyjności statycznej wzajemnej, będącej miarą wzajemnego sprzężenia magnetycznego obwodów elektrycznych maszyny w osiach d i q spowodowanego zjawiskiem nasycenia. Z uwagi na to, że zjawisko wzajemnego sprzężenia magnetycznego jest różne dla obwodów w osi d i q, indukcyjności statyczne wzajemne nie są sobie równe.

Obydwa typy indukcyjności statycznych wyznaczyć można wprost z nieliniowych charakterystyk sprzężeń magnetycznych maszyny, bądź też wykorzystując syntetyczne charakterystyki sprzężeń magnetycznych przedstawione w [3].

W drugim przypadku indukcyjności statyczne określone są następującymi zależnościami:

– indukcyjności statyczne globalne

$$L_{\mu d} = \sum_{i=1,3} \frac{\Psi_{\mu di}}{I_\mu} \cdot \frac{\cos i\gamma_\mu}{\cos\gamma_\mu} = \sum_{i=1,3} L_{\mu di} \frac{\cos i\gamma_\mu}{\cos\gamma_\mu}$$

$$L_{\mu q} = \sum_{i=1,3} \frac{\Psi_{\mu qi}}{I_\mu} \cdot \frac{\sin i\gamma_\mu}{\sin\gamma_\mu} = \sum_{i=1,3} L_{\mu qi} \frac{\sin i\gamma_\mu}{\sin\gamma_\mu} \tag{2.5}$$

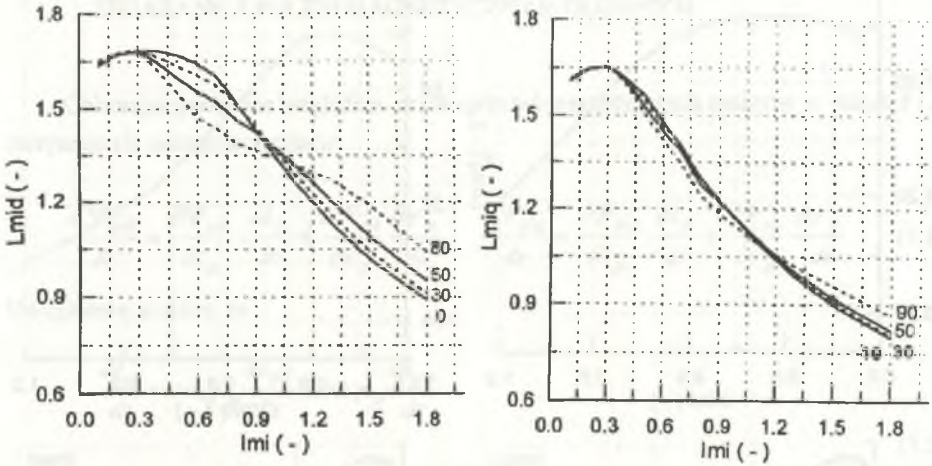
– indukcyjności statyczne własne i wzajemne

$$L^*_{\mu d} = \sum_{i=1,3} \frac{\Psi_{\mu di}(I_{\mu d})}{I_{\mu d}} \qquad L^*_{\mu q} = \sum_{i=1,3} \frac{\Psi_{\mu qi}(I_{\mu q})\sin i\frac{\pi}{2}}{I_{\mu q}} \tag{2.6}$$

$$L_{\mu dq} = \sum_{i=1,3} \frac{\Psi_{\mu di}}{I_\mu} \cdot \frac{\cos i\gamma_\mu}{\sin\gamma_\mu} - L_{\mu d}\frac{I_{\mu d}}{I_{\mu q}} = \sum_{i=1,3} L_{\mu di} \frac{\cos i\gamma_\mu}{\sin\gamma_\mu} - L_{\mu d}\mathrm{ctg}\gamma_u$$

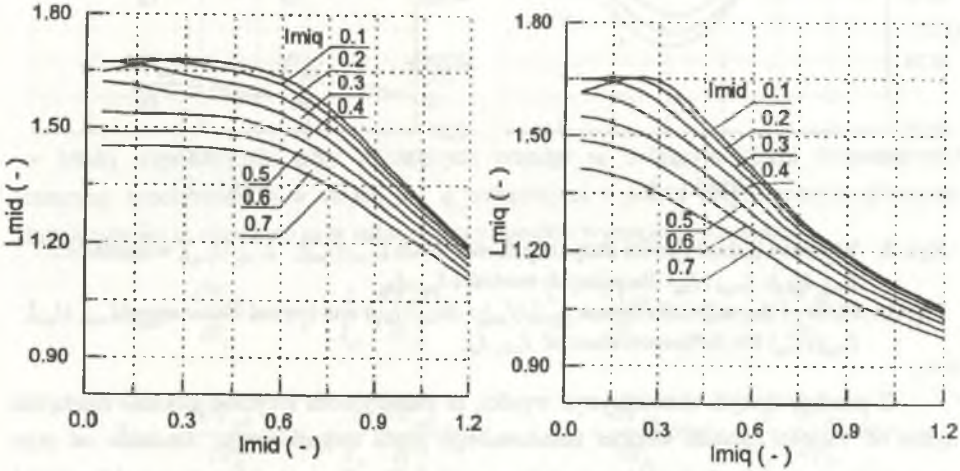
$$L_{\mu qd} = \sum_{i=1,3} \frac{\Psi_{\mu qi}}{I_\mu} \cdot \frac{\sin i\gamma_\mu}{\cos\gamma_\mu} - L_{\mu q}\frac{I_{\mu q}}{I_{\mu d}} = \sum_{i=1,3} L_{\mu qi} \frac{\sin i\gamma_\mu}{\cos\gamma_\mu} - L_{\mu q}\mathrm{tg}\gamma_u \tag{2.7}$$

Wykresy indukcyjności statycznych globalnych dla różnych wartości prądu I_μ i jego argumentu obliczone wprost z charakterystyk sprzężeń magnetycznych przedstawiono na rys. 1, natomiast indukcyjności statyczne globalne dla różnych wartości prądów osiowych $I_{\mu d}$, $I_{\mu q}$, obliczone według zależności (2.5), przedstawiono na rys. 2. Indukcyjności statyczne własne i wzajemne, związane ze zjawiskiem wzajemnego sprzężenia obwodów elektrycznych w osi d i q dla różnych wartości składowych osiowych prądu magnesującego, obliczone według zależności (2.6) i (2.7), przedstawiono na rys. 3.



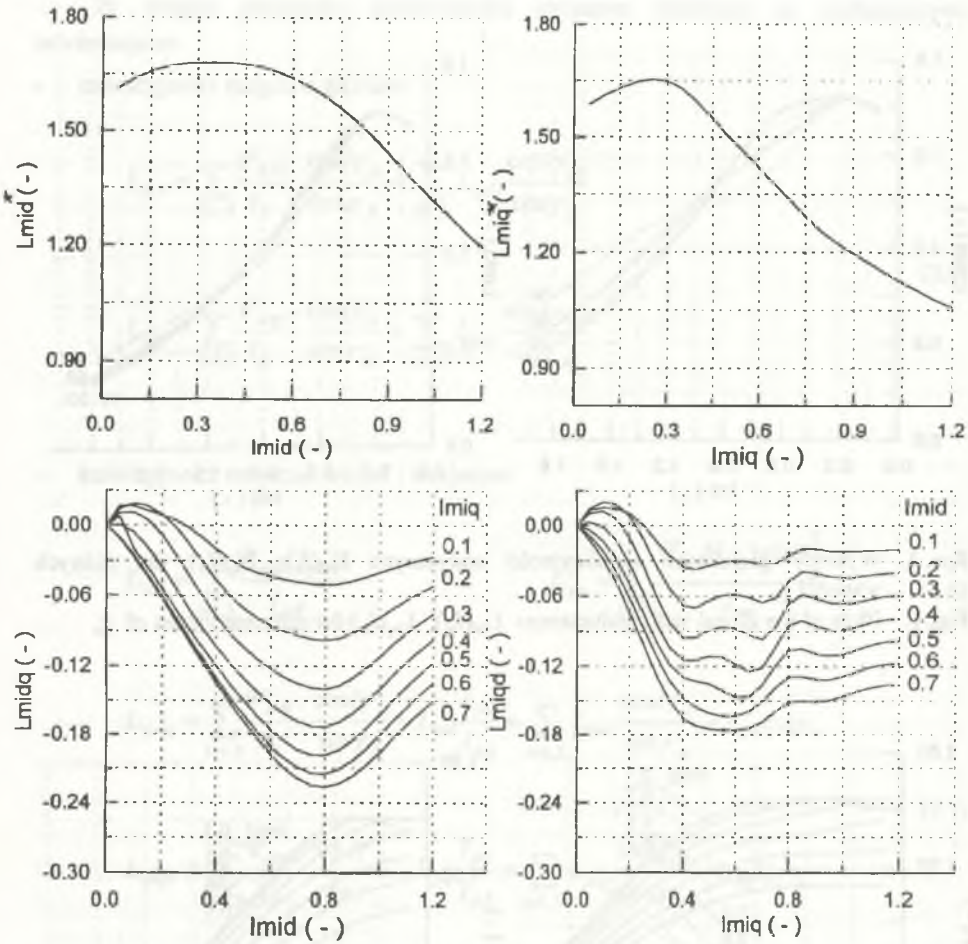
Rys. 1. Wykresy globalnych indukcyjności statycznych $L_{\mu d}(I_\mu)$; $L_{\mu q}(I_\mu)$ dla różnych wartości γ_μ

Fig. 1. Plots of the global static inductances $L_{\mu d}(I_\mu)$; $L_{\mu q}(I_\mu)$ for different values of γ_μ



Rys. 2. Wykresy globalnych indukcyjności statycznych $L_{\mu d}(I_{\mu d})$; $L_{\mu q}(I_{\mu q})$ dla różnych wartości $I_{\mu d}$, $I_{\mu q}$

Fig. 2. Plots of the global inductances $L_{\mu d}(I_{\mu d})$; $L_{\mu q}(I_{\mu q})$ for different values of $I_{\mu d}$, $I_{\mu q}$



Rys. 3. Wykresy indukcyjności statycznych własnych $L^*_{\mu d}(I_{\mu d})$; $L^*_{\mu q}(I_{\mu q})$, wzajemnych $L_{\mu dq}(I_{\mu d})$, $L_{\mu qd}(I_{\mu q})$ dla różnych wartości $I_{\mu d}$, $I_{\mu q}$

Fig. 3. Plots of the self-inductances $L^*_{\mu d}(I_{\mu d})$; $L^*_{\mu q}(I_{\mu q})$ and mutual inductances $L_{\mu dq}(I_{\mu d})$, $L_{\mu qd}(I_{\mu q})$ for different values of $I_{\mu d}$, $I_{\mu q}$

Z przedstawionych charakterystyk wynika, że indukcyjności statyczne globalne zależą nie tylko od wartości modułu wektora przestrzennego prądu magnesującego, ale także od jego argumentu, przy czym zależność ta jest większa w osi *d*. Ponadto wszystkie rodzaje indukcyjności z wyjątkiem indukcyjności statycznych własnych zależą od obu składowych osiowych prądu magnesującego. W konsekwencji w modelach matematycznych maszyn synchronicznych cylindrycznych istnieje potrzeba posługiwania się całą gromadą tych charakterystyk.

3. INDUKCYJNOŚCI DYNAMICZNE MASZYNY SYNCHRONICZNEJ ZWIĄZANE Z POLEM MAGNETYCZNYM GŁÓWNYM

Obliczając pochodne względem czasu sprzężeń magnetycznych maszyny w osiach d i q otrzymuje się następujące relacje:

$$\frac{d\Psi_{\mu d}}{dt}=\frac{\partial\Psi_{\mu d}}{\partial I_\mu}\cdot\frac{dI_\mu}{dt}+\frac{\partial\Psi_{\mu d}}{\partial\gamma_\mu}\frac{d\gamma_\mu}{dt}\qquad \frac{d\Psi_{\mu q}}{dt}=\frac{\partial\Psi_{\mu q}}{\partial I_\mu}\cdot\frac{dI_\mu}{dt}+\frac{\partial\Psi_{\mu q}}{\partial\gamma_\mu}\frac{d\gamma_\mu}{dt} \tag{3.1}$$

Uwzględniając dalej, że

$$\begin{aligned}\frac{dI_\mu}{dt}&=\cos\gamma_\mu\frac{dI_{\mu d}}{dt}+\sin\gamma_\mu\frac{dI_{\mu q}}{dt}\\ \frac{d\gamma_\mu}{dt}&=\frac{1}{I_\mu}\left(\cos\gamma_\mu\frac{dI_{\mu q}}{dt}-\sin\gamma_\mu\frac{dI_{\mu d}}{dt}\right)\end{aligned} \tag{3.2}$$

zależność (3.1) można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned}\frac{d\Psi_{\mu d}}{dt}&=L_{D\mu d}\frac{dI_{\mu d}}{dt}+L_{D\mu dq}\frac{dI_{\mu q}}{dt}\\ \frac{d\Psi_{\mu q}}{dt}&=L_{D\mu qd}\frac{dI_{\mu d}}{dt}+L_{D\mu q}\frac{dI_{\mu q}}{dt}\end{aligned} \tag{3.3}$$

w której współczynniki przy pochodnych prądów są indukcyjnościami dynamicznymi maszyny synchronicznej w osiach d i q, związanymi z polem magnetycznym głównym. Indukcyjności te określone są w jednoznaczny sposób i wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned}L_{D\mu d}&=\frac{\partial\Psi_{\mu d}}{\partial I_\mu}\cos\gamma_\mu-\frac{1}{I_\mu}\cdot\frac{\partial\Psi_{\mu d}}{\partial\gamma_\mu}\sin\gamma_\mu \qquad L_{D\mu q}=\frac{\partial\Psi_{\mu q}}{\partial I_\mu}\sin\gamma_\mu+\frac{1}{I_\mu}\cdot\frac{\partial\Psi_{\mu q}}{\partial\gamma_\mu}\cos\gamma_\mu\\ L_{D\mu dq}&=\frac{\partial\Psi_{\mu d}}{\partial I_\mu}\sin\gamma_\mu+\frac{1}{I_\mu}\cdot\frac{\partial\Psi_{\mu d}}{\partial\gamma_\mu}\cos\gamma_\mu \qquad L_{D\mu qd}=\frac{\partial\Psi_{\mu q}}{\partial I_\mu}\cos\gamma_\mu-\frac{1}{I_\mu}\cdot\frac{\partial\Psi_{\mu q}}{\partial\gamma_\mu}\sin\gamma_\mu\end{aligned} \tag{3.4}$$

Uwzględniając dalej że nieliniowe charakterystyki sprzężeń można określić za pomocą syntetycznych charakterystyk sprzężeń magnetycznych, indukcyjności dynamiczne maszyny można przedstawić w postaci:

$$L_{D\mu d} = \sum_{i=1,3}\left(\frac{\partial \Psi_{\mu di}}{\partial I_\mu}\cos i\gamma_\mu \cos\gamma_\mu + i\frac{\Psi_{\mu di}}{I_\mu}\sin i\gamma_\mu \sin\gamma_\mu\right) = \sum_{i=1,3}\left(L_{D\mu di}\cos i\gamma_\mu \cos\gamma_\mu + iL_{\mu di}\sin i\gamma_\mu \sin\gamma_\mu\right)$$

$$L_{D\mu q} = \sum_{i=1,3}\left(\frac{\partial \Psi_{\mu qi}}{\partial I_\mu}\sin i\gamma_\mu \sin\gamma_\mu + i\frac{\Psi_{\mu qi}}{I_\mu}\cos i\gamma_\mu \cos\gamma_\mu\right) = \sum_{i=1,3}\left(L_{D\mu qi}\sin i\gamma_\mu \sin\gamma_\mu + iL_{\mu qi}\cos i\gamma_\mu \cos\gamma_\mu\right)$$

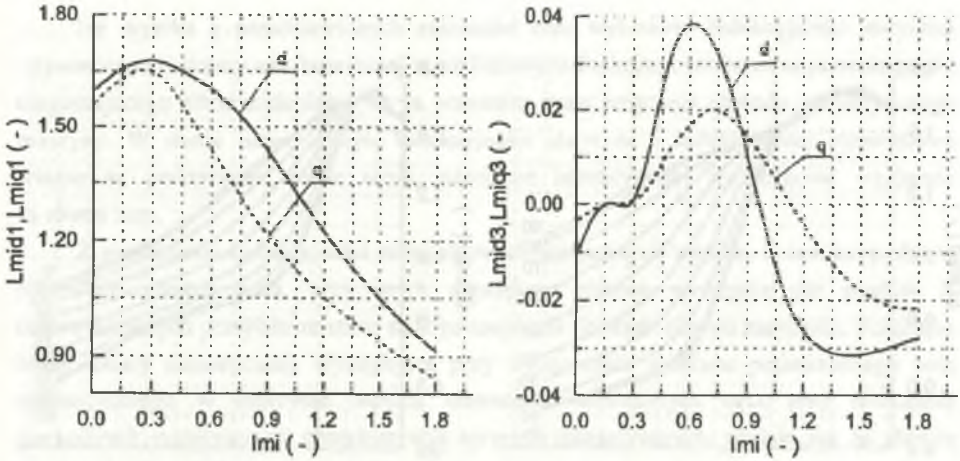
$$L_{D\mu dq} = \sum_{i=1,3}\left(\frac{\partial \Psi_{\mu di}}{\partial I_\mu}\cos i\gamma_\mu \sin\gamma_\mu - i\frac{\Psi_{\mu di}}{I_\mu}\sin i\gamma_\mu \cos\gamma_\mu\right) = \sum_{i=1,3}\left(L_{D\mu di}\cos i\gamma_\mu \sin\gamma_\mu - iL_{\mu di}\sin i\gamma_\mu \cos\gamma_\mu\right)$$

$$L_{D\mu qd} = \sum_{i=1,3}\left(\frac{\partial \Psi_{\mu qi}}{\partial I_\mu}\sin i\gamma_\mu \cos\gamma_\mu - i\frac{\Psi_{\mu qi}}{I_\mu}\cos i\gamma_\mu \sin\gamma_\mu\right) = \sum_{i=1,3}\left(L_{D\mu qi}\sin i\gamma_\mu \cos\gamma_\mu - iL_{\mu qi}\cos i\gamma_\mu \sin\gamma_\mu\right)$$

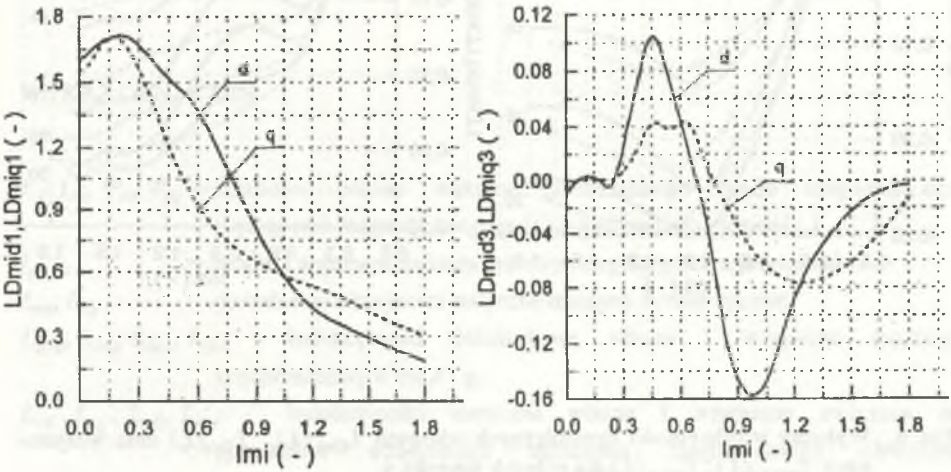
(3.5)

Wzory (3.5) stanowią rozszerzenie na maszyny synchroniczne znanych wyrażeń na indukcyjności dynamiczne, zaproponowanych w pracy [5]. Aproksymując syntetyczne charakterystyki sprzężeń magnetycznych pola głównego za pomocą funkcji sklejanych można w łatwy sposób wyznaczyć ich pochodne względem modułu prądu magnesującego, a następnie za ich pomocą indukcyjności dynamiczne maszyny. Na rys. 4 przedstawiono charakterystyki współczynników $L_{\mu d,qi}$, a na rys. 5 charakterystyki współczynników $L_{D\mu d,qi}$, które wchodzą w skład wyrażeń na indukcyjności dynamiczne i wynikają z syntetycznych charakterystyk.

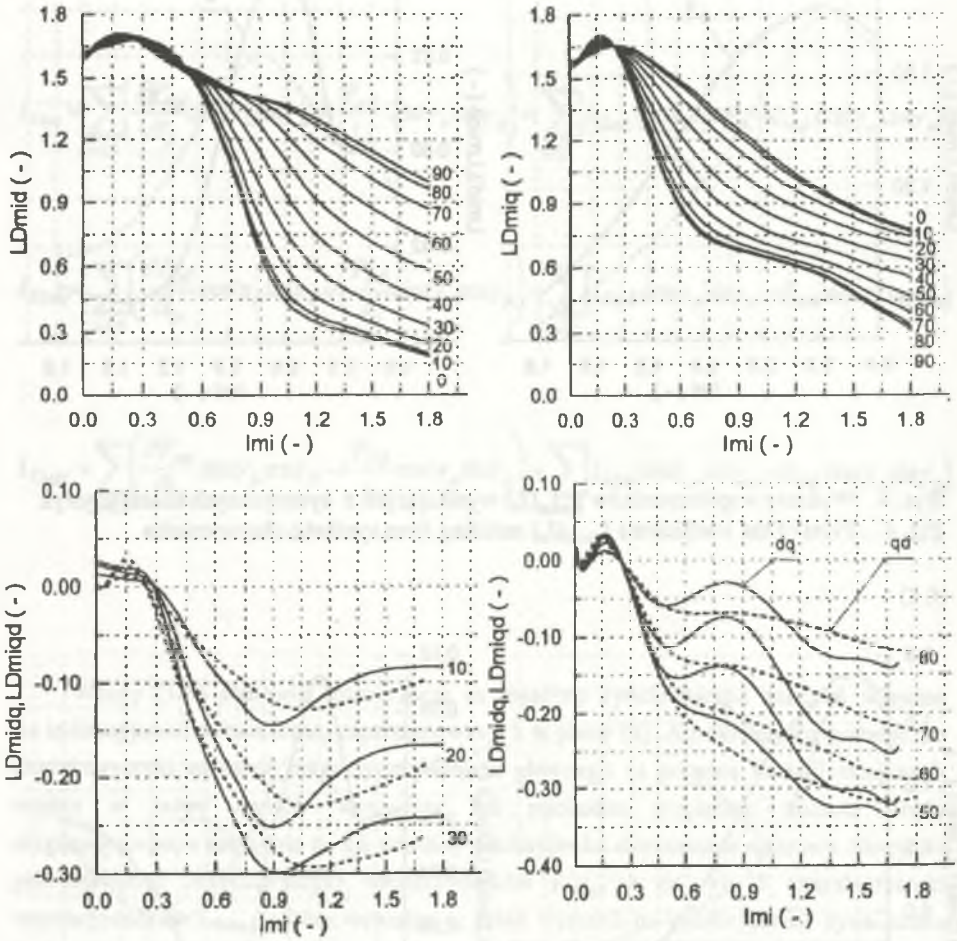
Na rys. 6 przedstawiono charakterystyki indukcyjności dynamicznych własnych i wzajemnych porównując na wspólnych wykresach indukcyjności dynamiczne wzajemne.



Rys. 4. Wykresy współczynników $L_{\mu d,qi}(I_\mu)$ wynikających z syntetycznych charakterystyk
Fig. 4. Plots of the coefficients $L_{\mu d,qi}(I_\mu)$ resulting from synthetic characteristics



Rys. 5. Wykresy współczynników $L_{D\mu d,qi}(I_\mu)$ wynikających z syntetycznych charakterystyk
Fig. 5. Plots of the coefficients $L_{D\mu d,qi}(I_\mu)$ resulting from synthetic characteristics



Rys. 6. Wykresy indukcyjności dynamicznych własnych $L_{D\mu d}(I_\mu)$, $L_{D\mu q}(I_\mu)$ oraz wzajemnych $L_{D\mu dq}(I_\mu)$, $L_{d\mu qd}(I_\mu)$ dla różnych wartości γ_μ

Fig. 6. Plots of the dynamic self-inductances $L_{D\mu d}(I_\mu)$, $L_{D\mu q}(I_\mu)$ and mutual inductances $L_{D\mu dq}(I_\mu)$, $L_{d\mu qd}(I_\mu)$ for different values of γ_μ

4. UWAGI KOŃCOWE

Jak wynika z przedstawionych zależności oraz wykresów, indukcyjności statyczne i dynamiczne maszyny synchronicznej są nieliniowymi funkcjami modułu i argumentu prądu magnesującego silnie zmieniając się ze wzrostem stanu nasycenia obwodu magnetycznego maszyny. W stanie nienasyconym indukcyjności statyczne i indukcyjności różniczkowe własne są praktycznie równe sobie, natomiast indukcyjności różniczkowe wzajemne są równe zeru.

Z porównania indukcyjności różniczkowych wzajemnych wynika, iż indukcyjności te różnią się między sobą, przy czym największe różnice występują dla prądów I_μ odpowiadających przejściu ze stanu słabego nasycenia do stanu silnego nasycenia. Pomijając błędy natury numerycznej, występujące przy wyznaczaniu rozkładu przestrzennego pola magnetycznego w maszynie metodą elementów skończonych oraz przy obliczaniu pochodnych syntetycznych charakterystyk sprzężeń magnetycznych, wydaje się, że główną przyczyną zaistniałych rozbieżności jest niespełnianie przez realne uzwojenia magnesujące umieszczone w żłobkach stojana maszyny warunku sinusoidalności rozłożenia oraz związana z tym umowa, że pole magnetyczne główne określa podstawowa harmoniczna składowej promieniowej indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny. Za takim stwierdzeniem przemawia praktyczna równość tych indukcyjności w zakresie słabych nasyceń oraz tendencja do zmniejszania różnic między nimi w zakresie dużych nasyceń.

WYKAZ OZNACZEŃ

$I_{\mu d}, I_{\mu q}, \Psi_{\mu d}, \Psi_{\mu q}$ - składowe osiowe wektora przestrzennego prądu magnesującego i sprzężenia magnetycznego pola magnetycznego głównego,

I_μ, γ_μ - moduł i argument wektora przestrzennego prądu magnesującego,

$L_{\mu d}, L_{\mu q}$ - globalne indukcyjności statyczne maszyny synchronicznej,

$L_{D\mu d}, L_{d\mu q}, L_{D\mu d}, L_{D\mu q}$ - indukcyjności różniczkowe własne i wzajemne maszyny synchronicznej w osi d i q,

$L_{\mu d}^*, L_{\mu q}^*, L_{\mu dq}, L_{\mu qd}$ - indukcyjności statyczne własne i wzajemne związane ze zjawiskiem wzajemnego sprzężenia magnetycznego obwodów elektrycznych maszyny w osi d i q.

LITERATURA

1. El-Serafi A.M., Abdallah A.S.: Saturated synchronous reactances of synchronous machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 7, No. 3, September 1992, pp. 570-579.
2. Filc R.W.: Matematiczeskije osnowy teorii elektromechaniczeskich preobrazowatelej. Naukowa Dumka, Kiev 1979.
3. Kudła J.: Nieliniowe charakterystyki sprzężeń magnetycznych pola głównego w maszynie synchronicznej cylindrycznej. Materiały XXXI Sympozjum Maszyn Elektrycznych, Ustroń 1995.
4. Sobczyk T.J., Sobczyk K.: On modelling of electromechanical energy converters with nonlinear magnetic circuit; Proc. of ICEM'90, Cambridge 1990, pp. 1012-1015.
5. Vas P.: Generalized analysis of saturated A.C. machines, Archiv fur Elektrotechnik (64) 1981, No 1, pp. 57-62.

Recenzent: Dr hab. inż. Ernest Mendrela, prof. WSI w Opolu

Wpłynęło do Redakcji dnia 1 grudnia 1995 r.

Abstract

The paper deals with inductances of nonsalient synchronous machines associated with main magnetic field when taking into account the saturation phenomenon. Two different types of inductances: static inductances and dynamic ones have been introduces as a result of analysis of nonlinear relationships between main magnetic flux linkages and magnetizing currents (2.1), and between their time derivatives (3.1). Since the static inductances are not univocally defined and there are several possibilities to describe them, only the global inductances (2.5) as well as self - inductances and mutual inductances (2.6, 2.7), associated with the cross-coupling phenomenon are considered. Basing on the nonlinear main flux linkages characteristics presented in [3] and expressed in terms of the synthetic characteristics both types of the inductances have been calculated. The results of computations show that not only the dynamic inductances but the static inductances depend on the magnitude and argument of the space-vector magnetizing current (Figs. 1,2,..6). The comparison between the mutual dynamic inductances (Figs 9,10) points out some discrepancies between them. These discrepancies seem to be caused mainly by the fact that the actual magnetizing windings placed in the stator are not fully sinusoidally distributed.