ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1996
Seria: ELEKTRYKA z. 149 Nr kol. 1321

Dariusz SPAŁEK
Katedra Maszyn i Urządzeń Elektrycznych

MOMENT RELUKTANCYJNY A PERMEANCYJNY - DEFINICJE ORAZ RÓŻNICE

Streszczenie. W artykule dokonano analizy momentów składowych działających w przetworniku elektromagnetycznym, jakim jest silnik elektryczny prądu przemiennego. Zaproponowano definicję momentu permeancyjnego o przejrzystej interpretacji fizycznej. Wyodrębniona składowa momentu działa wyłącznie na ośrodek ferromagnetyczny wirnika maszyny. Na przykładzie silnika asynchronicznego oraz synchronicznego obliczono momenty składowe powstające w silniku. Moment permeancyjny maszyny nie jest w ogólnym przypadku równy momentowi reluktancyjnemu. Przykład analitycznego określenia składowych momentu maszyny pozwala na przejrzystą interpretację fizykalną składowych momentu elektromagnetycznego.

RELUCTANTIVE AND PERMEANTIVE TORQUE - DEFINITIONS AND DIFFERENCES

Summary. This paper deals with the analysis of the electromagnetic torque components in an electromechanical converter such as an alternating current motor. The well-acceptable -from the physical point of view - definition of the permeantive torque component has been proposed. The permeantive component acts only upon ferromagnetic machine rotor. The components of electromagnetic torque for asynchronous as well as synchronous machine have been calculated. The permeantive torque component is not equal to the reluctantive torque component. The considered example enables to give a clear and correct physical interpretation of torque components.

1. WPROWADZENIE

Ocena udziału składowej momentu elektromagnetycznego maszyny (synchronicznej jawnobiegunowej oraz asynchronicznej o nierównomiernej szczelinie) związanej z ukształtowaniem powierzchni wirnika w całkowitym momencie rozwijanym przez silnik

jest przedmiotem rozważań w niniejszym artykule. Sformułowano definicje składowych: permeancyjnej oraz reluktancyjnej momentu elektromagnetycznego maszyny.

Przedstawiono analityczny przykład wyznaczenia momentu permeancyjnego, reluktancyjnego oraz całkowitego dla maszyny asynchroniczej i synchronicznej o nierównomiernych szczelinach powietrznych (wskazując jednocześnie na możliwości numerycznego określania składowych momentu).

2. DEFINICJE MOMENTU RELUKTANCYJNEGO I PERMEANCYJNEGO MASZYNY ELEKTRYCZNEJ

Moment elektromagnetyczny powstający w silniku elektrycznym można przedstawić w postaci sumy:

$$T_e = T_{e,Cu} + T_{e,Fe} \tag{1}$$

dwóch składników o przejrzystej interpretacji fizycznej

- $T_{e,Cu}$ - *momentu od prądów w uzwojeniach wirnika maszyny* - momentu związanego z przepływem prądów w wirniku maszyny, a będącego rezultatem obliczenia sumarycznego momentu działającego na poszczególne fragmenty uzwojenia wirnika maszyny,

$$T_{e,Cu} = \int_{V_{wirnik}} j_{wirnik} (\vec{B}\vec{r})\, dV \tag{2}$$

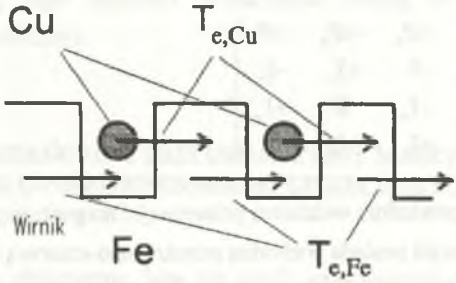
- $T_{e,Fe}$ - *momentu permeancyjnego (od ukształtowanego wirnika)* - momentu związanego z ukształtowaniem powierzchni wirnika maszyny. Moment ten jest wynikiem działania sił elektrodynamicznych wyłącznie na wirnik maszyny (wirnik stanowi ośrodek materialny - ferromagnetyczny z odpowiednio ukształtowaną powierzchnią zewnętrzną).

Jeżeli moment maszyny o liniowym obwodzie magnetycznym powstaje bez udziału przepływu wirnika - ściślej, przy braku prądów w uzwojeniach wirnika, to mamy do czynienia z momentem reluktancyjnym maszyny:

$$T_{e,R} \overset{df}{=} T_e\Big|_{\text{prądy wirnika}\,=\,0} = T_{e,Fe}\Big|_{\text{prądy wirnika}\,=\,0} \tag{3}$$

Powyższy rozdział całkowitego momentu na składowe jest jednoznaczny oraz posiada prostą interpretację fizykalną. Zaproponowany rozdział całkowitego momentu elektromagnetyczego maszyny wydziela składową momentu działającą wyłącznie na

ferromagnetyczny wirnik maszyny oraz składową działającą tylko na prądy płynące w uzwojeniach wirnika maszyny.



Rys. 1. Składowe momentu elektromagnetycznego maszyny
Fig. 1. The components of electromagnetic torque

Okazuje się, iż tak zdefiniowane momenty: permeancyjny oraz reluktancyjny maszyny elektrycznej nie są w ogólnym przypadku tożsame. Zostaną zaprezentowane relacje oraz przykład pokazujący sposób określania momentu permeancyjnego maszyny na przykładzie maszyny asynchronicznej i synchronicznej o nierównomiernej szczelinie ze szczególnym uwzględnieniem rozróżnienia momentów permeancyjnego i reluktancyjnego na podstawie przedstawionych ogólnych zależności [9].

Celem uzyskania większej przejrzystości rozważono analitycznie prosty przykład maszyny asynchronicznej i synchronicznej.

3. OKREŚLANIE MOMENTU PERMEANCYJNEGO MASZYNY ELEKTRYCZNEJ

Niesymetryczny różnicowy tensor energii ([9],[10]) jest zdefiniowany nastepująco:

$$\Delta T_i^k = W^{ik} F_{il} - \tfrac{1}{4}\delta_i^k W^{lm} F_{lm} \tag{4a}$$

$$\Delta T^{ik} = \begin{pmatrix} \Delta e_V & a\Delta Q_x & a\Delta Q_y & a\Delta Q_z \\ c\Delta S_x & \Delta\sigma_{xx} & \Delta\sigma_{xy} & \Delta\sigma_{xz} \\ c\Delta S_y & \Delta\sigma_{yx} & \Delta\sigma_{yy} & \Delta\sigma_{yz} \\ c\Delta S_z & \Delta\sigma_{zx} & \Delta\sigma_{zy} & \Delta\sigma_{zz} \end{pmatrix} \tag{4b}$$

gdzie oznaczono:

$$\Delta e_V = \tfrac{1}{2}\vec{B}\vec{I} - \tfrac{1}{2}\vec{P}\vec{E}, \quad \Delta\vec{Q} = \vec{E}\times\vec{I}, \quad \Delta\vec{S} = -\vec{P}\times\vec{B}, \quad a = 1/c = \sqrt{\varepsilon_o\mu_o}$$

$$\Delta\sigma_{ik} = P_i E_k - B_i I_k + \delta_{ik}\left(\tfrac{1}{2}\vec{P}\vec{E} + \tfrac{1}{2}\vec{B}\vec{I}\right) \tag{5}$$

$$W^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -cP_x & -cP_y & -cP_z \\ cP_x & 0 & +I_z & -I_y \\ cP_y & -I_z & 0 & +I_x \\ cP_z & +I_y & -I_x & 0 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

natomiast $\vec{P}$, $\vec{I}$ są odpowiednio wektorem polaryzacji i magnetyzacji ośrodka.

Różnicowy tensor energii posiada pochodną przestrzenno-czasową ([9],[10]) równą:

$$\frac{\partial \Delta T_i^{\ k}}{\partial x^k} = -F_{il}\Delta j^l + D_i \quad \Rightarrow \quad \underline{\Delta K^i = -\frac{\partial \Delta T^{ik}}{\partial x^k} + D^i}. \tag{7a}$$

We wzorze $\Delta\rho$, Δj oznaczają odpowiednio gęstość ładunku elektrycznego, prądu w ośrodku materialnym związane z elementarnymi ładunkami i prądami ośrodka, natomiast $\Delta K^i = F^{il}\Delta j_l$ oznacza składowe przestrzenne x,y,z gęstości objętościowej siły (dla i=1,2,3) działającej w polu elektromagnetycznym na ładunki i prądy elementarne ośrodka:

$$\Delta K^i = \left(a\Delta\vec{j}\vec{E}, \Delta f_x, \Delta f_y, \Delta f_z\right), \tag{7b}$$

$$\Delta\vec{f} = \Delta\rho\vec{E} + \Delta\vec{j}\times\vec{B}. \tag{7c}$$

Składnik D^i- oznacza składowe przestrzenne x,y,z gęstości objętościowej siły uogólnionej (dla i=1,2,3) działającej w polu elektromagnetycznym związane ze zmiennością reluktywności magnetycznej lub przenikalności dielektrycznej ośrodka.

Siła działająca na ośrodek materialny jest pochodną czasowo-przestrzenną (czterodywergencją) niesymetrycznego różnicowego tensora energii (4a) powiększoną o składnik dyssypatywno-niejednorodnościowy.

Równanie (7a) w notacji wektorowej, w przypadku gdy dominujące jest pole magnetyczne, ma następującą postać:

$$\Delta\vec{f} = \tfrac{1}{2}\vec{B}^2\mathrm{grad}(\nu_o\nu_r) - \vec{i}_k\mathrm{div}(\Delta\vec{\sigma}^k) \tag{7d}$$

gdzie:

$$\Delta\vec{\sigma}^k = \vec{i}_x\Delta T^{kx} + \vec{i}_y\Delta T^{ky} + \vec{i}_z\Delta T^{kz}$$

(dla k=x,y,z)

Obliczanie momentu działającego na liniowy ośrodek materialny (np. nienasycający się ferromagnetyk, z którego wykonano wirnik maszyny) przy wykorzystaniu relacji (7a) jest

ułatwione z uwagi na konieczność analizy samego tylko brzegu obszaru wirnika w przypadku maszyny o liniowym ferromagnetyku. (Tensor różnicowy ΔT^{ik} zanika dla ośrodka będącego próżnią lub powietrzem; jego składowe przestrzenne tworzą w przypadku ośrodka izotropowego tensor symetryczny).

4. MOMENT PERMEANCYJNY I RELUKTANCYJNY MASZYNY ELEKTRYCZNEJ O NIERÓWNOMIERNEJ SZCZELINIE POWIETRZNEJ

Rozważmy maszynę elektryczną, jaką jest silnik asynchroniczny bądź synchroniczny przedstawiony na rys.2. Rozkład reluktywności (odwrotność przenikalności) magnetycznej obszaru obejmującego wirnik można zapisać z wykorzystaniem funkcji skoku jednostkowego Heaviside'a następująco:

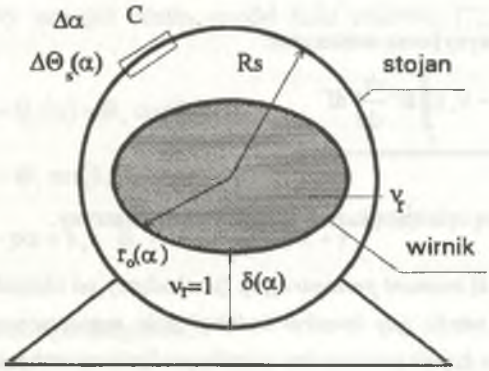
$$\nu_r(r,\alpha) = \nu_r + (1-\nu_r)1(r - r_o(\alpha)), \tag{8}$$

gdzie:

$r_o(\alpha)$ - funkcja opisująca kształt brzegu wirnika silnika,

$\nu_r(.,.)$ - funkcja reluktywności względnej obszaru,

ν_r - reluktywność względna ferromagnetyka wirnika maszyny (wartość stała).



Rys.2. Przekrój poprzeczny silnika z niecylindrycznym wirnikiem
Fig.2. Cross-section of the motor with non-cylindrical rotor

Moment silnika działający na wyprofilowany wirnik maszyny wynosi zgodnie z relacją (7a):

$$T_{e,Fe} = \int_V r\Delta K^i dV = -\int_V r\frac{\partial \Delta T^{ik}}{\partial x^k} dV + \int_V rD^i \cdot dV$$

Po scałkowaniu po objętości walca zawierającego w całości wirnik silnika oraz zastosowaniu twierdzenia Gaussa w odniesieniu do pierwszej całki oraz uwzględnieniu symetrii tensora (ośrodek jest izotropowy oraz zachodzi $\Delta S=0$) permeancyjny składnik momentu silnika opisać można relacją:

$$T_{e,Fe} = \int_V rD^\alpha \cdot dV.$$

Ponieważ w silniku asynchronicznym dominującym jest pole magnetyczne, to zgodnie ze wzorem (7d) uzyskujemy:

$$T_{e,Fe} = \int_V \frac{\nu_o}{2} B^2 \frac{\partial \nu_r}{\partial \alpha} dV$$

Wobec (8) mamy:

$$T_{e,Fe} = -\int_V \tfrac{1}{2}\nu_o(1-\nu_r)B^2 \underbrace{\delta\big(r - r_o(\alpha)\big)}_{\text{delta Diraca}} \frac{dr}{d\alpha} dV$$

stąd:

$$T_{e,Fe} = \int_{\partial V} -\tfrac{1}{2}\nu_o(1-\nu_r)B^2 \frac{dr_o}{d\alpha} \cdot lr_o d\alpha$$

(„l" oznacza długość maszyny) oraz ostatecznie:

$$T_{e,Fe} = -\tfrac{1}{4} l\nu_o(1-\nu_r)\oint_\Gamma B^2 \frac{dr_o}{d\alpha} d\Gamma \tag{9}$$

gdzie „Γ " oznacza krzywą opisującą kształt brzegu wirnika maszyny.

1. *Relacja (9) pokazuje, iż moment permeancyjny (pochodzący od ukształtowanego wirnika) zanika wtedy i tylko wtedy, gdy kwadrat indukcji pola magnetycznego oraz pochodna promienia opisującego kształt powierzchni wirnika po kącie są ortogonalne wzajemnie na brzegu wirnika* Γ.
2. *Relacja (9) pokazuje, iż moment permeancyjny zanika, jeżeli wirnik maszyny jest cylindryczny (promień powierzchni zewnętrznej wirnika jest stały).*

Całkowity moment silnika wynosi [5]:

$$T_e = -\nu_o l r^2 \int_0^{2\pi} B_\alpha B_r d\alpha \tag{10}$$

przy dobranej powierzchni całkowania jako powierzchni pobocznicy walca obejmującej wirnik. (Składowa radialna jest zwrócona do środka układu współrzędnych).

Relacje (9) i (10) są podstawą do obliczeń momentu elektromagnetycznego silnika oraz jego momentów składowych metodami: numerycznymi, takimi jak BEM, FEM (przy czym wymagana jest znajomość pola magnetycznego tylko na brzegu obszaru), oraz analitycznymi (przybliżonymi).

5. PRZYKŁAD OKREŚLENIA SKŁADOWYCH MOMENTU SILNIKA

Na przykładzie silnika asynchronicznego oraz synchronicznego przedstawione zostanie wykorzystanie relacji (9) i (10) do obliczania momentów składowych silnika. Analiza prostego modelu maszyny prądu przemiennego pozwoli na zachowanie przejrzystości rozważań dotyczących analizy momentów składowych maszyny. Z tego też względu nie przeprowadzono obliczeń polowych, które pozwoliłyby przy wykorzystaniu przedstawionych relacji (9), (10) na bardziej dokładne określenie rzeczywistych wartości momentów maszyny.

Rozważmy silnik asynchroniczny bądź synchroniczny o nierównomiernej szczelinie jak na rys.2. Przepływy uzwojeń silnika (model łuski prądowej [7],[8]) w stanie ustalonym opisują zależności:

$$\Theta_s(\alpha,\vartheta) = \Theta_s(\alpha) = \Theta_s \cos(\beta_s), \tag{11a}$$

$$\Theta_r(\alpha,\vartheta) = \Theta_r \cos(\beta_r), \tag{11b}$$

$$\beta_s = \omega_s t - p\alpha + \gamma_s, \quad \beta_r = \omega_r t + p\vartheta - p\alpha + \gamma_r \tag{11c}$$

gdzie:

- p - liczba par biegunów,
- ϑ - kąt obrotu wirnika maszyny,
- ω_s - pulsacja prądu stojana,
- ω_r - pulsacja prądu wirnika ($\omega_r = \omega_s - p\omega_{mech}$ - dla silnika asynchronicznego, $\omega_r = 0$ dla silnika synchronicznego),
- ω_{mech} - prędkość mechaniczna wirnika maszyny w stanie ustalonym.

Przewodność magnetyczna jest dana relacją ([7],[8]):

$$\lambda = \lambda_o + \lambda_2 \cos 2\beta, \quad \beta = -p\alpha + p\vartheta + \gamma, \tag{11d}$$

Indukcja pola magnetycznego w kierunku radialnym, przy założeniach ortogonalności rozkładu przewodności magnetycznej do przepływu:

$$\int_0^{2\pi} \theta(\alpha,\vartheta)\lambda(\alpha,\vartheta)d\alpha = 0$$

oraz nieskończonej przenikalności żelaza wirnika oraz stojana (ν_r=0) wynosi:

$$B_r(\alpha,\vartheta) = \Theta \cdot (\lambda_o + \lambda_2 \cos(2\beta))$$

lub równoważnie:

$$B_r(\alpha,\vartheta) = \Theta / \nu_o \delta(\alpha,\vartheta) \tag{11e}$$

Indukcja pola magnetycznego w kierunku stycznym (z prawa Ampera dla konturu C) wynosi:

$$B_\alpha(\alpha,\vartheta) = -\frac{d\Theta_s}{d\alpha} / (\nu_o R_s) \tag{11f}$$

gdzie:

R_s - promień wewnętrznej powierzchni stojana,

$\delta(.,.)$ - lokalna grubość szczeliny powietrznej,

Θ_s - przepływ uzwojenia stojana,

Θ_r - przepływ uzwojenia wirnika,

Θ - przepływ sumaryczny: $\Theta = \Theta_s + \Theta_r$.

Pomijając δ^2 wobec R_s^2 pomijamy równocześnie - zgodnie z (11e) oraz (11f) - kwadrat pola stycznego B_α^2 wobec kwadratu pola radialnego B_r^2:

$$B^2 = B_r^2 + B_\alpha^2 \cong B_r^2$$

6. OBLICZENIE MOMENTU PERMEANCYJNEGO $T_{e,Fe}$ MASZYNY

Ze wzoru (9) mamy zatem:

$$T_{e,Fe} = -\tfrac{1}{4}\nu_o l \int_0^{2\pi} B_r^2 \frac{dr_o^2}{d\alpha} d\alpha .$$

Funkcja promienia opisującego brzeg wirnika ma postać:

$$r_o(\alpha,\vartheta) = R_s - 1/\left(\nu_o\lambda(\alpha,\vartheta)\right)$$

stąd:

$$r_o^2(\alpha,\vartheta) \cong R_s^2 - 2R_s/\left(\nu_o\lambda(\alpha,\vartheta)\right)$$

i otrzymujemy następnie:

$$T_{e,Fe} = -\tfrac{1}{4}1\int_0^{2\pi}\Theta^2\lambda^2 2R_s\frac{\partial\lambda}{\partial\alpha}\frac{1}{\lambda^2}d\alpha \quad\Rightarrow\quad T_{e,Fe} = -\tfrac{1}{\pi}\Lambda_2\int_0^{2\pi}\Theta^2\cos 2\overline{\beta}\,d\alpha \tag{12}$$

gdzie oznaczono:

$$\Lambda_2 = \pi R_s lp\lambda_2 > 0, \quad 2\overline{\beta} = 2\beta - \tfrac{\pi}{2}.$$

Kwadrat przepływu całkowitego maszyny wynosi:

$$\Theta^2(\alpha,\vartheta) = \left[\Theta_s(\alpha) + \Theta_r(\alpha,\vartheta)\right]^2 \quad\Rightarrow$$

$$\Theta^2(\alpha,\vartheta) = \tfrac{1}{2}\Theta_s^2 + \tfrac{1}{2}\Theta_s^2\cos 2\beta_s + \Theta_s\Theta_r\cos(\beta_s - \beta_r) +$$
$$+ \Theta_s\Theta_r\cos(\beta_s + \beta_r) + \tfrac{1}{2}\Theta_r^2 + \tfrac{1}{2}\Theta_r^2\cos(2\beta_r)$$

Po obliczaniu całki we wzorze (12) z uwagi na zależność kolejnego składnika powyższej sumy od kąta „α" pozostaną po obliczeniu całki (12) tylko dwa składniki:

$$T_{e,Fe} = -\tfrac{1}{2}\Lambda_2\Theta_s^2\cos(2\beta_s - 2\overline{\beta}) - \Lambda_2\Theta_s\Theta_r\cos(\beta_s + \beta_r - 2\overline{\beta}).$$

Wprowadzając silnikowy kąt mocy: $\delta = \beta_s - \beta_r = \omega_s t - \omega_r t - p\vartheta + \gamma_s - \gamma_r$ mamy:

$$\underline{T_{e,Fe} = {}_\Delta\Lambda\cdot\Theta_s^2\sin(2\delta + 2\omega_r t + 2\Delta\gamma) + 2{}_\Delta\Lambda\Theta_s\Theta_r\sin(\delta + 2\omega_r t + 2\Delta\gamma)} \tag{13a}$$

gdzie poprzez analogię do silnika synchronicznego oznaczono:

$${}_\Delta\Lambda = \tfrac{1}{2}\Lambda_2 = \Lambda_d - \Lambda_o = \Lambda_o - \Lambda_q,$$

$\Lambda_d = \pi R_s lp(\lambda_o + \lambda_2/2) = \Lambda_o + {}_\Delta\Lambda$ - przewodność magnetyczna w osi "d" silnika,

$\Lambda_o = \pi R_s lp\lambda_o$ - przewodność magnetyczna średnia silnika,

$\Lambda_q = \pi R_s lp(\lambda_o - \lambda_2/2) = \Lambda_o - {}_\Delta\Lambda$ - przewodność magnetyczna w osi "q" silnika.

(W silniku synchronicznym: $2\Delta\gamma=0$ - nie występuje przesunięcie amplitudy przepływu wirnika i przewodności magnetycznej szczeliny powietrznej).

Jak widać ze wzoru (13a), jeżeli ${}_\Delta\Lambda = 0 \Leftrightarrow \Lambda_d = \Lambda_q$, to moment permeancyjny a zarazem reluktancyjny w silniku nie powstaje.

7. OBLICZENIE MOMENTU CAŁKOWITEGO T_e MASZYNY

Ze wzoru (10) jest:

$$T_e = -\nu_0 l R_s^2 \int_0^{2\pi} B_\alpha B_r d\alpha = l R_s^2 \int_0^{2\pi} \frac{d\Theta_s}{d\alpha} \frac{\lambda\Theta}{R_s} d\alpha \Rightarrow$$

$$T_e = p R_s l \int_0^{2\pi} \left(\Theta_s \cos\beta_s + \Theta_r \cos\beta_r\right) \cdot \Theta_s \sin\beta_s \left(\lambda_0 + \lambda_2 \cos(2\beta)\right) d\alpha$$

po wykonaniu całkowania uzyskujemy:

$$T_e = \underbrace{\Lambda_0 \Theta_s \Theta_r \sin\delta - \Delta\Lambda \Theta_s \Theta_r \sin(\delta + 2\omega_r t + 2\Delta\gamma)}_{T_{e,Cu}} +$$

$$+ \underbrace{\Delta\Lambda \Theta_s \Theta_r 2 \sin(\delta + 2\omega_r t + 2\Delta\gamma) + \overbrace{\Delta\Lambda \Theta_s^2 \sin(2\delta + 2\omega_r t + 2\Delta\gamma)}^{T_{e,R}}}_{T_{e,Fe}} \tag{13b}$$

gdzie ($\Delta\gamma = \gamma_r - \gamma$) oraz:

$$T_{e,R} = T_{e,Fe}\Big|_{\text{prądy wirnika}=0} = \Delta\Lambda \Theta_s^2 \sin(2\delta + 2\omega_r t + 2\Delta\gamma) \tag{14}$$

jest momentem reluktancyjnym silnika asynchronicznego lub synchronicznego o nierównomiernej szczelinie powietrznej (11d).

Całkowity moment elektromagnetyczny dla silnika synchronicznego ($\Delta\gamma = \gamma_r - \gamma = 0; \pi$) można zapisać w postaci:

$$\underline{T_e = \Lambda_d \Theta_s \Theta_r \sin(\delta) + \Delta\Lambda \Theta_s^2 \sin(2\delta)}. \tag{15}$$

8. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

1. Relacje (13),(14) oraz (15) dla silnika synchronicznego ($\omega_r = 0$) upraszczają się - pod funkcją sinus występuje tylko kąt mocy δ (obciążenia).
2. Dla silnika asynchronicznego o równomiernej szczelinie lub silnika synchronicznego cylindrycznego składowe permeancyjna oraz reluktancyjna momentu zanikają ($\Delta\Lambda = 0$).

3. W silniku elektrycznym w stanie pracy nieustalonej bądź ustalonej ***można*** z pomocą relacji (9) dokonać analizy wartości momentów permeancyjnego (pochodzącego od ukształtowanego wirnika) oraz reluktancyjnego z żądaną dokładnością (analiza polowa, harmoniczna) wydzielając go z całkowitego momentu elektromagnetycznego maszyny (zależność (9) odnosi się w ogólności do dowolnego układu obszaru szczeliny silnika synchronicznego ośrodka nieliniowego oraz anizotropowego).
4. Ponieważ moment permeancyjny zawiera w sobie moment reluktancyjny, to należy zwracać uwagę przy doborze kształtu powierzchni wirnika na wartość momentu permeancyjnego, ponieważ moment reluktancyjny nie daje pełnego opisu wpływu profilowania wirnika na wartość całkowitego momentu elektromagnetycznego maszyny. Moment reluktancyjny opisuje całościowo wpływ kształtu wirnika maszyny na powstający moment elektromagnetyczny maszyny tylko w stanie bezprądowym uzwojeń wirnika.

Zaletami proponowanej metody są:

- możliwość wyodrębnienia składników momentu elektromagnetycznego silnika celem ich oceny i korekty przy projektowaniu kształtu wirnika wspomaganym numerycznie,
- konieczność analizowania pola elektromagnetycznego tylko na brzegu obszaru w maszynie o liniowym obwodzie magnetycznym,
- łatwość analizy: przybliżonej z uwzględnieniem wybranych harmonicznych w widmie przewodności magnetycznej szczeliny (w przykładzie uwzględniono drugą harmoniczną przewodności magnetycznej, choć przebieg analizy innych harmonicznych nie różni się od przedstawionego),
- możliwość stosowania wyprowadzonych relacji w stanach nieustalonych w przypadku występowania nieliniowości oraz anizotropii w obwodzie elektromagnetycznym maszyny,
- zależności (7a) są ogólnymi relacjami, na podstawie których również można (biorąc inne niż składową styczną czterosiły) obliczać naciągi i naprężenia osiowe.

LITERATURA

1. Landau L.D., Lifszyc E.: Teoria pola. PWN, 1980.
2. Sufczyński M.: Teoria pola elektromagnetycznego.PWN, 1960.
3. Landau L.D., Lifszyc E.: Elektrodynamika ośrodków ciągłych. PWN, 1960.
4. Iwanow-Cmolienskij A.B.: Elektromagnitnyje siły i pricobrazowanije energii w elektriczeskich maszinach. Moskwa 1989.
5. Strugress J.P.: Force calculations for finite-element simulations of time varying fields. Procedings ICEM'94 Vol.3. pp.726-729.

6. Ho S.C., Hong C.G., Hwang G.J.: Transient and steady-state performance of a squirrel-cage induction motor. IEE Proceedings. Vol.136, May 1989.
7. Paszek W.: Stany nieustalone maszyn prądu przemiennego. WNT, 1984.
8. Krause P.C.: Analysis of elektric machinery. McGraw-Hill Series, 1986.
9. Spałek D.: Asymmetrical energy tensors of electromagnetic field ARCHIVES OF ELECTRICAL ENGINEERING (w druku).
10. Spałek D.: Rozkład tensora energii pola elektromagnetycznego na składowe i ich zastosowanie. *XVIII Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów.* SPETO GLIWICE-USTROŃ 1995 Proc.Vol.I p.155.
11. Spałek D.: Idea of evaluation of permeantive electromagnetic torque in synchronous machine. *The Second Chinese International Conference on Electrical Machines CICEM'95* IX.95 Hangzhou, China.
12. Spałek D.: Example for evaluation of permeantive electromagnetic torque in synchronous machine. *The Second Chinese International Conference on Electrical Machines CICEM'95* IX.95 Hangzhou, China.
13. Spałek D.: Podstawy teoretyczne oceny udziału momentu permeancyjnego w całkowitym momencie silnika synchronicznego. XXXI *SYMPOZJUM MASZYN ELEKTRYCZNYCH'95* ss.301-307, Ustroń IX.1995
14. Spałek D.: Przykład oceny udziału momentu permeancyjnego w momencie elektromagnetycznym silnika synchronicznego. XXXI *SYMPOZJUM MASZYN ELEKTRYCZNYCH'95* ss.308-314. Ustroń IX.1995

Recenzent: Prof. dr hab. inż.Tadeusz J. Sobczyk

Wpłynęło do Redakcji dnia 10 czerwca 1995 r.

Abstract

The paper deals with the problem of determination of components of the electromagnetic torque in both synchronous and asynchronous machine. Definition of permeantive and reluctantive components have been proposed. One of the most efficient and up-to-date method of analysis and calculating the electromagnetic torque ([5], [6], [9]) is to use the Maxwell stress tensor.

The evaluation of the electromagnetic torque with the help of the Maxwell stress tensor is so efficient and useful because:

- the Maxwell stress tensor is integrated only at boundary of taken into account area,
- the Maxwell stress tensor is the most convenient to use together with FEM,BEM,
- the Maxwell stress tensor can describe tangential, normal as well as the axial component of the electromagnetic torque.

The classical stress tensor (as a part of the electromagnetic field energy tensor) determines the complete (whole) value of the electromagnetic torque T_e that acts upon a

machine rotor, so the classical tensor can't be useful to evaluate the values of components of electromagnetic torque such as: permeance and reluctantive torque. This is possible by using non-symmetrical energy tensors.

The idea of building the new residual tensor [9] is basing on the change of the mathematical structure of the classical stress tensor definition (4a),(4b). The given example of the calculation of components of the electromagnetic torque shows the introduced relation (7a) can be easily used for evaluation of the permeantive torque in an electric machine (esp. in synchronous machine where reluctantive component of the machine torque often exists). The given example confirms the fact that it is possible to determine permeantive and reluctantive components of the electromagnetic torque.

Advantades of proposed method:

- The introduced residual energy tensor has the mathematical structure as simple as the classical energy tensor.
- The proposed method makes possible to evaluate easily the permeantive component of electromagnetic torque during one process of the analysis of the value of the electromagnetic field in the machine.
- The introduced tensor has to be integrated only at the boundary of the considered area for calculating the electromagnetic torque for non-saturated machine.
- The method is very efficient and useful in design process of the synchronous machines.